



Lisbon School  
of Economics  
& Management  
Universidade de Lisboa

**MESTRADO EM**  
**MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO**  
**ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
**PROJETO**

**GERAÇÃO DOS HORÁRIOS DAS LICENCIATURAS DO ISEG**

**MARIA ABRANCHES MARTINS DE VILHENA FRAGOSO**

**ORIENTAÇÃO:**

PROFESSORA DOUTORA MARIA CÂNDIDA VERGUEIRO MONTEIRO CIDADE MOURÃO

PROFESSORA DOUTORA RAQUEL MONTEIRO DE NOBRE COSTA BERNARDINO

DOCUMENTO ESPECIALMENTE ELABORADO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE

**OUTUBRO – 2024**

## **Agradecimentos**

Apesar de o meu Trabalho Final de Mestrado ter sido elaborado individualmente, os contributos de certas pessoas foram imprescindíveis para a sua conclusão, pelo que me parece inevitável partilhar todo este apoio que me foi dado.

Primeiramente, gostaria de agradecer à Professora Doutora Raquel Bernardino, que, pela sua capacidade de transmitir conhecimento, me despertou o interesse pela Investigação Operacional durante a minha licenciatura, resultando na escolha deste mestrado. Em conjunto com a Professora Doutora Maria Cândida Mourão formaram uma equipa dinâmica e essencial para a orientação deste trabalho. Estou muito grata por todo o apoio, as respostas a dúvidas, as indicações e a disponibilidade para as reuniões semanais.

De seguida, gostaria de agradecer à minha família, particularmente aos meus pais, que me disponibilizaram e me deixaram escolher um percurso académico do meu agrado. Por todos os pequenos gestos e pela paciência, muito obrigada mãe, pai, avó, mano e Catarina.

Cabe-me também agradecer a alguns amigos que acompanharam de perto a realização deste trabalho:

- à Madalena, com quem partilhei o dia-a-dia durante os últimos cinco anos e a pessoa que melhor me conseguia ajudar com as minhas dúvidas;
- à Rita, com quem mais estudei e trabalhei durante estes dois últimos anos;
- e ao Gui, que me fez companhia enquanto o meu programa corria indefinidamente e que mais me ouviu falar acerca de um tema de que nada compreendia.

Por último e não menos importante, quero agradecer às minhas amigas do mestrado, que tornaram as aulas e os trabalhos mais divertidos e a todos os meus amigos da ginástica e do liceu que, pela sua companhia, me fizeram esquecer a monotonia e o stress da realização da tese.

## Resumo

O *university course timetabling problem* é uma variante de um problema de *timetabling*, no qual se pretende afetar um conjunto de aulas, com inúmeras características, a intervalos temporais e salas, em função de várias restrições identificadas. Distintas metodologias podem ser empregues para resolver instâncias de problemas deste tipo.

Este trabalho procura adaptar uma metodologia exata ao problema de geração dos horários de licenciatura do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade de Lisboa (ISEG). Para tal, desenvolveu-se um modelo de programação linear inteira, que foi, posteriormente, implementado em *Python* para se tentar atingir uma solução para o problema inicialmente identificado.

Deste modo, foram testadas metodologias distintas, com alterações em certas restrições, aplicadas a diversas instâncias compostas por aulas de cursos diferentes. Em função dos resultados obtidos nestes testes, conclui-se que a melhor metodologia contém 12 conjuntos de restrições e um algoritmo de fixação de eventos. Nestas restrições incluem-se as restrições de equilíbrio que procuram melhorar a qualidade da solução gerada.

Os horários gerados são semelhantes aos horários atuais das turmas do ISEG, apesar de, geralmente, o número de aulas por dia para cada turma ser mais uniforme, devido à imposição de restrições de equilíbrio. No entanto, por vezes persistem períodos de aulas consecutivos muito extensos, sem qualquer intervalo, que deveriam ser evitados.

Com este trabalho, estabelece-se uma base inicial importante para o desenvolvimento de uma metodologia alternativa ao *software* atualmente utilizado pela faculdade para a geração dos horários, com o objetivo de futuramente ser possível afetar todas as aulas de cada semestre.

**Palavras-chave:** *University course timetabling problem*, Modelo de programação linear inteira, Pré-processamento, Restrições de equilíbrio.

## Abstract

The university course timetabling problem is a variant of a timetabling problem, which involves assigning a set of classes, with numerous characteristics, to time slots and rooms, based on several identified constraints. Different methods can be used to solve instances of such problems.

This work aims to develop an exact method to the problem of creating timetables for undergraduate students at the Lisbon School of Economics and Management of the University of Lisbon (ISEG). To this end, an integer linear programming model was developed and implemented in *Python* to try to find a solution to the problem.

Several methodologies were tested, modifying certain constraints and applying them to different instances consisting of classes from different courses. Based on the results obtained from these tests, it was determined that the best method contains 12 sets of constraints and an event-fixing algorithm. The constraints include equilibrium constraints that aim to improve the quality of the generated solution.

The timetables generated are similar to the current ISEG timetables, although the number of lessons per day for each class is generally more balanced due to the equilibrium constraints. However, there are sometimes very long periods of consecutive lessons without breaks, which should be avoided.

This work creates an important initial basis for the development of an alternative method to the software currently used by the institution to create timetables for undergraduate students, with the aim of assigning all classes of each semester in the future.

**Keywords:** University course timetabling problem, Integer linear programming model, Preprocessing, Equilibrium constraints.

# Índice

Índice de Tabelas .....	vii
Índice de Figuras .....	viii
Lista de Abreviaturas.....	ix
Capítulo 1. Introdução.....	1
1.1 Motivação .....	1
1.2 Problema em estudo .....	2
1.3 Objetivos.....	3
1.4 Estrutura do relatório .....	3
Capítulo 2. Revisão da literatura .....	4
2.1 <i>Timetabling</i> .....	4
2.1.1 Categorias de problemas de <i>educational timetabling</i> .....	5
2.1.2 Características dos problemas de <i>educational timetabling</i> .....	6
2.2 <i>University course timetabling problem</i> .....	8
2.2.1 Caracterização do <i>university course timetabling problem</i> .....	9
2.2.2 Métodos de resolução do <i>university course timetabling problem</i> .....	9
Capítulo 3. Apresentação do problema .....	12
3.1 O UCTP no ISEG .....	12
3.2 Caracterização do UCTP no ISEG .....	15
3.3 Tratamento dos dados .....	17
Capítulo 4. Metodologia.....	21
4.1 Formulação do problema em programação linear inteira.....	21
4.1.1 Formulação matemática.....	21
4.1.2 Considerações adicionais na escrita do modelo .....	25
4.2 Implementação da metodologia.....	26

4.2.1	Procedimento de fixação de eventos .....	26
4.2.2	Restrições de equilíbrio .....	27
4.2.3	Alterações em função dos semestres .....	28
4.3	<i>Python e Gurobi</i> .....	29
Capítulo 5.	Resultados.....	31
5.1	Análise crítica à metodologia .....	31
5.1.1	Modelo com e sem o algoritmo de fixação de eventos .....	31
5.1.2	Modelo com e sem as restrições de equilíbrio.....	32
5.1.3	Outras comparações.....	34
5.2	Apresentação da solução obtida .....	35
5.2.1	Solução para o primeiro semestre.....	36
5.2.2	Solução para o segundo semestre .....	37
5.3	Análise das soluções obtidas .....	39
5.4	Algumas críticas à metodologia .....	49
Capítulo 6.	Conclusão .....	51
	Referências Bibliográficas.....	54
	Anexo A1 – Quadro ilustrativo das manchas horárias disponíveis para a realização dos eventos de cada curso, em cada semestre. ....	56
	Anexo A2 – Tempo de criação das restrições do segundo semestre para o modelo sem sobreposição de eventos. ....	57
	Anexo A3 – Horário gerado para a turma ECO03M21.....	57

## Índice de Tabelas

Tabela 5.1 - Tabela sumário dos resultados do modelo com e sem o algoritmo de fixação de eventos. ....	31
Tabela 5.2 - Tabela sumário dos resultados do modelo com e sem as restrições de equilíbrio.....	32
Tabela 5.3 - Tabela sumário dos resultados do modelo com outras instâncias do primeiro semestre. ....	35
Tabela 5.4 - Cardinalidade dos conjuntos do modelo de PLI de uma semana de cada semestre. ....	36
Tabela 5.5 - Tempo de criação dos conjuntos de restrições para o primeiro semestre. .	37
Tabela 5.6 - Tempo de criação dos conjuntos de restrições para o segundo semestre com sobreposição. ....	37
Tabela A.1 - Manchas horárias disponíveis para a realização dos eventos de cada curso. ....	56
Tabela A.1 - Tempo de criação dos conjuntos de restrições para o segundo semestre sem sobreposição. ....	57

## Índice de Figuras

Figura 3.1 - Excerto do ficheiro de <i>Excel</i> criado com os eventos do primeiro semestre.	19
Figura 5.1 - Horário da turma GES01M11 criado pelo modelo de PLI sem as restrições de equilíbrio.....	33
Figura 5.2 - Horário da turma GES01M11 criado pelo modelo de PLI com as restrições de equilíbrio.....	33
Figura 5.3 - Horário da turma GES01M11 criado pelo modelo de PLI.....	39
Figura 5.4 – Horário da turma GES01M11 de 2023-2024.....	40
Figura 5.5 - Horário da turma MAEG02T21 criado pelo modelo de PLI.....	41
Figura 5.6 - Horário da turma MAEG02T21 de 2023-2024.....	42
Figura 5.7 - Horário da turma GDESP02M01 criado pelo modelo de PLI.....	43
Figura 5.8 - Horário da turma GDESP02M01 de 2023-2024.....	43
Figura 5.9 - Horário da turma GES03M11 criado pelo modelo de PLI.....	44
Figura 5.10 - Horário da turma GES03M11 de 2023-2024.....	45
Figura 5.11 - Horário do docente d1 criado pelo modelo de PLI.....	46
Figura 5.12 - Horário do docente d1 de 2023-2024.....	47
Figura 5.13 - Horário da sala F2AF3 criado pelo modelo de PLI.....	47
Figura 5.14 - Horário da sala F2AF3 de 2023-2024.....	48
Figura A.1 - Horário da turma ECO03M21 criado pelo modelo de PLI.....	57



## Lista de Abreviaturas

ACED-LMAEG – Análise Complexa e Equações Diferenciais

AF – Anfiteatro dos edifícios Francesinhas 1 e Francesinhas 2

ANF – Anfiteatro do edifício Quelhas 6

AUD – Auditório

CIF – Cálculo e Instrumentos Financeiros

E1 – Economia 1

E1-G – Economia 1 do curso de Gestão

E1-G-E – *Economics* 1 do curso de *Management*

ECN – *Economics*

ECO – Economia

F1 – Francesinhas 1

F2 – Francesinhas 2

FNC - *Finance*

GES – Gestão

GDESP – Gestão do Desporto

ID – Introdução ao Direito

IG – Introdução à Gestão

ISEG – Instituto Superior de Economia e Gestão

LEST-LMAEG – Laboratório de Estatística

M1 – Matemática 1

M1-E – *Mathematics* 1

MAEG – Matemática Aplicada à Economia e à Gestão

MNG - *Management*

PATAT - *Practice And Theory of Automated Timetabling*

PLI – Programação linear inteira

Q6 – Quelhas 6

UC – Unidade curricular

UCs – Unidades curriculares

UCTP – *University course timetabling problem*

## Capítulo 1. Introdução

No capítulo introdutório, abordam-se as motivações por detrás do desenvolvimento deste projeto, apresenta-se o problema estudado, os respetivos objetivos e explica-se a estrutura do presente relatório.

### 1.1 Motivação

Todos os anos letivos, um conjunto de funcionários da Secretaria das Licenciaturas do Instituto Superior de Economia e Gestão (doravante, ISEG) da Universidade de Lisboa encarrega-se de gerar os horários das licenciaturas da faculdade, com o auxílio de um *software* desenvolvido por uma empresa externa. Esta metodologia tem-se revelado útil para a realização desta tarefa; contudo, apresenta alguns problemas de eficiência relativamente à introdução de especificidades do problema e ao tempo de execução do *software* para a obtenção de propostas de horário, que é de aproximadamente uma hora e meia. Deste modo, tratando-se de um problema de *timetabling* específico desta faculdade, é interessante estudar as suas características e explorar outras abordagens para a sua resolução.

A temática do *timetabling*, apesar de não ter sido abordada no decorrer do Mestrado em Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial, abrange diversos problemas que podem ser resolvidos recorrendo a técnicas lecionadas em diferentes unidades curriculares (doravante, UCs) do mestrado. Desta forma, o desenvolvimento de uma metodologia capaz de automatizar o processo de criação de horários na faculdade foi proposto pela coordenação do mestrado como um tema de trabalho final.

Esta proposta de tema traduzia-se, na minha perspetiva, num interesse dos docentes e da faculdade em elaborar este projeto. Como estudante do ISEG na licenciatura e no mestrado, o conhecimento adquirido, à partida, acerca do funcionamento da faculdade e a perceção da organização das turmas e, conseqüentemente, da estruturação dos horários facilitaram a escolha deste tema.

Adicionalmente, pela possibilidade de aplicação de métodos concretos e aprofundados durante este ciclo de estudos, este tema revelou-se bastante interessante. Esta

praticabilidade do problema e a eventual aplicação da metodologia criada foram fulcrais no momento da escolha do tema.

## 1.2 Problema em estudo

O ISEG tem uma configuração de horário bastante estruturada e escolhida com atenção a certos pormenores. Atualmente, é utilizado um *software* desenvolvido por uma empresa externa capaz de realizar simulações de horários de forma rápida e com várias personalizações. No entanto, estes horários precisam de ser ajustados e adaptados manualmente.

O problema em estudo consiste na produção e organização dos horários das várias licenciaturas da faculdade, ou seja, na resolução de uma instância real de um *university course timetabling problem* (doravante, UCTP). Este tipo de problemas é amplamente estudado na literatura; contudo, pelas inúmeras especificidades exigidas por cada instituição, a formulação e respetiva solução são diferenciadas.

Neste caso, está-se perante um problema em que se pretende gerar os horários de todas as licenciaturas da faculdade para cada um dos semestres. Inúmeras restrições, inerentes aos problemas de *timetabling* são aplicáveis, apesar de surgirem alguns aspetos adicionais a ter em consideração. De facto, no ISEG, os turnos, isto é, uma turma ou um conjunto de turmas, são constituídos antes da estruturação dos horários. Por outro lado, o agrupamento de docentes e de turmas é também feito previamente e deve ser considerado como um dado para a resolução do problema. Para além disto, cada turma, ou seja, cada conjunto específico de alunos de uma licenciatura, em função do ano letivo a que pertence, tem intervalos horários específicos para as suas aulas, o que reduz as possibilidades de afetação de aulas no horizonte de planeamento. Pela dimensão e pelas particularidades inerentes, este problema é bastante complexo e, conseqüentemente, difícil de resolver.

