

MATEMÁTICA II

Época Normal – 4 de Janeiro de 2011 – Duração: 2 horas

F217A563P

Nome _____

Número _____ Curso _____

Grupo I

Escolha múltipla. Cotações: cada resposta certa +2,0; cada resposta errada $-\frac{2,0}{3}$; cada resposta não assinalada ou anulada 0. **Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

1. A solução geral da equação de diferenças finitas $4y_{n+2} - 4y_{n+1} + y_n = 9(-1)^n$ é

- a) $y_n = A\left(\frac{1}{2}\right)^n + 9n(-1)^n, \forall A \in \mathbb{R},$ c) $y_n = 9(-1)^n + An\left(\frac{1}{2}\right)^n, \forall A \in \mathbb{R},$
 b) $y_n = (A + Bn)\left(\frac{1}{2}\right)^n + (-1)^n, \forall A, B \in \mathbb{R},$ d) Nenhuma das funções anteriores.

2. Considere a função $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 4z$ e a superfície esférica definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Então, na superfície esférica,

- a) $(0, \sqrt{3}, 1)$ não é extremante global de f ,
 b) O único maximizante global de f é o ponto $(0, 0, 2)$,
 c) O único minimizante global de f é o ponto $(0, 0, -2)$,
 d) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

3. Sendo $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 3/2 \\ 2 & -a & 0 \\ 3/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, com $a \neq 0$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, a forma quadrática $q(X) = X^T A X$ é

- a) Definida Positiva, se $a > 0$, c) Indefinida, $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$,
 b) Definida Negativa, se $a < 0$, d) Nenhuma das afirmações anteriores.

Respostas

	a)	b)	c)	d)
1.	O	X	O	O
2.	O	O	X	O
3.	O	O	X	O

MATEMÁTICA II

Época Normal – 4 de Janeiro de 2011 – Duração: 2 horas

J727B901Ç

Nome _____

Número _____ Curso _____

Grupo I

Escolha múltipla. Cotações: cada resposta certa +2,0; cada resposta errada $-\frac{2,0}{3}$; cada resposta não assinalada ou anulada 0. **Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

1. Considere a função $f(x, y, z) = 2x + 2y^2 + z^2$ e a superfície esférica definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Então, na superfície esférica,

- a) O único maximizante global de f é o ponto $(1,0,0)$
- b) O único minimizante global de f é o ponto $(-1,0,0)$,
- c) $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$ não é extremante global de f ,
- d) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

2. Sendo $A = \begin{bmatrix} -a & 3 & 5/2 \\ 3 & 2a & 0 \\ 5/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, com $a \neq 0$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, a forma quadrática $q(X) = X^T A X$ é

- a) Indefinida, $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$,
- b) Semi-Definida Negativa, se $a = 1$,
- c) Definida Negativa, se $a > 0$,
- d) Nenhuma das afirmações anteriores.

3. A solução geral da equação de diferenças finitas $8y_{n+2} + 8y_{n+1} + 2y_n = 18(-2)^n$ é

- a) $y_n = (A + Bn) \left(-\frac{1}{2}\right)^n + (-2)^n, \forall A, B \in \mathbb{R}$,
- b) $y_n = (A + Bn) \left(-\frac{1}{2}\right)^n + 18(-2)^n, \forall A, B \in \mathbb{R}$,
- c) $y_n = A \left(-\frac{1}{2}\right)^n + 18n(-2)^n, \forall A \in \mathbb{R}$,
- d) Nenhuma das funções anteriores.

Respostas

	a)	b)	c)	d)
1.	O	X	O	O
2.	X	O	O	O
3.	X	O	O	O

MATEMÁTICA II

Época Normal – 4 de Janeiro de 2011 – Duração: 2 horas

K711C629S

Nome _____

Número _____ Curso _____

Grupo I

Escolha múltipla. Cotações: cada resposta certa +2,0; cada resposta errada $-\frac{2,0}{3}$; cada resposta não assinalada ou anulada 0. **Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

1. Considere a função $f(x, y, z) = -2x^2 - y^2 + 2z$ e a superfície esférica definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Então, na superfície esférica,

- a) O único minimizante global de f é o ponto $(0, 0, -1)$,
- b) $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, -\frac{1}{2})$ não é extremante global de f ,
- c) O único maximizante global de f é o ponto $(0, 0, 1)$,
- d) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

2. A solução geral da equação de diferenças finitas $y_{n+2} - 8y_{n+1} + 16y_n = 5(-1)^n$ é

- a) $y_n = (A + Bn)4^n + \frac{1}{5}(-1)^n, \forall A, B \in \mathbb{R}$,
- b) $y_n = 5(-1)^n + An4^n, \forall A \in \mathbb{R}$,
- c) $y_n = (A + Bn)4^n + 5(-1)^n, \forall A, B \in \mathbb{R}$,
- d) Nenhuma das funções anteriores.

