

Instituto Superior de Economia e Gestão
Matemática II
Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão
11 de Janeiro de 2010 – Época Normal – Duração: 2horas

Grupo I
(Cotação: 2+2+2+2)

O Grupo I possui carácter eliminatório

1. Classifique a forma quadrática $f(x, y, z) = 3x^2 + 2\sqrt{3}xz - 2\sqrt{3}yz + ay^2 + z^2$, para todos os valores do parâmetro real a .
2. Determine e classifique os pontos críticos de $f(x, y) = x \ln x + y \ln y$.
3. Calcule com um integral duplo a área da figura plana que é imagem do conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 - x \leq y \leq 1 \text{ e } x \leq 1\}$.
4. Seja $f(x, y) = (x^\beta + y^2)e^{\frac{x}{y}}$, onde $\beta \in \mathbb{R}$. Determine β de modo a que a função seja homogênea e para esses valores de β verifique a identidade de Euler.

Grupo II
(Cotação: 3+3+3+3)

1. Resolva as seguintes equações diferenciais

a) $3y'' - 9y' + 6y = 6e^{4x}$
b) $\frac{dy}{dx} \cos y = -x \frac{\sin y}{1 + x^2}$.

2. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^4(x^2 + y^2)}{x^4 + y^4} + 2y & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Estude a função quanto à diferenciabilidade na origem.
 - b) A função é contínua na origem? Justifique.
3. Determine o máximo e o mínimo da função $f(x, y, z) = x^2 + 2y - 2z$ na superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
 4. Considere a função $f(x, y) = xy^2 + g(u, v, w)$, com $u = \sin y^2$, $v = \ln x$ e $w = ye^x$. Sabendo que a função $g \in C^2(\mathbb{R}^3)$, calcule $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(1, 0)$.