Após um estudo inicial à temática da criação de horários, observou-se que várias metodologias foram consideradas para a resolução deste problema específico, tendo-se decidido pela definição de um modelo de programação linear inteira (PLI).

### 1.3 Objetivos

Com este trabalho, procura-se entender e estudar as características do UCTP e, em particular, do problema específico do ISEG, nomeadamente, as restrições e as variáveis necessárias para a sua resolução. Deste modo, pretende-se traduzir este problema real por um modelo matemático (neste caso, utilizando PLI) que, se resolvido, geraria a solução do problema.

Adicionalmente, pretende-se comparar os resultados gerados com os horários atuais do ISEG, para a validação dos modelos desenvolvidos.

Por último, pretende-se que o método concebido seja, futuramente, aprofundado, melhorado e tornado *user-friendly*. De certo modo, espera-se iniciar o desenvolvimento de uma alternativa ao *software* atualmente utilizado no ISEG para a criação dos horários, que seja eficiente e menos dispendiosa para a faculdade.

### 1.4 Estrutura do relatório

Este trabalho encontra-se dividido em seis capítulos. Num primeiro momento, foi feita a introdução ao tema, na qual se apresentaram o problema, as motivações e os objetivos do estudo. De seguida, no Capítulo 2, é referida a literatura pertinente para o desenvolvimento do tema, nomeadamente, diversos artigos acerca da temática do *timetabling*, do UCTP, incluindo métodos de resolução e características.

No Capítulo 3, apresenta-se o problema específico do ISEG, incluindo todas as suas particularidades e condicionantes. Adicionalmente, faz-se referência ao tratamento dos dados necessários à resolução deste UCTP. Seguidamente, no Capítulo 4, é descrita a metodologia aplicada, especificando-se a formulação matemática do problema.

No Capítulo 5, são relatados os resultados obtidos com recurso à metodologia desenvolvida aplicada a instâncias distintas, acompanhados por uma comparação com os horários atuais da faculdade. O trabalho é finalizado com as conclusões no Capítulo 6.

## Capítulo 2. Revisão da literatura

Para se iniciar a abordagem ao problema específico deste trabalho, é necessário esclarecer alguns conceitos. Deste modo, na Secção 2.1, é apresentada a literatura relacionada com *timetabling*, nomeadamente as características e os objetivos dos problemas inseridos neste âmbito, com um maior foco na temática do *educational timetabling*. Na Secção 2.2, faz-se referência à literatura referente ao UCTP, especificando-se as características e alguns dos métodos de resolução estudados.

### 2.1 *Timetabling*

Diversas instituições são responsáveis por um grande número de atividades de diferentes durações que implicam vários indivíduos. Pela elevada complexidade que existe por detrás do funcionamento de determinada entidade, surge a necessidade de criar horários para facilitar a coordenação e a realização das tarefas. Apesar de poder ser feito manualmente, o processo de criação de um horário é moroso e carece do envolvimento e da disponibilidade de indivíduos designados para o efeito; por vezes, apesar do esforço realizado, não se chega a um resultado satisfatório (Almeida, et al., 2023).

Tendo em conta esta necessidade, o estudo do procedimento de criação de horários tem sido uma temática abordada desde os anos 50 do século XX (Wren, 1995), sobretudo na área da investigação operacional. Mais tarde, a partir de Gotlieb (1963), começaram a surgir avanços na automatização deste processo (Schaerf, 1996). Inicialmente, abordava-se o problema partindo do conceito de *scheduling* que, segundo Wren (1995), consiste na afetação de recursos a objetos no espaço e no tempo, consoante um conjunto de restrições. Este autor é o primeiro a apresentar o termo *timetabling*, como um caso específico da atividade de *scheduling*.

Atendendo às várias definições propostas na literatura, detetam-se diferentes elementos característicos de um problema de *timetabling*. Efetivamente, identificam-se eventos, locais e intervalos temporais, aos quais se associam um conjunto de restrições. Para a sua resolução, e de acordo com o objetivo estabelecido, é selecionada uma metodologia para afetar os eventos aos locais e aos intervalos temporais, satisfazendo as restrições previamente definidas (Babaei, et al., 2015).

O *timetabling* pode surgir em vários contextos, levando à formulação de diversos problemas. Alguns exemplos incluem *educational timetabling*, *transport timetabling*, *healthcare institutions timetabling*, *sports timetabling* ou *employee timetabling* (Fen, 2010; Gröbner, et al., 2003). Apesar de ser feita esta classificação, considera-se que alguns problemas, pela sua especificidade e pelas restrições que apresentam, devem integrar várias categorias e não apenas uma (Schaerf, 1996). Neste projeto, está-se perante um problema concreto de *educational timetabling*, que se analisará de forma mais aprofundada.

### 2.1.1 Categorias de problemas de *educational timetabling*

De um modo mais específico, através da formulação de um problema de *educational timetabling*, pretende-se chegar à composição de um horário para uma determinada instituição de ensino, composto por uma sequência de aulas (neste caso, os eventos), lecionadas por diversos docentes e frequentadas por um grupo de alunos, de uma ou várias turmas. Os eventos decorrem num período específico do dia e da semana (os períodos temporais) e num local designado, isto é, a sala de aula (Schaerf, 1996). Estas especificidades são coordenadas em função de um extenso conjunto de restrições.

Existem inúmeras variantes dos problemas de *educational timetabling*, que derivam da instituição e das restrições que esta apresenta. No entanto, estas podem ser classificadas em três categorias principais: *school timetabling*, *examination timetabling* e *university course timetabling* (Babaei, et al., 2015; Schaerf, 1996).

Os problemas de *school timetabling* consistem no planeamento semanal de todas as aulas de uma escola. Nestes, os alunos estão agrupados em turmas que são afetadas a intervalos temporais, conjuntamente com os professores e as salas (Pillay, 2014). O horário construído procura satisfazer um conjunto de restrições tais como impedir, por exemplo, que dois professores distintos sejam afetados à mesma turma no mesmo horário ou que se atribuam duas turmas ao mesmo professor à mesma hora (Schaerf, 1996).

Esta classe de problemas foi pouco desenvolvida academicamente, tendo-se realizado um reduzido número de testes às metodologias apresentadas, devido à falta de dados de

referência. Quanto às categorias de *examination* e de *university course*, foram apresentados mais estudos e os temas foram mais amplamente analisados (Pillay, 2014).

O *examination timetabling* visa calendarizar exames em intervalos temporais e salas (Mandal, et al., 2020). Este tipo de problema está também sujeito a restrições, tais como impedir a sobreposição de exames para um determinado grupo de alunos e favorecer a dispersão das datas de realização dos mesmos (Schaerf, 1996).

Por último, o UCTP compreende o planeamento semanal de eventos de uma unidade curricular (doravante, UC), afetando-os a intervalos temporais e a salas de aula (Chen, et al., 2021). Novamente, surge um conjunto de restrições que devem ser consideradas.

Como foi previamente mencionado, o caso em estudo é um problema de *educational timetabling*, cujo objetivo é escalonar os horários das turmas de todas as UCs de todas as licenciaturas do ISEG, correspondendo assim a um UCTP. Deste modo, a análise das características, objetivos e metodologias de resolução será focada neste tipo de problema.

### 2.1.2 Características dos problemas de *educational timetabling*

Cada problema de *timetabling* está sujeito a restrições específicas e pretende alcançar um determinado objetivo definido. Assim, de seguida, clarificam-se os tipos de restrições existentes e identificam-se alguns dos objetivos que surgem na literatura.

#### Restrições

Como foi referido previamente, os problemas de *timetabling* contêm geralmente certos conjuntos de restrições. Por um lado, existem os *search* ou *satisfiability problems*, nos quais se pretende satisfazer todas as restrições definidas; por outro lado, surgem os problemas de otimização, onde se visa satisfazer todas as restrições denominadas de *hard* e otimizar uma função objetivo, que pode estar associada a outro tipo de restrições, denominadas de *soft* (Schaerf, 1996).

Efetivamente, pode efetuar-se uma distinção entre restrições *soft* e *hard*. A decisão de classificar cada restrição numa destas tipologias incumbe à instituição (Chen, et al., 2021).

Assim, restrições *hard* representam requisitos impostos pela entidade que devem ser imperativamente satisfeitos para que a solução do problema seja admissível. Elas representam, então, situações como, por exemplo, o facto de um indivíduo, seja docente ou aluno, não poder estar em dois sítios em simultâneo. As restrições *soft* estão associadas à qualidade da solução obtida, sendo que, quanto mais restrições deste tipo forem satisfeitas, melhor será a qualidade do horário produzido. Assim, este segundo tipo de requisitos é um conjunto de preferências que se desejam ver cumpridas, mas que não são essenciais à construção do horário, podendo não ser cumpridas (Petrovic & Burke, 2004). Apesar disto, procura-se sempre maximizar o número de restrições *soft* satisfeitas (Song, et al., 2018).

Tendo em conta a complexidade do funcionamento de uma instituição e o número de pessoas envolvidas, cada problema específico de *timetabling* terá um elevado número de restrições que diferem consoante o estabelecimento e as disponibilidades dos seus funcionários. Em particular, os requisitos impostos para problemas de *educational timetabling* podem ainda ser dependentes das políticas educacionais de cada país ou de cada região (Chen, et al., 2021).

Adicionalmente, as restrições podem ser agrupadas em função da sua finalidade. Nesse sentido, Marrão (2023) e Chen, et al. (2021) identificam requisitos que garantem cinco condições: singularidade, totalidade, consecutividade, periodicidade e pré-atribuição. A primeira, singularidade, refere-se ao impedimento de sobreposição e de conflitos entre eventos para cada aluno, docente e em cada sala de aula. De seguida, a totalidade assegura a composição de um horário completo, onde todos os eventos são alocados. Em relação às duas seguintes condições, consecutividade e periodicidade, o objetivo é permitir que um evento possa ocupar intervalos temporais consecutivos e que um evento, que usufrua dos mesmos recursos, integre os mesmos indivíduos e apresente as mesmas especificidades possa ocorrer várias vezes em períodos distintos numa semana. Por último, as condições pré-atribuídas referem-se a requisitos que são fixados previamente à elaboração do horário, como por exemplo, a afetação de eventos do tipo teórico de uma UC a dias específicos da semana.



## Objetivos

Cada problema de *timetabling* pode ter objetivos diferentes. Apesar de a maioria se focar na satisfação do maior número possível de restrições *soft*, os objetivos e, conseqüentemente, as funções objetivo dependem da categoria em que o problema se insere, da metodologia utilizada para o resolver e dos desejos da instituição.

De facto, Babaei, Karimpour & Hadidi (2015) identificam a função objetivo como uma função de minimização da penalidade que advém da violação de restrições *soft*. Outros exemplos de objetivos reportados na bibliografia, mais especificamente direcionados ao UCTP, são referidos por Almeida et al. (2023). A título ilustrativo, saliente-se a minimização dos custos operacionais<sup>1</sup> para a faculdade, a promoção da compacidade do horário para cada licenciatura, a minimização do número de dias diferentes numa semana em que ocorrem eventos de uma UC e a minimização do número de salas ocupadas por eventos de uma mesma UC. Por vezes, também se procura aligeirar a carga horária dos alunos, ao limitar o número de eventos consecutivos, ou ainda, evitar que tenham dias com um evento apenas. Alguns destes objetivos podem ainda ser combinados, recorrendo-se a uma abordagem multi-objetivo (Chen, et al., 2021).

Atendendo a estas características, torna-se possível clarificar as especificidades do UCTP e as principais metodologias de resolução conhecidas.

## **2.2 University course timetabling problem**

Como explicado previamente, o UCTP visa efetuar o escalonamento semanal de eventos, frequentados por alunos agrupados em turmas e lecionados por docentes, que estão afetos a diversas UCs de cursos distintos, em períodos e salas de aulas, por vezes, específicas, consoante a disponibilidade de todos os recursos.

O UCTP é subdividido em dois tipos: o *curriculum-based* e o *post-enrolment* (Chen, et al., 2021; Marrão, 2023). Ambos procuram afetar semanalmente eventos a salas e

---

<sup>1</sup> Por custos operacionais entendem-se os custos relacionados com a contratação de docentes ou com a manutenção e a limpeza das instalações.

intervalos temporais, satisfazendo restrições *hard* e, tanto quanto possível, *soft*. A diferença surge no momento em que os horários são construídos: o primeiro é definido apenas com base no plano curricular de um curso definido pela instituição, isto é, não considera o número de alunos inscritos em cada uma das UCs; no segundo, constrói-se um horário após a inscrição dos estudantes nas diversas UCs de uma faculdade (Mansour & Hanaa, 2013).

### 2.2.1 Caracterização do *university course timetabling problem*

De uma forma geral, o UCTP é um problema de otimização combinatória (doravante, POC) que representa um problema real, tornando-se difícil pelo grande número de restrições apresentadas e pelo conjunto de recursos limitados (Mandal, et al., 2020).

De facto, na maioria das variantes abordadas na literatura conhecida, o UCTP é um problema NP-difícil (Schaerf, 1996). Adicionalmente, tratando-se de um POC, o que se pretende com a sua implementação é a procura por uma solução admissível de boa qualidade (Chen, et al., 2021). Para tal, recorre-se a uma determinada metodologia, podendo esta ser exata ou aproximada, como se verá de seguida.

### 2.2.2 Métodos de resolução do *university course timetabling problem*

Para resolver um UCTP, foram testadas várias metodologias e os seus resultados foram comparados em inúmeras revisões de literatura (Abdipoor, et al., 2023; Babaei, et al., 2015; Chen, et al., 2021). Estes artigos analisam os resultados obtidos através de diversos métodos que recorrem a instâncias apresentadas na *International Timetabling Competition: PATAT (Practice And Theory of Automated Timetabling)* e que são, portanto, as instâncias de referência da literatura (Abdipoor, et al., 2023). Estas podem ser simples ou complexas e permitem avaliar e comparar o desempenho das metodologias propostas, em função da qualidade e da admissibilidade da solução obtida e da rapidez com que é alcançada (Chen, et al., 2021). Existem ainda instâncias reais, que derivam de dados de uma instituição específica. Porém, como recorrem a uma metodologia adaptada para o problema concreto e como tratam de dados confidenciais, não são usualmente utilizadas para comparar diversos métodos.

