



LISBON  
SCHOOL OF  
ECONOMICS &  
MANAGEMENT  
UNIVERSIDADE DE LISBOA

# **MESTRADO**

## **MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

### **TRABALHO FINAL DE MESTRADO**

#### **RELATÓRIO DE ESTÁGIO**

#### **OTIMIZAÇÃO DAS ROTAS DA COLETA DOS PARQUÍMETROS DA EMEL**

**LUÍSA ARRUDA DE CAMPOS DE CARVALHO**

**OUTUBRO 2017**

**MESTRADO EM**  
**MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO**  
**ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
**RELATÓRIO DE ESTÁGIO**

**OTIMIZAÇÃO DAS ROTAS DA COLETA DOS**  
**PARQUÍMETROS DA EMEL**

**LUÍSA ARRUDA DE CAMPOS DE CARVALHO**

**ORIENTAÇÃO:**

**PROF.<sup>a</sup> DOUTORA MARIA CÂNDIDA VERGUEIRO MONTEIRO**  
**CIDADE MOURÃO**  
**ENGENHEIRO VASCO FERNANDES PIRES DAMAS MÓRA**

**OUTUBRO 2017**

## Agradecimentos

*À Professora Doutora Maria Cândida Mourão*

*Ao Engenheiro Vasco Móra*

*Ao Engenheiro João Ribeiro*

*Ao responsável da Coleta da EMEL António Teixeira*

*Aos restantes trabalhadores da EMEL, com especial apreço à equipa de Gestão da Frota*

*Ao meu colega Salvador Collaço*

*À Catarina Carvalho*

*Aos amigos de sempre*

*Aos meus pais e irmão*

***Pela oportunidade, motivação, acompanhamento e disponibilidade.***

*À EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A.*

*Ao ISEG – Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade de Lisboa, com especial apreço às coordenadoras do Mestrado de Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial*

***Pela oportunidade e contributo no meu desenvolvimento pessoal e profissional.***

## Resumo

No seguimento de um protocolo celebrado no ano letivo de 2016/2017 entre o ISEG – ULisboa (Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade de Lisboa) e a EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A. foi realizado um estágio nesta empresa para a elaboração do Trabalho Final de Mestrado em Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial (MQDEE).

Tendo como objetivo uma gestão mais eficiente dos seus recursos humanos e materiais, foi proposto pela EMEL o desenvolvimento de um instrumento de apoio que permitisse construir rotas para a recolha dos cofres dos parquímetros de determinadas zonas de Lisboa. A empresa pretende otimizar o seu processo de coleta tendo por base uma lógica de coleta por valor previsto para cada um dos parquímetros da cidade, como alternativa a um modelo instalado, mais geográfico (por rua), que utiliza o valor da rota para determinar a frequência de coleta (número de repetições da rota por semana ou mês, e.g.). Pretendia-se determinar rotas que permitissem a coleta dos parquímetros de maior valor, preterindo os de menor valor, poupando assim tempo e otimizando os meios humanos e técnicos.

Desta forma, foi realizado um estágio no qual se pretendia a otimização destas rotas, permitindo uma gestão mais eficiente dos recursos disponíveis da empresa, bem como a diminuição dos riscos associados.

Os objetivos do corrente estágio foram estipulados tendo em conta as oportunidades de melhoria identificadas e as prioridades estabelecidas pela EMEL. O problema exposto enquadra-se na categoria de *Vehicle Routing Problems (VRP)*, ou seja, pretende-se gerar um conjunto de rotas, com início e término num determinado vértice, capaz de servir um conjunto de clientes sendo satisfeito um conjunto de restrições [4].

Aquando da construção de rotas por valor, é necessário prever quanto dinheiro está em cada um dos parquímetros em cada momento. A primeira fase deste trabalho consistiu assim em definir uma função de valorização que permite calcular o valor expectável em cada um dos parquímetros para diferentes momentos de um determinado dia.

Outra informação imprescindível para a elaboração de rotas é o tempo de viagens entre os diferentes pontos de visita. Assim, foi criado um grafo completo com tempos de deslocação estimados entre os parquímetros (nodos do grafo) e entre os parquímetros e a base/depósito.

Tendo por base estas informações foi desenvolvida uma nova heurística construtiva, e uma heurística melhorativa especialmente adaptada à nova construtiva.

Sucederam-se simulações computacionais que permitiram comparar as heurísticas desenvolvidas e confirmar a sua viabilidade.

Por último, foi realizada uma fase de testes piloto onde foram implementadas e construídas rotas, sendo os seus resultados analisados.

**Palavras-Chave:** Coleta, Parquímetros, Rotas, Otimização, Heurística

## *Abstract*

Following the protocol signed for the 2016/2017 academic year between ISEG – UL (Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade de Lisboa) and EMEL (Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A.) an internship in this company took place to prepare the final work of Master's Degree in Quantitative Methods for Decision-making in Economics and Business.

Aiming for an improvement in the management of both human and material resources, EMEL's proposal consisted in developing an instrument to support the setting up of improved routes to collect the parking meter's safe boxes, in some areas of Lisbon. EMEL's intentions are to optimize these collection processes undertaking a logic based on the expected value in each parking meter, as an alternative to its current model, which uses the parking meters' spatial distribution (by streets) to determine the collection frequency (e.g. number of repetitions of the route per week or per month). The expected outcome was to propose routes which would favour the collection of the parking meters of higher value, allowing to optimize human and technical resources while saving time.

Therefore, the internship intended to optimize these collecting routes, contributing to a more efficient management of EMEL's resources, as well as the decreasing of associated risks.

The internship goals were established according to the improvement opportunities identified by EMEL, as well as its major priorities. The previously presented issue is framed within the *Vehicle Routing Problems (VRP)* category. When setting up value-oriented routes, it is mandatory to predict how much money is expected to be in each parking meter safe box, in each moment. Therefore, the first phase of the internship consisted in defining a valuation function which allows estimating the expected value in each parking meter safe, in different moments of a given day.

Moreover, the travelling time between the different visit points plays also a central role. Thus, a complete graph with estimated travelling times between parking meters and between the parking meters and the operational centre was created.

Grounded on this information, a new constructive heuristic was developed, as well as one improvement heuristic particularly adapted to the new constructive one.

The following step was to set up computer simulations which allowed us to compare the developed heuristics and to confirm their feasibility.

Lastly, a pilot testing phase took place where the developed collection routes were tested, and its results analysed and discussed.

**Key-words:** Coin collection, Parking meter, Routes, Optimization, Heuristic

## Índice

Agradecimentos .....	I
Resumo.....	II
<i>Abstract</i> .....	III
Índice de Tabelas.....	V
1. Introdução.....	1
1.1. Apresentação.....	1
1.2. EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A.	1
1.3. Enquadramento do Problema e Principais Conclusões de um Estudo Anterior .....	2
1.4. Objetivos do Estágio .....	3
1.5. Estrutura do Relatório .....	4
2. Enquadramento do Problema.....	5
2.1. Notação - Comum.....	7
2.2. Revisão Bibliográfica – <i>Team Orienteering Problem</i> .....	7
2.3. Formulação Matemática do Problema .....	9
3. Desenvolvimento da Metodologia.....	12
3.1. Introdução .....	12
3.2. Valorização.....	13
3.2.1. Cálculo do Valor Previsto em Cofre no Parquímetro.....	14
3.2.2. Cálculo do Tempo de Exploração Decorrido entre Coletas .....	15
3.2.3. Simulações do Modelo de Valorização .....	15
3.2.4. Definição e Identificação de <i>Outliers</i> .....	16
3.3. Grafo .....	18
3.3.1. Geração de Dados.....	19
3.3.2. Geração de Dados pela Matriz OSM.....	20
3.3.3. Estratégia de Atualização .....	21
3.4. Heurísticas .....	22
3.4.1. Heurísticas Construtivas .....	22
3.4.2. Heurísticas Melhorativas .....	25
4. Análise de Resultados .....	27
4.1. Simulações Computacionais .....	27
4.2. Resultados da Semana de Testes Piloto .....	29
4.2.1. Análise de Valores .....	29
4.2.2. Análise de Tempos.....	31
5. Conclusões.....	32
Bibliografia .....	34

Anexos.....	35
Anexo 1. Enquadramento do Problema .....	35
Anexo 2. Valorização – Representações Esquemáticas.....	36
Anexo 3. Valorização – Tabelas .....	37
Anexo 3.1. Valorização - Resultados Globais do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (1ª Fase).....	37
Anexo 3.2. Valorização - Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase).....	38
Anexo 3.3. Valorização - Resultados das Simulações Realizadas no Tratamento de <i>Outliers</i> .....	41
Anexo 4. Grafo - Apresentação Sumária das Aplicações OSM e <i>Google Distance Matrix</i> ....	42
Anexo 5. Grafo - Fluxograma Representativo das Várias Etapas Para a Construção do Grafo.....	43
Anexo 6. Grafo – Resultados dos Estudos Comparativos .....	44
Anexo 7. Heurísticas Construtivas – Pseudocódigo HC1 .....	47
Anexo 8. Diferenças entre HM e HC1a .....	48
Anexo 9. Análise de Resultados - Resultados das Simulações Computacionais.....	49
Anexo 10. Análise de Resultados - Resultados da Semana de Testes Piloto.....	50

### Índice de Tabelas

Tabela 1 Notação-Comum: Índices e Parâmetros comuns às secções 2.2 e 2.3 .....	7
Tabela 2: Variáveis de um TOP.....	8
Tabela 3: Formulação Matemática - Notação - Chave (Índices) .....	9
Tabela 4: Formulação Matemática - Notação - Chave (Parâmetros).....	9
Tabela 5: Notação - chave (Índices) .....	14
Tabela 6: Notação -Chave (Parâmetros) .....	14
Tabela 7: Notação - Chave (Variáveis).....	14
Tabela 8: Combinações de Ponderadores Estudadas .....	16
Tabela 9: Resultados Comparativos do Estudo de Regressões Lineares .....	21
Tabela 10: Valores Máximos Previstos na Rua (04h00) .....	29
Tabela 11: Percentagem do Valor na Rua (13h) que Foi Coletado .....	31
Tabela 12: Resultados Globais do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (1ª Fase).....	37
Tabela 13: Valores Observados - Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (1ª Fase).....	37
Tabela 14: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Horário .....	38
Tabela 15: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Turno .....	38
Tabela 16: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Zona .....	39

Tabela 17: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Dia da Semana .....	40
Tabela 18: Resultados das Simulações Realizadas no Tratamento de Outliers - Dados Tratados e Não Tratados .....	41
Tabela 19: Resultados das Simulações Realizadas no Tratamento de Outliers - Outliers Iniciais e Outliers Finais.....	41
Tabela 20: Resultados Globais dos Estudos Comparativos.....	44
Tabela 21: Resultados dos Estudos Comparativos - Viagens Intrazonais - Parte I.....	44
Tabela 22: Resultados Globais dos Estudos Comparativos - Viagens Intrazonais - Parte II.....	44
Tabela 23: Resultados Globais dos Estudos Comparativos - Viagens Interzonais .....	45
Tabela 24: Resultados dos Estudos Comparativos - Dia da Semana.....	46
Tabela 25: Resultados dos Estudos Comparativos - Período do Dia - Parte I .....	46
Tabela 26: Resultados dos Estudos Comparativos - Período do Dia - Parte II .....	46
Tabela 27: Resultados dos Estudos Comparativos - Bloco Horário.....	46
Tabela 28: Principais Diferenças Entre a Heurística Múltipla e HC1 atualizada .....	48
Tabela 29: Valores Totais e Médios por Parquímetro, que se Prevê que Estejam na Rua (04h00) .....	49
Tabela 30: Valores Totais e Médios por Parquímetro, que se Prevê Coletar com a Geração de Cada Uma das Rotas.....	49
Tabela 31: Percentagem do Valor que se Prevê Coletar no Turno da Tarde, Daquele que Estava na Rua (04h00) .....	49
Tabela 32: Resultados dos Valores (Euros) Previstos e Coletados na Semana de Testes Piloto e Respetivos DR.....	50
Tabela 33: Resultados dos Tempos de Viagem (segundos) Previstos e Observados na Semana de Testes Piloto e Respetivos Desvios Simples .....	50

### Glossário

c.c.	Caso contrário
CF	Coleta forçada
CTOP	<i>Capacitated Team Orienteering Problem</i>
CVRP	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i>
DP	Desvio Padrão
DS	Desvio Simples
DR	Desvio Relativo
EMEL	EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A.
HC1	Heurística construtiva desenvolvida em [10]
HC1a	Heurística construtiva desenvolvida em [10] com as atualizações deste trabalho
HC2	Heurística construtiva desenvolvida no presente trabalho
HM	Heurística Múltipla
MQDEE	Métodos Quantitativos Para a Decisão Económica e Empresarial
OP	<i>Orienteering Problems</i>
OSM	<i>Open Street Maps</i>
PACF	Parquímetros ativos de “coleta forçada”
PASCF	Parquímetros ativos que não são de “coleta forçada”
TOP	<i>Team Orienteering Problems</i>
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i>
WGS	<i>World Geodetic System</i>

## 1. Introdução

### 1.1. Apresentação

No seguimento de um protocolo celebrado no ano letivo de 2016/2017 entre o ISEG – ULisboa (Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade de Lisboa) e a EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A. foi realizado um estágio nesta empresa para a elaboração do Trabalho Final de Mestrado em Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial (MQDEE).

Tendo como objetivo uma gestão mais eficiente dos seus recursos humanos e materiais, foi proposto pela EMEL o desenvolvimento de um instrumento de apoio que permitisse construir rotas para a recolha dos cofres dos parquímetros em determinadas zonas de Lisboa. A empresa pretende otimizar o seu processo de coleta, tendo por base uma lógica de coleta por valor previsto para cada um dos parquímetros da cidade, como alternativa a um modelo instalado mais geográfico (por rua) que utiliza o valor da rota para determinar a frequência de coleta (número de repetições da rota por semana ou mês, e.g.). Pretende-se a determinação de rotas que permitam a coleta dos parquímetros de maior valor, preterindo os de menor valor, poupando assim tempo e otimizando os meios humanos e técnicos.

O grande respeito que nutro pelo trabalho realizado nesta empresa, o particular interesse na área e a oportunidade de desenvolver os conhecimentos adquiridos na minha formação académica, sobretudo no mestrado MQDEE, levaram-me a aceitar o desafio proposto.

Assim, como Trabalho Final de Mestrado realizei um estágio de oito meses na EMEL, entre fevereiro e setembro de 2017.

### 1.2. EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A.

Segundo os seus próprios estatutos, *a EMEL – Empresa Municipal de Mobilidade e Estacionamento de Lisboa, E.M. S.A., doravante denominada de EMEL, é uma pessoa coletiva de direito privado sob a forma de sociedade anónima de capitais exclusivamente públicos, de responsabilidade limitada, com natureza municipal, que goza de personalidade jurídica e é dotada de autonomia administrativa, financeira e patrimonial.*

*In [3], capítulo I, secção I, artigo 1º, número 1*

Esta empresa tem como objeto social a prestação de serviços de interesse geral no âmbito do desenvolvimento, gestão e exploração de soluções de mobilidade urbana, podendo as mesmas ser soluções integradas com o transporte público urbano de passageiros.

Das muitas atividades que a EMEL exerce para prosseguir o seu objeto social destaca-se, neste projeto, o desenvolvimento de ferramentas que apoiem tomadas de decisão na gestão de estacionamento e de diversas funções operacionais que a suportam.

O tema da mobilidade e dos transportes em áreas urbanas tem, cada vez mais, particular atenção nos debates científicos, técnicos e políticos. A descentralização residencial e a desconcentração produtiva são dois fenómenos que podem ser vistos como consequência de outros fenómenos sociais e económicos que conduziram a uma maior facilidade de aquisição e dependência do uso de automóvel e também, em parte, ao desenvolvimento de soluções de mobilidade coletiva [6].

A qualidade de vida dos cidadãos está fortemente relacionada com as condições de mobilidade e acessibilidade a que têm acesso no seu quotidiano. Assim, é importante sensibilizar e regular comportamentos para que se possam minimizar as consequências negativas associadas a um aumento exacerbado do tráfego automóvel nas cidades, sendo a falta de ordenamento do estacionamento uma das causas do denominado “tráfego parasita”.

Neste sentido, e com o intuito de contribuir para um desenvolvimento sustentável da cidade de Lisboa, tornando-a uma cidade mais ordenada e acessível, a EMEL tem vindo a aumentar o seu âmbito de atuação.

Com a crescente utilização/dependência de veículos particulares, revelou-se imperativa a necessidade de expansão da zona de estacionamento ordenado e pago na cidade de Lisboa. De facto, sendo uma das medidas que garantem a segurança e eficácia da rotatividade de estacionamento, permite um acesso às áreas urbanas mais equitativo.

### **1.3. Enquadramento do Problema e Principais Conclusões de um Estudo Anterior**

No ano letivo de 2015/2016 foi celebrada a primeira parceria entre o ISEG e a EMEL onde se pretendia a aplicação dos conhecimentos académicos adquiridos por alunos do mestrado em MQDEE na resolução de alguns problemas identificados pela empresa.

Relativamente à coleta dos cofres dos parquímetros foram identificados dois problemas principais: o primeiro prende-se com o risco de vandalismo e roubo de cada um dos parquímetros e o segundo relaciona-se com o planeamento e gestão atual das próprias rotas de coletas dos cofres dos parquímetros na cidade de Lisboa.

Desta forma, foi realizado um estágio [10] no qual se pretendia a otimização destas rotas, permitindo uma gestão mais eficiente dos recursos disponíveis da empresa bem como a diminuição dos riscos associados.

Não tendo a empresa nem a capacidade nem uma real necessidade de coletar diariamente todos os parquímetros, pretendia-se reduzir e homogeneizar o valor monetário não coletado, devendo o desenho das rotas considerar os maiores valores disponíveis na área de influência da equipa de coleta.

