

# **MESTRADO**

## **MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

### **TRABALHO FINAL DE MESTRADO**

#### **TRABALHO DE PROJETO**

#### **DISTRIBUIÇÃO DE PRODUTOS AGRÍCOLAS NA EMPRESA ALFACE DO CAMPO**

**NÁDIA MORAIS VIEIRA**

**OUTUBRO – 2019**

# **MESTRADO**

## **MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

### **TRABALHO FINAL DE MESTRADO**

#### **TRABALHO DE PROJETO**

#### **DISTRIBUIÇÃO DE PRODUTOS AGRÍCOLAS NA EMPRESA ALFACE DO CAMPO**

**NÁDIA MORAIS VIEIRA**

#### **ORIENTAÇÃO:**

**PROFESSORA DOUTORA MARIA MARGARIDA DE  
OLIVEIRA MOZ CARRAPA**

**OUTUBRO – 2019**

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero agradecer à minha orientadora Dr.<sup>a</sup> Margarida Moz Carrapa pela paciência que demonstrou e por todo o suporte e orientação dados apesar de todas as dificuldades sentidas na concretização deste trabalho. Foi um caminho atribulado com alguns constrangimentos que não permitiram uma realização calma deste TFM (trabalho final de mestrado). Por tudo isto e por todo o conhecimento que me proporcionou durante o curso de mestrado, os meus sinceros agradecimentos.

Quero também agradecer à minha entidade empregadora, BNP Paribas SA. a compreensão para que pudesse abdicar de dias de trabalho por forma a dedicar-me inteiramente à realização deste projeto.

Agradeço também à empresa Alface do Campo por toda a informação e esclarecimentos que lhes foi possível fornecer.

Agradeço também à minha família e principalmente aos meus pais e noivo que não me deixaram esquecer da importância de terminar o meu mestrado e que me deram força para não desistir apesar das dificuldades sentidas. Aos meus pais quero dar-lhes o meu muito obrigado por me terem proporcionado condições para me formar academicamente e por ter sido possível realizar este mestrado. A todos um sincero e caloroso obrigado!

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo determinar as rotas de distribuição de produtos alimentares da empresa Alface do Campo que minimizem os custos de transporte destes produtos por parte da mesma. Atualmente, a distribuição dos produtos é feita para que todos os clientes recebam as suas mercadorias na totalidade, independentemente do veículo utilizado e dos custos associados à deslocação. Por este motivo, não é possível identificar claramente quais os custos atuais da empresa associados ao transporte pois as procuras podem variar de dia para dia e, por isso, pode variar também o veículo que abastece cada cliente.

Propõe-se, numa primeira fase, duas heurísticas construtivas para determinar uma solução admissível inicial para o problema dadas as restrições a respeitar (nomeadamente das procuras e capacidades dos veículos). Numa segunda fase, são realizadas tentativas para melhorar as soluções inicialmente encontradas.

Para a construção das soluções iniciais são utilizados dois métodos heurísticos, um especificamente criado para o problema em questão e um outro adaptado da heurística GRASP. De seguida, são comparados os resultados dos dois métodos num conjunto de instâncias por forma a perceber as diferenças das soluções finais encontradas.

De seguida, aplicando a heurística melhorativa é possível estudar a vizinhança das soluções construídas para as instâncias identificadas.

Finalmente são realizadas simulações na ferramenta VRP *Spreadsheet Solver* de modo a comparar as diferentes soluções encontradas.

Estes métodos poderão vir a ser o suporte de uma ferramenta que permita à empresa Alface do Campo identificar as rotas que podem ser realizadas.

**Palavras-chave:** Heurísticas, Metaheurística, Minimização de custos, Rotas

## Abstract

The purpose of this work is to determine Alface do Campo food products distribution routes in order to minimize transportation costs. Currently, the product's distribution is performed in a way that every clients receive their requested products independently of the vehicle the company uses and independently of the costs associated to the displacement. For this reason, it is not possible to identify clearly the actual transportation costs incurred by the company because demands can differ every day as well as the vehicle that will supply each client.

At a first stage, two heuristics to construct the initial solutions are proposed. These methods aim at creating feasible initial solutions given all the constraints to be respected (namely demands and vehicles' capacities). In a second stage some attempts are performed in order to improve the initial solutions found.

Two heuristic methods are implemented to identify the initial solutions, one specifically designed for the problem to be solved and another one adapted from the GRASP heuristic. At last, these two methods are compared in order to understand the differences between them accordingly to the solutions found.

Then, by applying a heuristic to improve the solutions initially found, it is possible to study the neighborhood of these solutions for the instances identified.

Finally some simulations are performed in VRP tool to compare the different solutions found.

These methods can be used by Alface do Campo company as a tool to identify the routes that can be done in a daily basis.