Segundo a literatura, identificam-se seis principais categorias de técnicas de resolução de um UCTP: os modelos de programação linear inteira (PLI), as heurísticas, as meta-heurísticas de solução única, as meta-heurísticas populacionais, as hiper-heurísticas e, ainda, algumas hibridizações destas metodologias.

A primeira categoria de técnicas de resolução destes problemas corresponde a modelos de PLI para obtenção de uma solução exata. Nos métodos heurísticos incluem-se procedimentos, tais como o *graph colouring* (Nandal, et al., 2021). Existem ainda as meta-heurísticas de solução única, como as baseadas em pesquisa local, onde se inserem os algoritmos de *tabu search*, *simulated annealing*, *hill climbing*, *variable neighborhood descent*, *large neighborhood search* e de *local iterated search*. Adicionalmente, pode recorrer-se a meta-heurísticas populacionais que fazem interagir várias soluções em simultâneo a fim de obter melhores soluções. Nestas incluem-se os algoritmos genéticos, *population based local search* ou *swarm intelligence* (onde se inserem a *ant colony optimisation*, a *particle swarm optimisation*, a *fish swarm intelligence*, ou o *honey-bee mating*). Relativamente às hiper-heurísticas, uma das combinações de heurísticas testada por Muklason et al. (2019) utiliza os algoritmos de *tabu search* e de *variable neighbourhood search*. Por último, a literatura refere alguns exemplos de hibridizações de metodologias, incluindo a combinação de *clustering* e *colour mapping* (Shatnawi, et al., 2012), heurísticas e *clustering* (Sze, et al., 2017) ou ainda de um algoritmo genético com *hill climbing* e *simulated annealing* (Abdipoor, et al., 2023; Akkan & Gülcü, 2018; Babaei, et al., 2015; Chen, et al., 2021; Schaerf, 1996).

Ainda que os métodos exatos conduzam a soluções ótimas, normalmente, apenas são aplicados de forma eficiente a problemas de menor dimensão, pelo que se recorre sobretudo a métodos não exatos, na tentativa de obter soluções de boa qualidade, de forma eficiente (Chen, et al., 2021).

O desempenho destas metodologias é avaliado em função da velocidade de resolução do problema, da qualidade e da admissibilidade da solução. Pelos resultados decorrentes da comparação destas técnicas, para instâncias de referência, as meta-heurísticas são as metodologias mais utilizadas, enquanto, para casos reais, costuma recorrer-se a métodos híbridos (Chen, et al., 2021).

Apesar do aparecimento de todas estas metodologias e do constante avanço tecnológico, alguns autores acreditam que o processo de *timetabling* não poderá ser totalmente automatizado, pelo que terá sempre de ter algum nível de intervenção humana (Schaerf, 1996). De facto, um problema de geração do horário de uma instituição requer inúmeros detalhes e restrições, que acabam por ter de ser impostos manualmente. Assim, uma técnica de resolução para um problema de *timetabling* será tanto mais eficiente quanto mais direcionada e específica for.

Como referido anteriormente, a maioria das metodologias aplicadas a instâncias reais são abordagens heurísticas. Contudo, decidi utilizar-se um modelo de PLI para se chegar a uma solução ótima.

## Capítulo 3. Apresentação do problema

Neste capítulo, inicia-se o estudo do UCTP específico do ISEG, referindo-se todas as suas particularidades, incluindo as nomenclaturas utilizadas, na Secção 3.1, e as restrições exigidas, na Secção 3.2. O primeiro contacto com os dados do problema é realizado através do seu tratamento, explicitado na Secção 3.3.

### 3.1 O UCTP no ISEG

O UCTP consiste na afetação de eventos a intervalos temporais e salas. Estes eventos correspondem a aulas com características que as tornam únicas. No ISEG, um evento define-se pelo seu tipo (teórico, teórico-prático, prático), a sua duração, a UC a que se refere, o curso (ou os cursos) a que se destina e, conseqüentemente, a turma (ou as turmas) que o frequentam, o docente que o leciona e o ano letivo e o semestre em que ocorre (definido no plano curricular de uma determinada licenciatura). Por exemplo, o evento 526A corresponde ao primeiro evento teórico da UC de Análise Matemática I que ocorre no primeiro semestre, lecionado pelo docente 137 (id1) às turmas M21 e M22 do primeiro ano do curso de MAEG, M21 e M22 do terceiro ano dos cursos de Gestão e Economia e com duração de uma hora e meia (como se verifica na Figura 3.1). Nesta faculdade, os turnos, isto é, a combinação de turmas afetadas a um determinado evento, e os docentes que o lecionam são definidos antes da construção dos horários. Assim, neste UCTP, um evento é associado a um determinado grupo de indivíduos (alunos e docentes) à partida.

No ISEG, a construção dos horários é feita separadamente para cada semestre, visto que têm eventos independentes e não se sobrepõem no calendário escolar. Deste modo, com o presente trabalho, pretende-se resolver duas instâncias distintas que, apesar de terem o mesmo objetivo e de poderem ser resolvidas através da mesma metodologia, diferem em certos aspetos, nomeadamente nos eventos presentes. Para além disto, os horários das diversas turmas são apresentados antes do início do período letivo, construídos com base nos horários de mestrado e de doutoramento, nas preferências e pedidos de certos departamentos e docentes e nas exigências da direção. Os alunos apenas escolhem o horário (isto é, as turmas) depois de este já ter sido criado. Trata-se, então, de um UCTP do tipo *curriculum-based*.

Em cada semestre, é preciso considerar toda a informação referente aos eventos, às UCs, às turmas, aos cursos, aos docentes e às salas. O ISEG oferece seis licenciaturas exclusivas (Economia, Gestão, Matemática Aplicada à Economia e à Gestão, *Economics*, *Management* e *Finance*) e quatro licenciaturas em colaboração com outras faculdades (Estudos Africanos, Estudos Europeus, Estudos Gerais e Gestão do Desporto<sup>2</sup>). Cada curso é designado por uma sigla: ECO – Economia; GES – Gestão; MAEG – Matemática Aplicada à Economia e à Gestão; ECN – *Economics*; MNG – *Management*; FNC – *Finance*; e GDESP – Gestão do Desporto. Complementarmente, o ISEG dispõe de 20 mestrados e cinco doutoramentos exclusivos e de mais três mestrados e sete doutoramentos em colaboração com outras faculdades. Os horários de licenciatura (primeiro ciclo) são criados após a definição dos horários de mestrado (segundo ciclo) e doutoramento (terceiro ciclo), pelo que as disponibilidades de salas e de docentes são condicionadas por estes. Desta forma, no problema estudado, cujo foco é a elaboração dos horários das licenciaturas, os horários de segundo e terceiro ciclos são introduzidos como dados e não são alterados. Isto significa que todas as salas e docentes ocupados por aulas de mestrado e de doutoramento num determinado período de um dia não estão disponíveis nesses instantes para os horários de licenciatura.

Cada curso de licenciatura tem entre uma e oito turmas em que a numeração das turmas é diferente para cada curso. De facto, o curso de ECO é composto pelas turmas 01 a 05, o curso de GES tem as turmas 11 a 18 e o curso de MAEG tem duas turmas, 21 e 22. Os cursos em inglês têm uma turma cada um, 01 para ECN, 11 para MNG, 31 para FNC, tal como o curso de GDESP com a turma 01. O número de turmas de cada curso poderá variar em função do ano curricular. Cada turma, em função do ano curricular a que diga respeito, terá uma mancha horária no período da manhã (das 8:00 às 13:30) ou no período da tarde (das 13:30 às 19:00). Assim, cada uma é identificada pelo ano curricular (primeiro, segundo ou terceiro) e pelo correspondente intervalo temporal. As turmas com eventos de manhã e de tarde são identificadas por um ‘M’ e por um ‘T’, respetivamente.

---

<sup>2</sup> À exceção da licenciatura em Gestão do Desporto, cujo plano curricular é composto por UCs destinadas especificamente a este curso, os alunos das restantes licenciaturas em colaboração com outras faculdades frequentam UCs das licenciaturas exclusivas do ISEG, pelo que não têm turmas distintas.

Deste modo, por exemplo, a turma 01 do terceiro ano do curso de ECO é identificada por ECO03M01.

O ISEG publica o plano curricular de todas as licenciaturas para cada semestre de cada ano, que corresponde ao percurso recomendado. No entanto, para algumas UCs, pelo elevado número de reprovações, podem disponibilizar-se eventos para um certo número reduzido de turmas, fora do percurso recomendado. No terceiro ano, os alunos têm também à sua disposição UCs optativas, que devem escolher para completar o seu curso. Assim, existem ainda as turmas compostas apenas por UCs optativas e as compostas por UCs que abrem no semestre contrário ao do percurso recomendado. Os eventos destas turmas estão dispostos no período da manhã ou no período da tarde, de forma a evitar a sobreposição com as aulas obrigatórias do currículo das licenciaturas a que se destinam. Por exemplo, como as aulas de terceiro ano das licenciaturas exclusivas do ISEG decorrem no período da manhã de segunda-feira a quinta-feira, as UCs de terceiro ano exclusivamente optativas (isto é, que não pertencem a nenhum currículo de curso específico) apenas podem ocorrer no período da tarde desses mesmos dias ou à sexta-feira.

Adicionalmente, como já foi referido, cada evento é caracterizado por um tipo (teórico, teórico-prático ou prático) e é destinado a um turno. Um turno é composto por apenas uma turma ou por um conjunto de turmas, que podem pertencer a cursos diferentes, pelo que é preciso assegurar a conformidade dos horários de todas as licenciaturas. Para além disto, a matéria de algumas UCs é dividida em vários módulos de lecionação. Cada um, mesmo que pertença a uma única UC, pode ter um docente diferente (apesar de esta situação apenas ocorrer esporadicamente para as UCs de licenciatura). Assim, o conjunto de eventos do mesmo tipo, da mesma UC e do mesmo turno é especificamente lecionado por um ou vários docentes. Deste modo, deve avaliar-se a disponibilidade (em função dos horários de mestrado e doutoramento), identificar as potenciais restrições horárias (por questões pessoais, de saúde ou profissionais) e impossibilitar a sobreposição de eventos para cada um dos docentes<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Para tal, definiu-se que todos os docentes são afetos aos eventos que lecionam em todas as semanas do semestre, independentemente da duração do módulo de lecionação.

Os eventos são caracterizados ainda pela sua duração. No ISEG, os horários são gerados por períodos de meia hora, sendo que as aulas de licenciatura duram entre uma e quatro horas, ou seja, entre dois e oito períodos.

Por último, cada evento é definido pelo número de alunos que envolve e é afetado a uma sala em função da sua lotação. Por vezes, alguns eventos requerem salas específicas, como é o caso dos eventos do tipo teórico, que se realizam exclusivamente nos anfiteatros, ou dos eventos que necessitam de salas de computadores. Os restantes eventos podem realizar-se em qualquer tipo de sala. As salas no ISEG são identificadas pelo nome do edifício (F1 – Francesinhas 1; F2 – Francesinhas 2; Q6 – Quelhas 6) e pelo indicador da sala (os anfiteatros dos edifícios F1 e F2 são denominados por AF – AF1, AF2, AF3, AF4, AF21, AF22, AF23, AF24 –, os anfiteatros do Q6 são denominados por ANF – ANF1, ANF2, ANF3, ANF4 –, os auditórios são denominados por AUD – AUD3, AUD4, AUD5 - e as restantes salas são numeradas em função do piso do edifício – 0, 1, 2 ou 3 – e do número – 1 a 18). Por exemplo, a sala 14 no piso 2 do edifício Francesinhas 1 é identificada por F1 214.

Tendo em conta as designações utilizadas pela faculdade e o funcionamento das aulas de licenciatura do ISEG, pode então prosseguir-se para a adaptação destes dados para a formulação de um UCTP.

### **3.2 Caracterização do UCTP no ISEG**

Atualmente, os horários são criados por funcionários da Secretaria das Licenciaturas, através de um *software* desenvolvido pela empresa *Bullet Solutions*, o *Bullet Timetabler*. Este *software* incorpora toda a informação referente ao semestre, necessária para construir os novos horários e demora cerca de uma hora e meia a obter uma proposta de horário. Contudo, apesar da sua eficiência, algumas especificidades, que não são consideradas pelo *software*, requerem alterações manuais à solução produzida. Estas especificidades são casos conhecidos pelos funcionários da Secretaria das Licenciaturas, aplicados em anos anteriores ao processo de geração dos horários ou ainda pedidos pontuais efetuados pelos departamentos. Outro inconveniente para o ISEG reside na utilização de um



*software* externo à faculdade, traduzindo-se em custos adicionais, que poderiam ser evitados se existisse uma metodologia desenvolvida pela instituição.

O objetivo deste trabalho consiste em dar os primeiros passos para encontrar uma metodologia alternativa à aplicação do referido *software*, que defina os horários das diversas turmas de licenciatura da faculdade, de tal forma que o resultado obtido constitua uma solução admissível para o problema específico desta instituição. Deste modo, procura-se uma solução para este problema de otimização, que terá de satisfazer todas as seguintes restrições:

- R1 – afetação de eventos: todos os eventos incluídos devem ser afetados não mais do que uma vez a um conjunto de períodos de um dia e a uma sala adequada;
- R2 – sobreposição de eventos para um docente: cada docente apenas pode participar num evento, numa sala, num determinado período de um dia;
- R3 – sobreposição de aulas obrigatórias para um aluno: nenhum aluno (e consequentemente, nenhuma turma) pode estar envolvido em dois ou mais eventos simultaneamente, se estes eventos corresponderem a aulas de UCs obrigatórias no currículo da licenciatura do aluno em questão ou a aulas de UCs estritamente optativas (fora do percurso recomendado de qualquer licenciatura)<sup>4</sup>;
- R4 – sobreposição de eventos numa sala: apenas um evento é afetado a uma sala em cada um dos períodos de um dia;
- R5 – períodos consecutivos: um evento cuja duração exceda a duração de um período deve ocupar períodos consecutivos do horário;
- R6 – disposição dos eventos: os eventos diferentes do mesmo tipo e da mesma UC, lecionados pelo mesmo docente ao mesmo turno devem ocorrer em dias distintos;
- R7 – disposição dos eventos do tipo prático e teórico: em cada semana, todos os eventos do tipo prático de uma UC devem ocorrer, pelo menos, a partir do dia em que ocorre o último evento do tipo teórico dessa UC. Isto significa que um evento do tipo prático poderá acontecer antes do evento teórico da mesma UC, mas terá de ser no mesmo dia. Nos casos em que existe apenas um evento do tipo teórico e

---

<sup>4</sup> Pode existir sobreposição de eventos para um aluno que escolha como optativa uma UC que seja obrigatória noutra licenciatura que não a sua.

pelo menos um evento prático, o primeiro dos eventos práticos pode ocorrer antes do teórico, mas no mesmo dia. Nos casos em que existe mais do que um evento teórico, o ou os eventos práticos apenas ocorrem a partir do dia do último evento teórico<sup>5</sup>.