Este primeiro estágio foi dividido em cinco fases: (1) recolha e tratamento de dados, (2) definição de uma função de valorização para os parquímetros, prevendo o montante que cada

um teria em determinado momento, (3) construção de um grafo que permitisse prever os tempos de deslocação durante as viagens, (4) desenvolvimento de uma heurística que definisse rotas de boa qualidade para os veículos que recolhem os cofres dos parquímetros e (5) realização de experiências computacionais que garantissem a validade e viabilidade dos procedimentos referidos.

Procurou-se a construção de uma rota diária que maximizasse o ganho (montante no cofre) associado a cada um dos nodos (parquímetros) visitados respeitando a duração do turno de trabalho e a capacidade do veículo.

Na fase de valorização, para simplificação do modelo, foi assumida a distribuição uniforme da procura de cada parquímetro para o cálculo das valorizações, com base nos intervalos de exploração entre coletas de cada parquímetro. Mais, foi desenvolvida uma heurística que permite construir rotas sequencialmente tendo em conta a capacidade dos veículos disponíveis para a coleta, bem como os turnos de trabalho dos coletores.

No final do primeiro estágio [\[10\]](#) foram sugeridas algumas oportunidades de melhoria. Destas, foram destacadas: (1) a construção de um grafo que utilizasse distâncias reais em vez de distâncias euclidianas; (2) o desenvolvimento de heurísticas melhorativas, compatíveis com a construtiva desenvolvida, que permitissem gerar melhores rotas; (3) o desenvolvimento de outras heurísticas construtivas e melhorativas – com maior flexibilidade – possibilitando a comparação de heurísticas e a decisão de qual se adequaria melhor ao problema em questão e, por fim, (4) a construção de uma base de dados com a informação relativa das chaves dos parquímetros, para que a mesma pudesse ser incluída no processo de geração das rotas.

#### 1.4. Objetivos do Estágio

Os objetivos do corrente estágio foram estipulados tendo em conta as oportunidades de melhoria identificadas anteriormente e as prioridades estabelecidas pela EMEL.

Assim, foi proposto o desenvolvimento de: i) heurísticas melhorativas que resultem nas rotas geradas para a heurística construtiva já desenvolvida; e ii) uma heurística construtiva que permitisse a construção de rotas em paralelo por valor, ou seja, o desenvolvimento simultâneo de rotas para mais do que um veículo que permitisse aumentar a eficácia da coleta de cofres dos parquímetros. Esta última heurística construtiva deveria ser complementada com heurísticas melhorativas que alavancassem os seus resultados.

Por outro lado, se possível, as heurísticas deveriam ter em conta a inclusão da nova informação, disponibilizada pela empresa, relativa às chaves de abertura de cofres de cada parquímetro, dado esta ser uma forte restrição logística que pode condicionar a operação.

Tal como a anterior, a nova heurística construtiva deveria também garantir as restrições de capacidade e de horários de turnos de trabalho, juntamente com mais algumas condições identificadas pela empresa, tais como:

- Valor mínimo de coleta

Pretendia-se não visitar um parquímetro cujo valor previsto não fosse superior ou igual a um valor mínimo previamente estipulado.

- Valor máximo acumulado na carrinha

Por motivos de segurança, poderia ser necessário estipular um teto para o valor monetário contido na carrinha. Assim, se o montante recolhido numa rota estivesse próximo de um valor máximo previamente estabelecido, a equipa deveria regressar à base/depósito com o intuito de entregar as coletas já realizadas e só depois prosseguir a sua rota.

O projeto iniciou-se com uma revisão da função de valorização de cada parquímetro construída no ano anterior, seguida da modelação de um grafo de navegação mais representativo da realidade por ter em conta distâncias reais, ao invés de distâncias euclidianas.

Por fim, na terceira fase desenvolveram-se, como pretendido, uma heurística construtiva e uma melhorativa que tivessem em vista a criação paralela de múltiplas rotas para múltiplos veículos - combinando rotas de diferentes áreas próximas.

Foram ainda simulados resultados computacionais e realizados testes piloto com as rotas elaboradas, sendo os resultados comparados no quarto capítulo.

### 1.5. Estrutura do Relatório

A estrutura deste relatório espelha as diferentes fases pelas quais o projeto passou.

A primeira fase deste trabalho consistiu numa revisão bibliográfica, ponto 2 deste relatório.

Aquando da construção de rotas por valor, é necessário prever quanto dinheiro está em cada um dos parquímetros em cada momento. A segunda fase deste trabalho, ponto 3.2 do relatório, consistiu assim em definir uma função de valorização que permite calcular o valor expectável em cada um dos parquímetros para diferentes momentos de um determinado dia.

Como referido, outra informação imprescindível para a elaboração de rotas é o tempo de viagens entre os diferentes pontos de visita. Assim, ponto 3.3 do relatório, foi criado um grafo completo com tempos de deslocação estimados entre os parquímetros (nodos do grafo) e entre os parquímetros e a base/depósito.

Tendo por base estas informações foram desenvolvidas, em Microsoft Access 2016, uma heurística melhorativa para a heurística já construída no ano anterior, uma nova heurística

construtiva, e uma heurística melhorativa especialmente adaptada à nova construtiva, que consta na secção 3.4.

Sucederam-se simulações computacionais (secção 4.1) que permitiram comparar as heurísticas desenvolvidas e confirmar a sua viabilidade.

Por último, foi realizada uma fase de testes piloto (secção 4.2) onde foram implementadas as rotas construídas para a semana de 25 a 29 de setembro, sendo os seus resultados analisados.

As conclusões do trabalho desenvolvido podem ser encontradas na secção 5.

## 2. Enquadramento do Problema

Considerou-se que o problema de otimização em questão pertencia à classe de *Vehicle Routing Problems* (VRP).

Segundo Gilbert Laporte [4], num *Vehicle Routing Problem* (VRP) clássico pretende-se minimizar o custo total das rotas com início e término num mesmo ponto (base/depósito), determinadas para veículos que visitam cada “cliente” uma e uma só vez e a procura total dos clientes de cada rota respeita a capacidade dos veículos.

Sendo este um dos principais problemas de rotas estudados, existe uma vasta bibliografia sobre o tema, incluindo diferentes variantes. Em [4] são apresentadas algumas abordagens aos VRP, sendo distinguidos algoritmos exatos, heurísticas e meta heurísticas que permitem resolver algumas variantes destes problemas. Por sua vez, em [2] são identificadas propriedades que caracterizam e distinguem as variantes de VRP e é desenvolvido um breve estado da arte que aborda a principal pesquisa deste tipo de problemas.

Uma vez que os VRP são NP-difíceis é comum recorrer-se a heurísticas para a identificação de soluções admissíveis. Estes métodos são, regra geral, mais flexíveis, computacionalmente mais rápidos e mais facilmente adaptáveis à realidade (sobretudo para problemas de grandes instâncias) do que os métodos exatos. As heurísticas desenvolvidas devem ser [7] simples, robustas e com uma flexibilidade suficiente para resolver mais do que uma só instância.

Em [7] são evidenciados alguns tipos de heurísticas para a resolução de VRP. As heurísticas construtivas (secção 4.2, [7]) têm vindo a ser cada vez menos utilizadas, sobretudo pela robustez alcançada pelas meta-heurísticas que podem ser inicializadas com soluções aleatórias (viáveis ou não). Neste tipo de heurísticas pretende-se obter uma solução inicial para as heurísticas melhorativas. As heurísticas melhorativas (secção 4.3, [7]) caracterizam-se por permitir pesquisar na vizinhança de uma solução admissível inicial, outra solução admissível de melhor qualidade. Este processo de pesquisa repete-se até que não seja possível obter uma

solução admissível melhor ou que outro critério de paragem seja verificado. As metaheurísticas representam processos iterativos que pretendem obter melhores soluções organizando e conduzindo as operações das heurísticas subordinadas ([11]). Podem ser distinguidos dois tipos de metaheurísticas (secção 4.4, [7]): algoritmos *Local Search* e algoritmos *Population-Based*. São ainda destacadas, neste capítulo, as heurísticas híbridas (secção 4.5, [7]). Tal como o nome indica, este tipo de heurísticas combina características de diferentes heurísticas ou metaheurísticas com o intuito de obter melhores soluções. Por fim, os *Unified Algorithms* (secção 4.6, [7]) são algoritmos utilizados quando se pretende abranger um maior conjunto de características dos VRP, sendo métodos de resolução menos específicos e mais flexíveis à adição de características dos problemas. Existem alguns algoritmos capazes de produzir, numa única implementação, soluções de elevada qualidade para um VRP com diferentes características. No entanto, os procedimentos conhecidos como eficientes para a resolução específica de alguns casos, podem revelar ineficiências quando se adaptam a outros casos. Para além disso, algumas características podem conduzir a avaliações de solução complexas e morosas e o tempo computacional pode vir a ser extremamente elevado ([7]).

Na [figura 1](#) (anexo 1) estão listadas algumas heurísticas construtivas, metaheurísticas, famílias de hibridização e *Unified Algorithms* abordadas em [7].

O problema específico em estudo incorpora algumas características importantes e particularidades que o distingue. Em primeiro lugar, trata-se de um problema de *node routing*, pois, a procura dos clientes encontra-se dispersa, podendo ser representada nos vértices do grafo. Além disto, não se pretende minimizar o custo total das rotas, mas sim maximizar o montante recolhido. Pretende-se, ainda, que possam ser criadas mais do que uma rota em simultâneo. O valor contido nos cofres de cada parquímetro depende do momento de coleta.

É possível identificar algumas restrições importantes para a definição do problema, tais como: restrições dos veículos, dos parquímetros e das rotas.

Relativamente a restrições dos veículos destacam-se as limitações da capacidade de transporte de cofres e de transporte de dinheiro nas carrinhas. Nas restrições dos parquímetros deve ser tido em conta que cada parquímetro só poderá ser visitado uma vez em cada turno e, ainda, que a seleção de um parquímetro para uma determinada rota depende da disponibilidade para essa rota da chave que lhe corresponde. Por fim, deve ainda ser tido em conta o limite temporal para o término das rotas (restrições das rotas).

Uma das classes de VRP diretamente relacionada com o problema em estudo é a de *Vehicle Routing Problems with Profits*, onde o conjunto de clientes que se pretende servir não é conhecido, havendo um lucro associado a cada cliente. Assim, o problema distingue-se do

problema clássico uma vez que se pretende maximizar o lucro, tendo em conta as restrições do problema [8].

Dentro desta classe podem ser distinguidas diferentes variantes do problema. Em [8], destacam-se, para um único veículo: *Orienteering Problem*, *Profitable Tour Problem* e *Prize Collecting TSP*. Para problemas que tenham em conta múltiplos veículos, destacam-se ([8]) o *Team Orienteering Problem*, *Capacited Profitable Tour Problem*, *Capacited Prize Collecting VRP* e, ainda, o *VRP with Private Fleet and Common Carrier*.

Este capítulo subdivide-se em três secções, sendo que na primeira é apresentada a notação comum às restantes secções. Na segunda secção é apresentada uma formulação genérica para um tipo de VRP diretamente ligado ao problema em estudo - *Team Orienteering Problem* (TOP) – e, na terceira secção, é apresentada uma proposta de formulação matemática para o problema em estudo.

### 2.1. Notação - Comum

Nesta secção é apresentada a notação comum às secções 2.2 e 2.3 do presente trabalho.

Considera-se conhecido o grafo completo  $G = (V', A)$ , onde  $V' = \{0, 1, \dots, N\}$  é o conjunto de  $N + 1$  vértices, representando a base/depósito, vértice 0, e os clientes  $V_C = \{1, \dots, N\}$ .  $A$  é o conjunto de arcos que representam ligações entre os vértices.

Na tabela que se segue – [tabela 1](#) – são apresentados os índices e parâmetros comuns.

Índices	Significado	Parâmetros	Significado
$r$	Índice representativo das rotas ( $r = 1, 2, \dots, R$ )	$N$	Número de clientes ativos
$i, j, k$	Índices representativos dos vértices do grafo ( $i, j, k \in V_C, V_C = 1, 2, \dots, N$ )	$R$	Número de rotas que se pretende gerar

Tabela 1 Notação-Comum: Índices e Parâmetros comuns às secções 2.2 e 2.3

### 2.2. Revisão Bibliográfica – *Team Orienteering Problem*

O *Team Orienteering Problem* (TOP) é uma variante do *Orienteering Problem* (OP). Num OP pretende-se construir uma rota que maximize a soma dos ganhos obtidos ao visitar um conjunto de vértices. Por sua vez, num TOP pretende-se a mesma maximização definindo um conjunto de  $R$  rotas, cada uma delas limitada temporalmente ( $T_{max}$ ) [8].

De acordo com [9], considera-se conhecido o grafo  $G = (\tilde{V}, A)$ , onde  $\tilde{V} = V' \cup \{N + 1\}$  é o conjunto de  $N + 2$  vértices, sendo o vértice  $N + 1$  uma réplica da base/depósito. Cada rota deverá iniciar no vértice 0 e terminar no vértice  $N + 1$ . Cada cliente  $i \in V_C$  tem associado um proveito (ganho) não negativo ( $p_i$ ). Consideram-se também conhecidos  $T_{max}$  (duração máxima de cada rota) e  $t_{ij}$  (tempo necessário para atravessar o arco  $(i, j) \in A$ ). A [tabela 2](#) define as variáveis consideradas na formulação do problema.

Variável	Significado
$y_j^r$	Assume o valor 1 se o vértice $j \in V$ for visitado na rota $r$ e 0 c.c.
$x_{ij}^r$	Assume o valor 1 se o arco $(i, j) \in A$ for atravessado na rota $r$ e 0 c.c.
$u_j^r$	Posição do vértice $j \in V$ na rota $r$

Tabela 2: Variáveis de um TOP

Assim, é possível formular o problema como um problema de maximização dos ganhos totais obtidos em todas as rotas definidas para visitar um conjunto dos vértices – [equação \(1\)](#).

$$\max \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^N p_j y_j^r \quad (1)$$

$$\sum_{j:(0,j) \in A} x_{0j}^r = 1 \quad r = 1, \dots, R \quad (2)$$

$$\sum_{j:(j,N+1) \in A} x_{jN+1}^r = 1 \quad r = 1, \dots, R \quad (3)$$

$$\sum_{r=1}^R y_j^r \leq 1 \quad j \in V_c \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ij}^r = y_j^r \quad j \in V_c, r = 1, \dots, R \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{N+1} x_{ji}^r = y_j^r \quad j \in V_c, r = 1, \dots, R \quad (6)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} x_{ij}^r \leq T_{max} \quad r = 1, \dots, R \quad (7)$$

$$1 \leq u_j^r \leq N + 1 \quad j \in \tilde{V} \setminus \{0\}, r = 1, \dots, R \quad (8)$$

$$u_i^r - u_j^r + 1 \leq (N - 1)(1 - x_{ij}^r) \quad i, j \in \tilde{V} \setminus \{0\}, r = 1, \dots, R \quad (9)$$

$$x_{ij}^r \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in A, r = 1, \dots, R \quad (10)$$

$$y_j^r \in \{0, 1\} \quad j \in \tilde{V}, r = 1, \dots, R \quad (11)$$

As equações apresentadas representam as restrições do problema. Nos dois primeiros conjuntos de restrições [\(2\)](#) e [\(3\)](#), garante-se que cada rota se inicia no primeiro vértice (vértice 0) e termina no vértice  $N + 1$ . O conjunto de restrições [\(4\)](#) garante que cada vértice só será visitado no máximo uma vez. Através do conjunto de restrições [\(5\)](#) e [\(6\)](#) assegura-se que cada vértice selecionado para a rota  $p$  possui um vértice antecessor e um vértice sucessor (com exceção do vértice inicial e final, respetivamente).

A duração máxima de cada rota tem de ser respeitada [\(7\)](#). Os conjuntos representados [\(8\)](#) e [\(9\)](#) previnem a existência de sub-circuitos. Por fim, os conjuntos representados em [\(10\)](#) e [\(11\)](#) definem o domínio das variáveis apresentadas na [tabela 2](#).

Uma generalização deste problema [\[1\]](#) é o *Capacitated Team Orienteering Problem* (CTOP) onde são adicionadas restrições que limitam a capacidade de cada veículo.

### 2.3. Formulação Matemática do Problema

Seja  $G = (V, A)$  o grafo completo, onde  $V = V' \cup \{0'\}$  e o vértice  $0'$  representa uma réplica da base/depósito, utilizada para permitir uma eventual visita durante o turno, para descarregar o veículo. Todas as rotas deverão ter início e término na base/depósito, representada pelo vértice 0. Nesta formulação os clientes ( $V_c$ ) são os parquímetros ativos na data para a qual se pretende gerar rotas. Define-se o conjunto de ligações entre um subconjunto de vértices que não inclui a base/depósito,  $S \subseteq V \setminus \{0\}$ , e o seu complementar por:  $\delta^+(S) = \{(i, j) \in A : i \in S, j \in V \setminus S\}$ .

Na formulação matemática que se segue pretende-se retratar o problema apresentado neste trabalho. Nas [tabelas 3 e 4](#) são definidas as notações-chave para os índices e parâmetros desta formulação. De seguida, são definidas as variáveis e é apresentada uma formulação para o problema.