**Keywords:** Heuristics, Metaheuristics, Costs minimization, Routes

# Conteúdo

<b>Agradecimentos</b> .....	i
<b>Resumo</b> .....	ii
<b>Abstract</b> .....	iii
<b>Lista de Abreviaturas</b> .....	viii
<b>1. Introdução</b> .....	1
<b>2. Revisão da Literatura</b> .....	2
<b>3. A Empresa</b> .....	6
<b>4. Estudo de Caso</b> .....	7
<b>5. Metodologia e Dados</b> .....	9
<b>5.1. Dados</b> .....	10
<b>5.2. Metodologias</b> .....	17
<b>6. Resultados</b> .....	25
<b>6.1 Resultados para a 1ª instância</b> .....	25
<b>6.2 Resultados para a 2ª instância</b> .....	30
<b>7. Conclusão</b> .....	36
<b>8. Referências Bibliográficas</b> .....	37
<b>9. Anexos – Aplicação dos algoritmos</b> .....	39
<b>Anexo 1 – Algoritmo da Heurística Construtiva 1 (1ª instância)</b> .....	39
<b>Anexo 2 – Algoritmo da Heurística Construtiva 2 (1ª instância)</b> .....	42
<b>Anexo 3 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 1 (1ª instância)</b> .....	45
<b>Anexo 4 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 2 (1ª instância)</b> .....	46
<b>Anexo 5 – Algoritmo da Heurística Construtiva 1 (2ª instância)</b> .....	47
<b>Anexo 6 – Algoritmo da Heurística Construtiva 2 (2ª instância)</b> .....	50
<b>Anexo 7 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 1 (2ª instância)</b> .....	54
<b>Anexo 8 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 2 (2ª instância)</b> .....	55
<b>Anexo 9 – VRP Spreadsheet Solver (1ª instância)</b> .....	57
<b>Anexo 10 – VRP Spreadsheet Solver (2ª instância)</b> .....	57

## Lista de Figuras

Figura 1 - Representação de <i>Supply Chain Management</i> (fonte: baseado em Basics of Supply Chain Management (Bandyopadhyay, 2015))	3
Figura 2 - Níveis de decisão logística (fonte: adaptado de Gunther, Tempelmeier (2012))	4
Figura 3 - Ilustração do tipo de rota utilizada pela empresa Alface do Campo	9
Figura 4 - Rotas resultantes da aplicação da Heurística Construtiva 1 (1ª instância)	26
Figura 5 - Rotas resultantes da heurística construtiva 2 (1ª instância)	27
Figura 6 - Rotas resultantes da heurística melhorativa com solução inicial da heurística construtiva 1 (1ª instância)	28
Figura 7 - Rotas resultantes da aplicação da heurística melhorativa com solução inicial da heurística construtiva 2 (1ª instância)	29
Figura 8. Rotas resultantes da aplicação em VRP Spreadsheet Solver (1ª instância)	30
Figura 9 - Rotas resultantes da heurística construtiva 1 (2ª instância)	31
Figura 10 - Rotas resultantes da heurística construtiva 2 (2ª instância)	32
Figura 11 - Rotas resultantes da heurística melhorativa com solução inicial da heurística construtiva 1 (2ª instância)	33
Figura 12 - Rotas resultantes da heurística melhorativa com solução inicial da heurística construtiva 2 (2ª instância)	34
Figura 13. Rotas resultantes da aplicação em VRP Spreadsheet Solver (2ª instância)	35

## Lista de Tabelas

Tabela I - Capacidade máxima (em Kg) de uma palete por tipo de produto	10
Tabela II. Custo de transporte da origem aos clientes (em €)	10
Tabela III - Distâncias de condução (em Km) entre locais	11
Tabela IV - Custos de transporte (em Euros) de cada veículo desde Loures a cada cliente	11
Tabela V - Custos de deslocação (em Euros) do veículo 74-HC-65	12
Tabela VI - Custos de deslocação (em Euros) do veículo 17-NO-50	12
Tabela VII - Custos de deslocação (em Euros) do veículo 33-PP-75	12
Tabela VIII. Custos de deslocação por quilómetro (em Euros) do veículo 74-HC-65	13
Tabela IX. Custos de deslocação por quilómetro (em Euros) do veículo 17-NO-50	13
Tabela X. Custos de deslocação por quilómetro (em Euros) do veículo 33-PP-75	13
Tabela XI. Custo médio de deslocação por quilómetro (em €) de cada veículo	14
Tabela XII. Latitude e Longitude para casa local (incluindo a origem)	14
Tabela XIII - Procura mensal (em Kg) de cada cliente (1ª instância)	14
Tabela XIV - Procura diária (em Kg) de cada cliente (1ª instância)	15
Tabela XV - Procura de cada cliente em n.º de paletes (1ª instância)	15
Tabela XVI - Procura mensal (em Kg) de cada cliente (2ª instância)	16
Tabela XVII - Procura diária (em Kg) de cada cliente (2ª instância)	16
Tabela XVIII - Procura de cada cliente em n.º de paletes (2ª instância)	16
Tabela XIX - Notação Heurística Construtiva 1	17
Tabela XX - Notação adicional para a Heurística Construtiva 2	20
Tabela XXI - Quantidades transportadas por cada veículo a cada	



cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 1, 1ª instância)	28
Tabela XXII - Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 2, 1ª instância)	29
Tabela XXIII - Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 1, 2ª instância)	32
Tabela XXIV - Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 2, 2ª instância)	33

## Lista de Abreviaturas

FSC - Food Supply Chain

GRASP - Greedy Randomized Adaptative Search Procedure

IO - Investigação Operacional

LRC - Lista Restrita de Candidatos

SA - Simulating Annealing

SMC - Supply Chain Management

VRP – Vehicle Routing Problem

## 1. Introdução

O objetivo deste trabalho passa por melhorar a rede de distribuição de produtos agrícolas por parte de uma empresa chamada “Alface do Campo, Produção Hortícola Lda.”, utilizando métodos adquiridos na parte letiva do Mestrado de Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial frequentado no ano letivo 2017/2018.

Certo é que a indústria agroalimentar, durante a maior parte da sua existência, não deu a devida importância ao processo de *Supply Chain Management*, que diz respeito à gestão de atividades associadas ao fluxo e transformação de bens desde a matéria-prima até ao consumidor final, juntamente com a gestão da informação. Apenas há alguns anos, alguns setores e empresas começaram a incluir este tipo de gestão no seu negócio. No entanto, existem ainda pequenas empresas que não estão familiarizadas com este tipo de gestão ou porque são de facto muito pequenas e familiares que servem apenas clientes locais por si também pequenos ou porque não têm o conhecimento necessário para saber da existência de modelos que podem melhorar os seus processos e que ajudam na tomada de decisão.

A empresa Alface do Campo apresenta uma estrutura definida tanto para a produção dos seus produtos, tendo em conta a área de terreno que detém, como para a distribuição dos mesmos aos seus clientes habituais. A técnica de produção e distribuição utilizada pela empresa, de momento, não é resultado de um estudo prévio de forma a melhorar todo o processo mas sim do que os seus representantes pensam ser o mais adequado. Este estudo irá permitir investigar qual a opção de distribuição mais adequada por forma a propor soluções de boa qualidade no que respeita aos custos de transporte. Deste modo, este trabalho é focado numa das partes fundamentais do processo de *Food Supply Chain* (FSC), a distribuição.

Na próxima secção procede-se a uma sucinta revisão de literatura relacionada com este tipo de problemas. Na secção 3, é apresentada a empresa e na secção 4 é identificada a metodologia usada atualmente pela empresa Alface do Campo.

A secção 5 descreve a metodologia aplicada e identifica os dados que são objeto de estudo neste trabalho. Na secção 6 são apresentados os resultados das metodologias identificadas na secção anterior. Finalmente, na secção 7 são apresentadas algumas conclusões do caso em estudo.

## 2. Revisão da Literatura

Nos últimos anos a indústria da fruta fresca tem crescido significativamente devido ao aumento da procura por parte dos consumidores que, cada vez mais, se preocupam em fazer dietas saudáveis. Este facto não se aplica apenas a este tipo de alimentos, os vegetais fazem igualmente parte desta forma de vida saudável. Para além disto, e como mencionado por Shukla & Jharkharia (2013), os consumidores dos produtos agrícolas querem ter mais informação não só relativamente à disponibilização dos produtos nos supermercados mas também do seu cultivo, processamento, distribuição, transporte, etc. Apesar dos vegetais serem um pouco diferentes das frutas, pois estas não necessitam de ser cozinhadas, os vegetais têm um tempo de consumo mais alargado o que permite que não haja uma grande limitação quanto ao tempo que estes alimentos devem ser armazenados e distribuídos. Pelo menos não como no caso das frutas.

De acordo com uma notícia publicada em Abril de 2019<sup>1</sup>, “Portugal é o segundo país da União Europeia (UE) onde a população mais come fruta diariamente, ocupando também o quarto lugar quanto ao consumo diário de legumes, acima da média comunitária” e, relativamente ao consumo de legumes, 78% da população portuguesa inclui estes alimentos na sua alimentação diária.

