

MESTRADO
ECONOMETRIA APLICADA E PREVISÃO

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO

**TEORIA GENERALIZADA DA PARIDADE DO PODER DE COMPRA:
UMA APLICAÇÃO ÀS ECONOMIAS DA EUROPA CENTRAL**

CRISTINA PATRÍCIA GOUVEIA DIAS FIDALGO

OUTUBRO – 2020

MESTRADO
ECONOMETRIA APLICADA E PREVISÃO

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO

**TEORIA GENERALIZADA DA PARIDADE DO PODER DE COMPRA:
UMA APLICAÇÃO ÀS ECONOMIAS DA EUROPA CENTRAL**

CRISTINA PATRÍCIA GOUVEIA DIAS FIDALGO

ORIENTAÇÃO:

PROFESSOR DOUTOR NUNO SOBREIRA

OUTUBRO – 2020

Resumo

No presente estudo pretende-se analisar se os três países da Europa Central em vias de aderir à União Económica Monetária – Hungria, Polónia e República Checa – constituem, de facto, uma Zona Monetária Ótima no espírito de Mundell (1961) com os países da Zona Euro *vis-à-vis* a economia da Alemanha, colocando, assim, um fim à fase de transição dos últimos 16 anos. Para tal, recorre-se à teoria Generalizada da Paridade do Poder de Compra, inicialmente proposta por Enders e Hurn (1994), empiricamente testável com recurso ao modelo vetorial de correção de erros. Os resultados empíricos indicam que, para o período entre 1993 e 2019, apesar da não estacionaridade das séries (do logaritmo) da taxa de câmbio real bilateral de cada economia, existe, efetivamente, um co-movimento entre as diferentes taxas em trajetória de equilíbrio, refletindo o processo de convergência real consistente com o critério de Zona Monetária Ótima.

Abstract

The present study aims to analyze whether the three Central European countries that are about to join the Economic Monetary Union – Hungary, Poland and the Czech Republic – constitute, indeed, an Optimum Currency Area in the spirit of Mundell (1961) with the countries of the Eurozone *vis-à-vis* the German economy, thus putting an end to the transition phase of the past 16 years. The theoretical framework is based on Generalized Theory of Purchasing Power Parity, an hypothesis initially proposed by Enders and Hurn (1994), empirically testable using the vector error correction model. The empirical results indicate that, for the period between 1993 and 2019, despite the non-stationarity of the series (of the logarithm) of the bilateral real exchange rate of each economy, there is, effectively, a co-movement between the different rates on an equilibrium path, reflecting the process of real convergence consistent with the Optimum Currency Area criterion.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Professor Nuno Sobreira, pela disponibilidade e flexibilidade demonstrada, pelos conselhos e correções. Agradeço também a todos os Professores que me acompanharam ao longo do meu percurso académico e que de alguma forma contribuíram para a minha formação pessoal e profissional. Por fim, agradeço ao meu pai por toda a dedicação.

Consistência

Índice

Resumo.....	i
Abstract	ii
Agradecimentos.....	iii
Índice.....	v
Índice de Tabelas.....	vii
Índice de Figuras	viii
Lista de Abreviaturas	ix
1. Introdução	1
2. Exposição Teórica.....	5
3. Metodologia	10
3.1. Testes de raiz unitária.....	10
3.2. Método de Johansen (modelo VAR e VEC)	12
3.2.1. Teste do traço de Johansen e teste do valor próprio máximo.....	14
3.3. Testes de especificação	15
3.3.1. Teste à autocorrelação.....	15
3.3.2. Teste à heteroscedasticidade	16
3.3.3. Teste à normalidade	17
3.3.4. Teste de estabilidade	17
3.4. Análise exploratória	18
3.4.1. Teste de restrições	18
3.4.2. Previsão	18
3.4.3. Causalidade à Granger	19
4. Análise Empírica.....	21
4.1. Análise univariada.....	21
4.1.1. Inspeção gráfica.....	22
4.1.2. Correlação	22

4.1.3.	Estacionaridade	22
4.2.	Análise multivariada	24
4.2.1.	Especificação do modelo.....	24
4.2.2.	Modelação do comportamento de ajustamento para o equilíbrio.....	25
4.2.3.	Análise de previsão e causalidade	29
5.	Conclusão.....	32
6.	Referências Bibliográficas	34
7.	Anexos.....	37
7.1.	Anexo A – Figuras	37
7.2.	Anexo B – Tabelas	44
7.3.	Anexo C – Código.....	49
7.3.1.	Extração e tratamento dos dados	49
7.3.1.	Análise univariada.....	50
7.3.2.	Análise multivariada (I)	50
7.3.3.	Análise multivariada (II).....	50

Índice de Tabelas

Tabela I - Matriz de correlação entre as séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais	44
Tabela II - Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller (DF) sobre as séries em níveis	45
Tabela III - Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller (DF) sobre as séries em primeiras diferenças	45
Tabela IV - Teste de raiz unitária de Elliott, Rothenberg e Stock (DF-GLS) sobre as séries em níveis	45
Tabela V - Testes de especificação sobre a estimativa do modelo VAR	46
Tabela VI - Teste do traço e teste do valor próprio máximo de Johansen a 4 economias.....	46
Tabela VII - Estimativas das relações de cointegração	47
Tabela VIII - Estimativas dos coeficientes de <i>feedback</i>	47
Tabela IX - Análise de previsão (EMAP e REQ M).....	48

Índice de Figuras

Figura 1 - Séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais (níveis)	37
Figura 2 - Séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais (primeiras diferenças).....	37
Figura 3 - Função de Autocorrelação (FAC) das séries em níveis.....	38
Figura 4 - Função de Autocorrelação (FAC) das séries em primeiras diferenças.....	38
Figura 5 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da Alemanha.....	39
Figura 6 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da Hungria.....	40
Figura 7 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da Polónia.....	41
Figura 8 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da República Checa.....	42
Figura 9 - Teste OLS-CUSUM de estabilidade dos parâmetros	43

Lista de Abreviaturas

ADF – *Augmented* Dickey-Fuller

BIS – Bank for International Settlements

DF – Dickey-Fuller

EC – Europa Central

EMAP – Erro Médio Absoluto Percentual

FAC – Função de Autocorrelação

FACP – Função de Autocorrelação Parcial

FMI – Fundo Monetário Internacional

GLS – *Generalized Least Squares*

GTS – *general-to-specific*

GPPC – (Teoria) Generalizada da Paridade do Poder de Compra

HBS – Harrold-Balassa-Samuelson

LM – *Lagrange Multiplier*

LR – *Likelihood Ratio*

OLS – *Ordinary Least Squares*

PIB – Produto Interno Bruto

PPC – (Teoria da) Paridade do Poder de Compra

REQM – Raiz do Erro Quadrático Médio

UEM – União Económica Monetária

UE – União Europeia

VAR – (Modelo) Vetorial Autoregressivo

VEC – *Vector Error Correction (Model)*

ZE – Zona Euro

1. Introdução

Under the skin of any international economist lies a deep-seated belief in some variant of the PPP theory of the exchange rate.

Dornbusch e Krugman, “Flexible Exchange Rates in the Short Run” (1976, p. 540)

O objetivo deste trabalho é verificar se a teoria Generalizada da Paridade do Poder de Compra (GPPC) é válida para a Hungria, Polónia e República Checa. Na sequência do trabalho empírico, a teoria da Paridade do Poder de Compra (PPC) também será testada. A escolha dos países não é inócua na medida em que se concentra, em particular, no conjunto de países da Europa Central (EC) em vias de aderir à União Económica Monetária (UEM) e, também, membros do Grupo de Visegrado (1991), uma aliança económica, política e estratégica entre os seus constituintes. Este estudo reveste-se de particular importância uma vez que pretende analisar se estes países podem constituir uma Zona Monetária Ótima com os países da Zona Euro (ZE), usando como *proxy* a economia da Alemanha¹, e contribuindo também, em última análise, para o debate sobre o próximo alargamento da ZE.

Na sequência da Segunda Grande Guerra Mundial, numa Europa profundamente destruída nos seus alicerces, era urgente criar-se um projeto comum que permitisse uma rápida recuperação económica. Surgiu então a Comunidade do Carvão e do Aço (Paris, 1951), primeira etapa de uma visão europeia mais abrangente, que, passando pela Comunidade Económica Europeia (1958) culminaria no Tratado de Maastricht, em 1992, a partir do qual se entraria numa nova fase: a da União Europeia (UE). Neste contexto, foram criadas as bases para uma política monetária única, assente numa moeda comum aos vários estados signatários, o euro, e foram igualmente estabelecidos cinco critérios – os critérios de convergência ou critérios de Maastricht – que determinariam as condições de adesão à zona monetária e utilização da moeda única por parte dos países membros. Divididos em quatro grupos, a saber, estabilidade de preços, finanças públicas, taxa de câmbio e taxa de juro de longo-prazo, a verificação destes critérios considerou-se como condição fundamental para garantir uma adesão harmoniosa e o sucesso da integração.

¹ Tal como noutros estudos e aplicações anteriores (v. p.e. Antonucci e Girardi, 2005; Caporale et. al, 2011; Sideris, 2009), considera-se a Alemanha como país referência dado o seu papel dominante durante os anos de Sistema Europeu Monetário (Antonucci e Girardi, 2005 *apud* Giavazzi and Pagano, 1988; Méltz, 1988). Além disso, atualmente, o Produto Interno Bruto (PIB) da Alemanha corresponde a aproximadamente 28% do PIB da ZE (Comissão Europeia (2020), Annual Macro-Economic Database [Base de dados], setembro 2020. Disponível em: https://ec.europa.eu/economy_finance/ameco/user/serie/SelectSerie.cfm)

Mas, se é verdade que, a partir de então, a Europa se tornaria um eixo fundamental na economia mundial, não eram menos reais os desafios que se apresentavam aos vários estados-membros, cujas economias apresentavam diferentes graus de solidez e de preparação para resistirem aos embates inerentes às crises cíclicas que vão surgindo. De facto, e segundo o último Relatório de Convergência (Comissão Europeia, 2020), tanto a Polónia como a República Checa cumprem com 3/5 dos critérios, enquanto a Hungria compre apenas com 2/5. Adicionalmente, a adoção da moeda única não é consensual entre a população dos estados em transição: de acordo com o último Eurobarómetro², 60% da população checa opõe-se à adesão moeda única e 54% considera que a adesão terá consequências negativas; 51% da população polaca opõe-se à adesão e considera também a existência de consequências negativas; por oposição, no caso da Hungria, 66% da população é a favor do euro e 56% acredita em consequências positivas.

Atualmente, são já dezanove os países que adotaram a moeda única e pertencem à ZE. Dos restantes estados-membros da UE, sete encontram-se no processo de transição, mas vários são os obstáculos que o alargamento apresenta. Pertencer a um mercado de proporções globais oferece um conjunto importante de oportunidades, mas, simultaneamente, requer uma exigente capacidade de resposta aos desafios impostos pela globalização. Numa análise de custos-benefícios, é evidente que nem sempre as vantagens superam a cedência da independência económica e política: ainda que a adesão à ZE garanta perspectivas de um alargamento substancial de possíveis mercados para exportações, migrações e transações económicas e financeiras, é importante recordar as exigências de uma instituição composta por uma grande heterogeneidade de países. Neste contexto, torna-se fundamental a criação de um conjunto de mecanismos que permitam efetuar uma análise do processo de convergência das economias em transição, cujos interesses e realidades nem sempre são concordantes.

As teorias da PPC e, em particular, a teoria GPPC oferecem uma forma simples e intuitiva de analisar a convergência no nível de preços entre várias economias. Esta convergência é importante, pois representa, teoricamente, uma condição essencial para a estabilização das taxas de câmbio (Caporale et al., 2008) prevista nos critérios de convergência. Na sua versão absoluta, a teoria da PPC, válida apenas num contexto bivariado, exige que o rácio entre os níveis de preços de cada país iguale a taxa de câmbio nominal bilateral; na relativa, exige apenas que a taxa de câmbio real bilateral permaneça constante no tempo. Com efeito, a estacionaridade da série da taxa de câmbio real revela-se como uma condição crucial para a validade da teoria no curto-prazo:

² Eurobarómetro 479 “Introduction of the euro in the Member States that have not yet adopted the common currency” (Comissão Europeia, Junho 2019). Disponível em: https://ec.europa.eu/info/news/eurobarometer-479-2019-jun-07_bg [Acesso a: 19-02-2021].

caso se prove não estacionária, os choques serão de natureza permanente e a relação absoluta de PPC não se verificará.

A teoria GPPC foi introduzida por Enders e Hurn (1994) e é vista como uma abordagem mais útil e flexível do que as teorias tradicionais da PPC. De acordo com os autores, a habitualmente observada não estacionaridade das taxas de câmbio reais bilaterais poderá estar relacionada com a não estacionaridade das suas determinantes macroeconómicas de longo-prazo, variáveis efetivamente relevantes na análise política da viabilidade económica de uma zona monetária. Em particular, se as séries das taxas de câmbio reais bilaterais contiverem uma tendência estocástica comum e forem cointegradas, tal é interpretado como um sinal de que as suas determinantes macroeconómicas estão suficientemente interligadas (Taylor e Taylor, 2004). Neste cenário, a análise econométrica sugere que as economias em análise constituem uma Zona Monetária Ótima, no espírito de Mundell (1961).

Para verificar se a teoria GPPC (e da PPC) é válida para as economias em análise – Hungria, Polónia e República Checa, conjuntamente com a Alemanha – irei aplicar a metodologia de Johansen (1995), estimar um modelo vetorial de correção de erros (VEC) com as séries (do logaritmo) das taxas de câmbio reais bilaterais entre as moedas destas economias e o dólar americano como variáveis endógenas, testar as restrições relevantes sobre os parâmetros do modelo e, finalmente, analisar os resultados obtidos. Assim, tal como é convencional nesta abordagem, o trabalho empírico inicia-se com a análise da estacionaridade de cada uma das séries para depois, uma vez confirmada a evidência de raiz unitária e num contexto multivariado, efetuar uma aplicação da teoria GPPC. O modelo VEC será especificado e estimado e, a partir deste, analisam-se as relações de longo-prazo entre as taxas de câmbio reais bilaterais das diferentes economias. A existência de, pelo menos, uma combinação linear estacionária entre estas taxas constituirá uma validação empírica da teoria GPPC. Consequentemente, constitui uma evidência da existência de uma Zona Monetária Ótima, na ótica de Mundell (1961), entre os três países da EC em análise e os países da ZE. Adicionalmente, para testar a validade da versão absoluta da teoria da PPC, efetua-se um teste de restrições sobre os parâmetros das diferentes relações de cointegração identificadas e para analisar se a taxa de câmbio da economia da Alemanha se revela uma variável efetivamente relevante no exercício de previsão das observações futuras das taxas de câmbio das três economias em transição, conduz-se uma análise de previsão e causalidade.

Entre os principais resultados obtidos neste trabalho encontra-se a existência de três relações de cointegração que pode ser interpretada como uma evidência da interdependência económica entre as economias alvo de estudo. Constitui uma validação empírica da teoria GPPC e sugere a otimalidade de uma zona monetária, na ótica de Mundell (1961), entre os três países da EC e os

da ZE. Por oposição, a rejeição das restrições impostas sobre estas relações sugere a não verificação da teoria da PPC na sua versão absoluta entre a economia da Alemanha e as economias em transição. Na análise de previsão, apesar de se verificar uma relação de causalidade à Granger entre a economia da Alemanha e as demais, a inclusão desta economia no modelo deteriora, de um modo geral, a precisão das estimativas das observações futuras das taxas de câmbio reais bilaterais das economias da EC.

O estudo está organizado da seguinte forma: na secção seguinte (ponto 2) faz-se uma exposição das teorias da PPC e GPPC, assim como uma breve revisão da literatura; em seguida, no ponto 3, formula-se e especifica-se a metodologia a aplicar no ponto 4, em que se faz a análise dos resultados obtidos na aplicação empírica, análise univariada e multivariada. Por fim, no ponto 5, apresentam-se as principais conclusões e linhas de investigação futura.

2. Exposição Teórica

A origem histórica da **teoria da Paridade do Poder de Compra** (PPC) não é consensual: para uns, remonta aos contributos da Escola de Salamanca e da doutrina espanhola, séculos XVI-XVII, para a análise quantitativa do dinheiro e da taxa de câmbio; para outros, aos trabalhos desenvolvidos por economistas ingleses, séculos XVIII-XIX, durante o Período de Restrição Bancária. Todavia, o termo “paridade do poder de compra” apareceu mais tarde, já no século XX, por parte do economista sueco Gustav Cassel:

Our willingness to pay a certain price for foreign money must ultimately and essentially be due to the fact that this money possesses a purchasing power as against commodities and services in that country. On the other hand, when we offer so and so much of our own money, we are actually offering a purchasing power as against commodities and services in our own country. Our valuation of a foreign currency in terms of our own, therefore, mainly depends on the relative purchasing power of the two currencies in their respective countries.

