2012 Teste de auto-avaliação (1) - soluções

1. (a) $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

   (b) Basta notar que $Q(a,b,a) = [\ a \quad b \quad a\ ]B \begin{bmatrix} a \\ b \\ a \end{bmatrix} = \ldots = a^2 + (a+b)^2 \geq 0$

   (c) Q é indefinida;

2. (a) Definida positiva

   (b) Definida negativa

   (c) Indefinida

3. (a) $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 6 - |2x-4| \geq 0 \wedge e^{x^2+y^2-9} - 1 \neq 0\} = \ldots =$
   $= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 5 \wedge x \geq -1 \wedge x^2 + y^2 \neq 9\}$

   (b) $fr(D_f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = -1 \vee x = 5 \vee (x^2 + y^2 = 9 \wedge -1 \leq x \leq 5)\}$
   $D'_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq -1 \wedge x \leq 5\}$

4. (a) $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1 \wedge \ln(x^2 + y^2 - 1) \geq 0 \wedge 4 - |2x| > 0 \wedge 25 - x^2 - y^2 > 0\} = \ldots$
   $= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x^2 + y^2 < 25 \wedge (x < 2 \wedge x > -2)\}$

   (b) $fr(D_f) = \{(x,y) : (x = 2 \vee x = -2) \wedge x^2 + y^2 \leq 25\} \cup \{(x,y) : x^2 + y^2 = 2\} \cup \{(x,y) : x^2 + y^2 = 5 \wedge x < 2 \wedge x > -2\}$;
   D_f não é aberto,nem fechado.

5. (a) não existe limite no ponto $(0,0)$;

   (b) $\lim_{(x,y)\to(1,2)} f(x,y) = \frac{2}{5}$; não existe limite no ponto $(0,0)$;

   (c) $\lim_{(x,y)\to(1,2)} f(x,y) = \frac{\sin(2)}{5}$; $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$;

6. (a) Contínua em todo o seu domínio, isto é, em $\mathbb{R}^2 \backslash \{(1,0)\}$

   (b) É prolongável por continuidade a $\mathbb{R}^2$; $\tilde{f}(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & se \ \ (x,y) \neq (1,0) \\ 0 & se \ \ (x,y) = (1,0) \end{cases}$