Considerando os fatores que influenciam o aumento do consumo por parte dos consumidores é necessário também acompanhar este aumento por parte dos produtores. Todo o processo envolvido deve ser estudado por forma a garantir que a entidade produtora gere bem os seus recursos e aplica o melhor processo

---

<sup>1</sup> Fonte: dnoticias.pt (<https://www.dnoticias.pt/pais/portugal-e-o-segundo-pais-da-ue-que-come-mais-fruta-e-o-quarto-no-consumo-de-legumes-HL4580845>).

de produção e distribuição com o objetivo de aumentar os seus lucros diminuindo os seus custos. Como dizem Mula et al. (2010) existe a necessidade de utilizar modelos de otimização e ferramentas para os processos de produção e transporte.

*Supply Chain Management* (SCM) de acordo com Bandyopadhyay (2015) é tudo o que esteja ligado à gestão de atividades associadas ao fluxo e transformação de bens desde a matéria-prima até ao consumidor final, juntamente com a gestão da informação. Na Figura 1 está representado de uma forma sintética o fluxo inerente ao SCM.

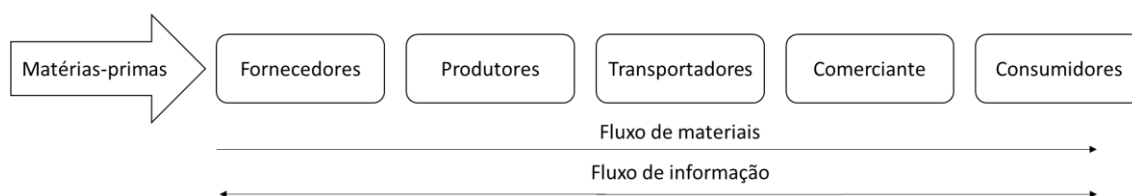


Figura 1. Representação de *Supply Chain Management* (fonte: baseado em Bandyopadhyay, 2015)

Como Chopra e Meindl (2014) abordam no seu livro, as empresas devem tomar, em vários momentos, decisões tanto a nível estratégico, como tático e operacional. Decisões a nível estratégico são decisões a longo prazo que incluem um grande investimento (por exemplo, configuração da rede logística). A nível tático surgem decisões de médio prazo, decisões essas que apesar de estarem interligadas com as decisões estratégicas, têm mais a ver com o planeamento de produção e distribuição. As decisões operacionais, relacionadas mais com os planos de trabalho dos trabalhadores e do uso dos recursos materiais, por exemplo, são decisões de curto prazo. Como é visível na Figura 2, todos estes níveis de decisão estão dependentes uns dos outros.

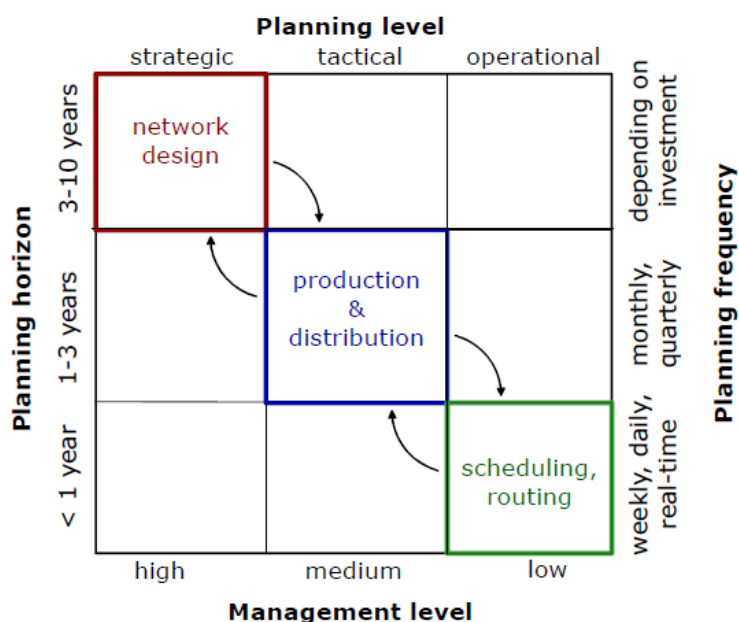


Figura 2. Níveis de decisão logística (fonte: adaptado de Gunther & Tempelmeier (2012))

Como citado por Rushton et al. (2014), durante os últimos anos, os principais componentes da logística como a distribuição, por exemplo, têm sido elementos fundamentais no ciclo económico e industrial. Mas a distribuição e logística não incluem meramente o transporte dos bens de um ponto para outro. A forma de o fazer é também importante e uma peça do puzzle de toda a cadeia de *Supply Management*.