Cassel, “Money and Foreign Exchange After 1914” (1922, pp. 138–39)

A teoria proposta por Cassel em 1918 surgiu no contexto da hiperinflação e quebra do poder de compra observado durante a Primeira Grande Guerra Mundial e tornou-se uma referência na determinação da taxa de câmbio nominal de longo-prazo no pós-guerra, posição que se mantém até aos dias de hoje (Taylor e Taylor, 2004; Voinea, 2013; Officer, 1976).

A teoria da PPC pretende explicar, através da relação entre os níveis de preços de diferentes países, o valor assumido pela taxa de câmbio. Existem duas versões da teoria, a versão absoluta e a versão relativa. Na sua forma mais simples, a versão absoluta, a teoria estabelece que o preço de um determinado bem deverá ser o mesmo nos diversos países em que é vendido; por outras palavras, as taxas de câmbio nominais ajustam-se por forma a que os preços expressos em diferentes moedas sejam idênticos, quando convertidos na mesma moeda (Santos et al., 2010). Subjacente a esta relação entre taxa de câmbio e preços está a Lei do Preço Único e a hipótese de arbitragem internacional de bens: na ausência de custos de transação e barreiras ao comércio internacional, bens idênticos deverão ter o mesmo preço em diferentes mercados, se expressos na mesma moeda (Taylor e Taylor, 2004). Extrapolando a relação de um bem em particular para um cabaz de bens e serviços representativo da respetiva economia, a teoria estabelece que uma unidade monetária de uma determinada economia deverá ter o mesmo poder de compra numa

economia estrangeira. Considerando P_{it} e P_{1t} os níveis de preços economia i (a economia doméstica) e da economia base (a economia estrangeira), respetivamente, e E_{1i} a taxa de câmbio bilateral entre a moeda da economia i e a moeda da economia base, escreve-se

$$E_{1i,t} = P_{it}/P_{1t} \quad (1)$$

ou, alternativamente,

$$P_{it} = E_{1i,t} \cdot P_{1t} \quad (2)$$

o que significa que os níveis de preços das diferentes economias devem ser os mesmos quando medidos na mesma moeda, considerando que se verificam as hipóteses de ausência de custos de transação e de barreiras ao comércio internacional, homogeneidade de bens e informação perfeita. Nesta versão da teoria, considera-se, portanto, que o rácio dos níveis de preços nacionais iguala a taxa de câmbio nominal bilateral e caso esta relação se verifique a paridade entre os dois países diz-se perfeita. Já a versão relativa da teoria defende que, ainda que o preço de determinado bem seja diferente de economia para economia, as respetivas variações percentuais serão idênticas. Extrapolando para índices ou níveis de preços, estabelece-se que a variação percentual da taxa de câmbio num determinado período temporal deverá compensar (isto é, igualar) a diferença entre as taxas de inflação das duas economias (Santos et al., 2010). Com efeito, considera-se que a taxa de câmbio deverá ser constante no tempo e não necessariamente igual a 1, pelo que a taxa de câmbio será proporcional ao rácio dos níveis de preços nacionais, ou seja

$$E_{1i,t} = k \cdot P_{it}/P_{1t} \quad (3)$$

com k uma constante.

Todavia, devido a fatores como custos de transação, impostos e subsídios, existência de bens e serviços não transacionáveis, concorrência imperfeita, mercados ineficientes, diferenças de padrões de consumo entre países, regimes de câmbio flexíveis e rigidez de preços e, também, diferenças na composição dos cabazes de bens e serviços e na forma de cálculo dos índices de preços entre economias, a relação de PPC na sua versão absoluta é dificilmente observável e a relativa pode não ser observada no curto-prazo, mas continuar a sê-lo no longo-prazo. Adicionalmente, se se verifica a teoria absoluta de PPC, verifica-se também a relativa; contudo, o oposto não é necessariamente verdade (Taylor e Taylor, 2004). Considerando o papel da taxa de câmbio nominal na comparação entre níveis de preços, obtém-se a seguinte expressão para definir taxa de câmbio real bilateral

$$R_{1i,t} = P_{it}/P_{1t} \times E_{1i,t} \quad (4)$$

Sob esta formulação, a versão absoluta da teoria verifica-se se $R_{1i,t} = 1$ e a paridade entre os dois países diz-se perfeita. Expressando (4) em termos log-lineares, tem-se

$$r_{1i,t} = p_{it} - p_{1t} + e_{1i,t} \quad (5)$$

com p_{it} , p_{1t} e $e_{1i,t}$ a representarem os logaritmos de P_{it} , P_{1t} e $E_{1i,t}$, respetivamente. Reescrevendo a equação (5) numa forma empiricamente testável, vem

$$q_{1i,t} = \alpha + \beta p_{it} + \beta^* p_{1t} + u_t \quad (6)$$

com u_t uma série de erros estocásticos (um teste empírico à teoria da PPC requer a especificação de uma série de resíduos, por forma a caracterizar os desvios de curto-prazo em relação ao estado estacionário ou equilíbrio de longo-prazo provocados por choques estocásticos). O teste $\beta = 1$ e $\beta^* = -1$ (condição de simetria e proporcionalidade) seria interpretado como um teste à versão absoluta da teoria, enquanto a mesma restrição com variáveis em primeiras diferenças representaria a um teste à versão relativa, caso em que se testaria se a taxa de desvalorização da moeda é igual à diferença entre as taxas de inflação de cada economia.

Nos estudos e aplicações empíricas iniciais, recorreu-se ao estimador dos mínimos quadrados (OLS, *Ordinary Least Squares*) ou estimador dos mínimos quadrados generalizados (GLS, *Generalized Least Squares*) para testar a validade da teoria da PPC. Desenvolvimentos econométricos posteriores na área da (não) estacionaridade demonstraram que, regra geral, as séries da taxa de câmbio não são estacionárias – não se observa um comportamento de reversão para a média, apresentando trajetórias similares a um passeio aleatório (Taylor e Taylor, 2004). Esta evidência tem implicações relevantes, não só do ponto de vista económico, tornando questionável a validade de teorias macroeconómicas internacionais assentes na hipótese da teoria da PPC, mas também do ponto de vista estatístico, dado que a utilização de ferramentas econométricas que não acomodam a existência de raízes unitárias pode conduzir a resultados espúrios (Chocholatá, 2009). Neste sentido, conduzem-se testes de raiz unitária para analisar a estacionaridade da taxa de câmbio real bilateral conforme descrita na equação (6), baseando a análise da teoria da PPC sob a análise das propriedades das séries temporais. Não obstante, mesmo no caso de não estacionaridade, se o erro u_t se revelar estacionário, poderá existir uma relação de longo-prazo entre a taxa de câmbio real bilateral e os níveis de preços de cada economia, caso em que a combinação linear $z_{it} = q_{it} + k\pi_t$, com $\pi_{it} = p_{1t} - p_{it}$, será estacionária. Portanto, se, por um lado, a evidência de não estacionaridade traz problemas ao trabalho empírico, já que em muitas regressões (as chamadas regressões espúrias) o estimador OLS não é consistente, por outro

lado, noutro tipo de regressões, este estimador revela-se (super-)consistente³ e a não estacionaridade abre caminho para a exploração de eventuais relações de equilíbrio de longo-prazo entre as variáveis, neste caso, cointegradas. Assim, embora não estacionárias, as séries poderão exibir um co-movimento em trajetória para o equilíbrio de longo-prazo; ou seja, poderá existir uma tendência estocástica comum às séries, pelo que se verifica a teoria da PPC no longo-prazo.

Ora, a principal diferença entre as duas abordagens, não estacionaridade e cointegração, no teste à validade da teoria da PPC, reside, exatamente, nas condições a impor sobre os parâmetros da relação de paridade: na segunda, a condição de simetria e proporcionalidade não é imposta. Note-se que, na prática, a análise de cointegração é uma análise à não estacionaridade de z_t , o resíduo da regressão de q_{it} sob π_{it} . A análise da validade da teoria da PPC com base no conceito de cointegração utiliza, usualmente, o método de Engle-Granger em dois passos (análise uniequacional) e/ou o método de Johansen (análise multi-equacional com recurso a modelos vetoriais autoregressivos).

Na análise e validação empírica da teoria da PPC, utilizam-se, para além dos três métodos já mencionados – regressão linear simples com recurso ao estimador dos mínimos quadrados, análise univariada de séries temporais e análise de cointegração – modelos em dados de painel para horizontes temporais longos e técnicas não lineares. Estes métodos têm vindo a ser vastamente utilizados em diversas aplicações da teoria da PPC e, embora seja bastante útil e intuitiva na análise de competitividade e do processo de convergência de determinadas economias, as hipóteses da teoria revelam-se dificilmente verificáveis em termos empíricos e falham em capturar determinadas alterações de política económica e significantes processos de reestruturação (Antonucci e Girardi, 2005 *apud* Ahn et al., 2002). Outra importante lacuna ou fator limitativo desta teoria, é o facto de ser válida apenas numa abordagem a dois países, ignorando a influência que outras economias poderão ter nas taxas de câmbio bilaterais, não permitindo, portanto, efetuar uma abordagem multi-economias crucial na análise de processos de convergência económica.

A teoria Generalizada da Paridade do Poder de Compra (GPPC), desenvolvida por Enders e Hurn (1994) numa aplicação aos países do Pacífico, permite obter, através da sua validação empírica, uma medida de convergência entre países candidatos a uma zona monetária. De acordo com a teoria, a não estacionaridade das taxas de câmbio reais bilaterais poderá estar relacionada

³ Um estimador diz-se super-consistente quando converge em probabilidade para o verdadeiro valor do parâmetro a uma taxa superior à normal.

com a não estacionaridade das suas determinantes macroeconómicas de longo-prazo (tais como o nível do produto real e o nível de despesa). Assim, caso se provem não estacionárias, as séries (do logaritmo) das taxas de câmbio reais bilaterais poderão exibir uma tendência estocástica comum e revelar-se cointegradas se as suas determinantes macroeconómicas se demonstrarem altamente correlacionadas, caso em que existirá, pelo menos, uma combinação linear entre as várias séries que se prove estacionária. Segundo a teoria, num mundo com n países, existe uma zona monetária constituída por m países ($m \leq n$) se for possível identificar (pelo menos) uma combinação linear entre m taxas de câmbio reais bilaterais, descrita como

$$r_{1i,t} = \sum_{j=2, j \neq i}^m \beta_{1j} \cdot r_{1j,t} + \varepsilon_{gppc,t} \quad (7)$$

com $\varepsilon_{gppc,t}$ uma série de erros estocásticos e estacionários. Os coeficientes em (7), $\beta_{1j}, j = 2, \dots, m$, sintetizam as interdependências económicas entre países. Refletem-se em termos de transações comerciais e financeiras, transferências de tecnologia e fluxos de migração e expressam os co-movimentos das taxas de câmbio das diferentes economias. Com efeito, os valores a assumir pelos coeficientes de cointegração não são completamente arbitrários: dependem, pois, da forma funcional das funções de procura agregada e, quanto mais semelhantes estas funções, menores serão os valores a assumir (Enders e Hurn, 1994). De notar que, segundo a teoria, quando a interdependência económica é elevada, a taxa de câmbio de cada economia é não só influenciada pelas taxas de câmbio das restantes economias, mas também pelas respetivas determinantes macroeconómicas (v. Sideris, 2009). Para o caso em que $\beta_{1j} = 0, j = 2, \dots, m$, a equação (7) corresponderá à hipótese *standard* da versão absoluta da teoria da PPC.

A teoria GPPC tem sido amplamente utilizada no âmbito da análise de convergência e integração económica e monetária. À aplicação pioneira de Enders e Hurn (1994), seguiram-se diversas aplicações empíricas de análise de convergência e integração entre os países da Ásia (Wong, 1993; Mishra e Sharma, 2010), África (Zerihum e Breitenbach, 2017) e UE. Dentro destas últimas, destacam-se aquelas que abordam o período de convergência pré e pós primeira integração monetária, como o estudo de Antonucci e Girardi (2005) como extensão dos estudos de Sarno (1997) e de Mouratidis (2001) e as que, tal como o presente estudo, abordam a viabilidade da próxima integração, destacando-se a aplicação de Caporale et. al (2011) aos países bálticos – Estónia, Lituânia e Letónia – e de Sideris (2009) aos países da Europa Central e de Leste – Bulgária, República Checa, Hungria, Polónia, Roménia e Eslováquia – ambos *vis-à-vis* a economia da Alemanha como economia representativa da ZE.

3. Metodologia

A análise da viabilidade de uma integração económica entre a Hungria, Polónia e República Checa e atuais países da ZE com recurso à teoria GPPC que consta neste trabalho fará uso de um conjunto de ferramentas econométricas na área de séries temporais, não só num contexto univariado, com a análise das propriedades individuais de cada série, ou seja, com a análise da estacionaridade, mas também num contexto multivariado, ao tirar partido das relações que se estabelecem entre as diferentes séries e do conceito estatístico de cointegração. Tanto no processo de extração e tratamento de dados como no de análise estatística e econométrica, recorri ao *software* R Studio, versão 1.2.5033, e à sua linguagem de programação própria.

Em diante, denotam-se as quatro séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais entre as moedas das economias nacionais e o dólar americano como $r_{1i,t}$, com o índice i a assumir as iniciais a, h, p e rc para as economias da Alemanha, Hungria, Polónia e República Checa, respetivamente.

3.1. Testes de raiz unitária

Em rigor, a série $r_{1i,t}$ diz-se estacionária em covariância, sentido amplo ou fracamente estacionária se e só se i) a média ou valor esperado é finita e não varia com t e ii) a matriz de covariâncias entre dois elementos existe e varia apenas com a distância no tempo que se encontram, ou seja, não varia com t . Matematicamente, escreve-se i) $E(r_{1i,t}) = \mu < \infty, \forall t$ e ii) $Cov(r_{1i,t}, r_{1i,t-k}) = \Gamma_k \forall t$. Genericamente, uma série diz-se integrada de ordem d , escrevendo-se $y_t \sim I(d)$, com $d \in \mathbb{N}$, se e só se após d diferenciações a série $\Delta^d y_t$ se torna estacionária ou não integrada, isto é, $I(0)$ ⁴ (Enders, 2015; Lopes, 2015; Ribeiro, 2014).

Para analisar a ordem de integração (do logaritmo) das séries das taxas de câmbio reais bilaterais $r_{1i,t}$ começa-se por efetuar o teste de raiz unitária proposto por Dickey e Fuller (1979 e 1981), que é o mais comumente utilizado, na sua versão aumentada (*augmented*), os testes *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Esta variante ou generalização para dinâmicas mais complicadas do teste inicialmente proposto tem por objetivo acomodar o facto de a variável residual poder estar autocorrelacionada. Com recurso à regressão auxiliar

⁴ Efetivamente, demonstra-se que determinar a ordem de integração de uma série é equivalente a determinar o número de raízes unitárias do seu polinómio autoregressivo, pelo que uma série $I(1)$, não estacionária, tem uma raiz unitária no polinómio autoregressivo (Lopes, 2015).

$$\Delta r_{1i,t} = (\beta_0 +) \phi r_{1i,t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta r_{1i,t-i} + \varepsilon_t \quad (8)$$

aumentada com $p - 1$ defasamentos da variável dependente, $\Delta r_{1i,t}$, testa-se, sob $H_0, \phi = 0$ e, sob $H_1, \phi < 0$. Ou seja, sob a hipótese nula considera-se que a série é altamente dependente; sob a hipótese alternativa, fracamente dependente, estável ou estacionária. Na regressão auxiliar apenas se considera a possibilidade de inclusão de um termo constante na componente determinística, já que, tal como referido em Enders (2015), a teoria da PPC não permite a existência de um termo tendência determinística e qualquer evidência a favor da inclusão deste termo refutaria a validade da teoria.

A estatística de teste é $\tau \equiv \hat{\phi}/se(\hat{\phi})$, em que $se(\hat{\phi})$ é o erro-padrão de $\hat{\phi}$. Dado que $r_{1i,t-1}$ figura como regressor e sob a hipótese nula a série é não estacionária, não é possível recorrer nem a teoria clássica nem à teoria assintótica usual para obtenção da distribuição da estatística de teste. Com efeito, Dickey e Fuller (1979) tabularam pela primeira vez a distribuição desta estatística designada como estatística de Dickey-Fuller (DF).

A seleção do número de defasamentos da regressão auxiliar de teste, \hat{p} , faz-se com recurso aos critérios de informação de Akaike (AIC) ou de Bayes (BIC), selecionando o número de defasamentos que minimiza o critério considerado. Em alternativa, recorre-se ao procedimento GTS (*general-to-specific*) t-sig. Assintoticamente, é praticamente indiferente a regra a utilizar e, segundo Ng e Perron (1995), desde que o número máximo de defasamentos, \hat{p}_{max} , seja escolhido em função de T e cresça com a dimensão da amostra a uma taxa apropriada, qualquer um dos procedimentos conduz a estatísticas ADF com distribuição limite DF (Hayashi, 2000; Lopes, 2015; Ribeiro, 2014). A escolha de \hat{p}_{max} recairá sobre a regra ou critério de seleção $l_{12} = [12. (T/100)^{1/4}]$ considerada num estudo conduzido por Schwert (1989)⁵.