#### NOTAÇÃO – CHAVE (ÍNDICES)

Índices	Significado
$m$	Índice representativo das horas de trabalho ( $m = 1, 2, \dots, 12$ )
$t$	Índice representativo do tipo de chaves ( $t = 1, 2, \dots, T$ )

Tabela 3: Formulação Matemática - Notação - Chave (Índices)

#### NOTAÇÃO – CHAVE (PARÂMETROS)

Parâmetros	Significado
$C_{max}$	Capacidade (pontos <sup>1</sup> de capacidade) máxima de cada veículo
$C_i$	Pontos de capacidade (unidades) representativos do volume do cofre do parquímetro $i$ ( $i \in V_c$ )
$Chave_{it}$	Parâmetro binário que assume o valor 1 se e só se o parquímetro $i$ puder ser aberto pelo tipo de chave $t$ ( $i \in V_c, t = 1, 2, \dots, T$ )
$CF_i$	Assume o valor 1 se $i \in V_c$ for um parquímetro de “coleta forçada”, c.c. assume 0
$DC_t$	Quantidade (unidades) de chaves do tipo $t$ disponíveis inicialmente
$maxCF$	Nº máximo de parquímetros de “coletas forçadas” que podem ser inseridos numa rota
$T$	Quantidade total (unidades) de diferentes tipos de chaves existente
$tempoMax$	Tempo de viagem (segundos) máximo entre dois parquímetros
$tempoSem$	Tempo de viagem (segundos) mínimo entre duas sementes
$TO_j$	Tempo de operação (segundos) no vértice $j$ ( $j \in V_c \cup \{0'\}$ )
$t_{ij}^m$	Tempo de viagem (segundos) desde $i$ até $j$ na hora $m$ ( $i, j \in V, m = 1, 2, \dots, 12$ )
$Vmax_{carrinha}$	Valor monetário (€) máximo que cada veículo pode transportar
$VP_i^m$	Valor previsto (€) para o parquímetro $i \in V_c$ na hora $m$ ( $m = 1, 2, \dots, 12$ )
$VP_{min}$	Valor previsto (€) mínimo para que um parquímetro possa ser inserido numa rota

Tabela 4: Formulação Matemática - Notação - Chave (Parâmetros)

<sup>1</sup> Foram definidos pontos de capacidade para mensurar a capacidade dos veículos. Estes pontos foram atribuídos a cada um dos parquímetros, representando a dimensão física dos seus cofres.

**NOTAÇÃO – CHAVE (VARIÁVEIS)**

$$y_j^{mr} = \begin{cases} 1 & \text{se o vértice } j \in V_c \cup \{0'\} \text{ é inserido na rota } r \text{ (} r = 1, \dots, R \text{) na hora } m \text{ (} m = 1, \dots, 12 \text{)} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$x_{ij}^{mr} = \begin{cases} 1 & \text{se o arco } (i, j) \in A \text{ é atravessado na rota } r \text{ (} r = 1, \dots, R \text{) na hora } m \text{ (} m = 1, \dots, 12 \text{)} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$W_t^r = \begin{cases} 1 & \text{se a chave do tipo } t \text{ (} t = 1, \dots, T \text{) pertence à rota } r \text{ (} r = 1, \dots, R \text{)} \\ 0 & \text{cc} \end{cases}$$

$$\gamma_i^r = \begin{cases} 1 & \text{se o parquímetro } i \text{ (} i \in V_c \text{) for recolhido por imposição na rota } r \text{ (} r = 1, \dots, R \text{)} \\ 0 & \text{cc} \end{cases}$$

**Modelo**

$$\max Z = \sum_{r=1}^R \sum_{m=1}^{12} \sum_{j \in V_c} VP_j^m y_j^{mr} \quad (12)$$

$$\sum_{m=h}^{h+5} \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^{mr} = \sum_{m=h}^{h+5} y_i^{mr} \quad i \in V, r = 1, \dots, R, h = 1, 7 \quad (13)$$

$$\sum_{j:(j,i) \in A} \sum_{m=h}^{h+5} x_{ji}^{mr} = \sum_{m=h}^{h+5} y_i^{mr} \quad i \in V, r = 1, \dots, R, h = 1, 7 \quad (14)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{m=h}^{h+5} y_i^{mr} \leq 1 \quad i \in V \setminus \{0\}, h = 1, 7 \quad (15)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} (t_{ij}^m x_{ij}^{mr}) + \sum_{j \in V_c} (TO_j y_j^{mr}) \leq 3600 \quad \begin{matrix} r = 1, \dots, R, \\ m = 1, \dots, 12 \end{matrix} \quad (16)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{mr} \geq \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{(m+1)r} \quad \begin{matrix} r = 1, \dots, R, \\ m = h, \dots, h+4: h = 1, 7 \end{matrix} \quad (17)$$

$$\sum_{j:(0,j) \in A} x_{0j}^{hr} = 1 \quad r = 1, \dots, R, \quad h = 1, 7 \quad (18)$$

$$\sum_{i \in V_c} C_i y_i^{hr} \leq C_{max} + C_{max} \sum_{i \in V_c} x_{i0'}^{hr} \quad r = 1, \dots, R, h = 1, 7 \quad (19)$$

$$\sum_{m=h}^{h'} \sum_{i \in V_c} C_i y_i^{mr} \leq C_{max} + C_{max} \sum_{m=h}^{h'} \sum_{i \in V_c} x_{i0'}^{mr} \quad \begin{matrix} r = 1, \dots, R, h' = 2, \dots, 6 : \\ h = 1, 7 \end{matrix} \quad (20)$$

$$\sum_{m=h}^{h+4} \sum_{i \in V_c} x_{i0'}^{mr} \leq 1 \quad r = 1, \dots, R; h = 1, 7 \quad (21)$$

$$\sum_{i \in V_c} x_{i0'}^{mr} = 0 \quad r = 1, \dots, R; m = 6, 12 \quad (22)$$

$$VP_j^m y_j^{mr} \geq VP_{min} y_j^{mr} \quad \begin{matrix} j \in V_c; r = 1, \dots, R; \\ m = h, \dots, h+5: h = 1, 7 \end{matrix} \quad (23)$$

$$\sum_{r=1}^R W_t^r \leq DC_t \quad t = 1, \dots, T; h = 1, 7 \quad (24)$$

$$\sum_{m=h}^{h+5} chave_{jt} y_j^{mr} \leq W_t^r \quad \begin{matrix} j \in V_c; t = 1, \dots, T \\ r = 1, \dots, R; h = 1, 7 \end{matrix} \quad (25)$$

$$\sum_{m=h}^{h+5} t_{ij}^m x_{ij}^{mr} \leq tempoMax \quad \begin{matrix} (i, j) \in A; \\ r = 1, \dots, R; h = 1, 7 \end{matrix} \quad (26)$$

$$\frac{t_{jj'}}{2} (x_{0j}^{hr} + x_{0j'}^{hr'}) \geq tempoSem (x_{0j}^{hr} + x_{0j'}^{hr'} - 1) \quad \begin{matrix} j, j' \in V_c; j \neq j'; h=1, 7 \\ r, r' = 1, \dots, R; r \neq r' \end{matrix} \quad (27)$$

$$\sum_{m=h}^{h+5} \sum_{(i,j) \in \delta^+(S)} x_{ij}^{mr} \geq \sum_{m=h}^{h+5} y_k^{mr} \quad \begin{matrix} \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, \forall k \in S; \\ r = 1, \dots, R; h = 1, 7 \end{matrix} \quad (28)$$

$$\sum_{m=h}^{h+5} CF_i y_i^{mr} \geq CF_i \gamma_i^r \quad i \in V_c; r = 1, \dots, R; h = 1,7 \quad (29)$$

$$\sum_{r=1}^R \gamma_i^r \leq CF_i \quad i \in V_c \quad (30)$$

$$\sum_{i \in V_c} CF_i \gamma_i^r \leq \max CF \quad r = 1, \dots, R \quad (31)$$

$$\sum_{i \in V_c} CF_i \gamma_i^r \geq \min CF \quad r = 1, \dots, R \quad (32)$$

$$y_i^{mr} \in \{0,1\} \quad i \in V; r = 1, \dots, R; m = h, \dots, h + 5; h = 1,7 \quad (33)$$

$$x_{ij}^{mr} \in \{0,1\} \quad (i, j) \in A; r = 1, \dots, R; m = h, \dots, h + 5; h = 1,7 \quad (34)$$

$$W_t^r \in \{0,1\} \quad r = 1, \dots, R; t \in \{1, \dots, T\} \quad (35)$$

$$\gamma_i^r \in \{0,1\} \quad i \in V_c; r = 1, \dots, R; \quad (36)$$

Pretendendo-se obter o maior valor coletado no conjunto das rotas existentes, a função objetivo (12) corresponde ao somatório, para todas as rotas, do valor previsto para cada um dos parquímetros inseridos nas rotas, no respetivo momento de coleta.

Os conjuntos de restrições (13) e (14) garantem que se um veículo visitar um vértice  $i$  ( $i \in V$ ), terá que ir de  $i$  até outro qualquer vértice  $j$  e que chegar a  $i$  vindo de outro qualquer vértice  $j$  ( $j \in V$ ), em cada rota de cada turno. Em cada turno, cada parquímetro é coletado no máximo uma vez (15).

O conjunto (16) garante que o tempo total disponível em cada hora (3600 segundos) do turno, de cada rota, não é ultrapassado. O conjunto de restrições seguinte (17), assegura que um determinado bloco horário só será preenchido se o seu anterior já tiver a sua parte de rota definida. Em (18) garante-se que cada veículo inicia a rota na base/depósito uma e uma só vez.

Uma vez que a quantidade de cofres que um veículo pode transportar em cada bloco horário é limitada e os mesmos deverão regressar à base se esta for ultrapassada é necessário incluir no modelo os conjuntos de restrições (19), (20). De forma análoga, podem ser escritos os conjuntos de restrições referentes ao valor máximo transportado em cada veículo. De seguida é garantido que, para cada rota, o veículo visita no máximo uma vez a base a meio de um turno (21), não havendo visitas ao vértice cópia da base no último período de cada turno (22).

No conjunto de restrições (23) assegura-se que um parquímetro só será coletado se o seu valor previsto for superior ou igual ao valor mínimo previamente estabelecido.

A disponibilidade das chaves é uma das condicionantes mais importantes deste problema, uma vez que restringe bastante a operação das equipas. A disponibilidade inicial das chaves nunca será ultrapassada, uma vez que foi incluído no modelo o conjunto de restrições

(24). Mais ainda, cada parquímetro só será introduzido numa rota se a mesma tiver associada uma chave que o possa abrir (25).

Para que um parquímetro seja inserido numa rota o mesmo deve pertencer à vizinhança do parquímetro que o antecede, como imposto em (26).

As sementes (primeiro parquímetro a ser inserido numa rota) de diferentes rotas deverão estar suficientemente distantes, tal como garantido pelo conjunto de restrições (27).

O conjunto de restrições (28) permite assegurar que as soluções serão isentas de sub-circuitos que não incluem a base.

Os quatro conjuntos de restrições que se seguem são relativos a coletas forçadas. A definição de parquímetros de “coletas forçadas” pode ser encontrada na [secção 3.2.4](#). As primeiras restrições deste grupo (29) garantem que, para cada rota do turno, só podem ser impostas “coletas forçadas” a parquímetros que estejam a ser visitados nessa rota e impostas, no máximo, em uma só rota (30). Os conjuntos seguintes de restrições (31) e (32) garantem que o número de coletas a parquímetros de “coletas forçadas” não ultrapassa o valor previamente estipulado, apesar de um número mínimo deste tipo de coletas.

Por fim, os últimos conjuntos de restrições (33), (34), (35), (36) definem as variáveis do problema como binárias.

### 3. Desenvolvimento da Metodologia

#### 3.1. Introdução

Tal como referido anteriormente, este trabalho é constituído por três fases: **valorização dos parquímetros** - onde se pretende prever o valor contido em cada parquímetro no momento da coleta; **construção de um grafo** – que, sendo representativo da rede de arruamentos onde existem parquímetros, deve ter associados tempos reais de deslocação entre estes e o **desenvolvimento de heurísticas** (construtiva e melhorativa) que permitam elaborar as rotas das coletas de parquímetros por turno de trabalho. Em cada uma destas fases foram criadas subfases de validação das decisões tomadas e dos resultados obtidos.

Assim, depois de revista a função de valorização construída em (10), foi desenhado um grafo que tem em conta distâncias reais em vez das distâncias Euclidianas então assumidas. Foi desenvolvida uma heurística melhorativa para a heurística construtiva desenvolvida em (10), bem como uma nova heurística construtiva e uma melhorativa que visam a criação paralela de múltiplas rotas para múltiplos veículos, permitindo combinar áreas próximas. Neste trabalho consideram-se os turnos de trabalho praticados, os tipos de cofres a recolher nas rotas, a disponibilidade da chave que permite abrir cada cofre e ainda os tempos de deslocação entre a

base e o ponto inicial de cada rota, bem como os tempos de deslocação entre o ponto final de cada rota e a base.

Depois da terceira fase foram realizadas simulações computacionais e, após aprovação, foram planeadas rotas reais que foram executadas, tendo sido recolhidos e analisados dados diariamente.

### 3.2. Valorização

Esta etapa visa prever o valor contido em cada um dos cofres dos parquímetros ativos da área em estudo em cada momento.

Tem-se em conta três processos que, apesar de seguirem procedimentos lógicos semelhantes, se distinguem na forma e na motivação.

Estes processos são:

- Valor para coletas já realizadas

Neste processo são calculados os valores previstos para momentos de coletas já realizadas, tornando-se possível comparar os resultados da previsão com os resultados realmente observados e assim melhor adaptar a fórmula de cálculo. De facto, este processo foi imprescindível na tomada de decisão relativa ao modelo de valorização de cada um dos parquímetros.

- Valor deixado nas ruas – valor total e individual previsto nos parquímetros

Apesar da validação destes dados não poder ser realizada, a obtenção de uma previsão do valor global deixado na rua, por coletar, permite analisar o desempenho das novas rotas desenvolvidas e satisfazer um dos indicadores desta análise, nomeadamente a redução do valor total não coletado e a redução do valor máximo não coletado. Para tal, é escolhida uma data específica e calculado, para cada parquímetro ativo nessa data, o valor em cofre que se espera numa hora que não pertença ao horário de exploração (e.g. às quatro horas da manhã) do dia seguinte ao dia em análise.

- Valor de coletas futuras

Neste processo são calculados os valores previstos em cada parquímetro, para uma determinada data e a cada quarto de hora pertencente aos horários dos turnos definidos, assumindo que não é efetuada coleta. Este processo foi imprescindível na elaboração das rotas para cada turno, permitindo a realização de um pré-processamento que evita o cálculo de cada valor previsto para cada hora prevista de chegada. A aproximação ao quarto de hora apresentou-se adequada ao estudo realizado.

Uma vez que em qualquer um destes processos é calculado o valor previsto em cofre nos diferentes parquímetros, explica-se, na secção que se segue, como é realizado este cálculo.

As principais notações desta fase estão presentes nas [tabelas 5, 6 e 7](#).

Índice	Significado
$j$	Índice representativo de parquímetro
$k$	Índice representativo de coleta <sup>2</sup> , $k = C, UC, PC, AC$

Tabela 5: Notação - Chave (Índices)

Parâmetro	Significado
$d_j^k$	Dia da coleta $k$ ao parquímetro $j$
$FT_j^l$	Instante Final (minutos) do horário de exploração do parquímetro $j$ no dia $l$
$ST_j^l$	Instante Inicial (minutos) do horário de exploração do parquímetro $j$ no dia $l$
$TT_j^l$	Tempo total (minutos) do horário de exploração do parquímetro $j$ no dia $l$
$vc_j^k$	Valor (€) efetivamente coletado no parquímetro $j$ , na coleta $k$
$vpm_j^k$	Valor (€) por minuto no parquímetro $j$ no instante da coleta $k$
$\alpha^k$	Ponderação da coleta $k$ no cálculo do valor previsto

Tabela 6: Notação - Chave (Parâmetros)

Variável	Significado
$m_j^k$	Instante (minutos) da coleta $k$ ao parquímetro $j$
$te_j^k$	Tempo (minutos) de exploração do parquímetro $j$ , entre as duas coletas sucessivas $k - 1$ e $k$
$v_j^k$	Valor (€) previsto no parquímetro $j$ para a coleta $k$

Tabela 7: Notação - Chave (Variáveis)

### 3.2.1. Cálculo do Valor Previsto em Cofre no Parquímetro

Como simplificação, assume-se que a valorização dos parquímetros segue uma distribuição uniforme sobre o horário de exploração. O montante previsto para o parquímetro  $j$  na coleta  $k$ ,  $v_j^k$ , é obtido através do produto do valor ponderado por minuto neste parquímetro e o tempo de exploração ( $te_j^k$ ) decorrido entre a última coleta e o momento de previsão. Por sua vez, o valor ponderado por minuto do parquímetro  $j$  tem por base a ponderação dos valores por minuto das três últimas coletas, UC, PC e AC. Assim,

$$v_j^k = (\alpha^{UC} vpm_j^{UC} + \alpha^{PC} vpm_j^{PC} + \alpha^{AC} vpm_j^{AC}) te_j^k \quad (37)$$

em que  $vpm_j^k$  é calculado pelo rácio entre o valor efetivamente coletado na coleta  $k$  e o tempo de exploração decorrido entre as duas coletas sucessivas  $k-1$  e  $k$ .

Foram estudadas diversas combinações de ponderadores sobre as últimas coletas realizadas, tendo sido adotada a combinação que pondera em 0,3(3) cada uma das três últimas coletas, por apresentar menores desvios entre os valores previstos e os coletados.

<sup>2</sup> C- coleta; UC- última coleta; PC- penúltima coleta; AC- antepenúltima coleta

Note-se que o tempo de exploração decorrido entre coletas consecutivas é uma variável do problema. A secção seguinte explica, de forma sucinta, como se procede à sua identificação.

### 3.2.2. Cálculo do Tempo de Exploração Decorrido entre Coletas

Segundo o trabalho desenvolvido em [10], é de seguida apresentado o cálculo do tempo de exploração decorrido entre duas coletas sucessivas,  $UC$  e  $C$ , nos instantes  $m_j^{UC}$  e  $m_j^C$ , respetivamente, no parquímetro  $j$ . Devem ser distinguidos dois casos: coletas realizadas no mesmo dia e coletas realizadas em dias distintos.

#### 1. Coletas realizadas no mesmo dia:

Esta situação está ilustrada na [figura 2](#) (anexo 2), estando o horário de exploração do parquímetro representado a cinzento.