3. Sendo $A = \begin{bmatrix} -3 & a & -1/4 \\ a & 3 & 0 \\ -1/4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, a forma quadrática $q(X) = X^T A X$ é

- a) Definida Positiva, se $a < 0$,
- b) Definida Negativa, se $a > 0$,
- c) Indefinida, $\forall a \in \mathbb{R}$,
- d) Nenhuma das afirmações anteriores.

Respostas

	a)	b)	c)	d)
1.	X	O	O	O
2.	X	O	O	O
3.	O	O	X	O

MATEMÁTICA II

Época Normal – 4 de Janeiro de 2011 – Duração: 2 horas

V532D777U

Nome _____

Número _____ Curso _____

Grupo I

Escolha múltipla. Cotações: cada resposta certa +2,0; cada resposta errada $-\frac{2,0}{3}$; cada resposta não assinalada ou anulada 0. **Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

1. Considere a função $f(x, y, z) = x^2 + 6y + 2z^2$ e a superfície esférica definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. Então, na superfície esférica,

- a) $(2\sqrt{2}, 1, 0)$ é extremante global de f ,
- b) O único minimizante global de f é o ponto $(0, -3, 0)$,
- c) O único maximizante global de f é o ponto $(0, 0, 3)$,
- d) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

2. Sendo $A = \begin{bmatrix} 2 & a & 2/3 \\ a & -2 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, a forma quadrática $q(X) = X^T A X$ é

- a) Definida Positiva, se $a > 0$,
- b) Definida Negativa, se $a < 0$,
- c) Indefinida, $\forall a \in \mathbb{R}$,
- d) Nenhuma das afirmações anteriores.

3. A solução geral da equação de diferenças finitas $2y_{n+2} + 4y_{n+1} + 2y_n = \frac{9}{2}(\frac{1}{2})^n$ é

- a) $y_n = A(-1)^n + \frac{9}{2}n(\frac{1}{2})^n, \forall A \in \mathbb{R}$,
- b) $y_n = (A + Bn)(-1)^n + (\frac{1}{2})^n, \forall A, B \in \mathbb{R}$,
- c) $y_n = \frac{9}{2}(\frac{1}{2})^n + An(-1)^n, \forall A \in \mathbb{R}$,
- d) Nenhuma das funções anteriores.

Respostas

	a)	b)	c)	d)
1.	O	X	O	O
2.	O	O	X	O
3.	O	X	O	O

Grupo II

Neste grupo, **justifique convenientemente todas as suas respostas.**

(3+3+2+2+2+2)

1. Seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \frac{e^{x+2}}{(y-4)\sqrt{x^2+y^2-9}}$.
 - a) Determine o domínio da função f (D_f) e represente-o graficamente;
 - b) D_f é aberto? Justifique;
 - c) Indique analiticamente a aderência de D_f e averigúe se $ad(D_f)$ é um conjunto compacto.

2. Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \begin{cases} 2x + 4y, & 2x + y \neq 3 \\ 4x + 2y, & 2x + y = 3 \end{cases}$.
 - a) Calcule $\frac{\delta f}{\delta x}(1,1)$ e $\frac{\delta f}{\delta y}(1,1)$;
 - b) Mostre que f não é diferenciável no ponto $(1,1)$.

3. Determine todos os pontos críticos da função $f(x, y) = \frac{x^3}{3} + 4xy - y^2 + 7x$ e classifique-os.

4. Calcule $\iint_A 2e^{2x+y} dx dy$, sendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}$.

5. Determine a função diferenciável $y(x)$, solução da equação $yy' - e^{x^2}x(2y^2 + 1) = 0$ e que verifica $y(1) = 0$.

6. Sejam $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função homogénea de grau -3 e $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x, y) = g\left(\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}\right)$, com $f(1, -2) = \frac{1}{16}$. Averigúe se f é homogénea e calcule $f(-2, 4)$.