

Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior de Economia e Gestão
Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

NOME _____

Número _____ Curso _____

MATEMÁTICA II

Época Normal - 31 de Maio de 2010

Duração: 2 horas

*

Grupo I

Escolha múltipla. Cotações: cada resposta certa +1.5; cada resposta errada -0.5, cada resposta não respondida ou anulada 0.

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

1. Sendo $f(x, y) = \frac{\sqrt{2 - |x - 1|}}{e^{y+2} - 1}$, o domínio da função f é

(A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 3 \wedge y \neq 2\}$

(B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 3 \wedge y \neq -2\}$

(C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 3 \wedge y \neq 2\}$

(D) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 3 \wedge y \neq -2\}$

2. Considere a função $f(x, y) = e^{(x-1)^4 + (y^3 - 12y)}$. Os pontos críticos de f são

(A) (1, 2) e (-1, -2) (B) (1, 4) e (1, -4) (C) (1, 4) e (-1, -4) (D) (1, 2) e (1, -2).

3. Seja f uma função diferenciável, homogénea de grau 4, tal que $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 0) = 8$. Então

(A) $f(2, 0) = 4$

(B) $f(2, 0) = 2$

(C) $f(2, 0) = 8$

(D) $f(2, 0) = -2$.

4. Seja A uma matriz simétrica definida positiva. Como um dos seus valores próprios λ^* é solução da equação $x^2 + x - 6 = 0$, então

(A) $\lambda^* = 3$

(B) $\lambda^* = -2$

(C) $\lambda^* = 2$

(D) $\lambda^* = -3$.

Respostas

	A	B	C	D
1.	☐	☒	☐	☐
2.	☐	☐	☐	☒
3.	☒	☐	☐	☐
4.	☐	☐	☒	☐

Grupo II

(Cotação: 1.0+3.0+3.0+3.0+2.0+2.0)

Apresente os cálculos que efectuar e justifique cuidadosamente a resolução das questões seguintes.

1. Seja $z = e^u \cos v$ com $u(x, y) = xy^2$ e $v(x, y) = x + 2y$. Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$.

2. Determine o valor máximo atingido pela função

$$f(x, y, z) = 3x - 2y + z$$

nos pontos da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 14$.

3. Calcule o seguinte integral impróprio

$$\int_0^5 \left(\int_0^{+\infty} x^2 e^{-2yx} + 3ye^{-y^2} dy \right) dx.$$

4. Seja $k \in \mathbb{R}$ e considere a equação diferencial linear seguinte

$$y'' + k^2 y' + 25y = e^{4x}.$$

a) Sabendo que $y^*(x) = \frac{e^{4x}}{73}$ é solução da equação, determine o valor do parâmetro k .

b) Tome $k = \sqrt{8}$.

(i) Determine a solução geral da equação diferencial dada.

(ii) Determine a solução da equação diferencial dada que satisfaz as seguintes condições de fronteira $y(0) = 0$ e $y(\frac{\pi}{6}) = \frac{e^{\frac{2\pi}{3}}}{73} + 1$.

5. Seja $k \in \mathbb{R}$ e considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y e^{\cos(xy)}}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \ln(k^2 - 4), & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Sabendo que f é contínua em $\mathbb{R}^2$, determine os possíveis valores do parâmetro k e o valor de $f(0, 0)$.

b) Prove que f é diferenciável em $(0, 0)$.

6. Seja φ uma função real de variável real diferenciável e $F(x, y) = \varphi(xy^2(x + 2y))$. Sabendo que F é homogênea de grau 8 e que $\varphi'(-1) = 4$, calcule $F(1, -1)$.