Assim, para um dado parquímetro  $j$ , o tempo de exploração decorrido entre a coleta  $k = C$  no instante  $m_j^C$  do dia  $d_j^C = d$ , e a coleta antecedente  $UC$ , no instante  $m_j^{UC}$ , pode ser calculado por<sup>3</sup>:

$$te_j^C = \begin{cases} \min\{m_j^C; FT_j^d\} - \max\{m_j^{UC}; ST_j^d\} & \text{se } m_j^C > ST_j^d \wedge m_j^{UC} < FT_j^d \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

#### 2. Coletas realizadas em dias diferentes:

Na [figura 3](#) (anexo 2) estão ilustradas as situações que envolvem coletas realizadas em dias consecutivos. O tempo de exploração para coletas que se realizam em dias diferentes, mas não consecutivos tem de incluir o tempo total de exploração dos dias intermédios. Assim, o tempo de exploração entre as duas coletas sucessivas no parquímetro  $j$ ,  $UC$  e  $C$ , nos dias  $d_j^{UC} = d1$  e  $d_j^C = d2$ , respetivamente, obtém-se através do cálculo de:

$$te_j^C = \begin{cases} (FT_j^{d1} - \max\{m_j^{UC}; ST_j^{d1}\}) + \sum_{l=d1+1}^{d2-1} TT_j^l + (\min\{m_j^C; FT_j^{d2}\} - ST_j^{d2}) & \text{se } m_j^{UC} < FT_j^{d1} \wedge m_j^C > ST_j^{d2} \\ (FT_j^{d1} - \max\{m_j^{UC}; ST_j^{d1}\}) + \sum_{l=d1+1}^{d2-1} TT_j^l & \text{se } m_j^{UC} < FT_j^{d1} \wedge m_j^C \leq ST_j^{d2} \\ \sum_{l=d1+1}^{d2-1} TT_j^l + (\min\{m_j^C; FT_j^{d2}\} - ST_j^{d2}) & \text{se } m_j^{UC} \geq FT_j^{d1} \wedge m_j^C > ST_j^{d2} \\ \sum_{l=d1+1}^{d2-1} TT_j^l & \text{se } m_j^{UC} \geq FT_j^{d1} \wedge m_j^C \leq ST_j^{d2} \end{cases}$$

### 3.2.3. Simulações do Modelo de Valorização

Para melhor prever o valor esperado em cada um dos parquímetros, foi realizado um estudo sobre os resultados obtidos com diferentes combinações de ponderadores - parâmetros  $\alpha^k$  na expressão (37) -, para o valor por minuto de coletas anteriores.

<sup>3</sup> Note-se que, sendo as coletas realizadas no mesmo dia:  $FT_j^C = FT_j^{UC}$ ;  $ST_j^C = ST_j^{UC}$

Os dados analisados referiram-se a todas as coletas do ano de 2016 da zona em estudo. Contudo, foram excluídos os casos correspondentes a valores coletados ou previstos nulos, assumindo que os mesmos resultariam de erros humanos ou possíveis formatações de sistema que impossibilitavam o cálculo dos desvios relativos analisados.

Começou-se a análise pelos resultados dos desvios relativos de diferentes combinações de ponderadores através de indicadores auxiliares (média, percentis, variância, curtose e coeficiente de simetria). Pretendia escolher-se duas combinações de parâmetros e comparar o seu comportamento por tipo de horário de exploração, turno de trabalho, zona de exploração e por dia da semana (de trabalho)<sup>4</sup>. Esta comparação permitiu escolher uma combinação de ponderadores a utilizar no cálculo dos valores previstos em cofre por parquímetro, em cada momento, de acordo com a expressão (37).

Na primeira fase foram testadas dez combinações de ponderadores só se tendo em conta até à antepenúltima coleta. A ponderação da última coleta foi sempre maior ou igual à das restantes coletas. As combinações de ponderadores analisadas estão registadas na [tabela 8](#):

$\alpha^{UC} \alpha^{PC} \alpha^{AC}$	$\alpha^{UC} \alpha^{PC} \alpha^{AC}$	$\alpha^{UC} \alpha^{PC} \alpha^{AC}$
1,00 0,00 0,00	0,60 0,30 0,10	0,35 0,35 0,30
0,60 0,40 0,00	0,50 0,30 0,20	0,3(3) 0,3(3) 0,3(3)
0,50 0,50 0,00	0,45 0,30 0,25	
0,80 0,10 0,10	0,40 0,30 0,30	

Tabela 8: Combinações de Ponderadores Estudadas

Pretendia-se que a distribuição dos desvios relativos absolutos fosse enviesada à esquerda (centrada em zero) e com uma variância baixa, onde a amplitude dos percentis fosse a mais baixa possível.

Os resultados globais obtidos podem ser verificados na [tabela 12](#) (anexo 3.1).

Estes resultados conduziram à escolha das combinações 0,40|0,30|0,30 e 0,3(3)|0,3(3)|0,3(3). Os testes seguintes revelaram-se inconclusivos – [tabelas 14, 15, 16 e 17](#), anexo 3.2. Contudo, a segunda combinação apresenta uma variância menor e parece refletir melhores resultados a nível global, representando, por isso, a combinação final escolhida.

### 3.2.4. Definição e Identificação de *Outliers*

Existem dois tipos de *outliers* que devem ser tidos em conta. Por um lado, algumas observações anómalas podem conter características subjacentes aos dados e ser determinantes para o conhecimento dos dados em estudo. Por outro lado, existem observações que podem ser somente excluídas da amostra, por não serem representativas dos dados em questão.

<sup>4</sup> Foi também analisada a variável “mês”, mas esta apresentava relações espúrias pelo que foi retirada dos estudos posteriores.

Foi realizado um estudo ao valor das coletas por horário de exploração, por zona, por turno de trabalho e ainda por dia da semana. Este estudo permitiu identificar a existência de alguns erros contidos na base de dados. Se alguns destes puderam ser corrigidos, outros foram somente ignorados – sendo as respetivas coletas eliminadas da análise para não enviesarem os resultados. Uma vez que a empresa está a passar por um processo de atualização – decorrente da mudança de aplicação de apoio ao registo das coletas, incluindo este tipo de situações<sup>5</sup>, as coletas referidas foram retiradas da análise dos *outliers*.

Mantendo-se o período de observações anteriormente referido (janeiro de 2016 a dezembro de 2016), foram consideradas observações anómalas as de valor (euros) previsto ( $v_j^k$ ) ou três vezes superior ou inferior a um terço do valor realmente observado da coleta ( $vc_j^k$ ). A expressão seguinte – equação (38) - representa assim o intervalo de aceitação dos desvios relativos (DR) observados em cada coleta.

$$\frac{1}{3} - 1 \leq \frac{v_j^k - vc_j^k}{vc_j^k} \leq 2 \quad (38)$$

Segundo esta definição foram identificados 674 *outliers* (aproximadamente 4% das observações totais) distribuídos por 194 parquímetros. Destas observações pôde ser verificado que 26 tinham um valor previsto superior a 1500 euros (excedendo a capacidade máxima dos cofres dos parquímetros), 23 eram de parquímetros onde o tempo entre coletas ultrapassava os 14 400 minutos (equivalente a um mês de exploração de um parquímetro com 10 horas de exploração nos dias úteis e 4 horas de exploração ao sábado) e 482 registavam uma variação do desvio relativo do valor por minuto fora dos limites anteriormente referidos na fórmula (38) – 25 observações registavam os três eventos.

Assim, foi proposto que cada coleta que registasse um destes eventos fosse excluída do processo de previsão e se forçassem novas coletas a esse parquímetro, de forma a promover a normalização das previsões após o período correspondente a essas “coletas forçadas”. O nome “forçado” resulta na intenção de normalizar o comportamento da previsão, podendo verificar-se que são coletas de baixo valor.

Por forma a validar esta sugestão simulou-se a alteração (exclusão de coletas que registassem pelo menos um dos eventos referidos, do processo de previsão) e foi analisado o seu impacto nos dados como um todo e nos *outliers* registados.

Esta simulação revelou uma melhoria substancial das previsões obtidas. Quase todos os indicadores sofreram um impacto positivo. Na [tabela 18](#) (anexo 3.3) pode ser observada uma

---

<sup>5</sup> Por exemplo, para atualizar os valores de coletas eram introduzidas novas coletas, com a mesma data-hora da coleta que se pretendia atualizar, cujo valor representaria a diferença de atualização. Com o novo sistema de base de dados, não será mais necessário criar estas novas coletas, podendo ser atualizado o montante na coleta já registada.

melhoria substancial no valor máximo previsto (diminuiu), na média dos desvios relativos (diminuiu), na variância dos valores observados (diminuiu) e ainda na amplitude interquantil (diminuiu). Além disso, registou-se um decréscimo substancial no número de *outliers* observados (passando de 674 para apenas 166 *outliers* ao longo de um ano).

Ao analisar os 166 *outliers* remanescentes confirmou-se que o seu comportamento também era substancialmente melhor do que o das observações anómalas anteriormente registadas – [tabela 19](#), anexo 3.3.

### 3.3. Grafo

Uma fase importante no caso prático em estudo é a construção de um grafo que tenha em conta sentidos de circulação. Neste caso, foi construído um grafo tendo em conta as distâncias temporais de percursos pela rede viária entre os parquímetros ativos.

Dentro das aplicações existentes para a obtenção destes dados destacam-se as duas mais importantes: *Open Street Maps* (OSM) e *Google Distance Matrix* – ver [anexo 4](#).

Assim, através da aplicação OSM, foram recolhidos os tempos de viagem em automóvel entre cada par de parquímetros, obtendo um grafo completo que foi sujeito a uma análise. Em paralelo, foi construído um grafo em que os dados tiveram como base as coletas reais registadas no ano de 2016<sup>6</sup>. Para isso, o cálculo do tempo de viagem entre dois parquímetros teve em conta, para o mesmo dia, coletas consecutivas. O tempo de viagem entre dois parquímetros é obtido através da diferença entre o tempo decorrido entre duas coletas consecutivas e o respetivo tempo de operação. Como as rotas atuais são rotas que abrangem mais do que uma zona e dada a proximidade das zonas em análise, foram consideradas como observações válidas tempos não negativos e não superiores a 12 minutos, pois um intervalo tão elevado indicia um regresso à base de operações entre coletas. Depois de construído este grafo, foram realizadas uma nova análise e uma análise comparativa dos dados recolhidos.

Conhecendo as características da aplicação da Google, cujos resultados se encontram bastante próximos da realidade, dado que consideram os atrasos na rede, optou-se por recolher dados para uma amostra aleatória de 20 parquímetros (5 por cada uma das zonas em estudo), em 12 períodos do dia (12 horas: das 7h às 19h), 5 dias da semana (segunda a sexta-feira). Neste estudo só foram tidas em conta viagens pertencentes à mesma zona. De seguida, os dados foram analisados e comparados com os dados válidos de coleta. Esta análise evidenciou a necessidade de efetuar uma nova recolha de dados. Para isso, cada zona foi subdividida consoante a sua dimensão e foi construída uma amostra aleatória que abrangia todas estas subdivisões. Foram então recolhidos dados para trajetos (dentro da mesma zona e em zonas distintas) de 80

---

<sup>6</sup> Doravante denominado de dados reais.

parquímetros (10 da zona 016, 40 da zona 022, 20 da zona 031 e 10 da zona 036), para 5 dias da semana, mas para apenas três períodos do dia (manhã 7h – 11h; almoço 11h-15h e tarde 15h-19h). Foi novamente realizada uma análise dos dados e uma comparação com as observações registadas. Com base nas conclusões deste estudo foi, também, realizada uma análise comparativa com os dados recolhidos pelo OSM e modelado um grafo que minimizasse as diferenças entre os dados recolhidos pelo OSM e os dados obtidos pelo *Google Distance Matrix*.

Ao contrário das análises realizadas na fase da valorização, foram tidos em conta desvios simples uma vez que a diferença entre tempos (segundos) era sempre bastante pequena.

### 3.3.1. Geração de Dados

O [anexo 5](#) apresenta um fluxograma das várias etapas que foram percorridas na análise dos dados recolhidos e correspondente adaptação ao grafo para que fosse considerado viável.

A análise dos dados observados pelas coletas permitiu concluir que embora existissem diferenças significativas em algumas viagens, o desvio padrão (DP) global, de aproximadamente 3 minutos, era baixo. Nem o tipo de viagem por zona, nem os dias de semana apresentaram indícios de um comportamento distinto do enunciado.

Relativamente aos dados do OSM, uma vez que estes não permitem distinguir dias da semana nem períodos do dia, a análise dos dados foi realizada a nível global e por tipo de viagem. A nível global os indicadores revelaram uma pequena dispersão dos dados, não havendo grandes oscilações entre as observações (DP inferior a um minuto). Além disso, o tempo máximo recolhido por esta aplicação não ultrapassava os seis minutos.

Ao comparar os dados do OSM com os dados reais constata-se que as durações estimadas pelo OSM são significativamente mais baixas do que as observadas nos dados reais. Este facto era expectável uma vez que os dados do OSM não têm em conta as condições de tráfego usuais. Verifica-se ainda que a variância dos dados OSM é muito inferior - [tabela 20](#), anexo 6.

Apesar de a variável “dias da semana” evidenciar não ser uma variável explicativa, verifica-se a existência de oscilações significativas nos diferentes períodos do dia analisados.

De facto, a média dos desvios simples é mais baixa no período do final da tarde (a partir das 18h). Por outro lado, as maiores diferenças entre as observações estão associadas aos períodos: 7h–8h, 10h–11h e 13h–14h.

Apesar de as diferenças das médias serem distintas para os diferentes períodos, deve ser ressaltado que todos apresentam uma dispersão de valores muito semelhante.

A análise dos dados recolhidos pela Google API (primeiro estudo) confirmou também que a variável “dia da semana” não evidencia ser explicativa. A análise horária evidencia uma

maior duração média das viagens nos períodos: 8h–9h, 13h–14h e 17h–18h. Estes resultados vão ao encontro do conhecimento empírico sobre horas de ponta.

Na comparação com os dados reais, verifica-se que, para qualquer uma das análises, os dados extraídos da aplicação Google possuem uma menor variância e um tempo médio mais baixo. Conclui-se, ainda, que a variável “dia da semana” não é explicativa das diferenças existentes entre as observações. Foram também distinguidos três períodos: 7h00–11h00, 11h00–15h00 e 15h00–19h00.

No segundo estudo dos dados gerados com a API da Google, verifica-se um desvio padrão superior a dois minutos (aproximadamente igual a 125 segundos) e não foram registadas observações anómalas. Na análise dos blocos horários verifica-se que os períodos da manhã e da tarde apresentam um DP e tempos médios superiores aos do período da hora de almoço, validando a decisão temporal por blocos.

As restantes análises indicam que os tempos médios de viagem gerados por esta aplicação são bastante inferiores aos dos dados observados. Mais ainda, verifica-se que o desvio simples médio global desta amostra é inferior ao desvio simples médio global dos dados extraídos pela API do OSM (expectável uma vez que o OSM não tem em conta situações reais de tráfego).

Visto que se pretendia aproximar os dados gerados pela aplicação OSM aos dados que seriam obtidos pela aplicação *Google Distance Matrix*, foi realizada uma análise comparativa dos dados estimados por cada uma das aplicações. Verifica-se, na análise dos DR entre estes dois tipos de dados, que os maiores desvios médios se encontram no período da manhã.

### 3.3.2. Geração de Dados pela Matriz OSM

Com base na análise realizada pretende-se então ajustar os dados gerados pelo OSM aos que se iriam gerar no Google. Assim, foram estudados ajustamentos lineares com termo independente nulo dos dados como um todo, por zona origem, por zona destino e ainda por período horário.

Com base nos resultados constantes na [tabela 9](#) puderam ser comparados os diferentes modelos de regressão linear testados. Os melhores valores resultam do ajustamento linear por período horário. No entanto, as diferenças entre este ajustamento e o ajustamento considerando os dados como um todo (coluna Global) não eram suficientemente significativas. Assim, e seguindo o princípio da Navalha de Occam [\[5\]](#), optou-se pelo modelo mais simples.

	Global	Zona Origem	Zona Destino	Bloco Horário
Média de DS	180,72	184,20	141,52	<b>178,90</b>
Variância DS	4562,55	4797,43	12453,35	<b>4570,27</b>
Desvio Padrão DS	67,55	69,26	111,59	<b>67,60</b>
Máximo de DSA	469,00	468,00	672,00	<b>467,00</b>
Mínimo de DSA	0,00	0,00	0,00	<b>0,00</b>
Média de DSA	65,02	64,79	96,72	<b>64,29</b>

Tabela 9: Resultados Comparativos do Estudo de Regressões Lineares

### 3.3.3. Estratégia de Atualização

Após a definição dos tempos do grafo foi necessário elaborar uma estratégia de atualização dos mesmos.

Doravante, denominar-se-á “grafo estático” quando os parâmetros associados ao grafo forem os tempos recolhidos pela aplicação OSM após a correção referida em 3.3.2 e “grafo dinâmico” quando os parâmetros associados ao grafo tiverem em conta os tempos observados em duas coletas.

São testadas duas alternativas: a primeira onde se ponderam os tempos de um grafo estático e os de um grafo dinâmico; a segunda onde a ponderação dos tempos do grafo estático é igual a zero, ou seja, só se tem em conta os tempos do grafo dinâmico.

Os dados do grafo dinâmico (para qualquer dos casos) resultam inicialmente dos do grafo resultante do OSM corrigido.

Independentemente da alternativa, os dados do grafo dinâmico são atualizados pela ponderação do tempo já registado e do tempo gerado na sua inicialização. Dado que o tempo do estágio era limitado, foi escolhida uma ponderação de 0,5 ( $p = 0,5$ ) podendo ser feitos, no futuro, novos estudos deste parâmetro.

O registo de duas coletas consecutivas, na mesma rota, permite calcular o tempo observado de viagem entre os dois parquímetros respetivos. Assim, o tempo de viagem observado entre o parquímetro  $i$  e o parquímetro  $j$ , corresponde à diferença (segundos) entre o tempo decorrido entre as duas coletas consecutivas e o tempo que demora a coletar o parquímetro de destino,  $j$ .

