Universidade de Lisboa
Instituto Superior de Economia e Gestão
Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

MATEMÁTICA II

Época Normal - 4 de Junho de 2014 - Duração: 2 horas

NOME ____

Número______________ Curso___________________________

Grupo I

Escolha múltipla. **Cotações:** cada resposta certa $+1.5$; cada resposta errada -0.5, cada resposta não respondida ou anulada 0. **Nota**: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Assinale a resposta certa pondo X sobre a alínea respetiva.

1. Considere a forma quadrática $Q(x,y,z) = 10x^2 + 4y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 4xz$. Então

(A) Q é indefinida

(B) Q é definida negativa

(C) Q é definida positiva

(D) Q é semi-definida positiva .

2. Seja f contínua em R^2. Sabendo que $f(x,y) = (x+1)\,e^{1-xy} + \left(\dfrac{x^4y^4}{x^2+y^2}\right)\sin\left(\dfrac{1}{y^4+x^6}\right)$, se $(x,y) \neq (0,0)$, então pode concluir-se que

(A) $f(0,0) = 1$

(B) $f(0,0) = e$

(C) $f(0,0) = 2e$

(D) $f(0,0) = e + 1$.

3. Considere a função $f(x,y) = (x+1)^4\cos(x^2y)$. Então, sendo $Df(0,5)(2,0)$ o valor do diferencial de primeira ordem de f no ponto $(0,5)$ aplicado ao vector $(2,0)$, tem-se

(A) $Df(0,5)(2,0) = 8$

(B) $Df(0,5)(2,0) = 2$

(C) $Df(0,5)(2,0) = 6$

(D) $Df(0,5)(2,0) = 10$.

4. Sabe-se que $(0,0)$ e $(0,1)$ são pontos críticos de função $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2$ e que

(A) $(0,0)$ é minimizante local e $(0,1)$ é ponto sela

(B) $(0,0)$ é maximizante local e $(0,1)$ é minimizante local

(C) $(0,0)$ e $(0,1)$ são ambos pontos sela

(D) $(0,0)$ é maximizante local e $(0,1)$ é ponto sela.

5. Sendo y_* solução da equação diferencial $y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 45$ tal que $y_*(0) = 15$ e $y_*'(0) = 28$, então

(A) $y_*(2) = 12e^3 + 5$

(B) $y_*(2) = 6e^6 + 5$

(C) $y_*(2) = 6e^3 + 5$

(D) $y_*(2) = 14e^6 + 5$.

6. Sendo $z = u^2 + v^2$ e $u = \phi(x)\cos y$ e $v = \psi(x)\sin y$, onde ϕ e ψ são duas funções diferenciáveis, então

(A) $\frac{\partial z}{\partial x}(0,\pi/2) = 2\phi(0) + 2\psi(0)$

(B) $\frac{\partial z}{\partial x}(0,\pi/2) = 2\phi'(0) + 2\psi'(0)$

(C) $\frac{\partial z}{\partial x}(0,\pi/2) = 2\psi(0)\psi'(0)$

(D) $\frac{\partial z}{\partial x}(0,\pi/2) = 0$

Grupo II

(Cotação: **1)** 2,5; **2a)** 1,5; **2b)** 1; **3)** 2; **4a)** 2; **4b)** 2.)

Apresente os cálculos que efetuar e ***justifique cuidadosamente*** *a resolução das questões seguintes.*

1. Calcule os valores máximo e mínimo da função $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ sobre a superfície do elipsoide definida por

$$M = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{25} - 1 = 0\}.$$

2. Considere a função $f(x,y) = \dfrac{\ln(9 - x^2 - y^2)}{1 + \sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$.

a) Determine o domínio de f, D_f, e represente-o graficamente.

b) Diga, justificando, se D_f é compacto.

3. Calcule $\displaystyle\int_1^2 \left(\int_{1/x}^{+\infty} x^2 e^{-yx^2}\, dy \right) dx$.

4. Seja $g(x,y) = x\, f(x,y)$, onde f uma função cujo domínio é $\mathbf{R}^2$.

a) Supondo que g é uma função homogénea de grau 4 e f é diferenciável no seu domínio, mostre que

$$2\frac{\partial f}{\partial x}(2,0) = 3f(2,0).$$

b) Sabendo apenas que f é limitada, estude quanto à diferenciabilidade em $(0,0)$ a função ϕ definida por

$$\phi(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^3}{x^2+y^2}\, g(x,y), & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \\[2ex] 0, & \text{se} \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$$