Muitos autores realizam estudos por forma a adotar os melhores modelos de resolução de problemas de transporte tais como modelos de Investigação Operacional (IO), como por exemplo, programação linear/ não linear e/ou inteira. No entanto, dependendo da dimensão dos problemas, por vezes com a aplicação destes modelos não é possível atingir uma solução ótima em tempo considerado adequado. Tal como Hillier & Lieberman (2015) mencionam, os métodos heurísticos são frequentemente usados por forma a obter uma solução de boa qualidade. Esta solução pode, no entanto, não ser a ótima mas pode aproximar-se dela. Os métodos heurísticos mais simples são, por exemplo, as heurísticas construtivas e as heurísticas melhorativas. As heurísticas construtivas são procedimentos que, em cada iteração, acrescentam um

elemento a uma solução parcial até obter uma solução admissível para o problema. As heurísticas melhorativas partem de uma solução admissível inicial e em cada iteração, procuram numa vizinhança dessa solução uma solução admissível que não seja de pior qualidade. Para desenhar uma heurística melhorativa é necessário definir: 1) uma vizinhança de uma solução; 2) uma estratégia de pesquisa na vizinhança definida; 3) um critério de paragem. Como mencionado por Ochoa et al. (2012), a estratégia *de First-Improvement* diferencia-se da estratégia *Best-Improvement* na medida em que a última explora toda a vizinhança de uma solução e só aceita um movimento desta para a melhor solução na vizinhança. Na estratégia *First-Improvement*, explora-se a vizinhança e aceita-se um movimento assim que se encontra uma solução melhor na vizinhança. Outros métodos de resolução são as metaheurísticas, estratégias de resolução aproximada que conduzem métodos subordinados (por exemplo, construtivos ou melhorativos) na pesquisa por melhores soluções. Exemplos de metaheurísticas mais abordadas na literatura são a *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), Pesquisa Tabu (Tabu Search) e *Simulating Annealing* (SA).

Como mencionado por Nikolaev e Jacobson (2010), a metaheurística SA é um mecanismo que tenta escapar ao ótimo local permitindo movimentos que piorem o valor da função objetivo com o intuito de chegar a um ótimo global. No mesmo livro, Gendreau e Potvin (2010) defendem que a Pesquisa Tabu é uma estratégia para guiar e controlar a pesquisa local. Em cada iteração, faz um movimento de uma solução corrente para outra na sua vizinhança. Este método utiliza uma memória designada por lista tabu onde são registados os movimentos mais recentes da pesquisa tentando evitar que se analisem soluções anteriormente analisadas, como pode acontecer no SA. Este método aceita movimentos não melhorativos. Resende e Ribeiro (2010), no mesmo livro, descrevem o modelo GRASP como uma metaheurística para problemas de otimização combinatória. Na GRASP, cada iteração consiste em duas fases: construtiva e de pesquisa local.

Neste trabalho, para além da criação de uma nova heurística construtiva, irá ser implementada uma heurística construtiva baseada na heurística GRASP. De

acordo com Resende e Ribeiro (2010), esta heurística tem dois parâmetros principais: um relacionado com o critério de paragem e outro com a qualidade dos elementos da lista restrita de candidatos (LRC). A lista pode ser limitada tanto pelo número de elementos (critério da cardinalidade) como pela qualidade dos elementos (critério da qualidade). No critério da cardinalidade fixa-se um inteiro  $p$  e os  $p$  candidatos melhor posicionados em  $C$  (conjunto de candidatos a fazer parte da solução) transitam para LRC. No critério da qualidade, LRC só contém os elementos de  $C$  com valor inferior ou igual a  $c_{\min} + \alpha (c_{\max} - c_{\min})$ , onde  $c_{\min}$  e  $c_{\max}$  é o menor e maior custo respetivamente, identificados em  $C$ . O custo incremental ( $c_{\min} + \alpha (c_{\max} - c_{\min})$ ) de incluir os elementos de  $C$  na solução é avaliado segundo uma função *greedy*.

A heurística utiliza também um parâmetro  $\alpha$  ( $\alpha \in [0, 1]$ ) que identifica o grau de aleatoriedade para a construção da solução. No caso em que  $\alpha = 0$  corresponde a uma heurística construtiva *greedy* pura e, para  $\alpha = 1$ , é o equivalente a uma construtiva aleatória. No que diz respeito a heurísticas melhorativas de pesquisa local, é necessário definir a estratégia de vizinhança a ser utilizada e a estratégia de pesquisa na vizinhança.

Para além da utilização das heurísticas, tal como mencionado por Erdogan (2017), existem muitos softwares de resolução de problemas logísticos nomeadamente problemas de determinação de rotas de veículos (*Vehicle Routing Problem - VRP*). O *VRP Spreadsheet Solver* integra funções de consulta num serviço web que permite obter distâncias, tempos de condução, mapas, etc. constituindo uma boa ferramenta para determinar rotas de veículos em pequenas e médias empresas, como refere Erdogan (2017), sendo também utilizado.

