

MATEMÁTICA II

Licenciatura em Economia, Finanças e Gestão

2012 Teste de auto-avaliação (1)

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Seja Q a forma quadrática associada à matriz A .

- a) Escreva a matriz simétrica da forma quadrática Q .
- b) Mostre que, se $x = (a; b; a)$, com $a, b \in \mathbf{R}$, tem-se $Q(x) \geq 0$.
- c) Classifique a forma quadrática Q .

2. Classifique as seguintes formas quadráticas

- a) $Q(x, y) = 2x^2 + 2xy + 2y^2$
- b) $Q(x, y) = -4x^2 + 6xy - 4y^2$
- c) $Q(x, y) = x^2 + 4xy + 1y^2$

3. Seja $f(x, y) = \frac{\sqrt{6 - |2x - 4|}}{e^{x^2 + y^2 - 9} - 1}$

- a) Determine D_f o domínio da função f e represente-o geometricamente.
- b) Indique a fronteira e o conjunto dos pontos de acumulação de D_f .

4. Seja $f(x, y) = \frac{\sqrt{\ln(x^2 + y^2 - 1)}}{\sqrt{4 - |2x|} \sqrt{25 - x^2 - y^2}}$

- a) Determine D_f o domínio da função f e represente-o geometricamente.
- b) Indique a fronteira de D_f e diga, justificando, se D_f é aberto ou fechado.

5. Considere as funções seguintes e estude a existência de limite nos pontos indicados

- a) $f(x, y) = \frac{x^2 y}{(x^4 + y^2)}$ no ponto $(0, 0)$.
- b) $f(x, y) = \frac{xy}{(x^2 + y^2)}$ no ponto $(1, 2)$ e no ponto $(0, 0)$.
- c) $f(x, y) = \frac{x^2 \sin y}{(x^2 + y^2)}$ no ponto $(1, 2)$ e no ponto $(0, 0)$.

6. Considere a função $f(x, y) = \frac{y^4 \cos(x - 1)}{(x - 1)^2 + y^2}$

- a) Estude-a quanto continuidade.
- b) Diga se é prolongável por continuidade a $\mathbf{R}^2$. Em caso afirmativo, indique o prolongamento contínuo.