Depois de se ter descrito as características do UCTP do ISEG e referido as restrições existentes, está-se em posição de explorar os dados disponíveis.

### 3.3 Tratamento dos dados

Para iniciar a resolução do problema de *timetabling* no ISEG, começou-se por analisar os dados disponíveis, nomeadamente, os dados do ano letivo de 2023-2024 relativos aos docentes, cursos, UCs, turnos, módulos de lecionação, turmas e restrições. Estes dados foram enviados separadamente em vários ficheiros, com identificadores que permitiram fazer o cruzamento da informação. De facto, dispunha-se dos seguintes ficheiros:

- *Cursos*, com os atributos *id* (identificador do curso), *nome* (nome do curso), *descricao* (sigla do curso), *id\_ciclo* (identificador do ciclo de estudos) e *id\_tipo\_horario* (diurno ou pós-laboral);
- *Uc\_cursos* com os atributos *id* (identificador da UC de um curso), *id\_UC* (identificador da UC), *id\_curso* (identificador do curso) e *ano\_curso* (ano letivo em que ocorre a UC);
- *Ucs* com os atributos *id* (identificador da UC), *nome* (nome da UC), *acronym* (sigla da UC) e *semestre* (primeiro ou segundo semestre);
- *Turnos* com os atributos *id* (identificador do turno), *id\_UC* (identificador da UC), *tipo\_aula* (teórica, teórico-prática ou prática), *hs\_por\_turno* (duração do evento), *configuracao* (se tem mais do que um evento por semana) e *n\_semanas* (número de semanas em que o turno ocorre);

---

<sup>5</sup> Para algumas UCs, sobretudo as que são partilhadas por mais do que um curso de licenciatura, as que têm um corpo docente mais reduzido ou as que são lecionadas por docentes com pouca disponibilidade horária, a ordenação dos eventos teóricos e dos eventos práticos pode não seguir a restrição R7. Este é o caso para as UC de Introdução à Gestão (IG), Laboratório de Estatística (LEST-LMAEG), Matemática 1 (M1), *Mathematics* 1 (M1-E), Economia 1 (E1) e *Economics* 1 (E1-G-E) no primeiro semestre e de Introdução ao Direito (ID) e Análise Complexa e Equações Diferenciais (ACED-LMAEG) no segundo semestre.

- *Modulos* com os atributos *id* (identificador do módulo), *id\_turno* (identificador do turno), *id\_docente* (identificador do docente) e *n\_semanas* (número de semanas em que o módulo ocorre);
- *Docentes* com os atributos *id* (identificador do docente) e *nome* (nome do docente).

Num primeiro momento, identificaram-se os *id* dos cursos de licenciatura da faculdade, ao selecionar do ficheiro *Cursos* apenas aqueles cujo *id\_ciclo* fosse *um* (correspondente à licenciatura). De seguida, identificaram-se as UCs dos cursos com estes *id* e o ano em que são lecionadas a partir do ficheiro *Uc\_cursos*. A estas UCs associaram-se ainda o seu nome e o semestre em que são disponibilizadas, sendo estes dados obtidos no ficheiro *Ucs*. A partir do ficheiro *Turnos*, definiu-se o tipo de aula, a sua duração e a distribuição dos turnos durante a semana. Tendo em conta que uma mesma UC pode ser ministrada por professores diferentes para um mesmo turno, a faculdade criou módulos de leção que fazem esta distinção e identificam os respetivos docentes. Deste modo, do ficheiro *Modulos*, obtiveram-se os *id* dos docentes que lecionam cada turno e as semanas em que o fazem. Por último, recolheram-se os nomes de cada docente, obtidos na tabela *Docentes*, para depois serem associados às turmas que lecionam. No modelo criado, todos os docentes associados a um determinado evento, independentemente do módulo de leção, são afetados a esse evento na totalidade do semestre.

De seguida, fez-se uma análise mais aprofundada de cada um dos eventos. Uma grande quantidade dos turnos presentes nos dados apresentava a sua configuração semanal, indicando o número de ocorrências no decorrer de uma semana e respetiva duração. Assim, para os turnos com este tipo de funcionamento, fez-se um desdobramento, para se contabilizar o número total de eventos, isto é, de aulas distintas, numa semana. Adicionalmente, para estes eventos, cujas características (docente, turno e tipo de aula) são idênticas, atribuiu-se uma codificação do tipo '*id\_evento*'A e '*id\_evento*'B. Por exemplo, o evento do tipo teórico, identificado pelo número 709 que ocorre duas vezes na semana, com igual duração, lecionado ao mesmo turno, pelo mesmo docente, é representado pelos eventos 709A e 709B, para indicar que este evento ocorre em dois momentos distintos e A é a primeira ocorrência e B a segunda.

Após a conclusão deste tratamento de dados, realizou-se, não só, uma confrontação com a base de dados proveniente da Secretaria de Licenciaturas do ISEG, como também, com os horários das diferentes turmas publicados na plataforma *Fénix* do ISEG. Esta comparação permitiu colmatar as informações em falta ou corrigir alguns dados contraditórios que foram surgindo durante todo o processo.

Aliás, a base de dados e a plataforma supramencionadas indicam as turmas (e a lotação de cada uma) que estão afetadas a cada turno e a cada docente. A adição desta informação à base de dados criada foi feita manualmente.

Aos ficheiros de *Excel* previamente mencionados, acrescenta-se um documento com todas as salas disponíveis em cada edifício, com a respetiva lotação, descrição (se se trata de um anfiteatro ou outro tipo de sala) e comodidades, como a presença de computadores (e a quantidade disponível). Assim, para finalizar a recolha dos dados de licenciatura, foram reunidas as salas disponíveis para os eventos. Após a recolha desta informação, identificaram-se todos os eventos do tipo teórico com um ‘A’, referente à necessidade de ser lecionado num anfiteatro e todos os eventos que requerem salas com computadores com um ‘PC’.

Como as UCs são específicas a cada semestre, os horários construídos para cada um deles é independente, pelo que, como já referido, se pode tratar dos dados respetivos separadamente. Assim, criaram-se dois ficheiros distintos de *Excel*, cada um respeitante a um semestre, onde cada linha apresenta toda a informação necessária para a afetação de um evento. Deste modo, numa linha pode consultar-se o *id\_evento*, o *id\_UC*, o *tipo\_aula*, a sua duração (*hs*), o *id\_curso*, o *nome\_UC*, o(s) *id\_docente*, o(s) *nome\_doc*, o(s) *id\_turma*, o *ano*, o número de alunos no turno (*num*) e as características necessárias da sala (*sala*), como ilustra a Figura 3.1.

id_evento	id_uc	tipo_aula	hs	id_curso	nome_uc	id_docente	nome_docente	id_turma	ano	num	sala
526A	267	T	1.5	6	AM1	id1	nome_doc1	MAEG01M21,MAEG01M22,ECO03M21,ECO03M22,GES03M21,GES03M22	1	72	A
526B	267	T	1.5	6	AM1	id1	nome_doc1	MAEG01M21,MAEG01M22,ECO03M21,ECO03M22,GES03M21,GES03M22	1	72	A
528	267	P	2	6	AM1	id1	nome_doc1	MAEG01M21,ECO03M21,GES03M21	1	35	
527	267	P	2	6	AM1	id1	nome_doc1	MAEG01M22,ECO03M22,GES03M22	1	35	
590A	272	T	1	6	AM3	id2	nome_doc2	MAEG02T21,MAEG02T22,ECO03T21,ECO03T22,GES03T21,GES03T22	2	72	A
590B	272	T	1	6	AM3	id2	nome_doc2	MAEG02T21,MAEG02T22,ECO03T21,ECO03T22,GES03T21,GES03T22	2	72	A

Figura 3.1 - Excerto do ficheiro de *Excel* criado com os eventos do primeiro semestre.

Finalmente, fez-se o tratamento dos dados de mestrado e doutoramento, para se identificar os docentes e salas ocupados em cada período de cada dia. Efetivamente, como foi anteriormente mencionado, os horários de licenciatura são construídos após a definição dos horários de mestrado e de doutoramento, pelo que estão totalmente dependentes destes. Para além disso, a disponibilidade dos docentes para lecionar aulas de licenciatura é determinada consoante o seu horário de trabalho, nomeadamente as aulas de mestrado ou doutoramento atribuídas em horário pós-laboral. Relativamente a este dado, deve referir-se que todos os docentes que lecionem aulas em horário pós-laboral não podem dar aulas antes das 10:00 da manhã do dia seguinte.

A análise dos dados de mestrado e de doutoramento é realizada a partir das mesmas bases de dados e em função dos horários fornecidos pela Secretaria de Mestrados e Doutoramentos, apresentados na plataforma *Fénix* do ISEG.

Terminado o tratamento dos dados facultados, é possível iniciar o desenvolvimento de uma metodologia para este problema, que se descreve no capítulo seguinte.

## Capítulo 4. Metodologia

Como se constatou no capítulo anterior, está-se perante duas instâncias distintas de um problema de otimização, uma para cada semestre, que podem ser resolvidas de forma exata ou de forma aproximada. A metodologia adotada recorre a um modelo de PLI aplicável a ambos os semestres. Assim, na Secção 4.1, o problema é formulado em PLI, descrevendo-se também algumas considerações adicionais. Na Secção 4.2, aborda-se a implementação da metodologia, nomeadamente a criação de um procedimento de fixação de eventos e a adição de restrições. Referem-se ainda alguns dos valores dos parâmetros utilizados para cada semestre. Por último, na Secção 4.3, é explicitado o *software* usado para a resolução do modelo.

### 4.1 Formulação do problema em programação linear inteira

O UCTP pode ser formulado como um problema de PLI, no qual se procura maximizar o número de eventos semanais afetados a um conjunto de horários de várias turmas, articulados para funcionarem simultaneamente durante uma semana de um semestre, na instituição. O horário criado é referente a uma semana apenas, mas pode ser aplicado a qualquer semana do semestre. Este funcionamento simultâneo das turmas é assegurado pelas restrições impostas.

#### 4.1.1 Formulação matemática

Para a formulação do problema específico do ISEG, começa-se por identificar os conjuntos importantes e os respetivos índices.

- $J$ : conjunto dos dias da semana, com  $J = \{1 - \text{segunda-feira}; 2 - \text{terça-feira}; 3 - \text{quarta-feira}; 4 - \text{quinta-feira}; 5 - \text{sexta-feira}\}$ .
  - $j \in J$  identifica um dia da semana.
- $K$ : conjunto dos períodos (de meia hora) de cada dia (das 8:00 às 19:00), durante os quais é possível ocorrerem aulas de licenciatura.
  - $k \in K$  identifica um período de meia hora.

- $D$ : conjunto dos docentes.
  - $d \in D$  identifica um docente.
- $U$ : conjunto das UCs.
  - $u \in U$  identifica uma UC.
- $R$ : conjunto das turmas.
  - $r \in R$  identifica uma turma.
- $G$ : conjunto dos turnos.
  - $g \in G$  identifica um turno, composto por várias turmas, pelo que  $g \subseteq R$ .
- $S$ : conjunto das salas de aula.
  - $s \in S$  identifica uma sala.
- $I$ : conjunto dos eventos, cada um caracterizado por uma UC, um turno, um ou vários docentes, um tipo, uma duração e um tipo de sala específico.
  - $i \in I$  identifica um evento.
- $F$ : conjunto dos tipos de eventos, com  $F = \{T - \text{teórico}, TP - \text{teórico} - \text{prático}, P - \text{prático}\}$ .
  - $f \in F$  identifica um tipo de evento.
- $E$ : conjunto de ordenadores dos eventos, com  $E = \{A, B, C\}$ .
  - $e \in E$  identifica a ordem de um evento.
- $I_u$ : conjunto dos eventos da UC  $u \in U$ , com  $I_u \subseteq I$ .
- $I_d$ : conjunto dos eventos lecionados pelo docente  $d \in D$ , com  $I_d \subseteq I$ .
- $I_r$ : conjunto dos eventos afetados à turma  $r \in R$ , com  $I_r \subseteq I$ .
- $I_{ru}^f = \{i \in I_r \cap I_u : i \text{ é de tipo } f \in F\}$ .
- $I_{ru}^{fe} = \{i \in I_r \cap I_u : i \text{ é de tipo } f \in F \text{ e tem a ordem } e \in E\}$ .

Adicionalmente, destaca-se um parâmetro necessário à construção do modelo.

- $h_i$ : duração do evento  $i \in I$ , em períodos.

Por último, caracterizam-se as variáveis utilizadas.

$$x_{ikj}^s = \begin{cases} 1 & \text{se evento } i \in I \text{ inicia no período } k \in K \text{ do dia } j \in J \text{ na sala } s \in S \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_{ikj}^s = \begin{cases} 1 & \text{se evento } i \in I \text{ ocorre no período } k \in K \text{ do dia } j \in J \text{ na sala } s \in S \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Deste modo, formula-se o seguinte modelo:

$$\max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{ikj}^s \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{ikj}^s \leq 1 \quad i \in I \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i \in I_d} \sum_{s \in S} z_{ikj}^s \leq 1 \quad j \in J, k \in K, d \in D \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i \in I_r} \sum_{s \in S} z_{ikj}^s \leq 1 \quad j \in J, k \in K, r \in R \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i \in I} z_{ikj}^s \leq 1 \quad j \in J, k \in K, s \in S \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} h_i x_{ikj}^s \leq \sum_{k'=k}^{k+h_i-1} z_{ik'j}^s \quad i \in I, j \in J, s \in S, k \in K: k+h_i \leq |K| \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} z_{ikj}^s = h_i \quad i \in I \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{ikj}^s \leq \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{i'kj'}^s \quad j, j' \in J: j+1 \leq j' \leq |J|, r \in R, u \in U, \\ f \in F, i \in I_{ru}^{fA} \wedge i' \in I_{ru}^{fe}: e \in \{B, C\} \end{array} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{ikj}^s \leq \sum_{j'=j}^{|J|} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{i'kj'}^s \quad j \in J, u \in U, r \in R, i \in I_{ru}^T, i' \in I_{ru}^P \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{ikj}^s \leq z_{ikj}^s \quad i \in I, j \in J, k \in K, s \in S \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{ikj}^s, z_{ikj}^s \in \{0,1\} \quad i \in I, j \in J, k \in K, s \in S \end{array} \right\} \quad (11)$$



Através deste modelo, em (1) pretende-se maximizar o número de eventos afetados no semestre, nos horários das turmas de licenciatura do ISEG. Nesta formulação, integram-se as seguintes restrições previamente mencionadas.