A equação (39) representa a fórmula de atualização dos tempos no grafo final, sendo  $t_{fim}$  o tempo final do trajeto,  $t_{inic}$  o tempo inicial do trajeto e  $t_{obs}$  o tempo registado na última rota onde se observou a realização do trajeto.

$$t_{fim} = p \times t_{inic} + (1 - p) \times t_{obs} \quad 0 < t_{obs} < 2700 \quad (39)$$

As duas alternativas referidas foram simuladas para as coletas realizadas entre janeiro de 2017 e maio de 2017.

Optou-se pela segunda alternativa, ou seja, os valores dos tempos no grafo final correspondem à combinação dos valores do grafo dinâmico com o último valor observado para esse trajeto.

### 3.4. Heurísticas

Uma abordagem heurística para a determinação de soluções admissíveis é uma boa alternativa para identificação de soluções admissíveis para problemas de difícil resolução (*NP-difíceis*), como o exposto no presente trabalho.

Em [10] foi desenvolvida uma heurística construtiva (HC1) que permitia determinar rotas para um veículo – ver [anexo 7](#). Neste trabalho, complementa-se esta heurística com uma heurística melhorativa. Desenvolve-se ainda uma nova heurística construtiva (HC2), que permite o desenvolvimento simultâneo de múltiplas rotas para múltiplos veículos, também complementada por uma heurística melhorativa (HM2), quando todas as rotas estiverem completas, deve ser inserida a base/depósito no final de cada uma delas e devem ser atualizados os seus valores – [Heurística Múltipla](#), ponto 3.

O conjunto destas heurísticas denominou-se por [Heurística Múltipla](#), estando a mesma sumarizada no pseudocódigo 1.

---



---

Heurística Múltipla	
0.	Inicialização/ leitura de dados
1.	HC2 // heurística construtiva que retribui um conjunto de rotas construídas com base nos maiores valores previstos para os momentos de coleta
2.	HM2 // heurística melhorativa adaptada à heurística construtiva HC2
3.	Inserir base no final de cada rota
<i>output</i> : conjunto de rotas e respetivo tempo total	

---



---

*Pseudocódigo 1: Heurística Múltipla*

Nas secções que se seguem são explicados os passos de cada uma das heurísticas desenvolvidas neste estágio.

#### 3.4.1. Heurísticas Construtivas

À heurística construtiva desenvolvida em [10], descrita no [anexo 7](#), é adicionada a possibilidade de serem inseridos parquímetros com coletas forçadas verificada. Assim, e tal como na nova heurística construtiva, enquanto existirem parquímetros de “coletas forçadas” que possam ser inseridos numa rota, os mesmos são incluídos, nunca excedendo um número máximo, previamente estabelecido, de coletas deste tipo. Mais ainda, foi adicionada a restrição de disponibilidade de chaves.

Para a geração de rotas com a nova heurística desenvolvida é necessária mais informação, uma vez que são consideradas mais restrições para o problema. Assim, é necessário ter: (i) os valores previstos para os diferentes parquímetros ativos e que não sejam de “coleta

forçada”; (ii) o grafo completo da rede em estudo; (iii) o conjunto de parquímetros de “coleta forçada”; (iv) todos os parâmetros<sup>7</sup> definidos; (v) a listagem de chaves dos parquímetros; (vi) o número total de chaves disponíveis de cada tipo; (vii) os tempos médios de operação para cada parquímetro; (viii) as características dos turnos de trabalho; (ix) o número de rotas que se pretende gerar; (x) o turno para o qual se pretende gerar rotas.

O [pseudocódigo 2](#) sumariza a heurística construtiva desenvolvida no presente trabalho.

HC2	
0.	Inicialização/leitura de dados
1.	Inicializar Rotas // Escolher e inserir uma semente por rota
2.	Completar Rotas // Gerar, em paralelo, um conjunto de rotas
<i>Output: conjunto de rotas (sem a base no final) e respetivo tempo total</i>	

*Pseudocódigo 2: Heurística Construtiva HC2*

A inicialização de rotas ([HC2](#), passo 1) é feita com os parquímetros que no início do turno tenham associado o maior valor previsto e estejam suficientemente distantes entre si. Escolhe-se um parquímetro por rota, denominado de parquímetro semente (ou apenas semente).

Para tal, no procedimento “Inicializar rotas” de [HC2](#), começa por se atribuir à primeira rota o primeiro parquímetro do conjunto ordenado, por ordem decrescente de valor previsto, de parquímetros ativos que não sejam de coleta forçada (PASCF), seja POrd. De seguida, é inserido um parquímetro por rota em cada uma das restantes rotas seguindo POrd, e respeitando a condição de distância referida anteriormente. Para além da distância entre sementes, a heurística deve garantir que um parquímetro/semente só será inserido numa rota se a chave que lhe corresponde puder ser associada à rota.

Depois de inseridas todas as sementes, ou seja, após inicializadas todas as rotas com a base/depósito e a respetiva semente, inicia-se um processo iterativo que só deverá terminar quando todas as rotas estiverem completas – [HC2](#), passo 2. Este processo iterativo é descrito no [pseudocódigo 3](#).

<sup>7</sup> Exemplos: tempo de viagem mínimo entre sementes, tempo de viagem máximo que define a vizinhança do último parquímetro inserido na rota, valor previsto mínimo para um parquímetro ser inserido na rota, entre outros.

---

Completar rotas

1. Inicialização/leitura de dados
2. **Do While Not** 'fim\_rotas' // ainda é possível inserir um parquímetro numa qualquer rota
  - 2.1. Atualiza vetor\_OR // vetor de rotas ordenadas por ordem crescente de "inserção"
  - 2.2. **For** 'cada rota presente no vetor\_OR'
    - 2.2.1. **If** 'na rota puder ser inserido um PACF' **then**
      - Criar conjunto de candidatos PACF
      - If** 'conjunto de candidatos PACF'  $\neq \emptyset$  **then**
        - Escolher aleatoriamente um parquímetro de entre os candidatos
        - Inserir parquímetro na rota
    - 2.2.2. **Else** // já não é possível inserir um PACF na rota
      - Criar conjunto de candidatos PASCf
      - If** 'conjunto de candidatos PASCf'  $\neq \emptyset$  **then**
        - Inserir candidato com maior valor previsto de coleta

**End If**

**Next**

**Loop**

*Output: conjunto de rotas (sem a base no final) e respetivo tempo total*

---

*Pseudocódigo 3: Completar rotas*

Em cada iteração as rotas são ordenadas por ordem crescente do designado parâmetro de "inserção", passo 2.1 de "[Completar rotas](#)" e guardadas num vetor, vetor\_OR. Para cada rota, este parâmetro é dado pelo rácio entre a soma dos valores previstos dos parquímetros na rota e os tempos acumulados, incluindo tempos de viagem entre parquímetros, da base/depósito ao primeiro parquímetro e tempos de serviço nos parquímetros na rota.

Considerando as rotas por ordem, de acordo com o vetor\_OR, verifica-se primeiro, para a rota selecionada, se ainda é possível a inserção de parquímetros de coletas forçadas, ou seja, se: (i) o número máximo de coletas forçadas na rota em estudo ainda não tiver sido igualado; (ii) o conjunto de PACF não for um conjunto vazio; ou se (iii) existirem candidatos de PACF para a rota em questão.

Estes parquímetros não serão inseridos se já se tiver atingido o número máximo de coletas forçadas na rota em estudo, se o conjunto de PACF for um conjunto vazio, ou se não existirem candidatos de PACF para a rota em questão.

Consideram-se como candidatos PACF para uma rota, aqueles que estejam na vizinhança do último parquímetro inserido na rota, cuja chave já pertença à rota ou ainda lhe possa ser atribuída, e que respeitem a capacidade do veículo. Se for possível, escolhe-se aleatoriamente para inserir um dos parquímetros PACF candidatos.

Por outro lado, se não for possível inserir mais PACF na rota em estudo (ponto 2.2.2 de "[Completar rotas](#)"), devem ser analisados os parquímetros que não pertençam a este grupo.

Assim, um “parquímetro sem coletas forçadas” (PASCf) é candidato para a rota em estudo se: (i) não tiver sido inserido em nenhuma rota; (ii) pertencer à vizinhança do último parquímetro inserido na rota; (iii) tiver um valor previsto superior ou igual ao montante mínimo estipulado; (iv) a sua coleta não comprometer o valor máximo que cada veículo pode transportar, nem a capacidade da carrinha; (v) o tempo operacional total não exceder o tempo disponível nessa rota; (vi) a sua chave já pertencer à rota ou ainda lhe puder ser atribuída. Se não existirem candidatos de PASCf na vizinhança do último parquímetro inserido na rota, a vizinhança será alargada mediante um parâmetro previamente definido. Se forem violadas as restrições de capacidade e/ou valor máximo permitidos no veículo, este deverá regressar à base, estabelecendo-se a ligação entre o último parquímetro inserido na rota e a base. Se existirem PASCf válidos, deve ser inserido na rota aquele que tenha o maior valor previsto.

Considera-se como tempo operacional total, o somatório do tempo de viagem até ao parquímetro candidato, com o seu tempo de operação e com o tempo necessário para regressar à base.

A atualização dos dados das rotas é de extrema importância, devendo ser atualizados em cada iteração. Considera-se como dados das rotas: (i) tempo acumulado da rota; (ii) lista de chaves associadas a cada rota; (iii) lista de chaves disponíveis; (iv) valor total previsto da rota; (v) valor total previsto transportado no veículo – podendo ser diferente do valor anterior se o veículo visitar a base durante a rota; (vi) capacidade utilizada do veículo; (vii) parâmetro de inserção.

### 3.4.2. Heurísticas Melhorativas

Foi desenvolvida uma heurística melhorativa (HM2) que pode ser aplicada às rotas obtidas por cada uma das heurísticas construtivas – [pseudocódigo 4](#).

---

HM2
0. Inicialização/leitura 1. Ordenar Rotas // ordenar sequência de parquímetros em cada rota pelo vizinho mais perto 2. <b>Do while</b> ‘as rotas puderem ser aumentadas’ <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1. Aumentar rotas HM2 // insere mais parquímetros nas rotas já construídas</li> <li>2.2. Ordenar Rotas // ordenar sequência de parquímetros pelo vizinho mais perto</li> <li>2.3. Verificar fim de rotas</li> </ul>
<b>Loop</b> <i>Output:</i> conjunto de rotas (sem a base no final) e respetivo tempo total

---

*Pseudocódigo 4: Heurística Melhorativa HM2*

Na heurística construtiva [HC2](#) a seleção dos parquímetros é realizada tendo como base o seu valor previsto para o momento da coleta. Assim, facilmente surgem rotas sem sentido, por não se ter em conta o percurso que o veículo faz para chegar a determinado parquímetro.

Foi então desenvolvida uma heurística melhorativa - [HM2](#). Nesta heurística é selecionada uma rota, gerada por [HC2](#), e a sequência de visitas aos parquímetros é alterada.

Iniciando igualmente pelo parquímetro semente identificado, segue-se a heurística de vizinho mais próximo, considerando apenas os parquímetros afetos à rota em análise. As condições de capacidade e valor total acumulado no veículo são, para cada iteração da rota em estudo, novamente validadas. Este facto é importante para que só ocorram visitas à base estritamente necessárias. O tratamento dos dados na rota é feito de forma semelhante ao da heurística construtiva, ou seja, sempre que necessário o veículo deve regressar à base/depósito para que o seu conteúdo seja despejado.

Uma vez que a heurística construtiva tem em conta o conceito de vizinhança (aquando da seleção dos parquímetros), e ainda o conceito de distância mínima entre sementes, optou por se iniciar as rotas da melhorativa com cada uma das sementes anteriormente selecionadas. Estudos futuros podem ser desenvolvidos com o intuito de avaliar<sup>8</sup> esta decisão em prol de outras, e.g. cada uma das rotas ser iniciada com o parquímetro mais próximo da base/depósito, ou por um parquímetro selecionado aleatoriamente.

A alteração da sequência de parquímetros a visitar origina, frequentemente, rotas em que o tempo de trabalho fica longe do tempo limite no turno. Deste modo, surge a oportunidade de inserir novos parquímetros - ponto 2.1 de [HM2](#).

Para tentar não aumentar muito o tempo computacional, decidiu-se que a inserção de novos parquímetros nas rotas seria feita a partir do último parquímetro inserido. Nesta heurística, e uma vez que a construtiva já dava prioridade aos parquímetros de “coletas forçadas”, só serão inseridos PASCf que ainda não pertençam à rota e que verifiquem todas as condições existentes na heurística construtiva - ver [secção 3.4.1](#) e [pseudocódigo 5](#). O critério de seleção mantém-se, sendo selecionado o parquímetro com maior valor previsto no momento de coleta.

---

<sup>8</sup> Variação no valor total final da rota; minimização do cruzamento de rotas, etc.

---



---

Aumentar rotas HM2

1. Inicialização/leitura de dados
  2. **Do while Not** 'fim\_rotas' // ainda é possível inserir um parquímetro numa qualquer rota
    - 2.1. Construir vetor\_OR // vetor que contém a ordem das rotas pela qual serão inseridos os próximos parquímetros
    - 2.2. **For** 'cada rota presente no vetor\_OR'
      - If** 'na rota puder ser inserido um PASC' **then**  
Criar conjunto de candidatos PASC
      - If** 'conjunto de candidatos PASC'  $\neq \emptyset$  **then**  
Inserir candidato com maior valor previsto de coleta
      - End If**
      - End If**
    - Next**
  - Loop**
- Output:* conjunto de rotas (sem a base no final)

---



---

*Pseudocódigo 5: Completar rotas HM2*

Uma rota considera-se completamente finalizada quando não for possível realizar mais alterações à mesma. Por conseguinte, considera-se que uma rota está terminada se em duas iterações consecutivas do ponto 2 de [HM2](#) a rota se mantiver inalterada.

Foram também aplicadas, no presente estágio, as heurísticas melhorativas [HM2](#) à heurística construtiva HC1, desenvolvida em [\[10\]](#) ([anexo 7](#)). Nesta aplicação, só são verificadas as restrições de capacidade, do tempo disponível da rota e de disponibilidade das chaves, uma vez que em HC1 não se tem em conta as restantes restrições.

A tabela 28 – [anexo 8](#)- resume as principais diferenças entre a [Heurística Múltipla](#) e a [HC1](#) com as alterações efetuadas no presente trabalho.

## 4. Análise de Resultados

### 4.1. Simulações Computacionais

Para que fosse possível comparar as duas heurísticas, HC1 atualizada – doravante HC1a - e [Heurística Múltipla](#), foram simulados os resultados de uma semana de trabalho. A semana escolhida foi a primeira semana de setembro (desde dia 4 até dia 8). Dadas as características da primeira heurística construtiva ([HC1](#), [\[10\]](#)) e uma vez que a área em estudo era limitada, foram geradas rotas para um veículo, para o segundo turno de trabalho.

Para qualquer um dos casos, foi relaxada a condição que levava um parquímetro a ser considerado de “coleta forçada” se ultrapassasse os limites estipulados para a variação dos desvios relativos das coletas anteriores (ver [secção 3.2.4](#)). Estipulou-se também que a carrinha teria uma capacidade máxima de 60 pontos de capacidade (definido pelo chefe de equipa), que os turnos de trabalho seriam de 6 horas e, ainda, que no máximo só poderiam ser coletadas cinco PACF por turno.

Foram relaxadas, para a [Heurística Múltipla](#), as condições do valor (€) mínimo previsto e de valor (€) máximo transportado no veículo. Ainda para esta heurística, definiu-se que a vizinhança de um parquímetro é formada pelos parquímetros a não mais de 300 segundos (5 minutos) e que o tempo de viagem mínimo entre sementes é de 360 segundos (6 minutos). Sempre que o conjunto de candidatos seja um conjunto vazio, a vizinhança é incrementada em mais 300 segundos (5 minutos).

Para HC1a limitou-se o conjunto de parquímetros ativos “sem coleta forçada”, PASCF, tendo sido escolhido os 80 parquímetros com maior valor previsto para as 15h. Na [Heurística Múltipla](#) não se limitou o conjunto de parquímetros ativos PASCF e foram calculados os valores previstos por parquímetro a cada quarto de hora do turno de trabalho.

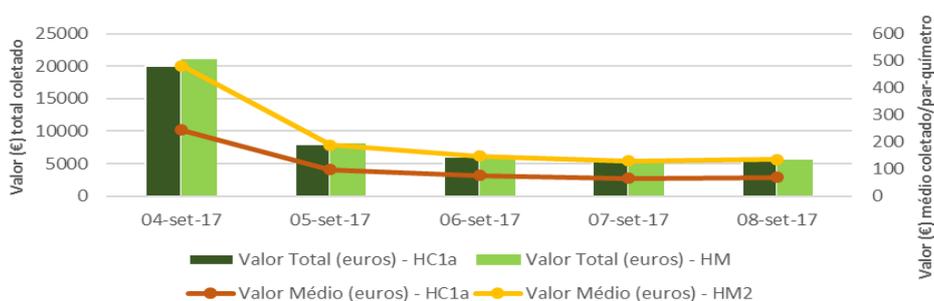


Gráfico 1 Valores previstos de coleta (HC1 atualizada e Heurística Múltipla); eixo principal - valor (euros) total coletado | eixo secundário – valor (euros) médio coletado por parquímetro

As três tabelas (ver [anexo 9](#)) resumem os resultados obtidos durante as simulações computacionais. O [gráfico 1](#) permite verificar que o valor médio de cada coleta tende a estabilizar, com ambas as heurísticas, como se pretendia. Para estas simulações, a [Heurística Múltipla](#) obteve melhores resultados do que a heurística HC1a.

A percentagem de valor na rua que foi coletado é um bom indicador do desempenho das heurísticas. Nesta simulação verificou-se que estas percentagens foram bastante elevadas, tendo sido superiores para a segunda heurística (Heurística Múltipla) – [gráfico 2](#).