### 3. A Empresa

A empresa Alface do Campo foi criada há quase sete décadas. É um negócio familiar que foi crescendo ao longo dos anos e que tem como missão o aperfeiçoamento e crescimento das três faces fundamentais do negócio: a



empresa, o produto e o consumidor. Apostando sempre na formação dos seus colaboradores e na eficácia do trabalho, a Alface do Campo tem a visão de ser uma referência no mercado hortícola.

Atualmente a empresa detém vinte hectares de terreno ao ar livre e três hectares de estufa para assegurarem toda a produção necessária durante todo o ano com grande qualidade e frescura. Todo o terreno disponível para cultivo assim como a sede da própria empresa estão situados na localidade de Loures.

Em 2010, após vários investimentos, a empresa começou a fornecer grandes superfícies. Em 2017, a empresa atingiu os seus maiores valores de produção (cerca de 4 milhões de quilogramas), o que deu origem a novas oportunidades: “Crescemos, aumentámos a área de produção, fizemos novos investimentos e agora o próximo passo é apostar em novos projetos”, afirma o proprietário da empresa em entrevista para a Revista Business Portugal em Fevereiro 2018<sup>2</sup>.

Apesar do seu nome, a empresa Alface do Campo disponibiliza uma gama de produtos para além da alface tais como curgetes, beringelas, pepinos, pimento verde, couve portuguesa e couve coração.

A empresa conta com cerca de quarenta colaboradores a tempo inteiro para o processo de produção e distribuição para clientes que são grandes nomes do mercado.

Os valores pelos quais a empresa se rege são: trabalho, dedicação e humildade.

## 4. Estudo de Caso

Para a produção e distribuição dos seus produtos, a empresa Alface do Campo não utiliza nenhum software que permita estudar a maneira de melhorar o seu processo como um todo. Por exemplo, as decisões das quantidades a produzir têm a ver com as quantidades vendidas no passado e a distribuição dos seus produtos aos diferentes clientes é feita da maneira que, na empresa, se julgue

---

<sup>2</sup> Excerto retirado da entrevista realizada e publicada em “Revista Business Portugal” (<http://revistabusinessportugal.pt/alface-do-campo-um-compromisso-de-qualidade/>).

mais conveniente no momento. A empresa produz diferentes tipos de produtos tais como alfaces, curgetes, beringelas, pepinos, pimentos verdes, couve portuguesa e couve coração. Para a produção destes alimentos, a empresa dispõe de dois locais de cultivo. Um em Guerreiros e outro em A-dos-Cães perfazendo um total de 23 hectares disponíveis para produção sem que esteja estabelecido um local específico para a produção de cada alimento (é rotativo). Para a distribuição dos produtos aos seus clientes, a empresa tem ao seu dispor três funcionários. Para transportar as suas mercadorias para os clientes, tem três camiões com refrigeração, sendo diferenciados apenas pela sua capacidade de transporte. Um dos camiões tem capacidade para transportar 15 paletes, o segundo transporta no máximo 21 e o terceiro 33 paletes. A capacidade de cada palete está condicionada pelo tipo de produtos a transportar e cada palete, em cada momento, leva apenas um tipo de produto.

A empresa Alface do Campo tem como clientes finais o Pingo Doce da Azambuja e o supermercado DIA em Alverca e Torres Novas.

O transporte das mercadorias aos clientes é feito diariamente durante 22 dias por mês e todos os clientes recebem todo o tipo de produtos produzidos pela empresa. Por norma, e se a procura dos clientes assim o permitir, a Alface do Campo abastece os clientes em Alverca e Torres Novas na parte da manhã e o cliente da Azambuja na parte da tarde. O veículo utilizado é o que for mais conveniente no momento dada a procura de cada cliente (que pode variar de dia para dia).

A Figura 3 ilustra a informação anteriormente referida:

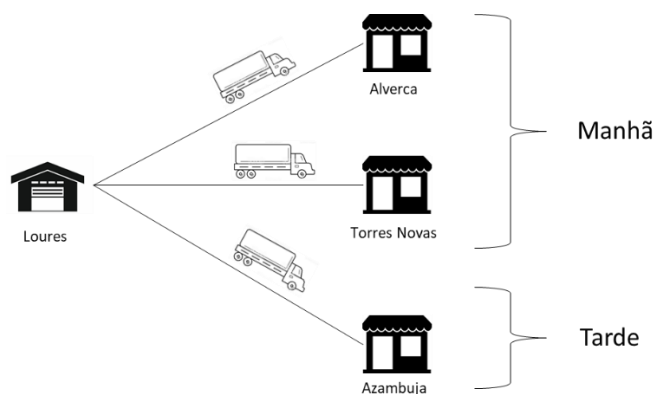


Figura 3. Ilustração do tipo de rota utilizada pela empresa Alface do Campo

O problema a ser estudado tem como objetivo identificar a melhor rota que cada veículo deve realizar, por forma a satisfazer a procura diária dos clientes nos três locais, que minimize os custos totais de transporte para a empresa. Deste modo, a Alface do Campo poderá usufruir das metodologias aqui estudadas por forma a aplicá-las, sempre que necessário, no seu dia-a-dia.