A decisão relativa à componente determinística a considerar para efeitos de teste deve ser feita com cautela, já que, por um lado, a inclusão de um regressor determinístico supérfluo reduz substancialmente a potência do teste, mas, por outro lado, a omissão de um regressor que existe, efetivamente, no processo gerador de dados (PGD) conduz a um erro de especificação. Portanto, como o PGD é completamente desconhecido, testa-se, em paralelo, a significância estatística da componente determinística considerada, o termo constante, recorrendo a um teste-F de significância conjunta deste termo e do coeficiente ϕ (Enders, 2015). A não rejeição da hipótese

⁵ Neste estudo, o critério l_{12} revelou-se relativamente bem-sucedido no controlo da dimensão atual, pelo que \hat{p}_{max} deverá ser, no máximo, tão elevado quanto l_{12} (Hayashi, 2000; Lopes, 2015).

nula sugere a presença de uma raiz unitária na componente autoregressiva da série, pelo que se deve ao recorrer à operação de diferenciação como operação “estacionarizante” (*difference stationary process*) (Lopes, 2015).

Apesar de se recorrer usualmente aos testes DF, existem outros testes que, sob determinadas condições, revelam melhores propriedades estatísticas, já que no caso de pequenas amostras estes demonstram sintomas de falta de potência. Neste âmbito, Elliot, Rothenberg e Stock (1996, ERS) propuseram um teste alternativo, o teste DF-GLS, modificando a estatística de teste DF, baseando-se, para tal, no racional dos mínimos quadrados generalizados⁶. Estudos de simulação confirmam que, em pequenas amostras, estes testes apresentam consideráveis ganhos de potência face aos tradicionais testes DF (Lopes, 2015). Para efetuar os testes de raiz unitária DF e DF-GLS utilizam-se as funções `R ur.df` e `ur.er` do *package* `urca`, respetivamente. Os principais argumentos a definir são a componente determinística a considerar para efeitos de teste, o número máximo de desfasamentos e o critério de seleção do número ótimo de desfasamentos.

3.2. Método de Johansen (modelo VAR e VEC)

Neste estudo, a análise empírica leva a cabo uma abordagem multivariada com recurso a modelos vetoriais autorregressivos (VAR), tal como em Enders e Hurn (1994). No âmbito do presente estudo, um modelo VAR de ordem p escreve-se

$$\mathbf{r}_{1,t} = \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \mathbf{r}_{1,t-i} + \phi \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (9)$$

com $\mathbf{r}_{1,t} = (r_{1a,t}, r_{1h,t}, r_{1p,t}, r_{1rc,t})'$, \mathbf{D}_t a componente determinística e se assume que $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim RB(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon)$, um processo ruído branco multivariado com a matriz de variâncias-covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$. Tal como se verá na secção 4, irei encontrar evidência de que as componentes de $\mathbf{r}_{1,t}$ são integradas de primeira ordem, ou seja, $I(1)$, e cointegradas. Para efeitos de modelação de séries com estas características considera-se o modelo VEC. A equação geral do VEC surge, depois de reescrever o modelo escrito em (9) na forma

$$\Delta \mathbf{r}_{1,t} = \boldsymbol{\Pi} \mathbf{r}_{1,t} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\Gamma}_i \Delta \mathbf{r}_{1,t} + \phi \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (10)$$

⁶ O teste de Phillips-Perron (1988, PP) é também amplamente utilizado como teste de raiz unitária. Mas, tal como o DF, este teste não goza de boas propriedades em pequenas amostras, ao passo que o DF-GLS é frequentemente reconhecido como um teste com “distorções de dimensão razoavelmente reduzidas e potência aceitável” (Ribeiro, 2014).

com $\mathbf{\Pi} = -\mathbf{A}(1) = -(\mathbf{I} - \mathbf{A}_1 - \dots - \mathbf{A}_p)$, $\mathbf{\Gamma}_i = -(\mathbf{A}_{i+1} - \dots - \mathbf{A}_p)$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon)$. Ou seja, um modelo VAR(p) pode ser reescrito como um modelo VEC com $p - 1$ defasamentos. A diferença reside, pois, na inclusão do termo de correção de erro, descrito na matriz $\mathbf{\Pi} = \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}'$ de ordem $K \times K$, com $K = 4$ o número de variáveis. A característica desta matriz, resultado do produto das matrizes $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$, ambas de ordem $K \times r$, com r o número de relações de cointegração, determinará o número de vetores de cointegração linearmente independentes existentes no sistema. Nesta especificação, enquanto as matrizes $\mathbf{\Gamma}_i$ traduzem os efeitos de um choque transitório, as matrizes $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$ traduzem o mecanismo de ajustamento para o equilíbrio de longo-prazo, com $\boldsymbol{\alpha}$ a matriz de coeficientes de *feedback* (velocidade de ajustamento) e $\boldsymbol{\beta}$ a matriz de coeficientes de equilíbrio de longo-prazo (cada coluna desta matriz corresponde a um vetor de cointegração).

Assim, o modelo VEC considera não só as relações de dinâmica de curto-prazo, mas também as de longo-prazo que se estabelecem entre as diferentes séries, permitindo, assim, associar o conceito económico de equilíbrio ao estatístico de estacionaridade. De acordo com o Teorema da Representação de Granger, as séries (do logaritmo) das taxas de câmbio reais bilaterais no vetor $\mathbf{r}_{1,t}$ são cointegradas se e só se o comportamento de $\mathbf{r}_{1,t}$ puder ser representado por um modelo VEC. Este modelo é particularmente adequado na análise de séries temporais $I(1)$, permitindo a identificação de vetores de cointegração que, ideal e teoricamente, traduzem as relações de longo-prazo para as quais as séries tendem a convergir e o equilíbrio para o qual tendem a reverter uma vez absorvidos os efeitos de choques transitórios (Lütkepohl, 2005 *apud* Johansen, 1995).

A metodologia de Johansen introduz a estimação do modelo VEC por máxima verosimilhança e, seguindo a metodologia aplicada em Caporale et al. (2011) e Chocholatá (2009), é possível distinguir três diferentes casos que se podem associar a relevantes hipóteses económicas, em função da característica da matriz $\mathbf{\Pi}$, $r(\mathbf{\Pi})$:

- Se $r(\mathbf{\Pi}) = K$ existem K colunas linearmente independentes e $\mathbf{\Pi}$ é uma matriz de característica completa. As séries são $I(0)$ e, como tal, não existe relação de cointegração, pelo que a representação ideal é um modelo VAR em níveis – as taxas de câmbio reais bilaterais apresentam um comportamento de reversão para a média, validando, assim, a teoria da PPC;
- Se, por outro lado, $r(\mathbf{\Pi}) = 0$, todas as colunas de $\mathbf{\Pi}$ são linearmente dependentes e $\mathbf{\Pi}$ é uma matriz de característica nula. Apesar de as séries serem $I(1)$, não existe relação de cointegração, pelo que se deve recorrer a um modelo VAR em primeiras diferenças para obter um sistema estacionário – rejeição das teorias da PPC e GPPC;

- Se, alternativamente, $0 < r(\mathbf{\Pi}) < K$, $\mathbf{\Pi}$ é uma matriz de característica reduzida e, apesar de serem $I(1)$, as séries são cointegradas e existem $r \leq K - 1$ relações ou vetores de cointegração – validação da teoria GPPC de Enders e Hurn (1994). No caso mais restrito, caso se verifiquem, adicionalmente, as condições de simetria e proporcionalidade em cada vetor do sistema, tem-se também validação da hipótese *standard* da versão absoluta da teoria da PPC.

3.2.1. Teste do traço de Johansen e teste do valor próprio máximo

Geralmente, a combinação linear de duas ou mais séries integradas será, ela própria, integrada; contudo, poderá existir uma combinação linear tal cujo resultado será uma série estacionária, caso em que as variáveis se dizem cointegradas. Com efeito, as quatro séries em $\mathbf{r}_{1,t}$ dizem-se cointegradas de ordem $(d, b) = (1, 1)$, i.e. $CI \sim (1, 1)$, se i) todas as componentes $r_{1i,t}$ de $\mathbf{r}_{1,t}$ são integradas de ordem 1 e ii) existem $r, r = 1, \dots, K - 1 (= 3)$ vetores não nulos linearmente independentes $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_4)' \neq 0$ tais que a combinação linear $\mathbf{z}_t := \boldsymbol{\beta}' \mathbf{r}_{1,t}$ é integrada de ordem $(d - b) = (1 - 1) = 0$, com $\boldsymbol{\beta}$ a matriz de vetores de cointegração (Lütkepohl, 2005).

O número de relações de cointegração pode ser determinado por via da característica da matriz $\mathbf{\Pi}$, $r(\mathbf{\Pi})$. Sabe-se que a característica de uma matriz é igual ao número de valores próprios $\lambda_1, \dots, \lambda_K$. Considerando que $\mathbf{r}_{1,t} \sim I(1)$ e ordenando os valores próprios de $\mathbf{\Pi}$ por ordem crescente, tem-se que a) se $\lambda_1 = \dots = \lambda_4 = 0$, as séries em $\mathbf{r}_{1,t}$ não cointegram; alternativamente, se b) $\lambda_1 = \dots = \lambda_r > 0$ e $\lambda_{r+1}, \dots, \lambda_4 = 0$, existem r relações de cointegração. Na prática, como apenas se podem obter estimativas dos coeficientes de $\mathbf{\Pi}$ e de $\lambda_i, i = 1, \dots, 4$, recorre-se a dois testes na determinação do número de relações de cointegração, a saber, teste do traço de Johansen e ao teste do valor próprio máximo (Lütkepohl, 2005; Pfaff, 2008).

No teste do traço de Johansen testa-se, sob a hipótese nula, a existência de r^* vetores de cointegração e sob a alternativa a existência de $r > r^*$ vetores de cointegração. Ou seja, testa-se $H_0: r = r^*$ contra $H_1: r > r^*$. A estatística de teste, sob H_0 , é dada por

$$\lambda_{trace}(r^*) = -T \sum_{i=r^*+1}^K \ln(1 - \lambda_i). \quad (11)$$

No teste do valor próprio máximo testa-se, sob a hipótese nula, a existência de r^* vetores de cointegração e contra a alternativa de $r = r^* + 1$ vetores de cointegração, com recurso à estatística de teste, sob H_0 ,

$$\lambda_{max}(r^*, r^* + 1) = -T \ln(1 - \lambda_{r^*+1}). \quad (12)$$

Em ambos os casos, a distribuição da estatística de teste depende do número de componentes não estacionárias sob a hipótese nula e da componente determinística considerada e os valores críticos são obtidos com recurso ao procedimento de Monte Carlo (Lütkepohl, 2005).

Para determinar o número de relações de cointegração no âmbito do modelo VEC, irei utilizar o método `summary` conjuntamente com a função `ca.jo` do *package* `urca`, definindo o argumento “type” igual a “eigen” para o teste do valor próprio máximo ou “trace” para o teste do traço. Para além do tipo de teste, define-se nos argumentos da função a componente determinística a considerar, o número de defasamentos o tipo de especificação⁷.

3.3. Testes de especificação

Uma vez testada a estacionaridade das séries em análise e confirmado o seu grau de integração (de ordem 1), determina-se, no passo seguinte, e de acordo com a metodologia de Johansen, a ordem de defasamento apropriada para um modelo VAR com as variáveis em nível, recorrendo aos critérios de informação de Akaike (AIC), Schwarz/Bayes (BIC), Hannan-Quinn (HQ) ou ao critério Final Prediction Error de Akaike (FPE). Em seguida, determina-se a componente determinística a considerar, estima-se o modelo e efetua-se um conjunto de testes de especificação/diagnóstico. Em concreto, efetuam-se testes à autocorrelação, heteroscedasticidade e normalidade dos erros, ou seja, efetuam-se testes à brancura dos resíduos e, complementarmente, testes de estabilidade.

Tal como no modelo VAR, no modelo VEC a análise de diagnóstico é também um importante passo do procedimento geral de modelação. A este respeito, Lütkepohl (2005) refere que muitos testes de especificação utilizados no âmbito do modelo VAR podem ser transferidos para o modelo VEC efetuando as devidas adaptações, se necessário. Por exemplo, os testes de autocorrelação dos resíduos poderão necessitar de alguns ajustes ao nível da regressão auxiliar de teste, mantendo as distribuições assintóticas das estatísticas de teste; já os testes de normalidade, poderão basear-se sob os resíduos do modelo VEC, mantendo, igualmente, as distribuições assintóticas das estatísticas de teste.

3.3.1. Teste à autocorrelação

Os testes que irei aplicar na análise de autocorrelação dos resíduos são o teste de Portmanteau, o teste LM proposto por Breusch (1978) e Godfrey (1978) e o teste de Edgerton e Shukur (1999).

⁷ Por especificação entenda-se o tipo de especificação do modelo VEC em relação às matrizes Γ_i . Neste trabalho, considera-se o tipo “transitory” conforme descrito na documentação R disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/urca/urca.pdf> [Acesso a: 10/10/2020].

Os três executam-se com recurso à função `R serial.test` do *package* `vars`, definindo no atributo “type” da função o tipo de teste a executar. No primeiro, testa-se, com recurso à estatística-Q modificada⁸ ou estatística Ljung-Box-Pierce,

$$\bar{Q}_h := T^2 \sum_{i=1}^h \frac{1}{T-i} \text{tr}(\hat{C}_i' \hat{C}_0^{-1} \hat{C}_i \hat{C}_0^{-1}) \xrightarrow{p} \chi^2_{(K^2(h-p))} \quad (13)$$

com $\hat{C}_i' = \frac{1}{T} \sum_{t=i+1}^T \hat{\mathbf{u}}_t \hat{\mathbf{u}}_{t-i}'$, a inexistência de autocorrelação dos resíduos até à ordem ou desfaseamento h . Testa-se, sob H_0 , $\mathbf{R}_h = (R_1, \dots, R_h) = \mathbf{0}$, contra a alternativa $H_1: \mathbf{R}_h \neq \mathbf{0}$, com \mathbf{R}_h a matriz de autocorrelação dos erros, \mathbf{u}_t , de ordem h (Lütkepohl, 2005; Pfaff, 2008) e em que, naturalmente, aqui e em outras situações semelhantes ao longo deste trabalho, “ $\mathbf{0}$ ” deve ser entendido não como um número mas sim como uma matriz nula de dimensão adequada.

Já o segundo e o terceiro teste, recorrem à regressão auxiliar de teste

$$\hat{\mathbf{u}}_t = \mathbf{v} + A_1 \mathbf{r}_{1,t-1} + \dots + A_p \mathbf{r}_{1,t-p} + D_1 \hat{\mathbf{u}}_{t-1} + \dots + D_h \hat{\mathbf{u}}_{t-h} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (14)$$

ou, no caso do modelo VEC,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_t = \mathbf{v} + \boldsymbol{\alpha} \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{r}_{1,t-1} + \boldsymbol{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{r}_{1,t-1} + \dots + \boldsymbol{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{r}_{1,t-p+1} + A_p \Delta \mathbf{r}_{1,t-p} + D_1 \hat{\mathbf{u}}_{t-1} \\ + \dots + D_h \hat{\mathbf{u}}_{t-h} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \end{aligned} \quad (15)$$

com $\hat{\mathbf{u}}_s = \mathbf{0}$ para $s < 1$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon)$, e a uma estatística de teste de tipo LM (*Lagrange multipliers*) com distribuição assintótica $\chi^2_{(hK^2)}$. Testa-se, sob H_0 , $D_1 = \dots = D_h = \mathbf{0}$, contra a alternativa $H_1: \exists D_j \neq \mathbf{0}, j = 1, \dots, h$. Edgerton e Shukur (1999) propuseram uma correção da estatística de teste para pequenas amostras (Lütkepohl, 2005; Pfaff, 2008).

3.3.2. Teste à heteroscedasticidade

Para testar a heteroscedasticidade, irei recorrer ao teste multivariado ARCH (*autoregressive conditional heteroskedasticity*) e à função `R arch.test` do *package* `vars`. O teste baseia-se na regressão auxiliar

$$\text{vech}(\hat{\mathbf{u}}_t \hat{\mathbf{u}}_t') = \boldsymbol{\beta}_0 + B_1 \text{vech}(\hat{\mathbf{u}}_t \hat{\mathbf{u}}_{t-1}') + \dots + B_q \text{vech}(\hat{\mathbf{u}}_t \hat{\mathbf{u}}_{t-q}') + \mathbf{v}_t \quad (16)$$

⁸ Estudos de simulação demonstram que, em pequenas amostras, a dimensão do teste de Portmanteau tende a ser inferior ao nível de significância, comprometendo a potência do teste. A estatística \bar{Q}_h considera uma modificação para pequenas amostras e tem a mesma distribuição assintótica que Q_h , quando $T \rightarrow \infty$ e para h elevado (Lütkepohl, 2005).

em que *vech* é o operador de vetorização matricial de matrizes simétricas. As matrizes β_0 e B_i , $i = 1, \dots, q$ são matrizes de coeficientes. Com recurso a uma estatística de teste de tipo LM com distribuição assintótica $\chi^2_{(qK^2(K+1)^2/4)}$, testa-se $H_0: B_1 = \dots = B_q = 0$ (inexistência de efeitos ARCH) contra a alternativa $H_1: \exists B_j \neq 0, j = 1, \dots, q$ (Lütkepohl, 2005; Pfaff, 2008).