Em relação à afetação de eventos (R1), as restrições (2) garantem que cada evento se inicia, no máximo, uma vez no horizonte de planeamento.

De seguida, as restrições (3) garantem que, em cada período de cada dia, só pode ocorrer, no máximo, um dos eventos lecionados pelo mesmo docente, na totalidade das salas (R2). Analogamente, para respeitar (R3), as restrições (4) asseguram que num determinado período de um dia, apenas pode ocorrer um evento do conjunto de eventos afetados a uma determinada turma. (R4) é imposta por (5), que obrigam a que, em cada período de cada dia e em cada sala, só possa ocorrer, no máximo, um evento.

A consecutividade dos períodos de um evento (R5) é garantida através dos conjuntos de restrições (6) e (7), que indicam que, após se iniciar, um evento tem de ocorrer em  $h_i$  períodos consecutivos e na mesma sala.

A disposição dos eventos durante a semana (R6 e R7) é reforçada por (8) e (9). As restrições (8) exigem que os eventos do mesmo tipo, da mesma UC e que são lecionados ao mesmo grupo de alunos (turma ou conjunto de turmas), mas estão divididos em vários momentos durante a semana, iniciem em dias diferentes; os eventos com ordem  $A$  devem ocorrer num dia anterior aos eventos com ordem  $B$  ou  $C$ . As restrições (9) asseguram que qualquer evento do tipo  $P$  (prática) só pode começar no mesmo dia ou em dias posteriores ao dia de início do último evento do tipo  $T$  (teórico), da mesma UC lecionado à mesma turma.

Às restrições previamente mencionadas, acrescenta-se o conjunto de restrições (10), que faz a ligação entre as variáveis  $x_{ikj}^S$  e  $z_{ikj}^S$ , indicando que um evento que inicie num período de um dia, numa determinada sala, está a ocorrer nesse mesmo período, nessa mesma sala. O domínio das variáveis é definido pelas restrições de sinal (11).

O número de variáveis criadas é dependente da instância, nomeadamente do número de eventos, em função do que é apresentado na secção seguinte.

#### 4.1.2 Considerações adicionais na escrita do modelo

Na fase de implementação do modelo, não foram criadas as variáveis que se sabe que terão valor zero, em função de um conjunto de informações específicas do ISEG.

Deste modo, a seguinte informação foi utilizada na criação das variáveis do modelo:

- › As aulas devem iniciar-se e ocorrer durante períodos específicos do dia, assinalados na Tabela A.1 no Anexo. As aulas da manhã ocorrem entre as 8:00 e as 13:30 (períodos 1 a 11, inclusive) e as aulas da tarde entre as 13:30 e as 19:00 (períodos 12 a 22, inclusive). As variáveis  $x_{ikj}^s$  e  $z_{ikj}^s$  apenas são criadas para os períodos identificados.
- › As aulas não se podem iniciar num período de um dia se a sua duração exceder o número de períodos restantes nesse dia disponíveis para a sua realização; pelo que as variáveis  $x_{ikj}^s$  apenas existem se  $k + h_i - 1$  (período em que inicia + duração - 1) não exceder o número de períodos disponíveis para a realização de  $i$ . Por exemplo, uma aula que tem de ocorrer até às 13:30 e com duração de uma hora, não se pode iniciar após as 12:30; o que significa que as variáveis  $x_{ikj}^s$ , para o evento  $i$  correspondente à aula,  $k \in \{11, 12, \dots, 21\}$ ,  $j \in J$ ,  $s \in S$  são nulas.
- › As aulas têm lugar em salas específicas, pelo que as aulas teóricas ( $f = T$ ) apenas ocorrem e se iniciam em anfiteatros e as aulas que necessitem de computadores apenas ocorrem e se iniciam em salas de computadores.
- › As aulas apenas ocorrem em salas cuja lotação seja suficiente para acomodar todos os alunos do turno respetivo.

Por último, também se implementou a informação referente às disponibilidades resultantes dos horários de mestrado e doutoramento. Assim, as variáveis  $x_{ikj}^s$  e  $z_{ikj}^s$  não são criadas nas seguintes situações:

- › quando o docente não está disponível, isto é, quando está a lecionar aulas de mestrado ou doutoramento ou se encontra fora do seu horário de trabalho; ou
- › quando a sala não está disponível, isto é, quando está ocupada por aulas de mestrado ou doutoramento.

No entanto, para simplificar a apresentação do modelo em PLI, lidou-se com os conjuntos apresentados como se existissem todas as variáveis, apesar de não ser o caso na implementação feita.

Para se avaliar o modelo e a solução por ele gerada, testaram-se algumas alterações às restrições mencionadas. O modelo foi depois aplicado a diversas instâncias, conforme apresentado na secção seguinte.

## 4.2 Implementação da metodologia

Inicialmente, para melhorar o funcionamento do modelo, foi desenvolvido um algoritmo que se acrescentou à fase de pré-processamento, como se identifica na Subsecção 4.2.1. Testou-se também a adição de um conjunto de restrições para melhorar a solução, sendo ele apresentado na Subsecção 4.2.2. Para além disto, os dados são específicos para cada um dos semestres, pelo que alguns parâmetros e características dos mesmos são identificados na Subsecção 4.2.3.

### 4.2.1 Procedimento de fixação de eventos

Num primeiro momento, para tentar facilitar e acelerar a resolução do modelo, criou-se um procedimento auxiliar que afeta todas os eventos cuja ocupação seja superior a um determinado parâmetro  $\beta$  ou cuja duração seja superior a um parâmetro  $\lambda$ , nas salas disponíveis em cada período de cada dia.

Pode, assim, apresentar-se o algoritmo de fixação prévia de eventos:

#### Algoritmo de fixação de eventos

**Dados:** uma instância de UCTP, parâmetros  $\beta$  e  $\lambda$ .

**Passo 1** {selecção de eventos a fixar pelo algoritmo}

Pôr numa *lista* todos os eventos de tipo T com ocupação superior ou igual a  $\beta$  alunos ou com duração superior a  $\lambda$  horas.

**Passo 2** {afetação de eventos}

Se um evento da *lista* ainda não estiver afeto, fixá-lo no primeiro período disponível da semana em função da disponibilidade dos recursos.

Este procedimento é executado antes da criação do modelo, podendo ser considerado como pertencente à parte do pré-processamento. Por outro lado, como se pode confirmar pelo algoritmo apresentado, a fixação destes eventos respeita as restrições do modelo. Às variáveis correspondentes aos eventos guardados na *lista* é atribuído o valor 1, ou seja, são fixados estes eventos durante a criação do modelo.

Para além desta alteração, avaliou-se, em termos da qualidade da solução, a adição de um conjunto de restrições, como se apresenta na subsecção seguinte.

#### 4.2.2 Restrições de equilíbrio

Adicionalmente, procurou-se tornar o horário mais compacto e fazer com que cada turma tenha um número de horas de aulas diário mais equilibrado durante a semana, tentando melhorar a qualidade da solução.

Para tal, calculou-se o número total de períodos de aulas por semana para cada turma e dividiu-se pelo número de dias de aulas por semana para essa mesma turma (podendo este ser quatro, se se tratar de uma turma de terceiro ano, ou cinco se se tratar de uma turma de primeiro ou segundo ano). Assim, têm-se os seguintes parâmetros adicionais:

- $n_r$ : média do número de períodos diários da turma  $r \in R$ , sendo que:

$$n_r = \frac{\sum_{i \in I_r} h_i}{\text{número de dias de aulas por semana}}$$

- $\alpha$ : desvio máximo permitido face ao número médio de períodos diários de uma turma.

Com o auxílio destes parâmetros, formulou-se a seguinte restrição:

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} z_{ikj}^s \geq n_r - \alpha, j \in J, r \in R \quad (12)$$

Como foi anteriormente mencionado, as restrições (12) são restrições de equilíbrio que, impondo um número mínimo de períodos de aulas por dia, tentam distribuir os eventos de uma turma pela semana. No entanto, apenas se introduziu este conjunto de restrições para as turmas com UCs do percurso recomendado de um curso.

Este conjunto de restrições tornou o horário melhor distribuído pela semana, o que se verificará no capítulo seguinte. Deve ainda referir-se que se considerou a hipótese de limitar o número máximo de períodos com eventos por dia de uma turma. No entanto, este conjunto adicional de restrições tornou o modelo mais complexo e fez com que não se atingisse solução no tempo limite fixado de dez horas.

Estas duas alterações foram aplicadas ao modelo desenvolvido, estabelecendo-se os valores dos parâmetros na próxima subsecção.

#### 4.2.3 Alterações em função dos semestres

Para a resolução do problema, formulado anteriormente, definiram-se os valores dos parâmetros  $\beta$  e  $\lambda$  apresentados e consideraram-se alguns aspetos adicionais.

Com o procedimento auxiliar referido na Subsecção 4.2.1, no primeiro semestre, afetam-se todos os eventos cuja ocupação é superior ou igual a 70 alunos ( $\beta = 70$ ) e o evento mais longo do conjunto de eventos: o evento do tipo teórico de LEST-LMAEG, com duração de duas horas e meia ( $\lambda = 2$ ). Estes eventos correspondem a cerca de 21% dos eventos do semestre. No segundo semestre, também se afetam todos os eventos cuja ocupação é superior ou igual a 70 alunos e manteve-se  $\lambda = 2$ , o que corresponde a cerca de 22% dos eventos do semestre. Verifica-se, então, que a percentagem de eventos afetados com o algoritmo em ambos os semestres é semelhante.

Relativamente às restrições de equilíbrio, para ambos os semestres, fixou-se o parâmetro

$\alpha$  em quatro, para limitar o desvio máximo face ao número médio de períodos com eventos por dia de uma turma.

Para além disto, tanto no primeiro como no segundo semestre, adicionaram-se algumas exceções às restrições (9), referentes à ordenação dos eventos em função do seu tipo. Efetivamente, algumas UCs, por serem comuns a várias licenciaturas, por terem poucos docentes disponíveis ou docentes com pouca disponibilidade, ou por terem eventos com um maior número de participantes são mais difíceis de afetar a um horário, respeitando a precedência de eventos teóricos e práticos. Assim, remove-se o conjunto de restrições (9) para as UCs de IG, LEST-LMAEG, M1-E, M1, E1, E1-G-E no primeiro semestre e de ID e ACED-LMAEG no segundo semestre.

Por último, devido à elevada complexidade e dimensão do problema, foram criadas subinstâncias que permitiram testar as limitações do modelo e verificar qual o número máximo de eventos que ele consegue afetar. Estas instâncias foram executadas em *Python* recorrendo à formulação apresentada.

### 4.3 *Python e Gurobi*

O modelo matemático foi implementado em *Python*, no ambiente *Spyder*, tendo-se recorrido ao *software* de otimização *Gurobi*, com a versão 10.0.1.

O *Gurobi* vem com algumas predefinições, nomeadamente, certos parâmetros que podem ser ajustados. Normalmente, este *solver* escolhe os melhores ajustes para a resolução de um modelo. Porém, considerando a complexidade do problema e os resultados esperados, foram feitas algumas alterações.

O *MIPFocus* foi igualado a 1, o que indica que o foco do problema é a obtenção de uma solução admissível. Adicionalmente, o parâmetro *Cuts* foi fixado a 2, para remover as soluções da relaxação que são não inteiras. O parâmetro *Heuristics* foi definido a 0,5, indicando que metade do tempo de processamento é utilizado com heurísticas. Relativamente ao parâmetro *Threads*, definiu-se que o modelo seja resolvido recorrendo a 16 *cores*, isto é, todos os recursos disponíveis do computador, para aumentar o desempenho do *solver*. O *Presolve* foi fixado a 2, o que faz com que, inicialmente, se remova uma grande porção de informação considerada redundante. Por último, definiu-

se o *NodeLimit* a 10.000, para limitar o número de nodos pesquisados em cada iteração. Na maior parte dos testes realizados, definiu-se ainda um tempo limite (*TimeLimit*) de dez horas para a resolução do modelo, com o intuito de analisar a solução obtida, mesmo que esta não inclua todos os eventos afetados (Gurobi Optimization, 2024).

Com todas estas parametrizações definidas, foi possível chegar a uma solução para as instâncias do problema, como se verá no capítulo seguinte.

## Capítulo 5. Resultados

A metodologia mencionada foi executada para tentar encontrar uma solução para as instâncias do primeiro e do segundo semestres. Na Secção 5.1, analisa-se de forma crítica a metodologia aplicada a instâncias do primeiro semestre. Na Secção 5.2, apresentam-se as soluções para cada semestre. O desempenho do modelo é analisado na Secção 5.3 e as soluções obtidas são criticadas na Secção 5.4.

Os resultados foram obtidos num computador com processador AMD Ryzen 7 5700U e com 16 GB de RAM.

### 5.1 Análise crítica à metodologia

Para se chegar ao modelo apresentado neste trabalho, foram feitos alguns testes com várias instâncias e distintos modelos, nos quais se efetuaram alterações em certas restrições ou partes do pré-processamento.

#### 5.1.1 Modelo com e sem o algoritmo de fixação de eventos

Inicialmente, procurou avaliar-se a utilidade do algoritmo de pré-afetação de eventos. Neste primeiro teste, utilizaram-se as instâncias referentes a todas os eventos do curso de GES e a todas os eventos dos cursos de GES, MAEG e GDESP. Para tal, executou-se o modelo com e sem este procedimento inicial e com as restrições de equilíbrio, como se apresenta na tabela seguinte.

Tabela 5.1 - Tabela sumário dos resultados do modelo com e sem o algoritmo de fixação de eventos.

Instância	Algoritmo de fixação de eventos	Número de eventos a afetar	Tempo (s)	Número de eventos afetados
GES, MAEG e GDESP	Sim	321	2.647	321
	Não		36.000	291
GES	Sim	275	1.268	275
	Não		36.000	263



Para a instância com os eventos do curso de GES, o modelo com o algoritmo afeta todos os eventos (275) em 1.268 segundos, ou seja, cerca de 21 minutos, enquanto o modelo sem o algoritmo apenas consegue afetar 263 eventos (cerca de 96%) no tempo limite de dez horas.