## 5. Metodologia e Dados

Na metodologia utilizada foi feito um levantamento de dados na empresa. Dado que é uma empresa pequena e familiar, não existe uma base de dados monitorizada onde são registados todos os dados associados ao negócio. Este facto provocou algumas dificuldades na concretização deste trabalho devido às seguintes situações: a informação requisitada à empresa foi fornecida sempre com um grande atraso e com algumas incoerências, foi sempre necessário tirar algumas dúvidas quanto aos valores fornecidos porque não eram bem definidos, por exemplo, a procura de cada cliente por produto não especificava se era um valor anual ou mensal. Devido a todas estas dificuldades, é necessário identificar, ao longo deste capítulo, os dados obtidos direta e indiretamente da empresa.

## 5.1. Dados

Dado o problema em estudo, e o facto da capacidade de cada camião ser medida em número de paletes e, por cada palete apenas se poder transportar um único tipo de produto, é necessário calcular o número de paletes a transportar para cada cliente da empresa Alface do Campo. A Tabela I identifica a capacidade máxima que cada palete pode suportar por tipo de vegetal.

Produto	Capacidade de cada palete (Kg)
Alface	160
Curgete	490
Beringela	440
Couve coração	420
Couve portuguesa	240
Pepino	520
Pimento Verde	440

Tabela I. Capacidade máxima (em Kg) de uma palete por tipo de produto

Definida a procura de cada cliente e assumindo que toda a produção da empresa Alface do Campo é suficiente para a satisfazer na totalidade é necessário identificar os custos associados à distribuição. Deste modo, e como fornecido pela empresa, o custo de transportar as mercadorias (combustível e portagens, ida e volta) dependem da rota realizada por cada camião e da sua capacidade, como se indica na Tabela II.

	74-HC-65 (15 paletes)	17-NO-50 (21 paletes)	33-PP-75 (33 paletes)
Loures - Torres Novas	122,80 €	124,10 €	134,80 €
Loures - Azambuja	48,10 €	48,10 €	52,10 €
Loures - Alverca	8,70 €	8,70 €	8,70 €

Tabela II. Custo de transporte da origem aos clientes (em €)

Após a identificação da melhor forma de realizar a distribuição, fica à responsabilidade da empresa garantir que os produtos solicitados por cada

cliente são entregues mesmo que este seja abastecido por mais do que um veículo.

Sendo o objetivo deste trabalho minimizar os custos de transporte das mercadorias, é necessária informação relativa aos custos de deslocação mesmo entre clientes. Como mencionado anteriormente, a empresa apenas detém informação relativa aos custos entre a origem (Loures) e os clientes (Alverca, Azambuja e Torres Novas). Neste caso, e visto que não foi possível de modo algum apurar informação sobre os custos de deslocação entre cada cliente, procedeu-se da seguinte forma:

- Foi pesquisada a distância entre cada um dos quatro locais em estudo<sup>3</sup> originando os valores na Tabela III.

	<b>Loures</b>	<b>Torres Novas</b>	<b>Azambuja</b>	<b>Alverca</b>
<b>Loures</b>	-	110 Km	46 Km	20 Km
<b>Torres Novas</b>	110 Km	-	67 Km	91 Km
<b>Azambuja</b>	46 Km	67 Km	-	28 Km
<b>Alverca</b>	20 Km	91 Km	28 Km	-

Tabela III. Distâncias de condução (em Km) entre locais

- Utilizando o programa Excel, foi construída uma tabela inicial, associando cada distância entre Loures e cada cliente (só ida) à informação do custo proveniente da empresa. Estes valores são apresentados na Tabela IV.

	74-HC-65 (15 paletes)	17-NO-50 (21 paletes)	33-PP-75 (33 paletes)
Loures - Alverca	4,35	4,35	4,35
Loures - Azambuja	24,05	24,05	26,05
Loures - Torres Novas	61,4	62,05	67,4

Tabela IV. Custos de transporte (em Euros) de cada veículo desde Loures a cada cliente

<sup>3</sup> Fonte: <http://pt.distanciacidades.net/>

- Utilizando a função “Tendência” do Excel (TENDÊNCIA = (valores conhecidos de y, valores conhecidos de x)), foram calculadas as restantes distâncias entre os vários clientes. Esta função devolve valores ao longo de uma tendência linear. A função faz o ajustamento a uma linha reta utilizando o método dos mínimos quadrados para valores conhecidos de uma matriz. Sendo que o valor a calcular é o custo de deslocação, os valores de x são as distâncias conhecidas e y os custos associados. Deste modo, para qualquer outra distância x para a qual se desconhece o custo y, a função devolve este valor. Como resultado, as tabelas V, VI e VII apresentam os custos respetivos para cada veículo.