3.3.3. Teste à normalidade

Outro teste de especificação que será realizado é o da normalidade dos erros. A estatística a utilizar será a de Jarque-Bera que se baseia nos valores dos coeficientes de assimetria e de curtose e contrastam-nos com os valores da normal (0 e 3, respetivamente). Na versão multivariada, este teste considera os resíduos estandardizados resultantes de uma decomposição de Choleski da matriz de variâncias-covariâncias dos resíduos centrados. A estatística de teste define-se como

$$\lambda_{sk} = \lambda_s + \lambda_k \xrightarrow{d} \chi^2_{(2K)} \quad (17)$$

com $\lambda_s = T\mathbf{b}'_1\mathbf{b}_1/6$ e $\lambda_k = T(\mathbf{b}_2 - 3_K)'(\mathbf{b}_2 - 3_K)/24$, correspondendo \mathbf{b}_1 e \mathbf{b}_2 ao terceiro e quarto momento não central dos resíduos estandardizados. Note-se que, tanto λ_s como λ_k têm distribuição $\chi^2_{(K)}$ e as três estatísticas podem ser utilizadas para testar a normalidade dos resíduos (Lütkepohl, 2005; Pfaff, 2008). Para efetuar este teste utiliza-se a função R `normality.test` do *package* `vars`.

Ainda no diagnóstico dos resíduos, será efetuada, para cada equação do sistema, uma inspeção gráfica do histograma, da função distribuição empírica dos resíduos e das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial empíricas (FAC e FACP).

3.3.4. Teste de estabilidade

A estabilidade estrutural será testada neste trabalho com o teste OLS-CUSUM⁹. Neste teste, considera-se, sob a hipótese nula, a constância ou estabilidade dos coeficientes. No caso do OLS-CUSUM, a distribuição assintótica da estatística de teste, sob H_0 , é aproximada por um *Brownian bridge* e um gráfico com limites inferior e superior definidos para um determinado nível de significância é usado para testar a estabilidade dos parâmetros. Se o valor observado desta estatística ultrapassar em determinado momento no tempo os limites definidos, rejeita-se a hipótese nula de estabilidade (Zeileis et. al, 2002; Pfaff, 2008). O teste efetua-se com recurso ao método `plot` conjuntamente com a função R `stabilility`.

⁹ *Ordinary Least Squares – Cumulative Sum of Standardized Residuals*

3.4. Análise exploratória

Uma vez especificado o modelo VEC, irei seguir com um teste de restrições sobre os parâmetros de cointegração, por forma a testar a validade da hipótese *standard* da versão absoluta da teoria da PPC num contexto bivariado. Como um dos principais objetivos da análise multivariada de séries temporais e, conseqüentemente, da modelação VAR/VEC é a previsão das observações e movimentos futuros das variáveis em estudo irei também efetuar uma análise de previsão e causalidade à Granger.

3.4.1. Teste de restrições

Para verificar a validade da hipótese *standard* da teoria da PPC entre a economia da Alemanha e as economias da EC alvo de estudo, irei efetuar um teste de restrições lineares sobre a matriz de cointegração, β , com recurso à função R `blrtest` do *package* `urca`. Considera-se o teste introduzido por Johansen (1988) e aplicado em Johansen e Juselius (1990) à validade das restrições sobre todas as relações de cointegração. Conforme mencionado em Pfaff (2008), a hipótese a testar define-se como

$$\mathcal{H}_2: \beta = H_2 \varphi \text{ com } H_2 (K \times s), \varphi (s \times r) \quad (18)$$

com H_2 a matriz de hipóteses a testar, φ a matriz de coeficientes e $s \geq r$ o número de restrições a testar. O teste de restrições \mathcal{H}_2 dado $\mathcal{H}_1(r)$ faz-se com recurso a uma estatística de teste de tipo LR (*likelihood ratio*) com distribuição assintótica $\chi_{r(K-s)}^2$, correspondendo $\mathcal{H}_1(r)$ ao teste $\mathcal{H}_1(r): \Pi = \alpha \beta'$ (teste sobre a característica da matriz Π) efetuado por via do teste do traço ou do valor próprio máximo.

3.4.2. Previsão

Na análise empírica dos resultados obtidos, efetua-se uma análise da capacidade preditiva do modelo VEC estimado. No âmbito da modelação VAR/VEC¹⁰, uma previsão para h períodos das taxas de câmbio reais bilaterais entre as moedas das economias da Hungria, Polónia e República Checa e o dólar americano designa-se como uma previsão a h -passos e representa-se como $r_{1i,t}(h)$, com i a assumir as iniciais h , p e rc .

¹⁰ No caso não estacionário, com variáveis (co)integradas, prova-se que a previsão a h -passos que minimiza o EQM é, também, dada pelo valor esperado condicional (considerando que o valor esperado existe) (Lütkepohl, 2005).

Para avaliar a utilidade da previsão, considera-se, frequentemente, o Erro Quadrático Médio (EQM) como função perda e prova-se que a previsão ótima que minimiza o EQM é dada pelo valor esperado de $r_{1i,t+h}$ condicional no conjunto de informação disponível $\Omega_t = \{\mathbf{r}_{1,s} | s \leq t\}$ no momento t . Para análise da precisão e seleção do melhor mecanismo de previsão, utilizam-se diversas medidas ou critérios. Sob diferentes abordagens, efetua-se uma comparação entre o valor efetivamente realizado e o valor previsto, relação traduzida pelo erro de previsão, $u_t(h) = r_{1i,t+h} - r_{1i,t}(h)$. Usualmente, consideram-se os erros quadráticos médios e os erros médios em termos absolutos, dando origem a estatísticas ou critérios como a Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM)

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{h=t+1}^{T-t} [u_t(h)]^2} = [r_{1i,t+h} - r_{1i,t}(h)]^2 \quad (19)$$

e o Erro Médio Absoluto Percentual (EMAP)

$$EMAP = \frac{1}{T} \sum_{h=t+1}^{T-t} \frac{|u_t(h)|}{r_{1i,t+h}}. \quad (20)$$

Em particular, no caso do REQM os resultados podem diferir consideravelmente em função da fração dos dados em análise. Todavia, caso as séries temporais a prever sejam expressas na mesma escala, o REQM representa uma escolha razoável para análise da qualidade do exercício de previsão. Para ultrapassar a desvantagem da dependência de escala, consideram-se medidas que se baseiam nos erros percentuais, tal o Erro Médio Absoluto Percentual (EMAP), apesar de esta medida sofrer uma elevada influência de observações anormais e ser tipicamente enviesada (Shcherbakov, et al., 2013).

3.4.3. Causalidade à Granger

Por fim, para determinar se a inclusão da informação relativa à economia da Alemanha se revela relevante no exercício de previsão das observações futuras das taxas de câmbio reais bilaterais das economias da EC, recorre-se ao teste de causalidade à Granger. Neste contexto, $r_{1a,t}$ causa à Granger $r_{1i,t}$, com i a assumir as iniciais h , p e rc , se a inclusão de $r_{1a,t}$ em $\Omega_t = \{\mathbf{r}_{1,s} | s \leq t\}$ faz diminuir o EQM. Se não diminuir, $r_{1a,t}$ não causa à Granger $r_{1i,t}$, pelo que a incorporação de informação sobre $r_{1a,t}$ não melhora as previsões de $r_{1i,t}$ para nenhum horizonte.

Para testar a (não-)causalidade à Granger no modelo estimado, efetua-se uma partição de $\Delta \mathbf{r}_{1i,t}$ em $\Delta r_{1a,t}$ e $\Delta \mathbf{r}_{12i,t} = (r_{1h,t}, r_{1p,t}, r_{1cz,t})'$, assim como uma partição de $\mathbf{\Pi}$ e $\mathbf{\Gamma}_i$ na forma

$$\begin{bmatrix} \Delta r_{1a,t} \\ \Delta \mathbf{r}_{12i,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{11} & \mathbf{\Pi}_{12} \\ \mathbf{\Pi}_{21} & \mathbf{\Pi}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1a,t} \\ \mathbf{r}_{1i,t-1} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{p-1} \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{11,i} & \mathbf{\Gamma}_{12,i} \\ \mathbf{\Gamma}_{21,i} & \mathbf{\Gamma}_{22,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{1a,t} \\ \Delta \mathbf{r}_{1i,t-i} \end{bmatrix} + \phi \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (21)$$

e testa-se $H_0: \mathbf{\Pi}_{12} = 0$ e $\mathbf{\Gamma}_{12,i} = 0$ para $i = 1, \dots, p - 1$, com recurso a uma estatística F. Na prática, o teste efetua-se com recurso à função R `causality` do *package* `vars` (Lütkepohl, 2005; Pfaff, 2008).

4. Análise Empírica

Para concretização dos objetivos deste trabalho, foram obtidos dados mensais do logaritmo da taxa de câmbio real bilateral entre a moeda doméstica das três economias da EC em análise (Hungria, Polónia e República Checa) e o dólar americano, obtidas através do rácio entre os níveis de preços de cada país multiplicado pela taxa de câmbio nominal bilateral entre a moeda da economia i e o dólar americano, conforme descrito na equação (4). Os dados referentes às taxas de câmbio nominais bilaterais foram retirados da base de dados do Bank for International Settlements (BIS) e os dados de preços (Índice de Preços do Consumidor) foram retirados da base de dados *International Financial Statistics* do Fundo Monetário Internacional (FMI), expressos em preços constantes (ano base = 2010). Em função dos períodos temporais disponíveis entre as variáveis recolhidas para cada país, definiu-se 1993:01 – 2019:12 como período amostral para efeitos de estimação e análise econométrica.

Em termos de execução prática do trabalho, a análise empírica foi organizada em quatro ficheiros R executáveis distintos (a serem corridos, idealmente, pela ordem apresentada):

- no primeiro, *prepare data*, faz-se o download dos *packages* e faz-se também a extração e tratamento dos dados;
- no segundo, *univariate analysis*, analisam-se as propriedades univariadas das séries temporais (correspondendo ao ponto 4.1. Análise univariada deste trabalho);
- no terceiro, *multivariate analysis*, efetua-se a análise multivariada (correspondendo ao ponto 4.2. Análise multivariada, subpontos 4.2.1. Especificação do modelo e 4.2.2. Modelação do comportamento de ajustamento para o equilíbrio);
- por último, no quarto, *forecast*, faz-se uma análise de previsão e causalidade (correspondendo ao ponto 4.2. Análise multivariada, subponto 4.2.3. Análise de previsão e causalidade).

Os ficheiros foram partilhados no GitHub, um reconhecido repositório de código, e são de livre acesso. Pode fazer-se *download* dos ficheiros através do link <https://github.com/CristinaFidalgo/PPCEconometricsStudies>. Em seguida, apresentarei e comentarei os principais resultados obtidos nas análises efetuadas.

4.1. Análise univariada

Nesta secção, apresento a análise univariada das séries das taxas de câmbio reais bilaterais de cada país face ao dólar americano, considerando os Estados Unidos como país base. Em primeiro

lugar, faz-se uma inspeção gráfica do comportamento das séries ao longo do período temporal em análise (secção 4.1.1.); de seguida, analisam-se as FAC e FACP de cada série (secção 4.1.1.) e as relações de correlação cruzadas (secção 4.1.2.) e, por fim, a estacionaridade individual de cada série e respetivas diferenças, com um conjunto de testes de raiz unitária (secção 4.1.3.).

4.1.1. Inspeção gráfica

O trabalho empírico inicia-se com inspeção visual dos dados ou comportamento das séries em análise. Tal como é possível observar nas Figura 1 e 2 no Anexo A, cada série revela um comportamento típico de séries não estacionárias, não existindo, aparentemente, nenhum valor para o qual tendam a reverter. Por oposição, as séries das primeiras diferenças apresentam um comportamento de regressão ou reversão frequente para a média, muito pouco suave e com flutuações bem marcadas, característico de séries estacionárias ou $I(0)$.

A FAC empírica das séries originais em análise diminui muito lentamente, ao passo que a função das primeiras diferenças diminui rapidamente a partir de certa ordem de desfasamento (à exceção da economia da Alemanha), comportamento típico da FAC de séries $I(1)$, observável na Figura 3 e 4 no Anexo A, respetivamente.

4.1.2. Correlação

Na análise de correlação¹¹ entre as diferentes séries em análise, constata-se que, para além de serem, na sua grande maioria, positivamente correlacionadas (apenas as séries da Hungria e Alemanha são negativamente correlacionadas) com um coeficiente de correlação mínimo de 0.08 e máximo de 0.94 (correlação linear quase perfeita), a correlação entre duas séries é, para todos os casos, estatisticamente significativa, à exceção da correlação entre a série da Polónia e da Alemanha (v. Tabela I, Anexo B).

4.1.3. Estacionaridade

Para testar, formalmente, a presença de uma raiz unitária nas séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais *vis-à-vis* a economia da Alemanha, recorre-se aos testes ADF e aos DF-GLS. Identificam-se dois cenários possíveis em função dos resultados obtidos nestes testes: se as séries são integradas de primeira ordem, i.e. se $d = 1$, prossegue-se para o passo seguinte, especificação de um modelo VEC; caso contrário, se estacionárias ($d = 0$), não há necessidade

¹¹ Para efeitos de análise de correlação considera-se o coeficiente de correlação de Pearson, mede tanto o sinal como a intensidade da relação linear entre as duas séries.

de recorrer ao conceito de cointegração e poder-se-á prosseguir com a especificação de um modelo VAR com as variáveis em nível.

Consistente com diversos estudos sobre a hipótese da PPC para países em transição (p.e. Caporale, Ciferri e Girardi, 2011; Sideris, 2009), os resultados dos testes aumentados (v. Tabela II, Anexo B) apontam para a existência de uma raiz unitária nas séries (do logaritmo) das taxas de câmbio reais bilaterais. Para todas as economias consideradas, não se rejeita a hipótese nula de raiz unitária aos níveis de significância convencionais de 1, 5 e 10%¹². Testa-se, em paralelo, a significância estatística da componente determinística considerada, o termo constante, recorrendo a um teste-F de significância conjunta deste termo e do coeficiente da variável em níveis desfasada. No caso das economias da Polónia e Hungria, o termo constante não se revela estatisticamente significativo; por conseguinte, considera-se uma regressão auxiliar de teste sem componente determinística. Na seleção do número de desfasamentos recorre-se ao critério de Akaike (AIC), com a escolha do número máximo a recair sobre a regra ou critério de seleção $l_{12} = 16$. Os testes sobre as variáveis diferenciadas confirmam os anteriores, dada a rejeição, em todos os casos, da hipótese nula de raiz unitária, aos níveis de significância convencionais (v. Tabela III, Anexo B). Assim, é possível afirmar que, de acordo com os resultados obtidos, a evidência estatística sugere que todas as séries têm uma raiz unitária na sua representação autoregressiva. Adicionalmente, como não existe evidência da presença de uma raiz unitária nas séries diferenciadas, os resultados estatísticos sugerem que todas as séries são $I(1)$, considerando os níveis de significância convencionais.

Complementarmente, recorre-se aos testes de raiz unitária DF-GLS. Os resultados obtidos corroboram os anteriores, conferindo, assim, solidez às provas estatísticas (v. Tabela IV, Anexo B)¹³. Note-se que, considerando as reconhecidas propriedades destes testes, a não rejeição da hipótese nula da presença de uma raiz unitária em todas as economias em análise merece ser salientada, sendo que o passo lógico seguinte é testar a existência de eventuais relações de cointegração entre as séries em análise.

¹² Consideram-se os valores crítico considerados no output R, retirados de Dickey and Fuller (1981) e Hamilton (1994), conforme indicado na documentação R disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/urca/urca.pdf> [Acesso a: 08/09/2020].

¹³ Consideram-se os valores críticos considerados no output R, retirados de MacKinnon (1991), conforme indicado na documentação R disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/urca/urca.pdf> [Acesso a: 08/09/2020].

4.2. Análise multivariada

Nesta secção, apresento os resultados da análise num contexto multivariado em que se testa a validade da teoria GPPC recorrendo à metodologia de Johansen (1995) e ao conceito de cointegração. Em particular, efetua-se uma análise de especificação do modelo e uma análise de cointegração (secção 4.2.1.). Depois, procede-se à estimação do modelo VEC e faz-se um teste de restrições sobre a matriz de cointegração (secção 4.2.2.). Por último, faz-se uma análise da capacidade preditiva do modelo estimado e uma análise de causalidade à Granger entre a Alemanha e os países da EC em estudo (secção 4.2.3.).

4.2.1. Especificação do modelo

A estimação do modelo VEC descrito na equação (9) faz-se em dois passos: no primeiro, determina-se a ordem ou número de defasamentos, p , do modelo VAR com recurso aos critérios de informação, estima-se o modelo e efetua-se uma análise de especificação do mesmo; no segundo, analisa-se a componente de longo-prazo do modelo, isto é, identifica-se o número de relações de cointegração.