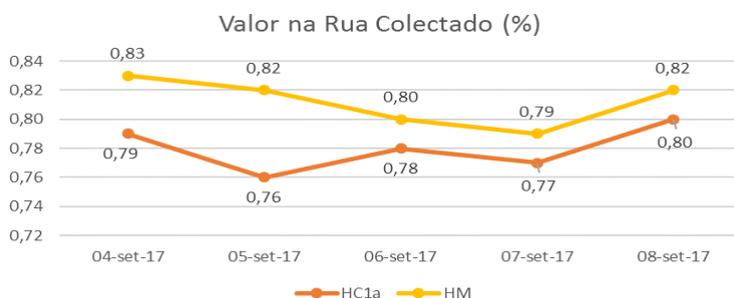


Gráfico 2 Percentagem do Valor (euros) deixado na rua (04h00) que se prevê coletar por cada uma das heurísticas

Na [tabela 10](#) estão apresentados os valores máximos previstos que teriam ficado na rua durante o período de 4 a 9 de setembro de 2017 se usadas as rotas geradas pelas heurísticas e

ainda durante o seu período homólogo do ano anterior, considerando as rotas das coletas realmente realizadas.

Prevê-se que, com a implementação de qualquer uma das heurísticas, os valores máximos deixados na rua seriam significativamente menores – sendo que a [Heurística Múltipla](#) apresentou valores mais baixos.

data	Valores (€) Máximos Previstos - 04h00		
	HC1 atualizada	Heurística Múltipla	período homólogo
04/09/2017	609,00	609,00	620,29
05/09/2017	132,00	132,10	659,29
06/09/2017	102,39	84,80	698,29
07/09/2017	82,67	71,79	737,29
08/09/2017	72,99	68,69	776,29
09/09/2017	77,37	70,00	815,29

Tabela 10: Valores Máximos Previstos na Rua (04h00)

## 4.2. Resultados da Semana de Testes Piloto

Foram realizadas duas fases de teste piloto: a primeira entre 19 e 22 de setembro e a segunda entre 26 e 28 de setembro.

No final da primeira fase foi possível constatar algumas incongruências nos dados recolhidos, mais precisamente nos diferentes momentos registados para cada coleta. Assim, foi realizada a segunda fase de testes tendo sido adotada uma estratégia mais apertada para os procedimentos da coleta.

Na primeira fase de testes não foi possível analisar os valores (€) coletados, uma vez que o modelo necessita dos momentos reais de coleta para poder prever o respetivo montante (€) que se esperaria encontrar no parquímetro. Posto isto, os valores globais e médios das coletas (€) e dos tempos de viagem (segundos) foram analisados somente na segunda fase.

Este contratempo acabou por ser crucial na análise dos dados, sendo o período experimental insuficiente para retirar conclusões com a precisão desejada.

### 4.2.1. Análise de Valores

Uma das conclusões mais importantes desta fase provém da comparação da dispersão dos dados observados neste período com os resultados observados no período homólogo do ano anterior ([gráfico 3](#)). É possível constatar que, através da utilização das rotas geradas com as novas heurísticas, a distribuição dos valores coletados se aproxima mais da simetria, enquanto no período homólogo a distribuição dos dados é, para qualquer um dos dias, positivamente assimétrica – mais do que 50 % das observações possuem valores inferiores à média. Mais ainda, constata-se que com este novo método a mediana, ou seja, o valor coletado para o qual a

amostra é dividida em duas partes iguais, é bastante superior, revelando uma maior eficiência no processo de coleta.

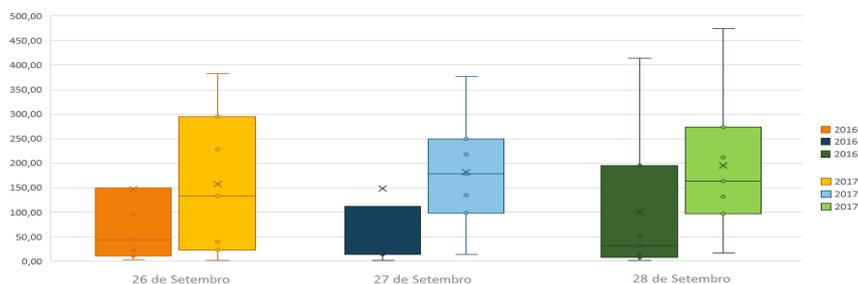


Gráfico 3 Dispersão dos valores (euros) coletados entre 26 e 28 de setembro de 2016 e 26 e 28 de setembro de 2017

Sendo que um dos objetivos da geração destas rotas é reduzir e homogeneizar o valor deixado na rua depois de concluídos os turnos de trabalho, foram comparados os valores que se prevê ficarem na rua às 04h00 no período de testes com os do seu período homólogo do ano de 2016. O [gráfico 4](#) apresenta as diferenças relativas entre os valores totais e valores máximos previstos nos períodos referidos.

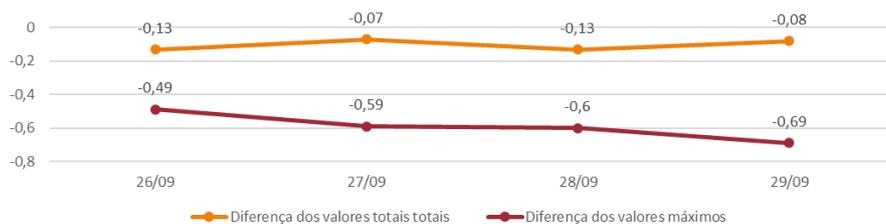


Gráfico 4 Diferença relativa dos valores totais e máximos previstos deixados na rua (04h00) - período de testes e período homólogo de 2016

Com esta análise podemos concluir que o valor que se prevê ficar na rua é substancialmente mais baixo (em média ficaram na rua menos 2287,66 euros/dia do que no período homólogo de 2016). Para além disso, o valor máximo previsto nos parquímetros passou a ser menos de metade do que o previsto para o ano anterior, diminuindo bastante os riscos associados.

Apesar destas conclusões, e tal como referido anteriormente, a análise dos valores observados para o período de testes piloto é inconclusiva. Os resultados obtidos no primeiro e último dia seguem, aparentemente, o mesmo comportamento, no entanto, os resultados obtidos no segundo dia de testes revelaram-se bastante melhores e mais próximos do desejado.

No [gráfico 5](#) podem ser comparados os valores (€) totais previstos e coletados para o período em análise. Verifica-se que estes valores para o segundo dia são bastantes superiores.

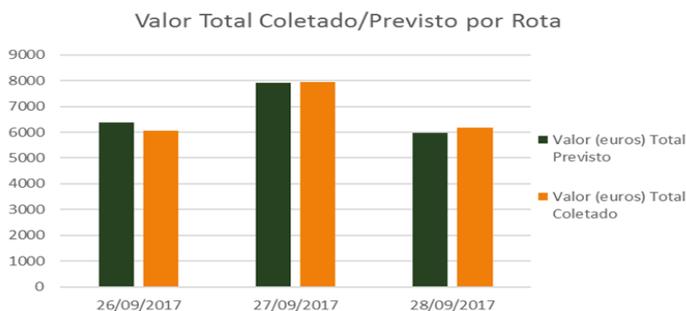


Gráfico 5: Valores (euros) totais coletado e previsto por rota gerada

Em concordância, e como é exposto na [tabela 11](#), verifica-se que as percentagens do valor na rua (13h00) que foi coletado no segundo dia também são superiores às percentagens observadas nos restantes dias, revelando um comportamento mais próximo do pretendido.

26/09/2017	27/09/2017	28/09/2017
28%	35%	28%

Tabela 11: Percentagem do Valor na Rua (13h) que Foi Coletado

Os restantes indicadores de valor também apresentam melhores resultados para o segundo dia de análise, por exemplo, a média dos DR é significativamente mais baixa para estes dias e os valores mínimo e médio coletados são superiores ([tabela 32](#), anexo 10).

Deve ser ressaltado que as incongruências registadas na primeira fase dos testes piloto também foram observadas para o último dia da segunda fase. Contudo, optou-se por utilizar os registos manuais do operador de coleta (inexistentes na primeira fase) para a realização desta análise.

#### 4.2.2. Análise de Tempos

A inclusão de tempos de viagem entre os parquímetros não se revelou suficiente para construir rotas ordenadas tendo em conta sentidos de circulação. Este facto foi constatado ainda na primeira fase de testes.

Desta forma, e para garantir o bom funcionamento da fase de testes, foram desenvolvidas manualmente sugestões de rotas que tivessem em conta esta característica.

Apesar deste facto, foram comparados os tempos de viagem previstos e associados aos dados do grafo construído no presente estágio com os tempos de viagem observados ([tabela 33](#), anexo 10).

O facto de o valor mínimo dos tempos de viagem observados, para qualquer um dos dias, ser zero revela a necessidade de calibrar<sup>9</sup> os tempos de operação.

Verifica-se ainda que, tanto a média como a mediana dos desvios simples são relativamente baixas, sendo iguais a um minuto somente no terceiro dia de observações.

Conclui-se, portanto, que os parâmetros associados ao grafo, apesar de bem estimados, não são suficientes para garantir que a sequenciação das rotas tem em conta os sentidos de circulação.

## 5. Conclusões

As principais motivações para o desenvolvimento de novas heurísticas que permitam gerar as rotas das coletas dos parquímetros relacionam-se com o método de planeamento e gestão atual das próprias rotas e também com o risco de roubo/vandalismo de cada parquímetro.

No presente trabalho é desenvolvida uma nova heurística construtiva e uma melhorativa que permite gerar rotas das coletas de parquímetros por turno de trabalho, constituindo a [Heurística Múltipla](#). A nova heurística desenvolvida permite a geração, em simultâneo, de múltiplas rotas para múltiplos veículos, obtendo-se um conjunto de rotas equilibradas em termos de valor coletado.

Foram assumidas algumas simplificações do modelo construído que são expostas ao longo do trabalho. Estas simplificações terão tido impacto nos resultados obtidos. A título de exemplo, uma destas simplificações consistiu no assumir da distribuição uniforme da procura de cada parquímetro para o cálculo das valorizações.

A [Heurística Múltipla](#) foi, não só comparada com outra heurística construtiva já desenvolvida em ([HC1](#), [\[10\]](#)), como também testada pelas equipas de coletas durante um período experimental.

Neste estágio, foram realizadas simulações computacionais que permitiram comparar a heurística desenvolvida no corrente trabalho com a heurística anteriormente desenvolvida ([HC1](#)) adaptada às novas características dos dados (e.g. existência de parquímetros de “coletas forçadas”). A Heurística Múltipla apresentou melhores resultados para os valores coletados e deixados na rua depois de terminados os turnos de trabalho e os horários de exploração dos parquímetros.

De seguida, as rotas geradas foram testadas pelas equipas de coleta da empresa. Apesar de o período em questão se ter demonstrado insuficiente para retirar conclusões com a precisão

---

<sup>9</sup> Por exemplo, o tempo de operação de uma coleta manual deverá depender do montante que se prevê/observa coletar.

desejada, foi possível comparar os resultados obtidos com os resultados do período homólogo do ano anterior. Verificou-se que os resultados provenientes das rotas geradas pela nova heurística são melhores do que os resultados provenientes do plano atual.

Porém, foi possível constatar, desde o início desta fase, que a inclusão de tempos de viagem entre dois parquímetros não seria suficiente para garantir que a sequenciação das rotas tivesse em conta os sentidos de circulação.

Foi então identificado um conjunto de **oportunidades de melhoria** nas diferentes etapas do projeto. A inclusão de **sentidos de circulação** é essencial na geração de rotas. Apesar do impacto no valor total previsto da rota não ser muito elevado, em termos operacionais, a não inclusão desta característica induz algumas perturbações, colocando em causa não só os dados associados ao grafo desenvolvido como a escolha da heurística para reordenação de rotas pelo vizinho mais perto. A alternativa temporária encontrada para solucionar este problema, durante a fase de testes, não poderia ser adotada pela empresa para um âmbito geográfico mais alargado e para uma geração de planos de trabalho mais sistemática. Assim, propõe-se que no futuro seja construído um grafo composto pelos arruamentos da zona em estudo, com distâncias reais ou tempos de viagem e que inclua os sentidos de circulação das ruas.

Por sua vez, a **heurística construtiva** desenvolvida no presente trabalho dá prioridade a coletas de PACF. Seria interessante realizar um estudo que permitisse parametrizar quando a escolha de um parquímetro deste tipo deve ser tida em detrimento da seleção de um PASCf.

Ainda relativamente a [HC2](#), se não houver um candidato de PASCf válido, a vizinhança é alargada mediante um parâmetro previamente estipulado. Este “alargamento” da vizinhança só é realizado uma vez, devendo o veículo regressar à base/depósito se não for encontrado um PASCf válido. Uma alternativa a explorar consiste num “alargamento” iterativo até encontrar um parquímetro válido, ou concluir que não faz sentido “alargar mais”. Este parece ser um procedimento mais adequado a redes de maiores dimensões, por exemplo, se se expandir o projeto para mais zonas da cidade.

Devido à duração limitada do estágio, não foi possível aumentar a **área de estudo** do projeto e, conseqüentemente, não foi testada a funcionalidade de múltiplas rotas para múltiplos veículos da heurística desenvolvida. Mais ainda, o período de testes revelou-se insuficiente para poder concluir com a precisão desejada. Assim, propõe-se que seja aumentada a área de estudo e que se realize uma nova fase de testes piloto para a heurística desenvolvida.

## Bibliografia

- [1] Archetti, Claudia; Bianchessi, Nicola; Speranza, M.Grazia (2013). *Optimal solutions for routing problems with profits*. Discrete Applied Mathematics 161 (4-5): 547-557
- [2] Drexler, M. (2012). *Rich Vehicle Routing in Theory and Practice*. Springer 2 (1-2): 47-63
- [3] EMEL (2017), Estatutos da EMEL [Online]. Disponível em: [https://www.emel.pt/fotos/gca/estatutos\\_emel\\_janeiro\\_2015\\_12267149654e0b7027c851.pdf](https://www.emel.pt/fotos/gca/estatutos_emel_janeiro_2015_12267149654e0b7027c851.pdf) [Acesso em: 04 de Setembro de 2017]
- [4] Laporte, Gilbert (2007). *What You Should Know about the Vehicle Routing Problem*. Transportation Science 43 (4):408-416
- [5] MacKay, David (2003). Information Theory, Inference, and Learning Algorithms. [Online]. Disponível em: <http://www.inference.org.uk/itprnn/book.pdf> [Acesso em: 14 de Outubro de 2017]
- [6] Marques da Costa, N. (2007). Mobilidade e Transporte em áreas urbanas. O caso da área Metropolitana de Lisboa [Online]. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/556> [Acesso em 4 de Setembro de 2017]
- [7] Toth, Paolo; Vigo, Daniele (2014). *The vehicle routing: Problems, Methods And Applications*, capítulo 4, 2ª Ed. Philadelphia: MOS-SIAM Series on Optimization.
- [8] Toth, Paolo; Vigo, Daniele (2014). *The vehicle routing: Problems, Methods And Applications*, capítulo 10, 2ª Ed. Philadelphia: MOS-SIAM Series on Optimization.
- [9] Vansteenwegen, P.; Souffriau, Wouter; Oudheusden, Dirk Van (2011). *The orienteering problem: A survey*. European Journal Of Operational Research 209 (1): 1-10
- [10] Vicente, T. (2016). Otimização das Rotas para Operadores de Coleta da EMEL [Online]. Disponível em: <https://www.iseg.ulisboa.pt/aquila/getFile.do?fileId=916272&method=getFile> [Acesso em: 4 de Setembro 2017]
- [11] Voß S.; Martello, S.; Osman, I.; Roucairol, C. (1999). *Meta-Heuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*. Kluwer, Boston .

