

Exame de Época de Recurso — 2 de Fevereiro de 2016 — Duração: 2 horas

NOME: _____ N.º: _____

Cotação:

- Perguntas com alternativas: uma resposta certa vale 1 valor, uma resposta errada vale -0.25 valores.
- Perguntas 1 e 2: 1 valor
- Restantes perguntas: 2 valores

Reservado a classificações:

1.	2.	3.a)	b)	4.a)	b)	5.a)	b)	6.a)	b)	7.a)	b)	8.a)	b)

-
1. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional discreta. Assumindo que X e Y são independentes e que existem os valores esperado envolvidos, mostre que $E[XY] = E[X] E[Y]$.
-

RESPOSTA 1.

2. Seja X uma v.a. com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = ax + b, \quad 0 < x < 1$$

onde a e b são parâmetros reais. Determine a e b por forma a que $E[X] = 2/3$.

RESPOSTA 2.

3. Todos os dias o sr. José chega ao quiosque da esquina e lança um dado para decidir qual o tipo de publicação que compra: se obtiver menos de 3 pontos, compra um jornal desportivo; se obtiver 6 pontos, compra uma revista; nos restantes casos compra um jornal económico.

A decisão de seguidamente se sentar na esplanada próxima do quiosque depende do tipo de publicação que comprou: isto acontece com probabilidade 0.5 se compra um jornal desportivo, 0.3 se compra um jornal económico, e 0.7 se compra uma revista.

- a) Numa semana (7 dias) qual a probabilidade de o sr. José comprar uma revista no primeiro dia e um jornal económico nos restantes dias?

i) 0.0182

ii) ≈ 0

iii) 0.1667

iv) 0.0026

- b) Se ao passar pela esplanada vir o sr. José sentado a ler uma publicação, qual a probabilidade de esta ser um jornal desportivo?

RESPOSTA 3.

4. Considere uma v.a. X com função de distribuição dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.1 & 0 \leq x < 2 \\ 0.3 & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

a) Sobre X podemos dizer que

i) é contínua **ii)** $P(X > 1) = 0.9$ **iii)** $P(X < 4) = 0.4$ **iv)** $P(X = 2) = 0.3$

b) Calcule $\text{Var}(X)$.

RESPOSTA 4.

5. Seja X uma v.a. com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = k x^2, \quad 0 < x < 2$$

a) A constante k é

i) 1

ii) 3

iii) $3/8$

iv) 4

b) Calcule $P(X < 1 \mid X < 3/2)$.

RESPOSTA 5.

6. Denote-se por X o número de exames de condução que uma pessoa faz até ser aprovada, e por Y o número de acidentes de viação em que essa pessoa se vê envolvida no primeiro ano em que conduz. A distribuição conjunta do par (X, Y) é dada pela função probabilidade $f(x, y)$ representada na tabela abaixo:

$x \backslash y$	0	1	2
1	0.5	0.18	0.02
2	0.15	0.01	0.04
3	0.05	0.01	0.04

a) Sobre as variáveis X e Y podemos afirmar que

i) $P(Y > X) = 0.98$

ii) $P(X = 2 \mid Y = 1) = 0.05$

iii) são independentes

iv) $P(Y = 1) = 0.1$

b) Calcule e interprete a quantidade $E[Y \mid X = 2]$.

RESPOSTA 6.

7. Assuma que numa instalação fabril os acidentes de trabalho ocorrem segundo um processo de Poisson, e quem em média se dão 2 acidentes de trabalho por mês.

a) Qual a probabilidade de em seis meses se darem menos de 15, mas pelo menos 9, acidentes de trabalho?

i) 0.6170

ii) 0.1514

iii) 0.0250

iv) 0.6020

b) Admita que 90% dos acidentes de trabalho são de pequena gravidade e resultam em indemnizações de 500 euros, enquanto que os restantes são graves e resultam em indemnizações de 5000 euros. Calcule a probabilidade de, num total de 30 acidentes de trabalho, a seguradora ter de gastar até 35000 euros em indemnizações.

RESPOSTA 7.

8. Um produtor de laranjas possui dois pomares. Do pomar A, colhe laranjas cujo peso médio é 100 g com um desvio padrão de 10 g, enquanto do pomar B colhe laranjas cujo peso médio é 80 g com um desvio padrão de 9 g. Assumindo que o peso de uma laranja segue uma distribuição normal,
- a) Qual a probabilidade de uma laranja do pomar B ter um peso que difere (em valor absoluto) da média por mais de 13.5 g?
- i) ≈ 0 ii) 0.1336 iii) 0.8676 iv) 0.0668
- b) Considere um lote de 20 laranjas proveniente do pomar A e um lote de 15 laranjas proveniente do pomar B. Qual a probabilidade de a média dos pesos do lote proveniente do pomar A exceder a média dos pesos do lote proveniente do pomar B em mais de 15 g?
-

RESPOSTA 8.