Estabelecendo um nível de defasamentos máximo, p_{max} , igual a 12, os critérios de informação AIC, BIC, HQ e o critério FPE selecionam, uniformemente, uma ordem de defasamento igual a 1, i.e. $p = 1$, mas, devido a algumas limitações do *software* considera-se $VEC(1)$ ¹⁴. Dada a tipologia de dados em análise e a formulação teórica da hipótese da teoria GPPC (descrita no ponto 2, Exposição Teórica), não se considera a inclusão de termo tendência linear. Definida a componente determinística, estima-se o modelo e efetua-se um conjunto de testes de especificação.

Nos testes à autocorrelação dos erros – teste Q de Portmanteau, teste de Breusch-Godfrey e teste de Edgerton-Shukur – não se rejeita a hipótese nula de ausência de autocorrelação aos níveis de significância convencionais. Mas, apesar da evidência estatística a favor da ausência de autocorrelação dos erros, nos restantes testes considerados, nomeadamente no teste à heteroscedasticidade e no teste à normalidade, a hipótese nula foi rejeitada aos níveis de significância convencionais. Deste modo, rejeita-se a hipótese de inexistência de efeitos ARCH e rejeita-se a hipótese de normalidade dos erros, tanto ao nível da assimetria como ao nível do achatamento da distribuição (v. Tabela V, Anexo B).

¹⁴ Em concreto, a função `ca.jo` do *package* `urca` não permite estimar um modelo $VEC(0)$. Alternativamente, poderia utilizar-se a função `VECM` do *package* `tsDyn`, mas outras funções do *package* `urca` não poderiam ser utilizadas por não aceitarem argumentos de classe `VECM`, como por exemplo a função `blrtest` de teste de restrições sobre a matriz β .

De facto, analisando em detalhe a FAC e a FACP empíricas dos resíduos e do quadrado dos resíduos para cada equação do sistema, é possível constatar que i), apesar de a autocorrelação dos resíduos ser notoriamente baixa, observando-se um decaimento rápido a partir do primeiro desfaseamento para níveis perto de zero ou, pelo menos, dentro das bandas definidas, ii), a autocorrelação do quadrado dos resíduos ultrapassa, para vários desfaseamentos, as bandas de confiança. Adicionalmente, as funções de distribuição empíricas apresentam um desvio e achatamento distintos dos valores referência da distribuição normal (v. Figuras 5 a 8, Anexo A).

Em relação ao teste de estabilidade OLS-CUSUM, não existem evidências estatísticas contra a hipótese de estabilidade dos parâmetros: o processo de flutuação empírica oscila sempre dentro dos limites superior e inferior definidos no gráfico, tal como é possível observar na Figura 8, Anexo A.

4.2.2. Modelação do comportamento de ajustamento para o equilíbrio

Transitando para o segundo passo, o resultado dos testes do traço de Johansen e do valor próprio máximo sugerem a existência de três relações de cointegração. Analisando sequencialmente os resultados obtidos, em ambos os testes, a hipótese de que o número de relações de cointegração é igual a 3, i.e. $r = 3$ não é rejeitada aos níveis de significância convencionais, conforme disposto na Tabela VI, Anexo B¹⁵. Todavia, note-se que, no teste do valor próprio máximo, não se rejeita a hipótese $H_0: r = 1$, ao nível de significância de 1%, e, em ambos os testes, não se rejeita a hipótese $H_0: r = 2$, ao nível de significância de 1%. Portanto, as metodologias bem estabelecidas de ambos os testes estimam a existência de três vetores de cointegração linearmente independentes, aos níveis de significância de 5 e 10%, mas a adoção do nível de significância mais conservador de 1% poderia apontar para um valor diferente de \hat{r} .

De acordo com Enders e Hurn (1994), e segundo a formulação teórica da teoria GPPC, as taxas de câmbio reais bilaterais partilham um conjunto de tendências estocásticas e, consequentemente, provam-se cointegradas se as determinantes macroeconómicas destas economias forem suficientemente relacionadas. Sob a formulação VEC, esta condição implica que $r(\Pi) < m - 1$. Ora, considerando $m = 4 (= K)$ e $r(\Pi) = 3$, é possível concluir que $0 < r(\Pi) < K$, Π é uma matriz de característica reduzida e existem três relações ou vetores de cointegração. Efetivamente, as taxas de câmbio reais destas três economias da EC e da economia da Alemanha são cointegradas, espelhando as relações existentes entre as determinantes macroeconómicas destas

¹⁵ Consideram-se os valores críticos considerados no output R, retirados de Osterwald-Lenum (1992), conforme indicado na documentação R, disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/urca/urca.pdf> [Acesso a: 08/09/2020].

economias. Neste contexto, a existência de três combinações lineares entre as taxas de câmbio reais bilaterais pode ser interpretada como uma evidência da interdependência econômica entre as economias em análise e constitui uma validação empírica da teoria GPPC. Esta evidência sugere a existência de uma Zona Monetária Ótima, na ótica de Mundell (1961), entre os três países da EC e os países constituintes da ZE e constitui o primeiro principal resultado obtido neste trabalho.

Assim, e segundo a teoria, a existência de um estado estacionário para o qual as séries tendem a convergir em trajetória de equilíbrio exclui a presença de assimetrias reais e suporta a sustentabilidade de longo-prazo de uma zona monetária comum (Bayoumi e Taylor, 1995). Neste âmbito, questiona-se se a introdução do euro como moeda única e as medidas de política econômica adotadas ao longo do processo de transição facilitaram, efetivamente, o processo de convergência destas economias. Segundo a hipótese de endogeneidade (Frankel e Rose, 1997), a abertura ao comércio exterior, uma das condições para participação numa zona monetária, poderá ser influenciada pela própria participação na zona monetária. Adicionalmente, a própria participação poderá promover não só o comércio internacional, mas também o crescimento e integração econômica e financeira. Assim, esta hipótese defende que os países em processo de transição poderão satisfazer os critérios de adesão *ex post*, ainda que não os satisfaçam *ex ante* (Sideris, 2009)¹⁶. Com efeito, países em transição podem revelar um grau de convergência superior, não só entre eles, mas também com uma economia referência, nos fatores macroeconômicos fundamentais, comparativamente àqueles já constituintes.

Considerando a expressão matemática da teoria GPPC descrita em (7), a seguinte representação pode ser utilizada para descrever, genericamente, as três relações de cointegração entre as quatro séries temporais em análise

$$r_{1a,t} = \beta_{1h} r_{1h,t} + \beta_{1p} r_{1p,t} + \beta_{1rc} r_{1rc,t} + \varepsilon_{gppc,t} \quad (22)$$

com $r_{1a,t}$, $r_{1h,t}$, $r_{1p,t}$ e $r_{1rc,t}$ a representar as séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais entre as moedas das economias da Alemanha, Hungria, Polónia e República Checa e da economia dos Estados Unidos, respetivamente. As relações entre as diferentes séries refletem-se

¹⁶ Por outro lado, a hipótese de especialização (Krugman e Venables, 1996) defende que os países se tornam cada vez mais integrados e que a estrutura industrial de cada país se desenvolverá em função das relações de vantagem comparativa (Antonucci e Girardi, 2005 *apud* Eichengreen and Bayoumi, 1996), tornando as economias mais vulneráveis aos choques de procura.

nos coeficientes das relações de cointegração β_{1j} , com j a assumir as iniciais h , p e rc , e as estimativas destes coeficientes, reportadas na Tabela VII, Anexo B, interpretam-se como elasticidades de longo-prazo. Adicionalmente, a magnitude dos coeficientes dos vetores de cointegração depende dos parâmetros das funções de procura agregada das diferentes economias em análise, de tal forma que, quanto mais similares estes parâmetros – e, por conseguinte, as funções –, menores os coeficientes dos vetores de cointegração.

Os vetores de cointegração reportados na primeira parte da Tabela VII estão normalizados para a taxa de câmbio real bilateral entre o euro e o dólar americano, $r_{1a,t}$ ¹⁷. Mas, na verdade, a escolha é arbitrária e qualquer taxa pode ser selecionada como referência (desde que essa taxa esteja efetivamente presente na relação de cointegração), pelo que os vetores podem ser re-normalizados em função da análise de efeitos-resposta entre taxas de que deseja efetuar, conforme observável nas segunda, terceira e quarta partes da Tabela VII. Assim, olhando para as estimativas dos coeficientes de cointegração na primeira parte da Tabela VII, é possível constatar que, se na primeira relação de cointegração os efeitos de uma variação de 1% nas taxas de câmbio real de cada uma das economias da EC sob a taxa da economia da Alemanha são uniformemente negativos e relativamente baixos (inferiores a 0.1), refletindo a condição de simetria entre as diferentes taxas, nas segunda e terceira relações de cointegração os efeitos são tanto positivos como negativos e, nalguns casos, bastante superiores a 0.5, com especial destaque para a segunda relação de cointegração a atingir variações superiores a 1.2 em termos absolutos. Entre as três relações de cointegração, apenas o efeito estimado de uma variação de 1% na taxa da República Checa sob a taxa Alemanha é consistentemente negativo, a variar entre -0.06% e -1.22%.

Nas segunda, terceira e quarta partes da Tabela VII, com os vetores de cointegração normalizados para as restantes economias da EC, observa-se que a elasticidade estimada entre as taxas das diversas economias da EC e a taxa da economia da Alemanha é consideravelmente mais alta (em termos absolutos). Por fim, efetua-se um especial destaque para a terceira relação de cointegração: as respostas das taxas das economias da Alemanha, Hungria e da Polónia a variações na taxa da República Checa são simétricas e, para o caso das economias da EC, são também consideravelmente altas em termos absolutos (-17.05% e -7.51%, respetivamente). Normalizando o vetor para a economia da República Checa, nota-se que, tal como na primeira relação de cointegração normalizada para a Alemanha, os efeitos são simétricos. Em semelhança com os

¹⁷ No output R as variáveis vêm normalizadas, por defeito, à primeira variável do sistema. Alternativamente, é possível obter as taxas normalizadas de acordo com a representação triangular de Phillips, standardizando os primeiros $r \times r$ coeficientes a I_r , conforme indicado na documentação R disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/tsDyn/tsDyn.pdf> [Acesso a: 11/09/2020].

resultados obtidos no estudo pioneiro, as estimativas dos coeficientes são bastante dissimilares, inclusive entre as diferentes relações de cointegração, traduzindo a dissimilaridade das funções de procura destes países.

Na análise das relações de longo-prazo, torna-se especialmente relevante efetuar um teste de restrições à matriz β , a matriz de coeficientes de equilíbrio de longo-prazo constituída pelos vetores de cointegração já identificados. Com efeito, no caso mais restrito, caso se verifiquem as condições de simetria e proporcionalidade em cada vetor do sistema, tem-se para além da verificação da teoria GPPC, a validação da hipótese *standard* da versão absoluta da teoria da PPC. Em termos matriciais, escreve-se:

$$\beta' r_{1,t-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_{a,t-1} \\ r_{h,t-1} \\ r_{p,t-1} \\ r_{rc,t-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Recorrendo a uma estatística LM com distribuição assintótica qui-quadrado com 3 graus de liberdade como explicado na secção 3.4.1., rejeita-se a hipótese nula de verificação conjunta das restrições impostas sobre cada coeficiente da matriz da matriz β aos níveis de significância convencionais (valor-p = 0.0000); por conseguinte, não se verifica, conjuntamente, a hipótese *standard* da versão absoluta da teoria da PPC entre economia da Alemanha e as três economias da EC. Por seu turno, esta evidência constitui o segundo principal resultado obtido neste trabalho.

Na análise dos desvios em relação à teoria da PPC, diversos autores referem o domínio dos efeitos de Harrod-Balassa-Samuelson (HBS) em economias em transição que, durante o processo, revelam elevadas taxas de crescimento da produtividade no setor de bens transacionáveis. Inicialmente proposta por Harrod (1939) e formalizada mais tarde por Balassa (1964) e por Samuelson (1964) de forma independente, a teoria HBS estabelece uma relação entre diferenças de preços relativos e diferenças de produtividade. Ou seja, estabelece uma relação entre desvios em relação à teoria da PPC e diferenciais de produtividade. Segundo a Lei do Preço Único, bens idênticos deverão ter o mesmo preço em diferentes mercados. Contudo, grande parte dos serviços são prestados localmente e parte dos bens, ainda que transacionáveis, têm custos de transporte. Estes aspetos, conjuntamente com outros fatores, tais como a existência de impostos e subsídios, torna os desvios em relação ao preço único ou relação de PPC persistentes. A este respeito, De Broeck e Sløk (2001) referem que os ganhos de produtividade no setor de bens transacionáveis conduzem a uma apreciação da taxa de câmbio real, mas a competitividade das economias em transição não se deteriora, dada a desvalorização inicial das moedas nacionais. Conforme mencionado por Blazkiewicz et al. (2004), elevadas taxas de crescimento do produto e da

produtividade nos países em transição são, em certa medida, uma consequência natural da transição de uma economia altamente regulada e ineficiente para uma economia perto do pleno emprego e dos seus níveis naturais. Adicionalmente, no âmbito do processo de transição e do debate sobre a adoção da moeda única, a teoria HBS tornou-se uma popular abordagem utilizada para analisar a viabilidade dos critérios de Maastricht, já que uma definição simultânea de estabilidade da taxa de câmbio e do nível de preços poderá entrar em conflito com a tendência de crescimento da produtividade. Assim, uma análise das teorias da PPC e do efeito HBS nas economias em transição revela-se de extrema importância na análise do processo de convergência e do cumprimento dos critérios de Maastricht.

Para além dos coeficientes dos vetores de cointegração, estimam-se também os coeficientes da velocidade de ajustamento, conjuntamente definidos na matriz α na representação VEC. Estes coeficientes traduzem a velocidade de ajustamento de cada variável em resposta a um desvio face ao equilíbrio de longo-prazo, definido pela relação de cointegração. Portanto, neste contexto, estes coeficientes de *feedback* definem quão rapidamente um desvio face à relação GPPC é corrigido. Na Tabela VIII, Anexo B, encontram-se representadas as estimativas dos coeficientes de ajustamento de cada variável para as três relações de cointegração. É possível afirmar que, de um modo geral, os coeficientes são bastante baixos, pelo que qualquer desvio face ao equilíbrio de longo-prazo, isto é, face à relação GPPC, irá ser absorvido durante um período relativamente longo. Em termos absolutos, os coeficientes mais altos são os da economia da Alemanha, Hungria e Polónia na relação de cointegração 3 e da Polónia na relação 1.

4.2.3. Análise de previsão e causalidade

Nesta secção, efetua-se uma avaliação da capacidade preditiva do modelo VEC considerado no ponto anterior. Efetua-se uma análise de previsão a 6, 12 e 24 passos, efetuando uma partição da amostra em duas sub-amostras – de treino e de teste – em função do horizonte temporal a prever. Para $h = 6$, o período a prever é 2019:7 a 2019:12; para $h = 12$, é 2019:1 a 2019:12 e para $h = 24$, considerou-se o período 2018:1 a 2019:12. Portanto, pretende-se analisar se o modelo VEC estimado descreve satisfatoriamente os movimentos das taxas de câmbio reais bilaterais das três economias da EC alvo de estudo e, para tal, considera-se como termo comparativo os resultados obtidos utilizando um modelo VEC¹⁸ composto apenas pelas três economias da EC (isto é, um

¹⁸ Este modelo apresenta características idênticas às do modelo VEC a 4 economias: nos testes à autocorrelação não se rejeita, confortavelmente, a hipótese nula de ausência de autocorrelação, mas nos testes à heteroscedasticidade e normalidade dos erros rejeita-se a hipótese nula de especificação correta. Relativamente a análise de cointegração, obtém-se evidência de existência de duas relações de cointegração entre as taxas de câmbio reais bilaterais das três economias da EC consideradas.

modelo VEC excluindo a economia da Alemanha) e um passeio aleatório. Por um lado, ao considerar um modelo VEC a três economias, pretende-se analisar se, de facto, a inclusão da economia da Alemanha como variável é relevante para efeitos de previsão; ou seja, pretende-se analisar se a inclusão da informação referente à taxa de câmbio real bilateral da economia da Alemanha melhora as previsões a $h = 6, 12$ e/ou 24 passos das taxas de câmbio reais bilaterais das três economias da EC; por outro, ao considerar um passeio aleatório analisa-se se, tal como em Caporale et al. (2011), os dados não seriam mais bem descritos por um modelo simples como um passeio aleatório.

Na análise da precisão ou capacidade preditiva dos modelos, consideram-se as medidas apresentadas na secção 3.4.2., a REQM e o EMAP. Na Tabela IX, Anexo B, encontram-se os resultados obtidos para cada economia. Seguindo a metodologia de Caporale et al. (2011), na primeira coluna, encontram-se as medidas calculadas para o modelo VEC a 4 economias e, nas segunda e terceira colunas, o rácio entre os resultados obtidos no modelo VEC a 4 economias e os resultados obtidos no modelo VEC a 3 economias e no passeio aleatório, respetivamente. Assim, um rácio inferior à unidade indica que a capacidade preditiva do modelo VEC a 4 economias é superior à dos modelos alternativos.

