MATEMÁTICA II

Licenciatura em Economia, Finanças e Gestão

2012 Teste de auto-avaliação (2)

5. Seja $k \in \mathbb{R}$ e considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^4 \sin(\pi - y)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\[2ex] 1 - e^{(9-k^2)}, & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Sabendo que f é contínua em $\mathbb{R}^2$, determine os possíveis valores do parâmetro k e o valor de $f(0,0)$.

b) Prove que f é diferenciável em $(0,0)$.

6. Considere a função $f(x,y,z) = e^{x^2 \ln(y^2+1) \sin z}$.

a) Determine o gradiente de f, ∇f.

b) Calcule a derivada de f segundo o vector $\mathbf{u} = (2,0,4)$ no ponto $\mathbf{a} = (2,-1,0)$.

7. Seja φ uma função real de variável real diferenciável, tal que $\varphi(-12) = -120$ e $\varphi'(-12) = 10$. Considere a função $F(x,y) = \varphi(xy^2(x+2y))$.

a) Calcule $\frac{\partial F}{\partial x}(1,-2)$ e $\frac{\partial F}{\partial y}(1,-2)$.

b) Sabendo que F uma função homogénea, determine, justificando, o grau de homogeneidade respectivo.

8. Determine e classifique os pontos críticos da função $f(x,y)$.

a) $f(x,y) = \ln(xy) - 2x - 3y$

b) $f(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x + 6y$.

c) $f(x,y) = e^{x^2-y^2}$

d) $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$.

9. Determine o máximo e mínimo (absolutos) da função $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ no domínio

$$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : (x-2)^2 + y^2 \leq 1\}.$$