Para a instância com os três cursos, o modelo com o algoritmo afeta todos os eventos (321) em 2.647 segundos, ou seja, cerca de 44 minutos, enquanto o modelo sem o algoritmo apenas consegue afetar 291 dos 321 eventos (cerca de 91%) no tempo limite de dez horas.

Neste caso, verifica-se que a execução do algoritmo de fixação de eventos é essencial não só para se chegar a uma solução admissível para o problema, sem o qual não são afetados todos os eventos pretendidos em tempo útil, como também para reduzir o tempo de geração dos horários. Esta diferença no desempenho entre as duas metodologias justifica-se pela afetação inicial dos eventos que são frequentados por um maior número de estudantes. Estes eventos são mais dificilmente alocados nos horários, por apresentarem mais conflitos com os restantes eventos.

### 5.1.2 Modelo com e sem as restrições de equilíbrio

De seguida, procurou-se comprovar a eficácia das restrições de equilíbrio (12). Para tal, foi corrido o modelo em *Python* com e sem este conjunto de restrições. Para estes testes, utilizou-se sempre o algoritmo de fixação de eventos e aplicou-se o modelo às mesmas instâncias, cujos resultados estão descritos na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Tabela sumário dos resultados do modelo com e sem as restrições de equilíbrio.

Instância	Restrições de equilíbrio	Número de eventos a afetar	Tempo (s)	Número de eventos afetados
GES, MAEG e GDESP	Sim	321	2.647	321
	Não		2.464	321
GES	Sim	275	1.268	275
	Não		901	275

De forma a analisar o desempenho deste conjunto de restrições, podem comparar-se os horários criados pelos dois modelos para a mesma turma. O horário da turma GES01M11 gerado pelo modelo sem o conjunto de restrições apresenta-se na Figura 5.1, enquanto o horário da mesma turma gerado pelo modelo com estas restrições está presente na Figura 5.2. Os horários apresentados foram gerados a partir da instância com todos os eventos dos cursos de GES, MAEG e GDESP e incluem 14 eventos.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 CIF (T) Q6AUD5	08:00 E1-G (T) Q6AUD5		08:00 IG (P) F1AF22	
<b>09:00</b>	09:00 E1-G (T) Q6AUD5	09:00 IG (T) Q6AUD5	08:30 M1 (P) Q6ANF1		09:00 AIEE (TP) F2108
<b>10:00</b>	10:00 IG (T) F2AF3	10:00 M1 (T) F2AF3		10:00 E1-G (P) Q6101	
<b>11:00</b>	11:00 M1 (T) F2AF3				
<b>12:00</b>		11:30 CIF (P) Q6AUD3	11:30 AIEE (TP) Q6AUD3	12:00 CIF (P) F1113	
<b>13:00</b>					

Figura 5.1 - Horário da turma GES01M11 criado pelo modelo de PLI sem as restrições de equilíbrio.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 CIF (T) Q6AUD5	08:00 E1-G (T) Q6AUD5			08:00 CIF (P) Q6ANF1
<b>09:00</b>	09:00 E1-G (T) Q6AUD5	09:00 IG (T) Q6AUD5	09:00 AIEE (TP) F1108	08:30 IG (P) F1109	
<b>10:00</b>	10:00 IG (T) F2AF3	10:00 M1 (T) F2AF3			
<b>11:00</b>	11:00 M1 (T) F2AF3				
<b>12:00</b>		11:30 E1-G (P) F2AF4	12:00 CIF (P) F1AF2	11:30 AIEE (TP) F1105	11:30 M1 (P) Q6101
<b>13:00</b>					

Figura 5.2 - Horário da turma GES01M11 criado pelo modelo de PLI com as restrições de equilíbrio.

Através das figuras acima, verifica-se que os dois primeiros dias de aulas gerados por ambos os modelos são idênticos, com exceção do evento prático de terça-feira.

Efetivamente, os eventos teóricos de CIF, IG, M1 e E1-G são eventos com mais do que 70 alunos, pelo que foram fixados pelo algoritmo previamente mencionado. Nos restantes dias, o modelo com as restrições de equilíbrio apresenta uma distribuição mais equitativa do número de horas de aulas por dia (com três horas e meia ou quatro horas de aulas por dia). Para estes mesmos dias, o modelo sem as restrições de equilíbrio gera um horário com um dia composto apenas por um evento (de duas horas) e com um dia completo de eventos (com cinco horas e meia de aulas), pelo que se comprova que as restrições cumprem com o seu propósito.

Adicionalmente, deve referir-se que, para esta instância, o modelo com as restrições demorou cerca de 2.647 segundos, ou seja, perto de 44 minutos a chegar à solução de 321 eventos, enquanto o modelo sem as restrições demorou cerca de 2.464 segundos, correspondentes a cerca de 41 minutos. Deste modo, verifica-se que, apesar de se acrescentar um conjunto de restrições, o tempo de resolução do modelo é muito semelhante. Esta particularidade também se verifica para a instância que contém apenas os eventos de GES, como se comprova pela Tabela 5.2.

Este desempenho pode dever-se à diminuição do número de intervalos temporais disponíveis para a afetação de eventos.

### 5.1.3 Outras comparações

Por último, devem mencionar-se os resultados para instâncias com um maior número de eventos. Efetivamente, com os dados do primeiro semestre, também se tentaram afetar todos os eventos dos cursos de GES, MAEG e ECO, isto é, 366 eventos, e ainda todos os eventos dos cursos de GES, MAEG, GDESP e FNC, ou seja, 361 eventos. Em ambos os casos, o modelo não conseguiu alocar todos os eventos no tempo limite de dez horas, tendo afetado 283 (cerca de 77%) no primeiro e 270 (cerca de 66%) no segundo, como se verifica na Tabela 5.3. Esta falta de eficácia pode indicar que, tendo em conta os recursos disponíveis neste semestre, nomeadamente, os docentes e as salas e a quantidade de estudantes envolvidos nestes eventos, os conflitos existentes entre eventos são demasiado numerosos para chegar a uma solução.

Tabela 5.3 - Tabela sumário dos resultados do modelo com outras instâncias do primeiro semestre.

Instância	Algoritmo de fixação de eventos	Restrições de equilíbrio	Número de eventos a afetar	Tempo (s)	Número de eventos afetados
GES, MAEG e ECO	Sim	Sim	366	36.000	283
GES, MAEG, GDESP e FNC			361	36.000	270

Em função dos resultados apresentados, aplicou-se o modelo com o algoritmo de fixação de eventos e com as restrições de equilíbrio à instância que contém todos os eventos de GES, MAEG e GDESP. Optou-se por correr o modelo para todos os eventos das turmas de GES por ser o curso com o maior número de alunos da faculdade. De seguida, escolheu-se acrescentar aos eventos do curso de GES todos os eventos de dois cursos com um menor número de alunos (MAEG e GDESP).

Os horários gerados pelo modelo apresentam-se na secção seguinte.

## 5.2 Apresentação da solução obtida

Tal como já foi referido, devido às limitações da metodologia, as instâncias do primeiro e do segundo semestres são compostas por todas os eventos dos cursos de GES, MAEG e GDESP. Apesar desta segmentação dos eventos, muitas UCs dos cursos de GES e de MAEG podem ser escolhidas como optativas pelos outros cursos, pelo que o modelo cria os horários incompletos de algumas turmas de outros cursos, que não serão analisados.

O volume de dados, nomeadamente, o número de eventos a afetar é superior no segundo semestre, pelo que esta instância tem mais variáveis e é necessário mais tempo para cada uma das etapas da resolução. Para cada semestre, a cardinalidade dos conjuntos é dada na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Cardinalidade dos conjuntos do modelo de PLI de uma semana de cada semestre.

	Primeiro semestre	Segundo semestre
$ I $	321	369
$ J $	5	5
$ K $	22	22
$ D $	117	133
$ U $	67	73
$ R $	158	204
$ S $	65	65

Deste modo, tem-se 321 e 369 eventos no primeiro e segundo semestres, respetivamente, como é referido na Tabela 5.4. No primeiro semestre, a fase de pré-processamento demorou cerca de 404 segundos, isto é, cerca de sete minutos. No segundo semestre, como existem mais eventos, a fase de pré-processamento demorou cerca de 775 segundos, isto é, cerca de 13 minutos.

Nas próximas subsecções são apresentadas as soluções de cada semestre de forma detalhada.

### 5.2.1 Solução para o primeiro semestre

No primeiro semestre, o algoritmo de pré-processamento fixa 87 eventos (aulas), ou seja, cerca de 27% dos eventos do semestre. Os restantes 234 eventos são afetados aos horários através do modelo de PLI construído.

No decorrer deste projeto, efetuaram-se alterações ao processo de criação das restrições em *Python*, para tentar acelerar a criação do modelo e torná-la mais eficiente. De facto, inicialmente e considerando todos os eventos do semestre, o conjunto de restrições (4) demorava cerca de 12.280 segundos a ser criado, isto é, cerca de três horas e 25 minutos. No entanto, com as sucessivas reformulações do código, foi possível reduzir os tempos de criação de cada um dos conjuntos de restrições em *Python*, como se verifica na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Tempo de criação dos conjuntos de restrições para o primeiro semestre.

Restrições	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Tempo de construção (em segundos)	1,12	6,22	3,13	9,33	464,95	20,21
Restrições	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tempo de construção (em segundos)	25,13	31,32	134,48	3,11	-	2,68

Como se pode verificar pela Tabela 5.5, a escrita do modelo demora cerca de 702 segundos, isto é, cerca de 12 minutos, sendo os conjuntos de restrições (5) e (9) os que necessitam de mais tempo.

Após o pré-processamento e a criação do modelo, inicia-se a sua resolução, que parte com 839.454 variáveis inteiras, número que é reduzido para 408.536, através do *Presolve* do *Gurobi*.

Com os parâmetros do *Gurobi* fixados nos valores mencionados na Secção 4.3, o modelo atinge uma solução admissível com 296 eventos alocados em 1.090 segundos e a solução ótima com 321 eventos em 2.647 segundos, isto é, cerca de 44 minutos. Para tal, foi explorado apenas um nodo e utilizaram-se vários tipos de planos de corte.

### 5.2.2 Solução para o segundo semestre

No segundo semestre, o algoritmo desenvolvido como parte do pré-processamento fixa 104 eventos, ou seja, cerca de 28% dos eventos do semestre. O modelo de PLI construído afeta os 265 eventos restantes.

Relativamente à criação do modelo em *Python*, na Tabela 5.6 são apresentados os tempos de criação de cada um dos conjuntos de restrições.

Tabela 5.6 - Tempo de criação dos conjuntos de restrições para o segundo semestre com sobreposição.

Restrições	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Tempo de construção (em segundos)	1,35	7,57	3,55	10,43	578,16	29,37
Restrições	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tempo de construção (em segundos)	33,59	38,70	179,31	3,85	-	4,28

Como se pode verificar pela Tabela 5.6, a criação do modelo demora cerca de 890 segundos, ou seja, cerca de 15 minutos, sendo os conjuntos de restrições (5) e (9) os que, novamente, necessitam de mais tempo. Como se tem um maior número de variáveis e de restrições, o tempo necessário à escrita do modelo do segundo semestre é superior ao do primeiro semestre.

Após o pré-processamento e a criação do modelo, inicia-se a sua resolução, que parte com 986.396 variáveis inteiras, número que é reduzido para 683.281, através do *Presolve* do *Gurobi*.

Com os parâmetros do *Gurobi* fixados nos valores previamente mencionados na Secção 4.3, o modelo atinge uma solução admissível com 179 eventos alocados em 4.302 segundos e afeta os 369 eventos em 24.344 segundos, isto é, cerca de sete horas. Para tal, foi explorado apenas um nodo e utilizaram-se vários tipos de planos de corte.

No entanto, para alocar todos os eventos do segundo semestre, permitiu-se a sobreposição de eventos para algumas das turmas. Efetivamente, o modelo, sem qualquer alteração (cujos tempos de criação das restrições estão apresentados em anexo, na Tabela A.1) apenas consegue afetar 330 eventos (cerca de 90%) no tempo limite de dez horas. Os 39 eventos que não são alocados correspondem principalmente a UCs do curso de MAEG, as quais podem ser escolhidas como optativas pelos outros cursos no terceiro ano. Deste modo, permitiu-se a sobreposição de eventos para as turmas de GES03M21, GES03M22, ECO03M21, ECO03M22, FNC03M21 e FNC03M22, criando para estas uma exceção ao conjunto de restrições (4). Como são turmas com aulas optativas, os alunos poderão optar por não escolher as UCs com eventos que se sobrepõem. Em anexo, pode consultar-se o horário gerado para uma destas turmas com sobreposição de aulas, na Figura A.1.

Através dos valores apresentados, verifica-se que a instância do segundo semestre é mais difícil, o que se deve ao maior número de eventos, de UCs, de turmas (Tabela 5.4) e, eventualmente, a alguns conflitos entre eventos, decorrentes dos horários dos docentes.

Após a apresentação das características da solução de cada um dos semestres, segue-se uma avaliação ao desempenho do modelo, através da análise mais aprofundada dos horários criados.

### 5.3 Análise das soluções obtidas

Os horários construídos podem ser analisados considerando a disposição dos eventos e a verificação das características exigidas pela faculdade para o funcionamento das aulas. Como se trata de soluções admissíveis, os horários criados cumprem todas as restrições formuladas no modelo de PLI e explicitadas na Secção 3.2. Adicionalmente, com a presença das restrições de equilíbrio (12), em resultado da análise comparativa efetuada na Secção 5.1.2, espera-se que exista uma melhor distribuição do número de horas de aulas pela semana, evitando, desta forma, horários em que as turmas tenham dias muito preenchidos acompanhados por dias com apenas um evento. No entanto, estas restrições não incluem um número máximo de horas de aulas por dia, pelo que certas turmas terão dias de aulas totalmente preenchidos<sup>6</sup>, o que deveria ser evitado.

Para avaliar a qualidade da solução gerada face à utilizada pelo ISEG, podem comparar-se os horários criados para algumas das turmas com os horários apresentados no *Fénix*.