De acordo com a Tabela IX, Anexo B, no caso do modelo VEC a 4 economias, para as economias da Hungria e Polónia, o valor assumido pelas estatísticas reportadas diminui com o aumento da janela temporal de $h = 6$ para 12 ou para 24 e para a economia da República Checa, o valor assumido pelas estatísticas diminui apenas com a passagem de $h = 6$ para 12. Todavia, para as três economias, o valor assumido pelas estatísticas aumenta com a passagem de $h = 12$ para 24. Ou seja, nos três casos em análise, a precisão do modelo considerado deteriora-se com o aumento do horizonte temporal de 12 para 24 meses. Em todos os casos, o aumento do horizonte a prever de 6 para 12 meses traduz-se numa melhoria da capacidade preditiva do modelo.

Analisando pormenorizadamente os resultados obtidos na previsão da taxa real bilateral da economia da Hungria, constata-se que, para os três horizontes temporais, o modelo VEC a 3 economias supera o modelo VEC a 4 economias em termos de capacidade preditiva, já que os rácios dos valores assumidos pelos diferentes critérios são sempre superiores à unidade (chegando a atingir valores superiores a 2). Contudo, no caso do passeio aleatório, os resultados não são tão consensuais – tanto o EMAP como a REQM para um horizonte a 12 meses apresentam um rácio inferior (mas aproximadamente igual) à unidade. Resultados idênticos obtêm-se para a economia da Polónia na comparação da capacidade preditiva dos dois modelos VEC. Mas, neste caso, o modelo *naive* revela uma capacidade preditiva bastante mais fraca, especialmente nos horizontes $h = 12$ e 24 e, em particular, quando medido pelo EMAP. No caso da economia da República

Checa, o modelo VEC a 3 economias supera bastante confortavelmente o modelo a 4 economias, assim como o passeio aleatório.

Assim, é possível concluir que os dois critérios de análise da capacidade preditiva – REQM e EMAP – suportam fortemente a escolha do modelo VEC a 3 variáveis para previsão das taxas de câmbio reais bilaterais das três economias da EC. Dados os resultados obtidos, questiona-se se, de facto, a inclusão da economia da Alemanha como variável contribui positivamente para a previsão dos movimentos das taxas de câmbio reais bilaterais destas economias. Ora, ao analisar as relações de causalidade à Granger entre a economia da Alemanha e as três economias da EC, obtém-se um resultado contrastante com os anteriores: no teste de causalidade, recorrendo a uma estatística F com (6, 1252) graus de liberdade, obtém-se um valor-p de 0.01458 para um valor observado 2.6184, pelo que se rejeita a hipótese nula de não causalidade de Granger aos níveis de significância de 5 e 10% (não se rejeita apenas ao nível de 1%)¹⁹. Logo, a evidência estatística sugere que a economia da Alemanha causa à Granger as três economias da EC, pelo que a inclusão de $r_{1a,t}$ no conjunto de informação melhora as previsões de $r_{1i,t}$, com i a assumir as iniciais h , p e rc .

¹⁹ Dados os resultados obtidos no teste à heteroscedasticidade, considera-se uma matriz de variâncias covariâncias robusta no teste de causalidade à Granger, definindo “vcovHC” no argumento “vcov.”.

5. Conclusão

A União Económica e Monetária representa o último passo de um longo processo de integração económica entre os vários países envolvidos. Faseadamente, os vários estados membros da UE devem substituir as moedas nacionais pela moeda única, colocando, assim, um fim ao processo de transição. Dos 27 países pertencentes à União Europeia, 7 estão em fase de transição para adesão à ZE, muito possivelmente a única aproximação real a uma Zona Monetária Ótima conforme definida por Mundell (1961). Naturalmente, questiona-se até que ponto estes países estão alinhados com os demais no que toca aos processos de convergência real; ou seja, questiona-se até que ponto estes países constituem, efetivamente, uma Zona Monetária Ótima com os da ZE. Contudo, não se definiu na literatura existente um critério formal particular que permita avaliar a otimalidade de uma zona monetária. Neste contexto, torna-se fundamental a criação e utilização de um conjunto de mecanismos que permitam efetuar uma análise do processo de convergência destas economias.

Neste trabalho, efetuou-se uma aplicação empírica da teoria GPPC de Enders e Hurm (1994), ferramenta vastamente utilizada em estudos empíricos, aos três países da EC em vias de aderir à ZE, nomeadamente, Hungria, Polónia e República Checa. Com recurso a esta ferramenta, analisou-se se estas economias podem constituir uma Zona Monetária Ótima com os países da ZE *vis-à-vis* a economia da Alemanha, colocando, assim, um fim à fase de transição dos últimos 16 anos. A presença de tendências estocásticas em cada uma das séries da taxa de câmbio real bilateral das três economias em análise é satisfeita enquanto condição fundamental para prosseguir para uma análise generalizada num contexto multivariado. Seguindo a metodologia de Johansen (1995) e, no âmbito da modelação VEC, obteve-se evidência de três relações de cointegração entre as diversas taxas, validação empírica da teoria GPPC e evidência da otimalidade de uma zona monetária, na ótica de Mundell (1961), entre os três países da EC em análise e os da ZE. Estas relações descrevem, idealmente, a configuração do estado estacionário para o qual as séries tendem a convergir em trajetória de equilíbrio. Tomando como critério a verificação da teoria da GPPC, os resultados empíricos obtidos apontam para o próximo alargamento da união monetária e podem refletir, por um lado, o processo de convergência real das determinantes macroeconómicas, condição chave no âmbito desta teoria e, por outro lado, o papel desempenhado pelos fatores tradicionais, isto é, os efeitos HBS. Todavia, de acordo com a evidência obtida, um determinado grau de heterogeneidade entre as funções de procura agregada das diferentes economias ainda persiste. Adicionalmente, testes à teoria absoluta da PPC indicam que esta relação não se verifica num contexto bivariado entre as economias em estudo. Na análise

de previsão e causalidade conduzida, conclui-se que a inclusão da taxa de câmbio real bilateral da economia da Alemanha como variável no modelo deteriora, de um modo geral, a precisão das estimativas das observações futuras das taxas de câmbio reais bilaterais das três economias da EC, apesar da relação de causalidade à Granger.

Por fim, importa notar que a modelação econométrica na área da PPC é negativamente afetada pelas características das taxas de câmbio nominais. Enquanto séries financeiras, as taxas de câmbio são séries tipicamente voláteis e exibem distribuições não normais. Além disso, a volatilidade de uma taxa de câmbio nominal poderá ter efeitos na volatilidade de outra e aos aumentos (diminuições) de volatilidade, associam-se movimentos crescentes (decrecentes) da trajetória destas taxas. Este efeito, puramente económico, complica a análise estatística e econométrica destas séries, já que de acordo com a teoria estatística e econométrica, a variabilidade de uma série não está necessariamente relacionada com sua tendência. Com efeito, na análise de especificação obteve-se evidência de não normalidade e heteroscedasticidade condicional. Numa investigação futura, aconselha-se a modelação VEC-MGARCH (*multivariate generalized conditional heteroskedasticity*), na tentativa de acomodar os efeitos decorrentes da variabilidade da variância dos erros detetados no modelo VEC. Aconselha-se, também, uma exploração dos resultados contraditórios obtidos entre o exercício de previsão e a análise de causalidade à Granger, através da análise isolada das relações de causalidade entre a economia da Alemanha e cada uma das três economias em transição.

Finalmente, importa notar que, ainda que seja necessário efetuar uma análise mais pormenorizada dos processos de convergência individuais para cada uma destas economias, assim como uma análise mais precisa das consequências da adesão, as conclusões deste estudo confirmam o processo de convergência em direção ao processo de integração e adoção da moeda única.

6. Referências Bibliográficas

- Bayoumi, T. & Taylor, M. (1995). Macro-economic Shocks, the ERM, and Tri-polarity. *The Review of Economics and Statistics*, 321-331.
- Blazzkiewicz, M., Kowalski, P., Rawdanowicz, L., & Wozniak, P. (2004). Harold-Balassa-Samuleson Effect in Selected Countries of Central and Eastern Europe. *CASE Network Reports*, (57).
- Breusch, T. S. (1978). Testing for autocorrelation in dynamic linear models. *Australian Economic Papers*, 17(31), 334-355.
- Caporale, G. M., Ciferri, D., & Girardi, A. (2011). Are the Baltic Countries Ready to Adopt the Euro? A Generalised Purchasing Power Parity Approach. *The Manchester School*, 429-454.
- Cassel, G. (1922). *Money and foreign exchange after 1914*. Constable and Company Limited, London.
- Chocholatá, M. (2009). Purchasing Power Parity and Cointegration: Evidence from Latvia and Slovakia, *57(04)*. 344-358.
- De Broeck, M. & Sløk, T. (2001). *Interpreting real exchange rate movements in transition countries (Vol. 1)*. International Monetary Fund.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimator for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a), 427-431.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 1057-1072.
- Dornbusch, R., Krugman, P., & Cooper, R. N. (1976). Flexible exchange rates in the short run. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1976(3), 537-584.
- Edgerton, D., & Shukur, G. (1999). Testing autocorrelation in a system perspective testing autocorrelation. *Econometric Reviews*, 18(4), 343-386.
- Elliott, G., Rothenberg, T. J., & Stock, J. H. (1992). Efficient Tests for and Autoregressive Unit Root. *National Bureau of Economic Research* (No. t0130).
- Enders, W., & Hum, S. (1994). Theory and tests of generalized purchasing-power parity: Common trends and real exchange rates in the Pacific Rim. *Review of International Economics*, 2(2), 179-190.
- Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series* (Fourth Edi.). New York: Wiley.
- European Commission. (2020). *Convergence Report*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

- Frankel, J. A. & Rose, A. (1997). Is EMU more justifiable ex post than ex ante? *European Economic Review*, 41(3-5), 753-760.
- Girardi, A., & Antonucci, D. (2005). Structural changes and deviations from the PPP within the Euro Area. *Instituto di Studi e Analisi Economica*.
- Godfrey, L. G. (1978). Testing against general autoregressive and moving average error models when the regressors include lagged dependent variables. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1293-1301.
- Hayashi, F. (2000). *Econometrics*. Princeton: Princeton University Press.
- Johansen, S. (1988). Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2-3), 231-254.
- Johansen, S. (1995). Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models. *Econometric Theory*, 14(4), 517-524.
- Johansen, S., & Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration—with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2), 169-210.
- Krugman, P. & Venables, A. (1996). Integration, specialization, and adjustment. *European economic review*, 40(3-5), 959-967.
- Lopes, A. C. (2015). *Raízes Unitárias - Uma Introdução*. Edições Almedina, S.A.
- Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Mishra, R. K., & Sharma, C. (2010). Real Exchange Rate Behavior and Optimum Currency Area in East Asia: Evidence from Generalized Purchasing Power Parity. *International Review of Financial Analysis*, 19(3), 205-213.
- Mouratidis, K. (2001). Do EMU Countries Constitute an Optimum Currency Area? An Empirical Test of the Generalised Purchasing Power Parity Hypothesis. *Zagreb International Review of Economics & Business*, 4(2), 4, 49-69.
- Mundell, R. A. (1961). A Theory of Optimum Currency Areas. *The American Economic Review*, 51(4), 657-665.
- Ng, S., & Perron, P. (1995). Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag. *Journal of the American Statistical Association*, 90(429), 268-281.
- Officer, L. H. (1976). The purchasing-power-parity theory of exchange rates: A review article. *Staff Papers*, 23(1), 1-60.
- Pfaff, B. (2008). *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. Springer Science & Business Media.
- Ribeiro, C. S. (2014). *Econometria*. Escolar Editora.

- Santos, J., Pina, Á., Braga, J., & Aubyn, M. S. (2010). *Macroeconomia*. Escolar Editora.
- Shcherbakov, M. V., Brebels, A., Shcherbakova, N. L., Tyukov, A. P., Janovsky, T. A., & Kamaev, V. A. (2013). A Survey of Forecast Error Measures. *World Applied Sciences Journal*, 24(24), 171-176.
- Sideris, D. (2009). *Do the new EU member states form an Optimum Currency Area with the eurozone? Evidence from six Central and Eastern European Countries* (No. 17). National Bank of Serbia.
- Taguchi, H. (2010). Feasibility of Currency Unions in Asia: An Assessment Using Generalized Purchasing Power Parity. *Public Policy Review*, 6(5), 6, 859-872.
- Taylor, A. M., & Taylor, M. P. (2004). The Purchasing Power Parity Debate. *Journal of Economic Perspectives*, 18(4), 135-158.
- Voinea, L. (2013). *The Purchasing Power Parity: Evidence from the Great Financial Crisis*. Universidad Complutense.
- Wong, K. W. (1993). *The theory of generalized purchasing power parity: multivariate cointegration and dynamic analysis of cointegrating systems*. *Retrospective Theses and Dissertation*.
- Zeileis, A., Leisch, F., Hornik, K., & Kleiber, C. (2001). strucchange. An R package for testing for structural change in linear regression models.
- Zerihun, M. F., & Breitenbach, M. C. (2017). Is SADC an optimal currency area? Evidence from the generalized purchasing power parity test. *Economic Change and Restructuring*, 51(2), 51, 173-188.

7. Anexos

7.1. Anexo A – Figuras

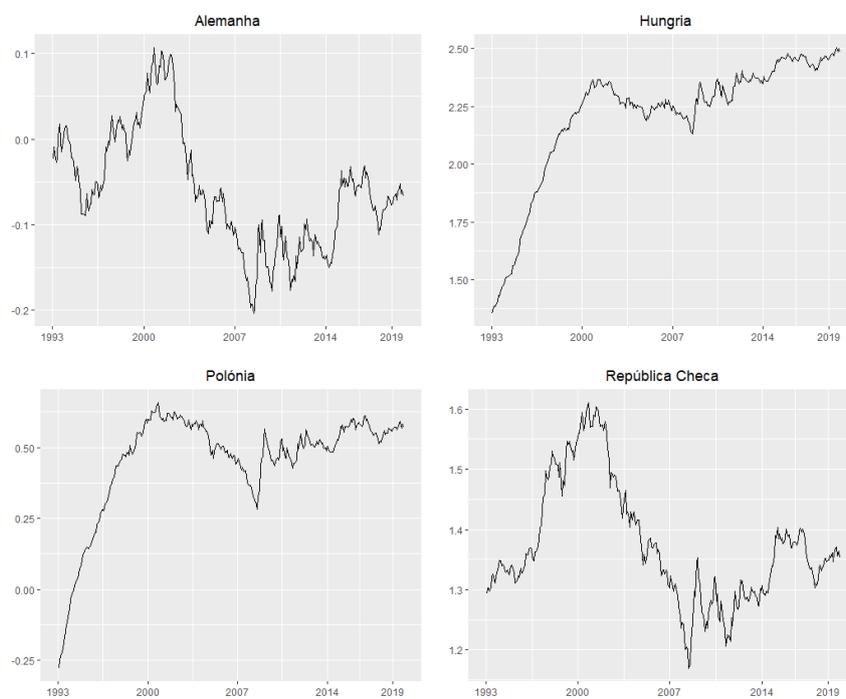


Figura 1 - Séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais (níveis)

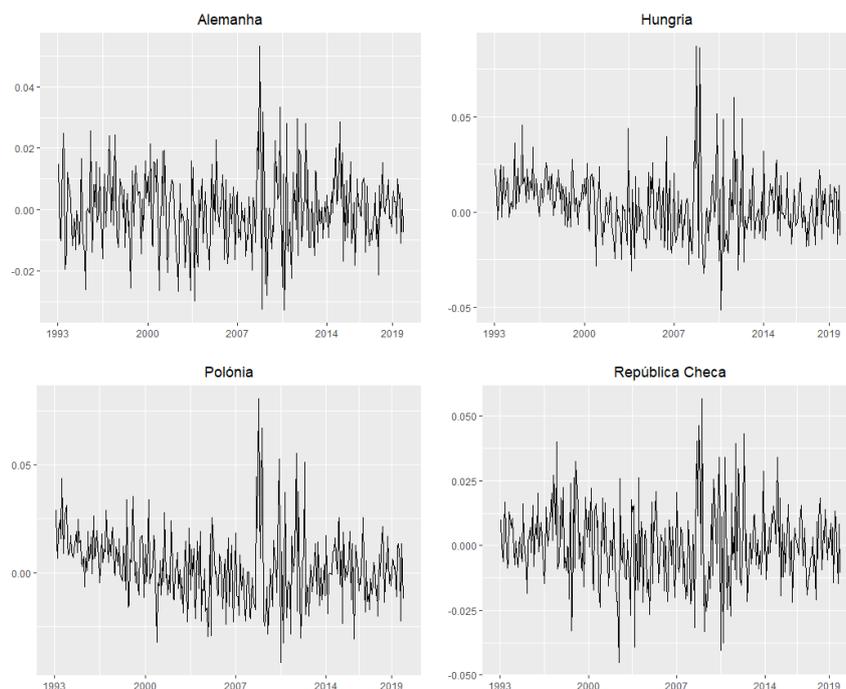


Figura 2 - Séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais (primeiras diferenças)