## Anexos

## Anexo 1. Enquadramento do Problema

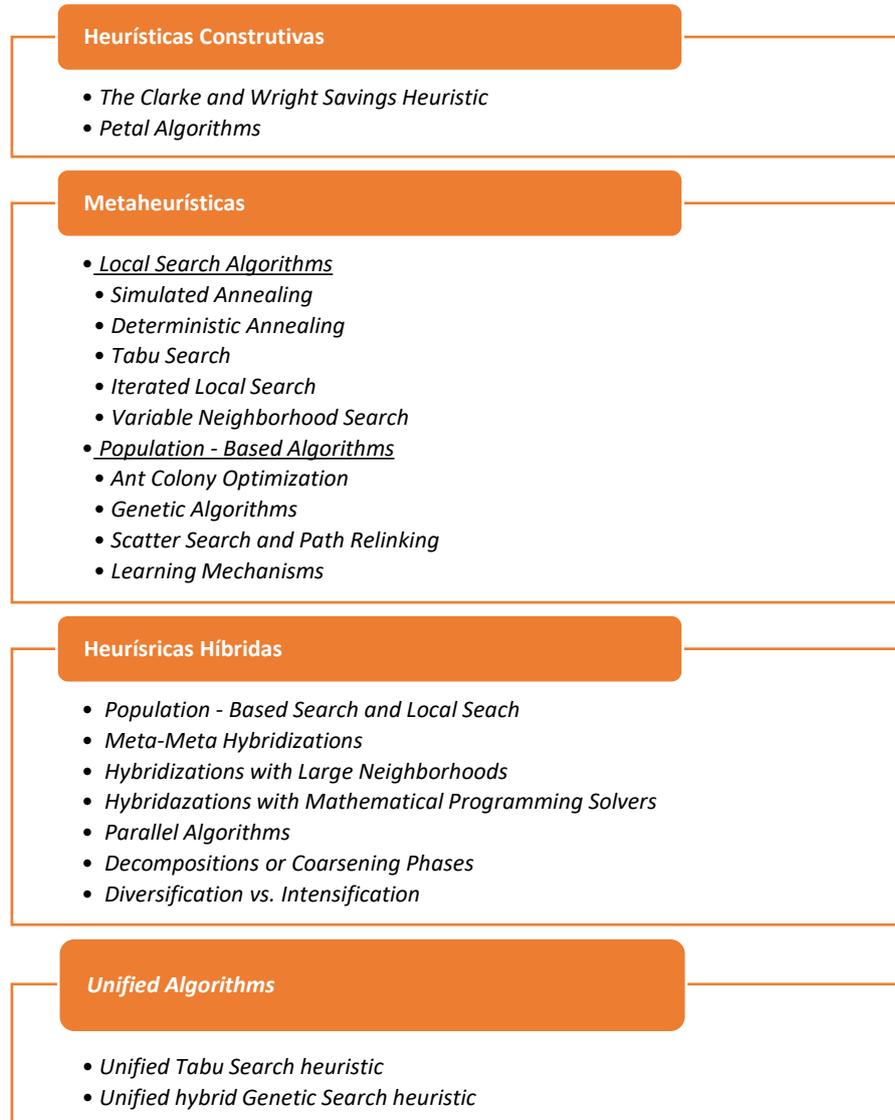


Figura 1: Alguns exemplos de heurísticas construtivas, metaheurísticas, famílias de hibridação e unified algorithms abordados em [7]

Anexo 2. Valorização – Representações Esquemáticas

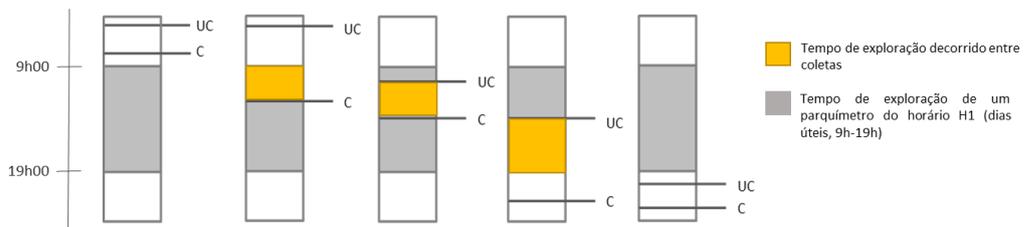


Figura 2 Representação esquemática das diferentes situações que podem ocorrer se a última coleta (UC) e a coleta (C) se realizarem no mesmo dia

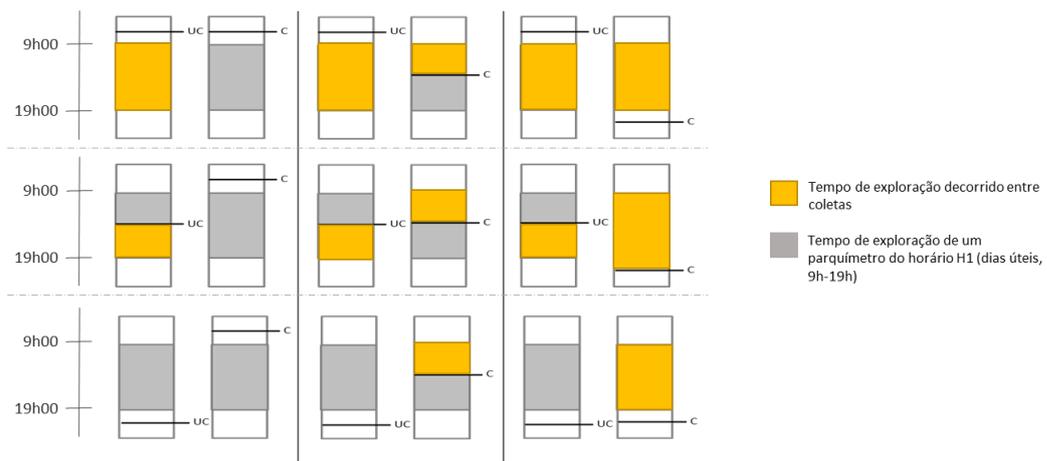


Figura 3 Representação esquemática das diferentes situações que podem ocorrer se a última coleta (UC) e a coleta (C) se realizarem em dias consecutivos

Anexo 3. Valorização – Tabelas

Anexo 3.1. Valorização - Resultados Globais do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (1ª Fase)

ponderações	1,0 0,0 0,0	0,6 0,4 0,0	0,5 0,5 0,0	0,8 0,1 0,1	0,6 0,3 0,1	0,5 0,3 0,2	0,4 0,3 0,3	0,(3) 0,(3) 0,(3)	0,35 0,35 0,3	0,45 0,30 0,25
Valores										
Valor Máximo Previsto (€)	278202,50	278981,91	279176,75	250597,89	250987,58	223188,13	<b>195388,66</b>	<b>186187,11</b>	195486,08	209288,39
Valor Mínimo Previsto (€)	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
Valor Médio Previsto (€)	128,37	128,51	128,61	125,94	126,14	123,92	121,70	120,99	121,75	122,81
Desvios Relativos										
Média DR	<b>0,62</b>	0,68	0,69	0,63	0,66	0,65	0,65	0,65	0,66	0,65
Variância	448,65	444,69	474,59	353,31	356,28	297,28	<b>249,92</b>	<b>243,74</b>	260,57	272,15
Desvio Padrão	21,18	21,09	21,79	18,80	18,88	17,24	<b>15,81</b>	<b>15,61</b>	16,14	16,50
Curtose	8166,75	8128,30	7434,70	8440,54	8209,22	7429,07	6312,34	<b>5676,77</b>	5989,13	6909,69
Coefficiente de Simetria	84,35	82,81	79,85	84,89	82,63	77,87	71,24	<b>67,89</b>	<b>69,89</b>	74,76
Percentil 0	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
Percentil 10	-0,42	-0,36	-0,36	-0,37	-0,35	<b>-0,34</b>	<b>-0,33</b>	<b>-0,34</b>	<b>-0,34</b>	<b>-0,34</b>
Percentil 50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Percentil 90	0,74	<b>0,70</b>	0,72	0,73	0,71	0,71	<b>0,70</b>	0,71	0,71	0,71
Percentil 100	2237,15	2243,42	2244,99	2015,07	2018,21	1794,56	<b>1570,91</b>	<b>1496,89</b>	1571,70	1682,74
Número de <i>Outliers</i>	914	699	691	769	676	664	672	<b>674</b>	675	666

Tabela 12: Resultados Globais do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (1ª Fase)

	Global/Anual
Valor Máximo Coletado (€)	1112,22
Valor Mínimo Coletado (€)	0,40
Valor Médio Coletado (€)	91,16
Número de Coletas	16403

Tabela 13: Valores Observados - Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (1ª Fase)

### Anexo 3.2. Valorização - Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase)

Horário				
ponderadores	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)
H	1	1	2	2
Valor Máximo Coletado(€)	1115,05	1115,05	606,00	606,00
Valor Máximo Previsto (€)	195388,66	186187,11	686,04	651,63
Valor Mínimo Coletado (€)	0,35	0,35	1,50	1,50
Valor Mínimo Previsto (€)	0,03	0,03	6,73	6,91
Valor Médio Real (€)	90,64	90,64	95,00	95,00
Valor Médio Previsto (€)	123,07	122,33	95,94	95,88
Número de Coletas	15576	15576	827	827
Desvios Relativos (DR)				
Média DR	0,67	0,68	0,18	0,18
Variância	263,12	256,61	1,10	1,13
Desvio Padrão	16,22	16,02	1,05	1,06
Curtose	5996,82	5393,12	277,07	282,02
Coefficiente de Simetria	69,44	66,18	13,90	14,05
Percentil 0	-1,00	-1,00	-0,93	-0,93
Percentil 10	-0,34	-0,34	-0,33	-0,34
Percentil 50	0,00	0,00	0,01	0,01
Percentil 90	0,71	0,71	0,69	0,69
Percentil 100	1570,91	1496,89	22,93	23,37

Tabela 14: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Horário

Turnos				
ponderadores	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)
T	1	1	2	2
Valor Máximo Coletado (€)	1115,05	1115,05	1082,30	1082,30
Valor Máximo Previsto (€)	195388,66	186187,11	76874,36	69970,27
Valor Mínimo Coletado (€)	0,35	0,35	0,40	0,40
Valor Mínimo Previsto (€)	0,03	0,03	0,06	0,05
Valor Médio Real (€)	84,29	84,29	98,24	98,24
Valor Médio Previsto (€)	117,92	117,05	125,94	125,42
Número de Coletas	8675	8675	7728	7728
Desvios Relativos (DR)				
Média DR	0,66	0,66	0,64	0,64
Variância	330,28	309,93	159,75	169,46
Desvio Padrão	18,17	17,60	12,64	13,02
Curtose	6488,78	6121,20	1667,90	1950,06
Coefficiente de Simetria	76,98	74,51	39,04	41,72
Percentil 0	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
Percentil 10	-0,33	-0,34	-0,34	-0,34
Percentil 50	0,01	0,01	-0,01	-0,01
Percentil 90	0,80	0,80	0,63	0,62
Percentil 100	1570,91	1496,89	640,19	711,11

Tabela 15: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Turno

Zona										
ponderadores	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)
Zona	16	16	22	22	31	31	36	36		
Valor Máximo Coletado(€)	1115,05	1115,05	789,70	789,70	611,25	611,25	977,65	977,65		
Valor Máximo Previsto (€)	195388,66	186187,11	4451,41	4805,84	757,28	826,09	1092,20	1108,03		
Valor Mínimo Coletado (€)	1,10	1,10	0,35	0,35	0,65	0,65	0,40	0,40		
Valor Mínimo Previsto (€)	0,03	0,03	0,06	0,05	1,83	1,84	3,20	3,24		
Valor Médio Real (€)	123,50	123,50	83,80	83,80	81,46	81,46	84,80	84,80		
Valor Médio Previsto (€)	268,07	263,98	90,84	90,93	83,68	83,71	86,75	86,73		
Número de Coletas	3017	3017	8423	8423	2674	2674	2289	2289		
Desvios Relativos (DR)										
Média DR	1,70	1,70	0,47	0,48	0,29	0,29	0,33	0,33		
Variância	1265,55	1231,31	14,96	15,37	35,11	34,25	25,47	25,79		
Desvio Padrão	35,57	35,09	3,87	3,92	5,93	5,85	5,05	5,08		
Curtose	1332,30	1203,07	609,50	638,80	2458,99	2454,79	1320,50	1279,61		
Coefficiente de Simetria	33,58	32,09	21,21	21,46	48,66	48,60	34,13	33,59		
Percentil 0	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-0,88	-0,88	-0,90	-0,89		
Percentil 10	-0,30	-0,30	-0,36	-0,36	-0,33	-0,33	-0,32	-0,31		
Percentil 50	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	-0,01	-0,01	0,00		
Percentil 90	0,61	0,61	0,83	0,84	0,60	0,60	0,62	0,63		
Percentil 100	1570,91	1496,89	142,81	158,05	300,23	296,40	208,75	208,03		

Tabela 16: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Zona

Dias da Semana										
ponderadores	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)	0,4 0,3 0,3	0,(3)   0,(3)   0,(3)
Dia da Semana	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
Valor Máximo Coletado(€)	771,50	771,50	1082,30	1082,30	977,65	977,65	1115,05	1115,05	850,40	850,40
Valor Máximo Previsto (€)	76874,36	69970,27	2747,23	2951,51	43152,27	47925,32	1185,57	1200,40	195388,66	186187,11
Valor Mínimo Coletado (€)	0,40	0,40	0,35	0,35	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
Valor Mínimo Previsto (€)	0,13	0,13	0,42	0,44	0,06	0,05	0,34	0,38	0,03	0,03
Valor Médio Real (€)	75,58	75,58	92,06	92,06	94,06	94,06	99,57	99,57	94,09	94,09
Valor Médio Previsto (€)	111,09	108,37	102,13	102,54	121,11	121,56	99,90	99,79	159,53	158,19
Número de Coletas	3311	3311	2727	2727	3935	3935	2556	2556	3874	3874
Desvios Relativos (DR)										
Média DR	0,72	0,69	0,40	0,41	0,74	0,77	0,23	0,24	0,94	0,94
Variância	136,05	107,72	5,16	5,38	205,98	243,73	4,26	4,56	726,23	685,54
Desvio Padrão	11,66	10,38	2,27	2,32	14,35	15,61	2,06	2,14	26,95	26,18
Curtose	1107,41	1008,34	359,53	331,41	1391,67	1490,04	908,40	938,03	3018,53	2825,69
Coefficiente de Simetria	31,57	29,96	15,67	15,21	35,53	36,85	25,45	25,96	53,24	51,39
Percentil 0	-0,99	-0,99	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-0,93	-0,93	-1,00	-1,00
Percentil 10	-0,33	-0,34	-0,32	-0,33	-0,32	-0,32	-0,36	-0,36	-0,35	-0,35
Percentil 50	0,01	0,01	0,04	0,04	0,01	0,00	-0,03	-0,04	-0,02	-0,01
Percentil 90	0,69	0,69	0,86	0,88	0,70	0,69	0,67	0,68	0,65	0,65
Percentil 100	445,99	371,78	67,16	65,20	640,19	711,11	80,27	83,78	1570,91	1496,89

Tabela 17: Resultados do Estudo de Ponderadores do Valor por Minuto de Coletas Anteriores (2ª Fase) - Dia da Semana

### Anexo 3.3. Valorização - Resultados das Simulações Realizadas no Tratamento de *Outliers*

	Dados Não Tratados	Dados Tratados
<b>Valores</b>		
Valor Máximo Coletado (€)	1112,22	1112,22
Valor Máximo Previsto (€)	186187,11	1398,51
Valor Mínimo Coletado (€)	0,35	0,40
Valor Mínimo Previsto (€)	0,03	0,22
Valor Médio Coletado (€)	91,16	91,16
Valor Médio Previsto (€)	120,99	95,03
<b>Desvios Relativos</b>		
Média DR	0,65	0,12
Variância	243,74	1,15
Desvio Padrão	15,61	1,07
Curtose	5676,77	3217,23
Coefficiente de Simetria	67,89	45,93
Percentil 0	-1,00	-0,87
Percentil 10	-0,34	-0,32
Percentil 50	0,00	0,00
Percentil 90	0,71	0,58
Percentil 100	1496,89	4,83
Número de Coletas	16403	15234
Número de Outliers	674	166

Tabela 18: Resultados das Simulações Realizadas no Tratamento de Outliers - Dados Tratados e Não Tratados

	Outliers Iniciais	Outliers Finais
Valor Máximo Coletado (€)	1082,30	508,30
Valor Máximo Previsto (€)	186187,11	1398,51
Valor Mínimo Coletado (€)	0,40	0,50
Valor Mínimo Previsto (€)	0,03	1,61
Valor Médio Real (€)	38,41	40,90
Valor Médio Previsto (€)	744,41	117,92
Número de Coletas Anómalas	674	166
<b>Desvios Relativos (DR)</b>		
Média DR	14,23	4,20
Variância	5744,07	75,53
Desvio Padrão	75,79	8,69
Curtose	238,11	54,19
Coefficiente de Simetria	13,96	6,50
Percentil 0	-1,00	-0,87
Percentil 10	-0,74	-0,73
Percentil 50	3,36	2,44
Percentil 90	18,02	8,67
Percentil 100	1496,89	4,83

Tabela 19: Resultados das Simulações Realizadas no Tratamento de Outliers - Outliers Iniciais e Outliers Finais

#### Anexo 4. Grafo - Apresentação Sumária das Aplicações OSM e *Google Distance Matrix*

##### *Open Street Maps (OSM)*

Aplicação gratuita e ilimitada que permite ter conhecimento dos tempos de deslocação. As coordenadas de cada parquímetro seguem as regras de WGS 84<sup>10</sup>. Os dados resultantes são estáticos, ou seja, não distinguem dias da semana, nem diferentes períodos do dia, nem condições de trânsito existentes (atrasos por congestionamento).

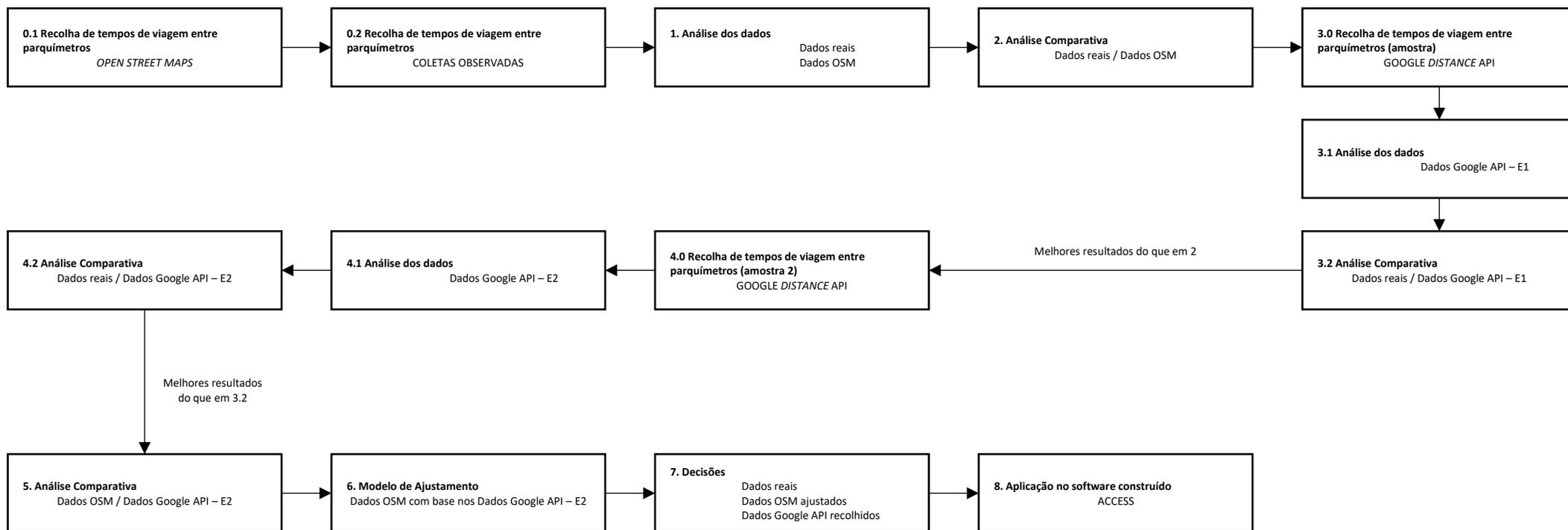
##### *Google Distance Matrix*

A versão gratuita desta aplicação, que permite ter conhecimento dos tempos de deslocação, está diariamente limitada a 2500 pesquisas por utilizador. As coordenadas de cada parquímetro seguem as regras de WGS 84. Esta aplicação permite distinguir diferentes períodos do dia, diferentes dias da semana bem como algumas hipóteses de cálculo. Na recolha realizada optou-se pela hipótese “*best-guess*”, ou seja, o cálculo da melhor estimativa do tempo de percurso tem em conta as condições históricas de trânsito e a informação em tempo real (a ponderação de cada uma destas parcelas depende da proximidade entre o horário para o qual se pretende prever e o horário em que o pedido é feito).