Inicialmente, analisa-se o horário gerado para uma turma de primeiro ano do curso de GES, dado pela Figura 5.3.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 CIF (T) Q6AUD5	08:00 E1-G (T) Q6AUD5			08:00 CIF (P) Q6ANF1
<b>09:00</b>	09:00 E1-G (T) Q6AUD5	09:00 IG (T) Q6AUD5	09:00 AIEE (TP) F1108	08:30 IG (P) F1109	
<b>10:00</b>	10:00 IG (T) F2AF3	10:00 M1 (T) F2AF3			
<b>11:00</b>	11:00 M1 (T) F2AF3				
<b>12:00</b>		11:30 E1-G (P) F2AF4	12:00 CIF (P) F1AF2	11:30 AIEE (TP) F1105	11:30 M1 (P) Q6101
<b>13:00</b>					

Figura 5.3 - Horário da turma GES01M11 criado pelo modelo de PLI.

<sup>6</sup> Considera-se um dia de aulas totalmente preenchido se todas as manchas horárias num dia disponíveis para determinada turma tiverem um evento.



Pela Figura 5.3, verifica-se que esta turma apresenta um horário com muitas horas de aulas seguidas, sobretudo à terça-feira. De facto, todas os eventos de segunda-feira e de terça-feira ocorrem de forma consecutiva, sem qualquer intervalo, o que não se verifica nos restantes dias, onde existe pelo menos uma hora de pausa entre eventos. No entanto, a discrepância entre o número de horas de aulas diário não é muito significativa, considerando que este varia entre três horas e meia e cinco horas e meia e não existe nenhum dia com apenas um evento, por exemplo. Como foi verificado anteriormente, esta pequena diferença resulta da imposição de restrições de equilíbrio.

O horário utilizado pela faculdade é apresentado na Figura 5.4.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 IG (T)	08:00 CIF (T)			08:00 AIEE (TP)
<b>09:00</b>			08:30 AIEE (TP)	08:30 IG (T)	
<b>10:00</b>	09:30 IG (P)	10:00 E1-G (T)	10:30 E1-G (P)	10:30 CIF (P)	10:00 CIF (P)
<b>11:00</b>					
<b>12:00</b>	12:00 M1 (T)	12:00 M1 (T)	12:30 E1-G (T)		11:30 M1 (P)
<b>13:00</b>					

Figura 5.4 – Horário da turma GES01M11 de 2023-2024.

Relativamente ao horário utilizado pela faculdade (Figura 5.4), verifica-se que é um horário com mais intervalos entre eventos, comparativamente com o horário gerado. Apesar disto, à sexta-feira, esta turma tem todos os períodos disponíveis preenchidos, com cinco horas e meia de aulas consecutivas. Analogamente, à quarta-feira, a turma GES01M11 tem cinco horas de aulas seguidas. Nos restantes dias, existe pelo menos um intervalo de meia hora entre eventos. Desta forma, em comparação com o horário anterior, nota-se uma maior divergência entre o número de períodos de aulas por dia, principalmente entre quinta-feira e sexta-feira, onde a diferença é de seis períodos. Adicionalmente, verifica-se que, neste caso, não se respeita a precedência de todos os eventos teóricos relativamente aos eventos práticos para as UCs de E1-G e de IG. Estas

correspondem a exceções às restrições (9) do modelo de PLI, que acabam por ser cumpridas no horário gerado e não no horário existente.

De seguida, pode analisar-se um horário de uma turma de segundo ano do curso de MAEG.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>13:30</b>	13:30 AM3 (T) Q6AUD4	13:30 AM3 (T) F1AF24			13:30 MA1 (P) F2108
<b>14:30</b>	14:30 MA1 (T) F2AF3	14:30 MA1 (T) F2AF3		14:30 PM2 (TP) Q6AUD5	
<b>15:30</b>	15:30 MI1 (T) F2AF3	15:30 MI1 (T) F2AF3	15:30 MI1 (P) Q6AUD4		15:30 AM3 (P) F1113
<b>16:30</b>	16:30 P (T) F1AF24			16:30 P (P) F1111	
<b>17:30</b>		17:00 PM2 (TP) F2107	17:30 P (T) F1AF22		
<b>18:30</b>					

Figura 5.5 - Horário da turma MAEG02T21 criado pelo modelo de PLI.

Pela Figura 5.5, verifica-se que esta turma apresenta apenas um dia com um intervalo de meia hora entre eventos (à terça-feira), com os restantes dias compostos por pelo menos dois eventos seguidos. A discrepância entre o número de horas de aulas diário é menor neste caso, considerando que este varia entre três horas e meia e cinco horas, o que ilustra, mais uma vez, a eficácia das restrições de equilíbrio. Da mesma forma que anteriormente, através das figuras, pode realizar-se a comparação entre o horário criado pelo modelo e o horário existente, presente na Figura 5.6.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>13:30</b>	13:30 AM3 (T)	13:30 AM3 (T)	13:30 MA1 (P)	13:30 P (P)	13:30 MI1 (P)
<b>14:30</b>					
<b>15:30</b>	15:00 MA1 (T)	15:00 MI1 (T)	15:30 PM2 (TP)	15:30 AM3 (P)	15:30 PM2 (TP)
<b>16:30</b>	16:00 MI1 (T)	16:00 MA1 (T)			
<b>17:30</b>	17:00 P (T)	17:00 P (T)			
<b>18:30</b>					

Figura 5.6 - Horário da turma MAEG02T21 de 2023-2024.

Relativamente ao horário utilizado pela faculdade (Figura 5.6), verifica-se que, à semelhança do horário gerado pelo modelo, não existe nenhum dia em que a turma tenha todos os períodos de aulas preenchidos. Este horário é composto por blocos de eventos consecutivos de mesma duração (quatro horas) todos os dias. À segunda-feira e à terça-feira, a turma tem cinco horas de aulas, com uma pausa de meia hora entre o primeiro evento e os restantes. Em ambos os horários, não existem muitas pausas entre eventos, e a distribuição do número de períodos por dia é equilibrada, apesar disso ser mais evidente no horário utilizado pela faculdade.

Num terceiro momento, também se pode analisar o horário de uma turma de GDESP, representado na Figura 5.7.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>					
<b>09:00</b>	08:30 CGE-GDES (T) F1114		08:00 EST1-GDES (TP) F1113		08:00 IEC-GDES (P) F2AF3
<b>10:00</b>			10:00 IEC-GDES (T) F1104		
<b>11:00</b>	10:30 CGE-GDES (P) F1114				11:00 EST1-GDES (TP) Q6AUD3
<b>12:00</b>					
<b>13:00</b>					

Figura 5.7 - Horário da turma GDESP02M01 criado pelo modelo de PLI.

Este horário é mais simples, pois tem um número inferior de eventos e, consequentemente, uma menor carga horária. Apesar de não existirem muitas alternativas à sua construção, podem referir-se alguns aspetos menos favoráveis do horário construído. Por um lado, nota-se que todos os eventos de CGE-GDES ocorrem à segunda-feira, o que deveria ser evitado. Por outro lado, verifica-se novamente a presença de blocos longos de eventos consecutivos, que seriam de preferência separados por um intervalo. O horário utilizado pela faculdade é representado na Figura 5.8.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>					
<b>09:00</b>	08:00 CGE-GDES (T)		08:00 EST1-GDES (TP)		08:00 CGE-GDES (P)
<b>10:00</b>	10:00 IEC-GDES (T)		10:00 IEC-GDES (P)		
<b>11:00</b>					11:00 EST1-GDES (TP)
<b>12:00</b>					
<b>13:00</b>					

Figura 5.8 - Horário da turma GDESP02M01 de 2023-2024.

Devido ao reduzido número de horas de aulas por dia, o horário gerado é semelhante ao horário existente (Figura 5.8), sendo idêntico em número de horas de aulas por dia e na ausência de intervalos. As diferenças surgem na hora de início dos eventos à segunda-feira e na colocação de cada evento no horário, revelando uma afetação preferível dos eventos de CGE-GDES.

Para finalizar a análise comparativa entre os horários desenvolvidos e os horários existentes para as turmas, também se pode analisar um horário de uma turma de terceiro ano, apresentado na Figura 5.9.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 GF2 (T) F2AF4	08:00 GF2 (T) F2AF4	08:00 IO (TP) F2AF4		
<b>09:00</b>		09:00 STE (TP) F1105			
<b>10:00</b>				10:00 STE (TP) F1106	
<b>11:00</b>	11:00 IO (TP) Q6AUD4		10:30 GF2 (P) F1008		
<b>12:00</b>					
<b>13:00</b>					

Figura 5.9 - Horário da turma GES03M11 criado pelo modelo de PLI.

Pela Figura 5.9, verifica-se que existe um menor número de horas de aulas para as turmas de terceiro ano, o que acontece devido ao reduzido número de UCs obrigatórias. A estes eventos, os alunos devem acrescentar um conjunto de UCs optativas que têm de escolher e coordenar com este horário. No entanto, neste caso, verifica-se uma discrepância entre o número de horas de aulas de quinta-feira (com apenas um evento com duração de uma hora e meia) e os restantes dias. Como o número de períodos de aulas por semana para esta turma é bastante pequeno (23 períodos) e o parâmetro  $\alpha$  foi igualado a quatro, o número mínimo de períodos de aulas por dia é apenas de dois<sup>7</sup>, justificando então o dia

---

<sup>7</sup>  $\frac{23}{4} - 4 = 1,75 \approx 2$

com apenas um evento. Apesar disto, como os alunos irão complementar estes horários com aulas optativas, estes dias poderão ter mais eventos, evitando, assim, esta discrepância do número de períodos por dia. Neste caso, não existem mais de três horas de aulas consecutivas, sem intervalo.

Este horário gerado pode ser confrontado com o horário existente para esta turma, apresentado na Figura 5.10.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>				08:00 IO (TP)	
<b>09:00</b>	09:00 GF2 (T)	09:00 GF2 (T)	08:30 STE (TP)		
<b>10:00</b>		10:00 IO (TP)	10:00 GF2 (P)	10:00 STE (TP)	
<b>11:00</b>					
<b>12:00</b>					
<b>13:00</b>					

Figura 5.10 - Horário da turma GES03M11 de 2023-2024.

Na Figura 5.10 verifica-se que existe apenas um dia com um evento, tendo este a duração de uma hora. À semelhança do horário gerado, existe uma maior discrepância no número de horas de aulas por dia, sendo que o dia mais sobrecarregado tem quatro horas de aulas, mas, neste caso, não existe nenhuma pausa entre eventos. De facto, este horário não apresenta qualquer intervalo entre eventos em nenhum dos dias, contrariamente ao horário gerado.

Da mesma forma do que para as turmas é, também, interessante analisar os horários dos docentes e das salas de aulas. Deste modo, como exemplo, apresentam-se a Figura 5.11 e a Figura 5.13, respetivamente, com os horários de um docente e de ocupação de uma sala gerados pelo modelo de PLI.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>					
<b>09:00</b>			09:00 AM1 (P) Q6ANF4		
<b>10:00</b>	09:30 AM1 (T) Q6AUD4	10:00 M1 (T) F2AF3			10:00 AM1 (P) Q6ANF3
<b>11:00</b>	11:00 M1 (T) F2AF3	11:30 AM1 (T) F1AF21			
<b>12:00</b>					

Figura 5.11 - Horário do docente d1 criado pelo modelo de PLI.

Este horário apenas permite visualizar como estão organizadas as aulas de licenciatura para este docente. Contudo, este docente foi escolhido por somente lecionar aulas de licenciatura, pelo que este horário corresponde ao horário completo do docente d1 no primeiro semestre. Como os horários de cada docente são muito díspares, não se pode generalizar o horário apresentado na Figura 5.11 para todos os docentes. Adicionalmente, não se visualizam as aulas de mestrado ou doutoramento lecionadas pelos docentes, nem se identificam outras restrições horárias que possam ter. No entanto, neste caso, pode dizer-se que o docente tem pelo menos uma aula de licenciatura todos os dias, exceto à quinta-feira e que, quando tem mais do que um evento num dia, estes ocorrem consecutivamente, sem qualquer pausa.

Em relação ao horário gerado, o horário existente (Figura 5.12) agrupa os eventos em apenas três dias e intervala-os com pausas de duas horas e meia, o que é preferível.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira			
<b>08:00</b>	08:00 AM1 (T)	08:00 AM1 (T)						
<b>09:00</b>								
<b>10:00</b>	12:00 M1 (T)	12:00 M1 (T)						09:30 AM1 (P)
<b>11:00</b>								
<b>12:00</b>								
<b>13:00</b>								

Figura 5.12 - Horário do docente d1 de 2023-2024.

Por último, em relação às salas, pode avaliar-se o horário da sala F2AF3 (Figura 5.13), uma das salas mais ocupadas por aulas de licenciatura, devido à sua elevada capacidade.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 E1-G (T)	08:00 IG (T)	08:00 E1 (T)	08:00 IG (T)	08:00 IEC-GDES (P)
<b>09:00</b>		09:00 E1-G (T)			
<b>10:00</b>	10:00 IG (T)	10:00 M1 (T)			
<b>11:00</b>	11:00 M1 (T)	11:30 EI (T)	11:00 IG (T)		
<b>12:00</b>				11:30 IG (P)	
<b>13:00</b>	12:30 EI (T)				
<b>14:00</b>				14:00 GC (TP)	
<b>15:00</b>	14:30 MA1 (T)	14:30 MA1 (T)			
<b>16:00</b>	15:30 MI1 (T)	15:30 MI1 (T)			
<b>17:00</b>			16:00 MIF (TP)		
<b>18:00</b>	17:30 HEU-OPT (TP)				

Figura 5.13 - Horário da sala F2AF3 criado pelo modelo de PLI.



Verifica-se pela Figura 5.13 que a sala ainda tem alguma disponibilidade para acomodar aulas de licenciatura e, eventualmente, substituir alguns eventos do tipo teórico-prático ou prático por eventos do tipo teórico, frequentados por um número mais elevado de alunos. Este horário pode ser comparado com o horário atualmente utilizado pela faculdade, apresentado na Figura 5.14.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 IG (T)	08:00 CIF (T)			08:00 IG (T)
<b>09:00</b>	09:00 GF2 (T)	09:00 GF2 (T)	09:00 E1 (T)		09:00 IG (T)
<b>10:00</b>		10:00 E1-G (T)		10:00 LEST-LMAEG (T)	
<b>11:00</b>	10:30 M1 (T)	11:00 M1 (T)	10:30 IG (T)		10:20 M2-E (T)
<b>12:00</b>	12:00 M1 (T)		11:30 IG (T)		
<b>13:00</b>		12:30 E1 (T)	12:30 E1 (T)	12:30 IG (T)	
<b>14:00</b>	13:30 EST1 (T)	13:30 EST1-G (T)	13:30 EST1 (T)		
<b>15:00</b>	15:00 MA1 (T)	15:00 MI1 (T)			
<b>16:00</b>	16:00 MI1 (T)	16:00 MA1 (T)			

Figura 5.14 - Horário da sala F2AF3 de 2023-2024.