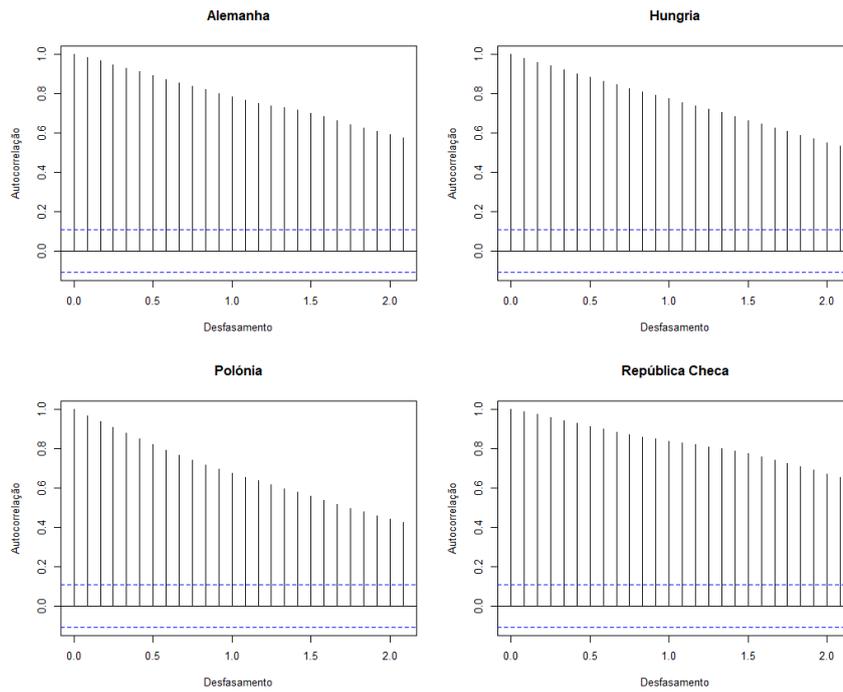


Figura 3 - Função de Autocorrelação (FAC) das séries em níveis

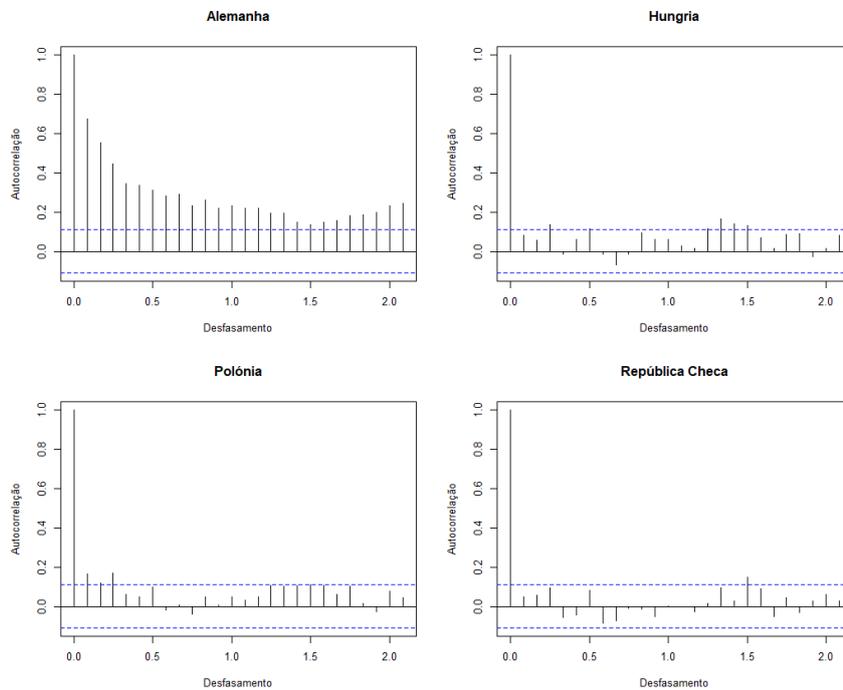


Figura 4 - Função de Autocorrelação (FAC) das séries em primeiras diferenças

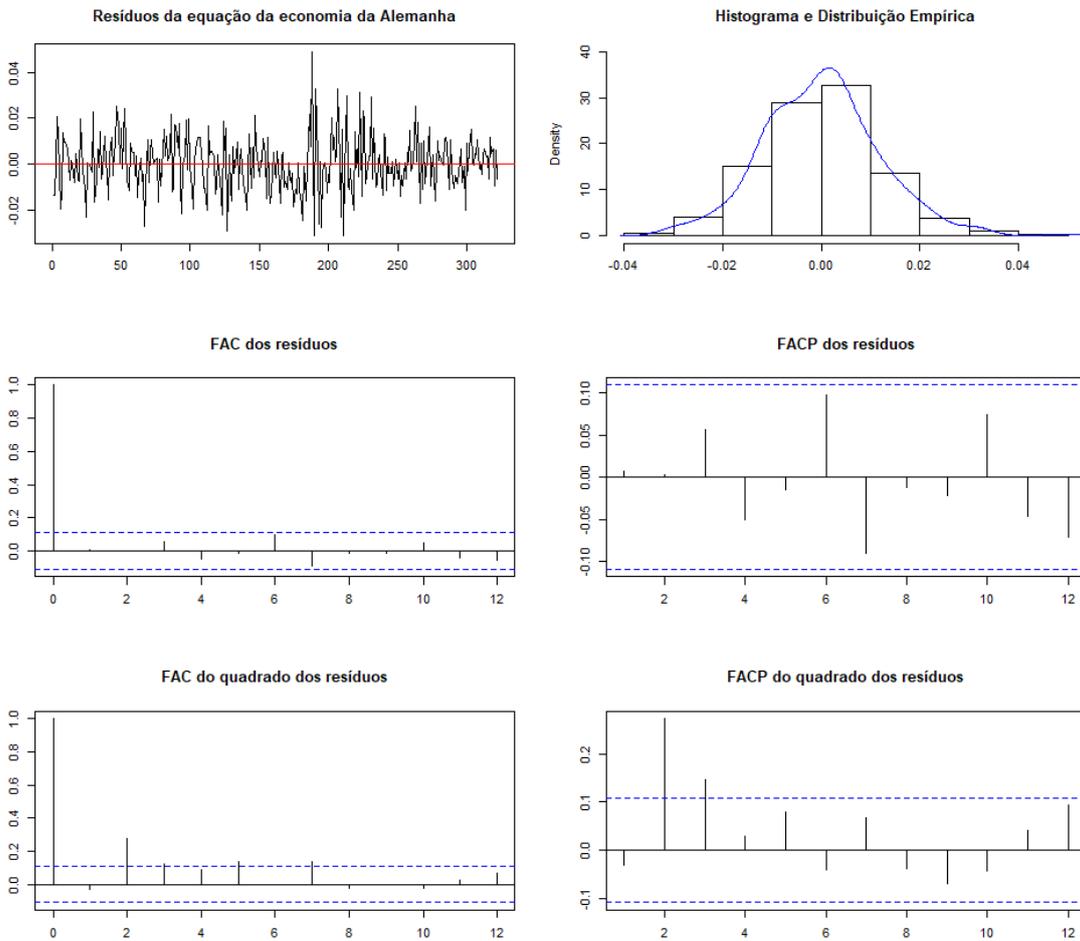


Figura 5 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da Alemanha

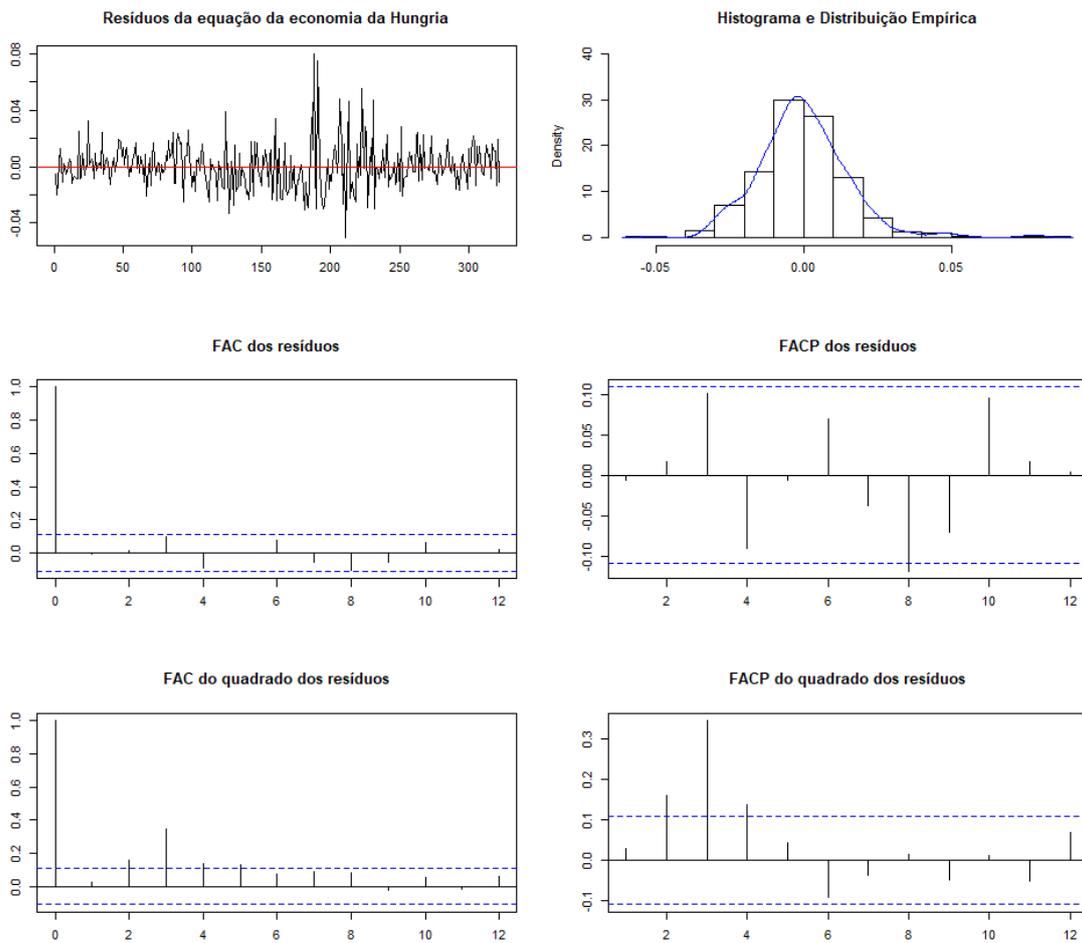


Figura 6 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da Hungria

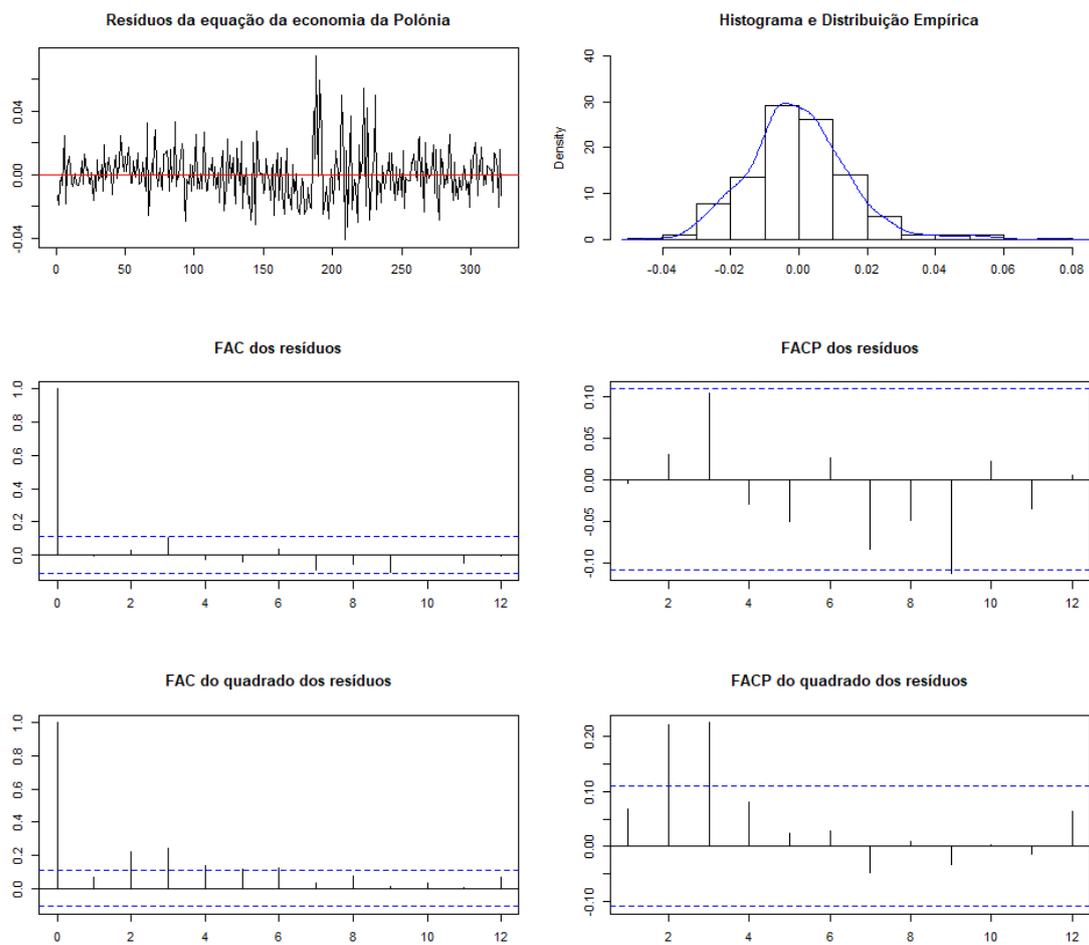


Figura 7 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da Polónia

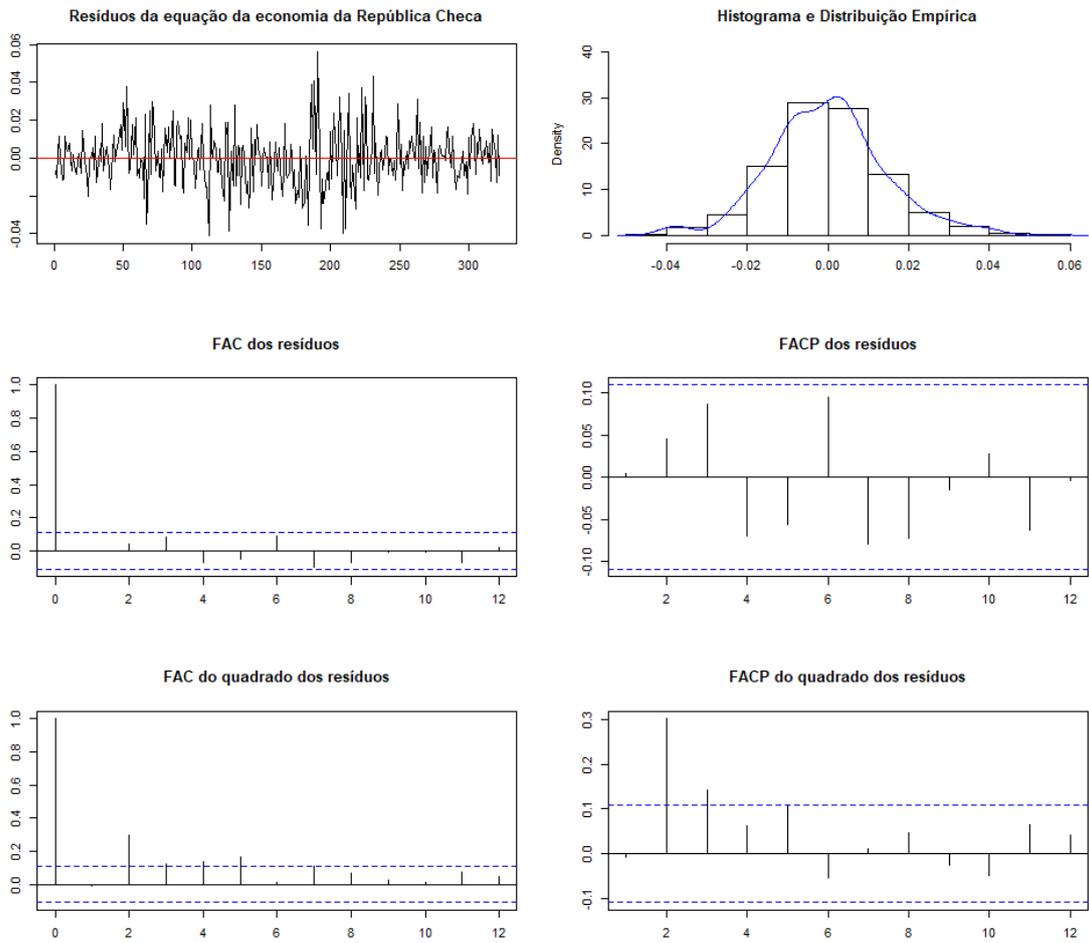


Figura 8 - Diagnóstico dos resíduos da equação da economia da República Checa

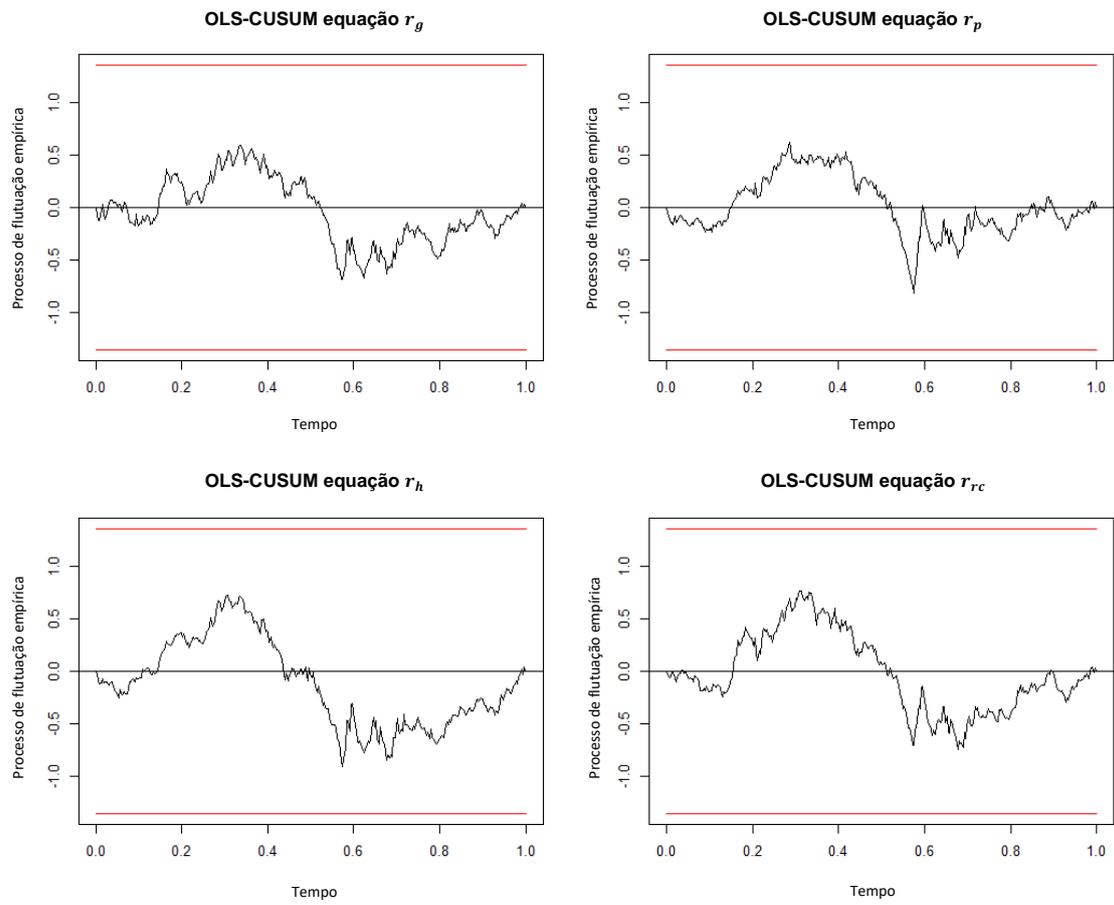


Figura 9 - Teste OLS-CUSUM de estabilidade dos parâmetros

7.2. Anexo B – Tabelas

Tabela I - Matriz de correlação entre as séries do logaritmo das taxas de câmbio reais bilaterais

Correlação	Alemanha	Hungria	Polónia	Rep. Checa	Valor-p	Alemanha	Hungria	Polónia	Rep. Checa
Alemanha	1.00	-0.16	0.08	0.92	Alemanha	-	0.00	0.17	0.00
Hungria	-0.16	1.00	0.94	0.11	Hungria	0.00	-	0.00	0.05
Polónia	0.08	0.94	1.00	0.38	Polónia	0.17	0.00	-	0.00
Rep. Checa	0.92	0.11	0.38	1.00	Rep. Checa	0.00	0.05	0.00	-

Tabela II - Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller (DF) sobre as séries em níveis

Série	Economia	Componente determinística	Número de desfasamentos	Valores críticos DF			Valor observado da estatística de teste DF	Valores críticos F			Valor observado da estatística de teste F	
				1%	5%	10%		1%	5%	10%		
Nível	r_a	Alemanha	constante	1	-3.44	-2.87	-2.57	-1.70	6.47	4.61	3.79	1.49
Nível	r_h	Hungria	nenhuma	3	-2.58	-1.95	-1.62	2.01	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
Nível	r_p	Polónia	nenhuma	3	-2.58	-1.95	-1.62	0.40	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
Nível	r_{rc}	Rep. Checa	constante	3	-3.44	-2.88	-2.57	-1.62	6.47	4.61	3.79	1.32

Tabela III - Teste de raiz unitária de Dickey-Fuller (DF) sobre as séries em primeiras diferenças

Série	Economia	Componente determinística	Número de desfasamentos	Valores críticos DF			Valor observado da estatística de teste DF	Valores críticos F			Valor observado da estatística de teste F	
				1%	5%	10%		1%	5%	10%		
1ª Dif.	Δr_a	Alemanha	nenhuma	9	-2.58	-1.95	-1.62	-3.25	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
1ª Dif.	Δr_h	Hungria	nenhuma	16	-2.58	-1.95	-1.62	-2.35	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
1ª Dif.	Δr_p	Polónia	nenhuma	2	-2.58	-1.95	-1.62	-8.04	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
1ª Dif.	Δr_{rc}	Rep. Checa	nenhuma	2	-2.58	-1.95	-1.62	-8.64	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.

Tabela IV - Teste de raiz unitária de Elliott, Rothenberg e Stock (DF-GLS) sobre as séries em níveis

Série	Economia	Componente determinística	Número de desfasamentos	Valores críticos DF-GLS			Valor observado da estatística de teste DF	
				1%	5%	10%		
Nível	r_a	Alemanha	constante	16	-2.57	-1.94	-1.62	-1.32
Nível	r_h	Hungria	constante	16	-2.57	-1.94	-1.62	0.44
Nível	r_p	Polónia	constante	16	-2.57	-1.94	-1.62	0.35
Nível	r_{rc}	Rep. Checa	constante	16	-2.57	-1.94	-1.62	-1.10

Tabela V - Testes de especificação sobre a estimativa do modelo VAR

Análise de especificação	Teste	Estatística	Distribuição	Graus de liberdade	Valor observado da estatística de teste	Valor-p
Autocorrelação	Portemanteau (ajustado)	Q-modificada ou Ljung-Box-Pierce	Qui-quadrado	224	236.590	0.269
	Breusch-Godfrey	LM	Qui-quadrado	80	90.129	0.205
	Edgerton-Shukur	F	F	80, 1146	1.106	0.250
Heteroscedasticidade	ARCH-LM	LM	Qui-quadrado	500	856.310	0.000
Normalidade	Jarque-Bera	Multivariado	Qui-quadrado	8	490.250	0.000
		Simetria (<i>skewness</i>)	Qui-quadrado	4	78.809	0.000
		Achatamento (<i>kurtosis</i>)	Qui-quadrado	4	411.450	0.000

Tabela VI - Teste do traço e teste do valor próprio máximo de Johansen a 4 economias

Raiz de Π $r(\Pi) = r$	Teste do valor próprio máximo			Teste do traço de Johansen		
	Valor observado da estatística de teste	Nível de confiança	Valor crítico da estatística de teste	Valor observado da estatística de teste	Nível de confiança	Valor crítico da estatística de teste
0	58.36	1%	32.14	102.75	1%	55.43
		5%	27.14		5%	48.28
		10%	24.78		10%	45.23
1	23.34	1%	25.75	44.38	1%	37.22
		5%	21.07		5%	31.52
		10%	18.90		10%	28.71
2	18.62	1%	19.19	21.04	1%	23.52
		5%	14.90		5%	17.95
		10%	12.91		10%	15.66
3	2.42	1%	11.65	2.42	1%	11.65
		5%	8.18		5%	8.18
		10%	6.50		10%	6.50

Nota: as economias consideradas para análise de cointegração são a economia da Alemanha, Hungria, Polónia e República Checa.

Tabela VII - Estimativas das relações de cointegração

	Alemanha	Hungria	Polónia	República Checa
	β_{1a}	β_{1h}	β_{1p}	β_{1rc}
<i>Normalizado: Alemanha</i>				
Relação 1	1.0000	-0.0911	-0.0269	-0.0612
Relação 2	1.0000	-0.6263	1.1057	-1.2242
Relação 3	1.0000	0.0415	0.0942	-0.7071
<i>Normalizado: Hungria</i>				
Relação 1	-10.9759	1.0000	0.2953	0.6719
Relação 2	-1.5967	1.0000	-1.7655	1.9547
Relação 3	24.1086	1.0000	2.2700	-17.0464
<i>Normalizado: Polónia</i>				
Relação 1	-37.1736	3.3868	1.0000	2.2757
Relação 2	0.9044	-0.5664	1.0000	-1.1072
Relação 3	10.6206	0.4405	1.0000	-7.5095
<i>Normalizado: República Checa</i>				
Relação 1	-16.3353	1.4883	0.4394	1.0000
Relação 2	-0.8169	0.5116	-0.9032	1.0000
Relação 3	-1.4143	-0.0587	-0.1332	1.0000

Tabela VIII - Estimativas dos coeficientes de *feedback*

	Relação 1	Relação 2	Relação 3
Alemanha	-0.0150	-0.0456	-0.0961
Hungria	0.0420	-0.0030	-0.1667
Polónia	0.0832	-0.0451	-0.0800
República Checa	0.0008	-0.0177	-0.0830

Tabela IX - Análise de previsão (EMAP e REQM)

		VEC (4 Economias)	VEC (3 Economias)	Passeio Aleatório