---

<sup>10</sup> WGS 84 – *World Geodetic System* – Sistema de referência de datação geodésica definido em 1984.

Anexo 5. Grafo - Fluxograma Representativo das Várias Etapas Para a Construção do Grafo



4 Fluxograma Representativo das várias etapas para a construção do grafo

Anexo 6. Grafo – Resultados dos Estudos Comparativos

Legenda:

- OSMCompleteData Dados recolhidos pela aplicação *Open Street Maps*
- Real times Tempos de trajetos registados e validados
- Google E1 / Google E2 Dados recolhidos e tratados – pela *Google Distance Matrix API* - Estudo 1 / Estudo 2
- OSRM E1 / OSRM E2 Dados recolhidos e tratados – pela *Open Street Maps API* - Estudo 1 / Estudo 2

	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	356	588	277	767	318
Tempo mínimo de viagem	10	1	22	21	7	5
Tempo médio de viagem	381,33	140,13	212,09	100,56	334,41	143,40
Variância	42992,36	2814,70	14994,33	3496,65	15870,90	2893,06
Desvio Padrão	207,35	53,05	122,45	59,13	125,98	53,79
Número de observações	41038	87822	5200	5200	18960	6320

Tabela 20: Resultados Globais dos Estudos Comparativos

Viagens Intrazonais	Z16						Z22					
	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	212	332	146	635	210	720	321	588	277	719	295
Tempo mínimo de viagem	15	1	54	21	26	21	12	1	136	85	17	12
Tempo médio de viagem	381,22	79,93	187,17	79,37	222,83	100,32	379,82	123,96	325,94	175,75	272,35	124,20
Variância	43673,51	1241,56	5021,21	971,06	13257,83	1888,02	42939,39	2578,45	11829,65	2549,61	11737,80	2556,41
Desvio Padrão	208,98	35,24	70,86	31,16	115,14	43,45	207,22	50,78	108,76	50,49	108,34	50,56
Número de observações	7116	5466	1300	1300	1800	1350	16138	18354	1300	1300	31200	23400

Tabela 21: Resultados dos Estudos Comparativos - Viagens Intrazonais - Parte I

Viagens Intrazonais	Z31						Z36					
	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	203	516	140	473	175	720	217	526	147	449	167
Tempo mínimo de viagem	12	4	30	32	7	6	10	5	22	22	9	9
Tempo médio de viagem	370,57	86,57	140,10	78,77	178,05	87,23	363,63	90,56	195,16	68,35	213,12	96,83
Variância	41965,09	1484,48	7696,37	1139,76	6392,61	1314,12	43751,56	1488,85	16398,11	1713,11	10011,52	1189,18
Desvio Padrão	204,85	38,53	87,73	33,76	79,95	36,25	209,17	38,59	128,06	41,39	100,06	34,48
Número de observações	5449	3192	1300	1300	7600	5700	2808	812	1300	1300	1800	1350

Tabela 22: Resultados Globais dos Estudos Comparativos - Viagens Intrazonais - Parte II

Viagens Interzonais	DE Z16				DE Z16				DE Z16			
	PARA Z22				PARA Z31				PARA Z36			
	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	304	620	276	720	286	632	284	720	239	486	235
Tempo mínimo de viagem	30	13	7	21	30	64	113	64	60	36	78	42
Tempo médio de viagem	382,31	130,37	305,70	132,76	383,72	180,73	399,18	176,95	363,44	149,25	302,14	152,45
Variância	41865,28	1798,75	12501,27	2217,10	44596,08	1565,73	7820,75	2006,44	42530,40	1488,31	6357,14	1771,51
Desvio Padrão	204,61	42,41	111,81	47,09	211,18	39,57	88,44	44,79	206,23	38,58	79,73	42,09
Número de observações	1822	10200	8000	6000	411	4275	4000	3000	209	2175	2000	1500

Viagens Interzonais	DE Z22				DE Z22				DE Z22			
	PARA Z16				PARA Z31				PARA Z36			
	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	284	715	281	720	327	725	318	720	300	754	300
Tempo mínimo de viagem	30	9	8	34	30	18	0	53	60	48	0	71
Tempo médio de viagem	390,86	134,12	366,61	154,57	398,35	168,36	385,37	164,32	389,89	167,19	428,30	171,83
Variância	42183,42	2388,45	17713,87	2341,41	42439,02	2328,76	11718,23	2531,86	42593,60	1490,53	9235,43	1761,74
Desvio Padrão	205,39	48,87	133,09	48,39	206,01	48,26	108,25	50,32	206,38	38,61	96,10	41,97
Número de observações	1670	10200	8000	6000	1104	7752	16000	12000	989	3944	8000	6000

Viagens Interzonais	DE Z31				DE Z31				DE Z31			
	PARA Z16				PARA Z22				PARA Z36			
	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	294	853	269	720	319	907	293	720	256	660	234
Tempo mínimo de viagem	60	91	148	91	30	23	79	34	20	14	104	14
Tempo médio de viagem	385,56	187,83	484,09	197,77	400,87	156,30	356,88	154,23	426,50	130,03	338,76	128,27
Variância	43051,34	1259,56	13698,83	1289,33	42817,23	1676,60	9601,72	1882,24	42354,85	1643,07	7294,06	1979,29
Desvio Padrão	207,49	35,49	117,04	35,91	206,92	40,95	97,99	43,38	205,80	40,53	85,41	44,49
Número de observações	392	4275	4000	3000	988	7752	16000	12000	472	1653	4000	3000

Viagens Interzonais	DE Z36				DE Z36				DE Z36			
	PARA Z16				PARA Z22				PARA Z31			
	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	OSMcompleteData	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	312	732	278	720	356	734	319	720	283	519	250
Tempo mínimo de viagem	60	99	178	99	30	31	109	42	30	19	54	26
Tempo médio de viagem	416,00	184,53	457,35	195,87	409,34	164,15	354,79	163,92	426,71	125,38	271,66	126,21
Variância	44295,30	1440,54	11468,00	1715,37	42768,66	2534,14	10184,41	2867,75	40973,15	2493,32	7711,57	2682,54
Desvio Padrão	210,46	37,95	107,09	41,42	206,81	50,34	100,92	53,55	202,42	49,93	87,82	51,79
Número de observações	150	2175	2000	1500	922	3944	8000	6000	398	1653	4000	3000

Tabela 23: Resultados Globais dos Estudos Comparativos - Viagens Interzonais

Dia da Semana	Segunda-Feira		Terça-Feira		Quarta-Feira		Quinta-feira		Sexta-Feira	
	realTimes	GoogleE1	realTimes	GoogleE1	realTimes	GoogleE1	realTimes	GoogleE1	realTimes	GoogleE1
Tempo máximo de viagem	720	567	720	564	720	585	720	575	720	588
Tempo mínimo de viagem	10	22	12	22	12	22	12	22	15	22
Tempo médio de viagem	381,87	209,11	381,59	210,43	381,98	215,04	377,75	213,73	382,39	212,16
Variância	43127,75	14681,40	43617,76	14807,23	42799,81	15076,77	42662,77	15122,64	42760,47	15246,11
Desvio Padrão	207,67	121,17	208,85	121,68	206,88	122,79	206,55	122,97	206,79	123,48
Número de observações	8390	1040	7613	1040	9543	1040	6271	1040	9221	1040

Tabela 24: Resultados dos Estudos Comparativos - Dia da Semana

Período Do Dia	7h - 8h		8h - 9h		9h - 10h		10h - 11h		11h - 12h		12h - 13h		13h - 14h		14h - 15h	
	realTimes	GoogleE1														
Tempo máximo de viagem	720	533	720	539	720	527	720	528	720	528	720	535	720	521	720	526
Tempo mínimo de viagem	15	22	10	22	15	22	15	22	15	22	60	22	12	22	12	22
Tempo médio de viagem	386,21	208,00	376,82	218,85	388,75	205,93	388,75	204,04	374,95	204,85	335,78	204,85	383,71	214,13	384,11	213,44
Variância	43711,98	14272,94	42889,36	15815,57	42724,81	14277,80	42724,81	14186,67	43331,89	13958,43	40463,18	14120,93	42904,80	14392,31	43421,19	14645,26
Desvio Padrão	209,07	119,47	207,10	125,76	206,70	119,49	206,70	119,11	208,16	118,15	201,15	118,83	207,13	119,97	208,38	121,02
Número de observações	3071	400	4155	400	4793	400	4793	400	4065	400	275	400	3737	400	5154	400

Tabela 25: Resultados dos Estudos Comparativos - Período do Dia - Parte I

Período Do Dia	15h - 16h		16h - 17h		17h - 18h		18h - 19h		19h - 20h	
	realTimes	GoogleE1								
Tempo máximo de viagem	720	538	720	572	720	588	720	569	480	533
Tempo mínimo de viagem	12	22	12	22	15	22	60	22	60	22
Tempo médio de viagem	383,31	209,96	378,94	219,97	379,07	224,49	327,45	219,26	300,00	209,42
Variância	42527,21	14752,49	42962,56	16402,92	43268,35	17110,86	35350,60	16306,82	39600,00	14577,78
Desvio Padrão	206,22	121,46	207,27	128,07	208,01	130,81	188,02	127,70	199,00	120,74
Número de observações	4652	400	3995	400	2912	400	106	400	5	400

Tabela 26: Resultados dos Estudos Comparativos - Período do Dia - Parte II

Bloco Horário	7h - 11h				11h - 15h				15h - 20h						
	realTimes	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2	realTimes	GoogleE1	OSM_E1	GoogleE2	OSM_E2
Tempo máximo de viagem	720	539	7	907	319	720	535	11	658	319	720	588	15	811	319
Tempo mínimo de viagem	10	22	277	7	6	12	22	277	0	6	12	22	277	7	6
Tempo médio de viagem	383,08	209,21	20,60	345,54	143,89	380,18	209,32	20,60	314,80	143,89	380,21	221,83	20,60	342,83	143,89
Variância	42922,69	14643,73	100,56	18876,01	2892,35	43235,48	14272,51	100,56	13539,51	2892,34	42813,49	15468,12	100,56	17140,93	2892,34
Desvio Padrão	207,18	121,01	3504,74	137,39	53,78	207,93	119,47	3504,74	116,36	53,78	206,91	124,37	3504,74	130,92	53,78

Tabela 27: Resultados dos Estudos Comparativos - Bloco Horário

### Anexo 7. Heurísticas Construtivas – Pseudocódigo HC1

Seja  $k$  o número total de parquímetros com que se inicia a heurística, calculado pelo incremento (10%) do número máximo de cofres coletados, registado no histórico da empresa.

É apresentado neste anexo o pseudocódigo da **heurística construtiva desenvolvida em [10]**.

#### 1. Seleção dos $k$ parquímetros mais valiosos.

- Inicialização:

- Selecionar os  $k$  parquímetros mais valiosos,  $L$ ;
- Selecionar o parquímetro  $i$  de  $L$  mais perto (em tempo) da base;
- Iniciar a rota:  $Rota = (base, i)$
- $L = \{1, 2, \dots, k\} - \{i\}$

- Processo:

##### **Repetir**

- Selecionar o parquímetro  $j$  de  $L$ , mais perto de  $i$ ;
- Se** (capacidade é respeitada com a inclusão de  $j$  em  $Rota$ ) **então**
- Inserir na rota  $Rota$  o parquímetro  $j$  depois de  $i$ ;

##### **Caso Contrário**

- Inserir na rota  $Rota$  a base depois de  $i$ ;
- Selecionar o parquímetro  $j \in L$  mais perto da base;
- Inserir na rota  $Rota$  o parquímetro  $j$  depois da base;
- Atualizar:  $i \leftarrow j; L \leftarrow L - \{j\}$

**Até**  $L = \emptyset$

#### 2. Incluir a base no final da rota construída, $Rota$

#### 3. Verificação da restrição de tempo

- Processo:

**Se** a condição de tempo é violada, **então**

##### **Repetir**

- Remover de  $Rota$  o parquímetro  $i$  menos valioso, ligando o predecessor de  $i$  com o seu sucessor;
- $Rota \leftarrow Rota - \{i\}$
- Atualizar o tempo

**Até** obter uma rota admissível

## Anexo 8. Diferenças entre HM e HC1a

	HC1 atualizada	Heurística Múltipla
Nº de veículos	Um	Múltiplos
PASCF	Limite ao número de parquímetros <sup>11</sup>	Todos os parquímetros
Momento de previsão	1º turno – 11h    2º turno – 15h	Hora em que se prevê que ocorra a coleta
Restrições	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tempo disponível do turno</li> <li>• Capacidade do veículo</li> <li>• Parquímetros de “coletas forçadas”</li> <li>• Chaves disponíveis</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tempo disponível do turno</li> <li>• Capacidade do veículo</li> <li>• Parquímetros de “coletas forçadas”</li> <li>• Chaves disponíveis</li> <li>• Valor (€) máximo que um veículo pode transportar</li> <li>• Valor (€) mínimo para coleta de um parquímetro</li> <li>• Vizinhança</li> </ul>

Tabela 28: Principais Diferenças Entre a Heurística Múltipla e HC1 Atualizada

---

<sup>11</sup> Ver anexo 7

## Anexo 9. Análise de Resultados - Resultados das Simulações Computacionais

data	Valor Total (€)		Valor Médio (€)	
	HC1 atualizada	Heurística Múltipla	HC1 atualizada	Heurística Múltipla
04-set-17	25366,90	25366,90	106,58	106,58
05-set-17	10582,31	9773,27	44,27	40,89
06-set-17	7839,14	7141,35	33,36	30,01
07-set-17	7005,48	6682,43	29,56	28,20
08-set-17	6969,47	6837,16	29,41	28,90
09-set-17	6755,05	6756,41	28,62	28,63

Tabela 29: Valores Totais e Médios por Parquímetro, que se Prevê que Estejam na Rua (04h00)

data	Valor Total (€)		Valor Médio (€)	
	HC1 atualizada	Heurística Múltipla	HC1 atualizada	Heurística Múltipla
04-set-17	20043	21014	244,43	236,11
05-set-17	7996	8054	97,51	91,52
06-set-17	6112	5747	76,40	71,84
07-set-17	5380	5297	65,61	64,4
08-set-17	5566	5578	68,72	67,2
09-set-17	----	----	----	----
Valor Médio Diário (€)	9019,40	9138	111	106,21
Valor Total Semana (€)	45097	45690	553	531

Tabela 30: Valores Totais e Médios por Parquímetro, que se Prevê Coletar com a Geração de Cada Uma das Rotas

data	Valor previsto / Valor na Rua (%)	
	HC1 atualizada	Heurística Múltipla
04-set-17	0,79	0,83
05-set-17	0,76	0,82
06-set-17	0,78	0,80
07-set-17	0,77	0,79
08-set-17	0,80	0,82
09-set-17	----	----

Tabela 31: Percentagem do Valor que se Prevê Coletar no Turno da Tarde, Daquele que Estava na Rua (04h00)

## Anexo 10. Análise de Resultados - Resultados da Semana de Testes Piloto

VALORES	26/09/2017	27/09/2017	28/09/2017
Valor Máximo Coletado (€)	382,55	377	475,4
Valor Máximo Previsto (€)	896,87	367,47	378,24
Valor Mínimo Coletado (€)	20	78,65	16,85
Valor Mínimo Previsto (€)	35,47	76,56	36,27
Valor Médio Real (€)	159,36	189,14	176,12
Valor Médio Previsto (€)	167,8	188,71	170,78
Número de parquímetros	38	42	35
<b>DESVIOS RELATIVOS</b>			
Média DR	0,2	0,05	0,27
Variância	0,65	0,11	2,49
Desvio Padrão	0,81	0,33	1,58
Curtose	9,11	2,11	33,2
Coefficiente de Simetria	2,57	-0,13	5,69
Percentil 0	-0,64	-1	-0,56
Percentil 10	-0,45	-0,3	-0,26
Percentil 50	0,03	0,02	0
Percentil 90	0,94	0,43	0,29
Percentil 100	3,71	0,98	9,23

Tabela 32: Resultados dos Valores (Euros) Previstos e Coletados na Semana de Testes Piloto e Respetivos DR

TEMPOS DE VIAGEM	26/09/2017	27/09/2017	28/09/2017
Valor Máximo Observado (segundos)	960	1260	960
Valor Máximo Previsto (segundos)	489	496	576
Valor Mínimo Observado (segundos)	0	0	0
Valor Mínimo Previsto (segundos)	8	3	21
Valor Médio Observado (segundos)	212,2	173,19	166,75
Valor Médio Previsto (segundos)	227,88	177	232,43
Número de viagens	41	47	40
<b>DESVIOS SIMPLES(segundos)</b>			
Média DS	15,68	3,81	65,68
Variância	22450,32	33094,46	42997,25
Desvio Padrão	149,83	181,92	207,36
Curtose	3,24	6,42	0,9
Coefficiente de Simetria	-1,42	-1,68	-0,04
Percentil 0	-471	-764	-532
Percentil 10	-122	-167,6	-175,2
Percentil 50	38	33	57
Percentil 90	154	164	364,1
Percentil 100	257	371	500

Tabela 33: Resultados dos Tempos de Viagem (segundos) Previstos e Observados na Semana de Testes Piloto e Respetivos Desvios Simples