Universidade de Lisboa – Instituto Superior de Economia e Gestão

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão
MATEMÁTICA II

Época de Recurso - 25 de Junho de 2014 - Duração: 2 horas

NOME ____
Número______________ Curso___________________________

Grupo I

Escolha múltipla. **Cotações:** cada resposta certa $+1,5$; cada resposta errada $-0,5$; cada resposta não respondida ou anulada 0. **Nota**: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Assinale a resposta certa pondo X sobre a alínea respetiva.

1. Os valores próprios da matriz $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ são

(A) -1, 2, 1 e $(2,-3,1,1)$ é um vector próprio;

(B) -1, 2, 1 e $(1,1,1,5)$ é um vector próprio;

(C) 1, -2, -1 e $(2,-3,1,1)$ é um vector próprio;

(D) 1, -2, -1 e $(1,1,1,5)$ é um vector próprio .

2. Seja f contínua em $\mathbf{R}^2$. Sabendo que $f(x,y) = \ln\left(\dfrac{4x^6 e^{\sin 2y}}{x^2+y^2} + e^{4xy+2}\right)$, se $(x,y) \neq (0,0)$, então

(A) $f(0,0) = 2$

(B) $f(0,0) = 1$

(C) $f(0,0) = \ln(4+e)$

(D) $f(0,0) = \ln 5$.

3. Sabendo que $f(x,y) = \frac{x^2+x^\alpha y^\beta}{y^\beta+x^\gamma} + x^2 \sin\frac{x}{y}$ é uma função homogénea, diga quais os valores dos parâmetros α, β e γ e do grau de homogeneidade

(A) $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\gamma = 2$ e o grau de homogeneidade é 2;

(B) $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$ e o grau de homogeneidade é 2;

(C) $\alpha = 2$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$ e o grau de homogeneidade é 2;

(D) $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$ e o grau de homogeneidade é 1.

4. Determine $a \in \mathbf{R}$ de modo a que $(a, \frac{\pi}{2})$ seja ponto crítico da função $f(x,y) = \ln x \cos y$ e classifique-o.

(A) $a = e$; $(e, \frac{\pi}{2})$ é ponto sela

(B) $a = e$; $(e, \frac{\pi}{2})$ é maximizante local

(C) $a = 1$; $(1, \frac{\pi}{2})$ é maximizante local

(D) $a = 1$; $(1, \frac{\pi}{2})$ é ponto sela .

5. Seja $\alpha \in \mathbf{R}$. Sendo y_* solução da equação diferencial $y'(x) + \alpha y(x) = 5$ t.q. $y_*(0) = 0$ e $y'_*(1) = 5e^3$, então

(A) $\alpha = -3$

(B) $\alpha = 3$

(C) $\alpha = -5$

(D) $\alpha = 5$.

6. O valor do integral $\displaystyle\int_0^{\sqrt[3]{\pi}} \left(\int_0^{x^2} 2x^3 \sin(xy)\, dy\right) dx$ é

(A) $-2\pi/3$

(B) $2/3 + 2\pi/3$

(C) $2\pi/3$

(D) $-2/3 + 2\pi/3$.

.

Grupo II

(Cotação: **1)** 2,5; **2a)** 2; **2b)** 1; **3a)** 1,5; **3b)** 1; **4a)** 1,5; **4b)** 1,5.)

*Apresente os cálculos que efetuar e **justifique cuidadosamente** a resolução das questões seguintes.*

1. Calcule os valores máximo e mínimo assumidos pela função $f(x,y) = x^2 + 3y^2$ na circunferência definida por $x^2 - 2x + y^2 = 3$.

2. Considere a função $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{1 - |y - x^2|} + \ln(9 - x^2 - y^2)}{1 + |x|}$.

a) Determine o domínio de f, D_f, e represente-o graficamente.

b) Diga, justificando, se D_f é um conjunto limitado e indique a sua aderência.

3. Seja $z(u,v)$ uma função diferenciável e $u = e^{xy}$ e $v = \cos(xy)$. Sabendo que $\dfrac{\partial z}{\partial x}(0, \dfrac{\pi}{2}) = \pi$

a) Determine $\dfrac{\partial z}{\partial u}(1,1)$.

b) Determine $\dfrac{\partial z}{\partial v}(1,1)$, sabendo que a função z é homogénea de grau 3 e $z(1,1) = \dfrac{5}{2}$.

4. Mostre que:

a) Não existe $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y(1 + \sin^2 y)}$.

b) Existe $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2(1 + \sin^2 y)}$ e diga qual é o seu valor.