<i>Hungria, r_h</i>				
	EMAP			
	6 Meses	0.9006	1.7532	1.5865
	12 Meses	0.5702	2.0840	0.9946
	24 Meses	0.8360	2.0455	1.4468
	REQM			
	6 Meses	0.0237	1.5534	1.4243
	12 Meses	0.0164	2.0004	0.9778
	24 Meses	0.0226	1.9563	1.3374
<i>Polónia, r_p</i>				
	EMAP			
	6 Meses	2.1639	1.0274	3.8121
	12 Meses	1.9418	1.0594	0.4042
	24 Meses	2.0760	1.0570	0.4213
	REQM			
	6 Meses	0.0152	1.0185	0.9300
	12 Meses	0.0143	1.0813	0.8686
	24 Meses	0.0139	1.0433	0.8328
<i>República Checa, r_c</i>				
	EMAP			
	6 Meses	1.6088	1.6032	1.9318
	12 Meses	1.3721	2.7407	1.6335
	24 Meses	2.7284	2.1820	3.2213
	REQM			
	6 Meses	0.0227	1.4679	1.5189
	12 Meses	0.0210	2.4736	1.3996
	24 Meses	0.0409	2.2406	2.4501

7.3. Anexo C – Código

Nesta secção efetuou uma breve explicação sobre os ficheiros R. A análise empírica organiza-se em quatro ficheiros distintos, partilhados no GitHub e disponíveis para *download* através do link <https://github.com/CristinaFidalgo/PPCEconometricsStudies>. Os *packages* de R utilizados nos processos de extração, tratamento e análise são os seguintes:

Package	Versão	Grupo	Finalidade
tis	1.38		-
xts	0.12-0	Tratamento e configuração de séries temporais	-
zoo	1.8-7		-
Hmisc	4.4-1		-
reshape2	1.4.4		-
stats	3.6.2		-
imfr	0.1.7		Extração de dados
BIS	0.2.1	<i>Download</i> dos dados da API do BIS	
ggplot2	3.3.0		-
lubridate	1.7.8		-
dplyr	0.8.5	Análise e inspeção gráfica	-
dygraphs	1.1.1.6		-
plyr	1.8.6		-
gridExtra	2.3		-
urca	1.3-0	Análise multivariada de séries temporais	Raízes unitárias e cointegração
vars	1.5-3		Modelação VAR
tsDyn	10-1.2		Séries temporais não-lineares
forecast	8.12	Previsão	Funções e modelos lineares de previsão

Em seguida, apresento cada um dos ficheiros executáveis.

7.3.1. Extração e tratamento dos dados

No ficheiro *prepare data*, faz-se *download* dos dados de preços do FMI e das taxas de câmbio nominais bilaterais do BIS, utilizando, para tal, as funções definidas nos respetivos *packages*, *imfr* e *BIS*. Em seguida, efetuam-se as devidas operações aritméticas, por forma a obter as séries das taxas de câmbio reais bilaterais para cada economia, conforme descrito em (5) e (6), e define-se o período temporal em análise. Por fim, criam-se as séries em níveis e em primeiras diferenças. O processo de *download* e tratamento dos dados encontra-se em baixo.

```

# Download data from IMF – CPI
CPIDataBase <- imf_data(database_id = 'IFS', indicator = 'PCPI_IX', country = c('CZ', 'HU', 'PL', 'DE', 'US'), start =
startYear, end = EndYear, freq = 'M')
CPIDataBase = dcast(CPIDataBase, year_month ~ iso2c, value.var="PCPI_IX", fun.aggregate=sum)
# Download data from BIS - Rates
BISDataBase <- get_bis("https://www.bis.org/statistics/full_webstats_xru_current_dataflow_csv.zip")
BISDataBase2 = BISDataBase[BISDataBase$ref_area %in% c("CZ", "HU", "PL", "DE"), ]
BISDataBase2 = BISDataBase2[BISDataBase2$collection %in% c("E"), ]
BISDataBase2 = BISDataBase2[BISDataBase2$freq %in% c("M"), ]
BISDataBase3 = BISDataBase2[BISDataBase2$date >= "1993-01", ]
BISDataBase4 = BISDataBase3[BISDataBase3$date <= "2019-12", ]
BISDataBase <- NULL
BISDataBase2 <- NULL
BISDataBase3 <- NULL
BISDataBase = BISDataBase4
BISDataBase4 <- NULL
BISDataBase = dcast(BISDataBase, date ~ reference_area, value.var="obs_value", fun.aggregate=sum)
# Apply data transformations in order to obtain final data
BISDataBaseBackup = BISDataBase
BISDataBase[-(1:1)] <- log10(BISDataBase[-(1:1)])
BISDataBaseFirstOperation = BISDataBase
BISDataBase = BISDataBaseBackup
BISDataBaseBackup = NULL
names(BISDataBaseFirstOperation)[names(BISDataBaseFirstOperation) == "Czech Republic"] <- "CZ"
names(BISDataBaseFirstOperation)[names(BISDataBaseFirstOperation) == "Germany"] <- "DE"
names(BISDataBaseFirstOperation)[names(BISDataBaseFirstOperation) == "Hungary"] <- "HU"
names(BISDataBaseFirstOperation)[names(BISDataBaseFirstOperation) == "Poland"] <- "PL"
names(BISDataBaseFirstOperation)[names(BISDataBaseFirstOperation) == "date"] <- "year_month"
CPIDataBaseBackup = CPIDataBase
CPIDataBase[-(1:1)] <- log10(CPIDataBase[-(1:1)]) - log10(CPIDataBase['US'][row(CPIDataBase[-(1:1)])])
CPIDataBaseFirstOperation = CPIDataBase
CPIDataBase = CPIDataBaseBackup
CPIDataBaseBackup = NULL
df12 <- left_join(CPIDataBaseFirstOperation, BISDataBaseFirstOperation, by = 'year_month')

```

7.3.1. Análise univariada

Uma vez definidas as séries temporais, cria-se, no ficheiro *univariate analysis*, um gráfico de linhas para cada série, assim como uma função de autocorrelação, tanto para as séries em níveis como para as séries em primeiras diferenças. Em seguida, obtém-se a matriz de correlação e as estatísticas sumário para cada série. Finalmente, para inferir acerca da dependência e estacionaridade de cada série, efetuam-se testes de raiz unitária (testes ADF e testes DF-GLS).

7.3.2. Análise multivariada (I)

Garantindo a não estacionaridade individual das séries em análise, efetua-se, no ficheiro *multivariate analysis*, uma análise multivariada com recurso à modelação VAR/VEC. Assim, neste ficheiro efetua-se a estimação e análise de especificação e uma análise de cointegração, seguindo a metodologia de Johansen. Confirmada(s) a(s) relação(ões) de cointegração, efetua-se a estimação do modelo VEC e um teste de restrições sobre a matriz de cointegração.

7.3.3. Análise multivariada (II)

Finalmente, no ficheiro *forecast causality* faz-se uma comparação da capacidade preditiva do modelo anteriormente estimado, um modelo VEC a 4 variáveis (com a economia da Alemanha), com a de um modelo VEC a 3 variáveis (sem economia da Alemanha) e de um passeio aleatório, assim como uma análise de causalidade à Granger.