Em comparação com o horário gerado, o horário existente (Figura 5.14) é preenchido exclusivamente com eventos do tipo teórico. Neste caso, não há disponibilidade para a afetação de mais nenhum evento à segunda-feira nem à terça-feira, mas dispõe-se de alguns períodos vagos para afetação de eventos a partir de quarta-feira, ainda que em número inferior ao horário gerado. Relativamente à presença de períodos vagos, deve referir-se que os horários utilizados pela faculdade incluem todos os eventos do semestre, enquanto os horários gerados apenas incluem os eventos da instância escolhida. Assim, alguns dos eventos visíveis na Figura 5.14 não existem na instância escolhida (como, por exemplo, os eventos teóricos de EST1), o que se reflete na ocupação inferior desta sala no horário gerado.

O modelo de PLI aplicado às instâncias de cada semestre é eficaz na afetação dos eventos selecionados e gera horários de boa qualidade, na medida em que afeta todos os eventos. Comparativamente com os horários existentes, a aparência dos horários criados pelo modelo é, na sua globalidade, preferível, o que resulta da introdução das restrições de equilíbrio do número de períodos de aulas diário para cada turma. No entanto, como se sabe, este modelo não resolve o problema de geração dos horários das licenciaturas na sua totalidade e tem algumas limitações. Assim, apresentam-se de seguida algumas críticas.

#### **5.4 Algumas críticas à metodologia**

A principal crítica a apontar ao modelo é a falta de eficácia na resolução do problema total de geração dos horários das licenciaturas do ISEG para os primeiro e segundo semestres. Efetivamente, como já foi referido, o intuito deste trabalho era aplicar a metodologia criada ao problema de geração dos horários do ISEG. Este modelo de PLI conseguiu afetar um grande conjunto de eventos de forma eficaz, pelo que se tentou aprimorar esta metodologia. Esta escolha não foi totalmente satisfatória, visto que o modelo formulado não conseguiu alocar todos os eventos de cada semestre. Deste modo, aplicou-se esta metodologia a um subconjunto dos eventos, não se resolvendo o problema global identificado.

De seguida, deve referir-se que este problema é complexo, contendo um elevado número de variáveis e restrições e apresentando uma simetria nas soluções geradas. Estas características obrigaram a uma limpeza inicial dos dados em *Excel* e a inúmeras simplificações e modificações do código em *Python*, para conseguir atingir a solução pretendida no tempo limite definido. Mantém-se então a necessidade de desenvolver um método eficaz para obter uma solução para o problema global, num menor tempo computacional.

Adicionalmente, a presença de dados incompletos ou de alguns dados contraditórios levaram à eliminação de um conjunto de eventos do problema (12 eventos no primeiro semestre e 26 eventos no segundo semestre). A maioria destes eventos corresponde a UCs optativas que podem não ser lecionadas nas instalações do ISEG, como por exemplo, as

aulas de línguas, pelo que não ocupariam as salas da faculdade, mas teriam de ter espaço no horário de cada turma. Outros eventos correspondem a UCs fora do percurso recomendado ou a UCs optativas que acabaram por não ter turmas no semestre em questão.

Por último, deve também referir-se que a duração de processamento do código em *Python* é variável e dependente da potência do computador e da sua utilização em paralelo para outras atividades.

## Capítulo 6. Conclusão

Com a elaboração deste trabalho, foi possível estudar a temática do *timetabling* e analisar-se o desenvolvimento de várias metodologias para a resolução de problemas deste tipo. Desta forma, pôs-se em prática alguns conhecimentos adquiridos no mestrado, aplicando-os a um caso concreto.

Para tal, exploraram-se os dados do ISEG relativos aos horários e compreendeu-se o funcionamento por detrás do processo de geração de um horário nesta faculdade, com os seus requisitos e particularidades. Adicionalmente, formulou-se um modelo de PLI, que inclui muitas das restrições que a faculdade exige, apesar de certas especificidades não terem sido consideradas, nomeadamente algumas das restrições horárias de certos docentes.

Com a formulação proposta e a adição do algoritmo de fixação de eventos e das restrições de equilíbrio, chegou-se a resultados admissíveis para um subconjunto dos dados em cada um dos semestres. A solução para o primeiro semestre foi alcançada em relativamente pouco tempo (44 minutos) e a solução para o segundo semestre, com a possibilidade de sobreposição de UCs optativas, foi atingida em cerca de sete horas. Apesar desta discrepância no tempo de resolução do modelo, que se deve à diferença no número de turmas, de docentes e de UCs, ambos realizam a afetação da totalidade (321 e 369 eventos) dos eventos das instâncias de cada semestre antes do tempo limite definido (dez horas).

Comparativamente aos horários existentes, os horários gerados conferem um maior equilíbrio do número de horas de aulas por dia, evitando a existência de dias com apenas um evento. No entanto, apesar da presença das restrições de equilíbrio, continuam a surgir dias totalmente preenchidos com eventos, sem qualquer intervalo (devido ao valor escolhido para o parâmetro  $\alpha$ ), o que deveria ser evitado.

Para que se torne uma alternativa viável ao *software* utilizado atualmente pelo ISEG, existem certos aspetos a melhorar e críticas a apontar, que podem ser tratadas como trabalho futuro nesta temática.

Neste sentido, o mais urgente é a redução do tempo de processamento, de criação e de resolução do modelo. Este aumento em eficiência poder-se-á traduzir também na

obtenção de uma solução ótima para a instância com todos os eventos para ambos os semestres e não somente para este subconjunto de eventos.

Adicionalmente, a partir das soluções obtidas através do modelo de PLI, existe a possibilidade de desenvolvimento de uma meta-heurística complementar capaz de gerar os horários totais para cada semestre. Eventualmente, poderia ainda ser experimentada outra plataforma para a aplicação do modelo, que não o *Python*.

Suplementarmente, é necessário acrescentar todas as restrições impostas pela faculdade, incluindo as mais específicas, nomeadamente:

- › a proibição de as aulas práticas acabarem depois das 17:00 à sexta-feira;
- › a não sobreposição de aulas em inglês, para que possam ser escolhidas por alunos de *Erasmus*;
- › a inclusão dos horários específicos de cada docente (incluindo restrições horárias por terem filhos menores, por questões de saúde ou laborais);
- › a inclusão de todas as restrições apresentadas por cada departamento, relativamente à disposição das aulas nos horários, às incompatibilidades de cada docente e, ainda, certos pedidos específicos de alguns docentes;
- › a inclusão do número de semanas para uma melhor afetação das aulas consoante os módulos de lecionação;
- › a obrigação de todas as aulas teóricas de uma UC ocorrerem antes de todas as aulas práticas dessa UC, para uma mesma turma, sem a exceção criada no conjunto de restrições (9).

A estas restrições, poderia ainda adicionar-se uma outra para estabelecer uma duração máxima para os períodos consecutivos de aulas, após os quais teria de haver uma pausa de pelo menos meia hora, para evitar dias totalmente preenchidos. Adicionalmente, poderia dar-se uma maior importância aos horários dos docentes, evitando, tal como para os alunos, uma grande discrepância no número diário de períodos e os blocos consecutivos de aulas de longa duração.

Por último, é também necessário avaliar os eventos que apresentam incongruências na base de dados e completar toda a sua informação, para que seja possível afetá-los aos horários.

Apesar das fragilidades apontadas, este trabalho é o ponto de partida para o desenvolvimento de uma metodologia para a resolução do problema de UCTP no ISEG.

## Referências Bibliográficas

Abdipoor, S., Yaakob, R., Goh, S. L. & Adbullah, S., 2023. Meta-heuristic approaches for the University Course Timetabling Problem. *Intelligent Systems with Applications*, Volume 19, p. 200253.

Akkan, C. & Gülcü, A., 2018. A bi-criteria hybrid Genetic Algorithm with robustness objective for the course timetabling problem. *Computers & Operations Research*, Volume 90, pp. 22-32.

Almeida, J., Figueira, J. R., Francisco, A. P. & Santos, D., 2023. *A hybrid meta-heuristic for the generation of feasible large-scale course timetables using instance decomposition*. [Online]

Available at: <https://arxiv.org/abs/2310.20334>

[Acedido em 5 fevereiro 2024].

Babaei, H., Karimpour, J. & Hadidi, A., 2015. A Survey of Approaches for University Course Timetabling Problem. *Computers & Industrial Engineering*, Volume 86, pp. 43-59.

Chen, M. C. et al., 2021. A Survey of University Course Timetabling Problem: Perspectives, Trends and Opportunities. *IEEE Access*, Volume 9, pp. 106515-106529.

Fen, H. S., 2010. *Hybrid Particle Swarm Optimization Constraint-Based Reasoning in Solving University Course Timetabling Problem*, Kuala Lumpur: s.n.

Gotlieb, C., 1963. *The Construction of Class-Teacher Timetables*. Amsterdam, North-Holland, pp. 73-77.

Gröbner, M., Wilke, P. & Büttcher, S., 2003. *A Standard Framework for Timetabling Problems*. New York, Springer, pp. 24-38.

Gurobi Optimization, 2024. *Parameters*. [Online]

Available at: <https://www.gurobi.com/documentation/current/refman/parameters.html>

[Acedido em 10 junho 2024].

Mandal, A. K., Kahar, M. N. M. & Kendall, G., 2020. Addressing Examination Timetabling Problem Using a Partial Exams Approach in Constructive and Improvement. *Computation*, 8(2), p. 46.

- Mansour, N. & Hanaa, E.-J., 2013. *Curriculum based course timetabling*. Shenyang, ICNC, pp. 787-792.
- Marrão, I. M. A., 2023. *An Algorithm to Support the Creation of Timetables in ISEP-DEM*, Porto, Portugal: s.n.
- Muklason, A., Irianti, R. G. & Marom, A., 2019. *Automated Course Timetabling Optimization Using Tabu-Variable Neighborhood Search Based Hyper-Heuristic Algorithm*. s.l., Procedia Computer Science, pp. 656-664.
- Nandal, P., Satyawali, A., Sachdeva, D. & Tomar, A. S., 2021. *Graph Coloring based Scheduling Algorithm to automatically generate College Course Timetable*. s.l., IEEE.
- Petrovic, S. & Burke, E., 2004. *University timetabling*. Boca Raton, CRC Press.
- Pillay, N., 2014. A survey of school timetabling research. *Annals of Operations Research*, 218(1), pp. 261-293.
- Schaerf, A., 1996. A Survey of Automated Timetabling. *Artificial Intelligence Review*, Volume 13, pp. 87-127.
- Shatnawi, S. M., Albaloooshi, F. & Rababa'h, K., 2012. Generating Timetable and Students schedule based on data mining techniques. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 2(4), pp. 1638-1644.
- Song, T. et al., 2018. An iterated local search algorithm for the University Course Timetabling Problem. *Applied Soft Computing*, Volume 68, pp. 597-608.
- Sze, S. N. et al., 2017. *Case-study: University lecture timetabling without pre-registration data*. s.l., s.n., pp. 732-735.
- Wren, A., 1995. *Scheduling, timetabling and rostering - A special relationship?*. New York, Springer, pp. 46-75.



## Anexo A1 – Quadro ilustrativo das manchas horárias disponíveis para a realização dos eventos de cada curso, em cada semestre.

Tabela A.1 - Manchas horárias disponíveis para a realização dos eventos de cada curso.

Curso/Aula			ECO/MAEG/GES/ ECN/MNG/FNC (percurso recomendado)			ECO/MAEG/GES/ ECN/MNG/FNC (fora percurso recomendado)			Optativa	GDESP			
			1	2	3	1	2	3		3	1	2	3
<b>Ano</b>			<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>Primeiro semestre</b>	<b>Segunda-feira</b>	<b>Manhã</b>	x		x	x		x			x		
		<b>Tarde</b>		x			x		x			x	
	<b>Terça-feira</b>	<b>Manhã</b>	x		x	x		x					
		<b>Tarde</b>		x			x		x	x			
	<b>Quarta-feira</b>	<b>Manhã</b>	x		x	x		x			x		
		<b>Tarde</b>		x			x		x			x	
	<b>Quinta-feira</b>	<b>Manhã</b>	x		x	x		x					
		<b>Tarde</b>		x			x		x	x			
	<b>Sexta-feira</b>	<b>Manhã</b>	x			x		x	x	x		x	
		<b>Tarde</b>		x			x	x	x	x			x
	<b>Segundo semestre</b>	<b>Segunda-feira</b>	<b>Manhã</b>	x		x		x				x	
			<b>Tarde</b>		x		x		x	x	x		
<b>Terça-feira</b>		<b>Manhã</b>	x		x		x						
		<b>Tarde</b>		x		x		x	x			x	
<b>Quarta-feira</b>		<b>Manhã</b>	x		x		x				x		
		<b>Tarde</b>		x		x		x	x	x	x		
<b>Quinta-feira</b>		<b>Manhã</b>	x		x		x						
		<b>Tarde</b>		x		x		x	x			x	
<b>Sexta-feira</b>		<b>Manhã</b>	x				x	x	x	x		x	
		<b>Tarde</b>		x		x		x	x	x	x		

## Anexo A2 – Tempo de criação das restrições do segundo semestre para o modelo sem sobreposição de eventos.

Tabela A.1 - Tempo de criação dos conjuntos de restrições para o segundo semestre sem sobreposição.

Restrições	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Tempo de construção (em segundos)	1,34	8,14	3,68	11,56	556,61	27,42
Restrições	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Tempo de construção (em segundos)	33,71	41,24	195,94	3,65	-	3,30

## Anexo A3 – Horário gerado para a turma ECO03M21.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
<b>08:00</b>	08:00 AM2 (T) Q6AUD4	08:00 AM2 (T) Q6AUD4	08:00 EC2 (P) F1001	08:00 PEA (P) F2AF3	08:00 PM1 (TP) F1AF23
<b>09:00</b>					
<b>10:00</b>	09:30 AN (T) F1AF23		10:00 EC2 (T) F2AF4	10:00 AN (P) Q6ANF4	
<b>11:00</b>	11:00 PEA (T) F1AF24	11:30 AN (T) F1AF24		11:30 AM2 (P) F1209	11:00 LP (TP) F2201
<b>12:00</b>	11:30 LP (TP) F2102				
<b>13:00</b>				11:30 PM1 (TP) Q6ANF2	

Figura A.1 - Horário da turma ECO03M21 criado pelo modelo de PLI.