<b>Custo Veículo HC (€)</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	61,4	24,05	4,35
Torres Novas	61,4	-	35,135	50,12
Azambuja	24,05	35,135	-	10,785
Alverca	4,35	50,12	10,785	-

Tabela V. Custos de deslocação (em Euros) do veículo 74-HC-65

<b>Custo Veículo NO (€)</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	62,05	24,05	4,35
Torres Novas	62,05	-	36,16	52,4
Azambuja	24,05	36,16	-	10,785
Alverca	4,35	52,4	10,785	-

Tabela VI. Custos de deslocação (em Euros) do veículo 17-NO-50

<b>Custo Veículo PP (€)</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	67,4	26,05	4,35
Torres Novas	67,4	-	38,35	54,92
Azambuja	26,05	38,35	-	11,43
Alverca	4,35	54,92	11,43	-

Tabela VII. Custos de deslocação (em Euros) do veículo 33-PP-75

Por forma a utilizar o programa VRP *Spreadsheet Solver* e visto que não existem custos fixos identificados neste problema, é necessário calcular o custo de deslocação por unidade de medida (quilómetro). Tendo em consideração que o mesmo veículo tem um custo de deslocação por unidade de distância diferente dependendo do local para onde se dirige, as tabelas VIII, IX e X refletem este mesmo custo.

<b>Custo Veículo HC (€)</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	0,56	0,52	0,22
Torres Novas	0,56	-	0,52	0,55
Azambuja	24,05	35,135	-	10,785
Alverca	0,22	0,55	0,39	-

Tabela VIII. Custos de deslocação por quilómetro (em Euros) do veículo 74-HC-65

<b>Custo Veículo NO (€)</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	0,56	0,52	0,22
Torres Novas	0,56	-	0,54	0,58
Azambuja	0,52	0,54	-	0,39
Alverca	0,22	0,58	0,39	-

Tabela IX. Custos de deslocação por quilómetro (em Euros) do veículo 17-NO-50

<b>Custo Veículo PP (€)</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	0,61	0,57	0,22
Torres Novas	0,61	-	0,57	0,60
Azambuja	0,57	0,57	-	0,41
Alverca	0,22	0,60	0,41	-

Tabela X. Custos de deslocação por quilómetro (em Euros) do veículo 33-PP-75

Uma vez que não é possível colocar toda esta informação de custos no VRP *Spreadsheet Solver* (pois a ferramenta não o permite), é necessário realizar uma média para todos estes custos. A média do custo de deslocamento por quilómetro é dada na tabela XI.

<b>Veículo</b>	<b>Média de custo/ Km (€)</b>
<b>HC</b>	0,46
<b>NO</b>	0,47
<b>PP</b>	0,50

Tabela XI. Custo médio de deslocação por quilómetro (em €) de cada veículo

Para o uso do VRP *Spreadsheet Solver* é também necessário incluir informação sobre latitude e longitude de todos os locais envolvidos tal como se verifica na tabela XII.

<b>Local</b>	<b>Latitude</b>	<b>Longitude</b>
<b>Loures</b>	38,843445	-9,214118
<b>Torres Novas</b>	39,477005	-8,624847
<b>Azambuja</b>	39,056947	-8,906158
<b>Alverca</b>	38,896897	-9,038087

Tabela XII. Latitude e Longitude para cada local (incluindo a origem)

Visto que a procura de cada cliente não é estática, neste trabalho irão ser utilizadas duas instâncias, identificando as procuras de cada produto em dois meses (duas instâncias) do ano selecionados aleatoriamente. Para tal, a empresa forneceu os dados inscritos nas Tabelas XIII e XVI relativos à procura mensal de cada cliente.

<b>Produto</b>	<b>1ª Instância - Procura mensal (Kg)</b>		
	<b>Torres Novas</b>	<b>Azambuja</b>	<b>Alverca</b>
Alface	26.850	20.900	17.850
Curgete	43.490	23.958	21.490
Beringela	14.376	15.999	5105
Couve coração	26.369	11.031	8670
Couve portuguesa	8421	6007	7100
Pepino	23.698	15.201	12.455
Pimento Verde	10.754	11.368	3510

Tabela XIII. Procura mensal (em Kg) de cada cliente (1ª instância)



Dado que o problema irá ter em conta a rota diária a ser realizada por camião, é necessário transformar a procura mensal em diária como indicado na Tabela XIV.

Produto	1ª Instância - Procura diária (Kg)		
	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Alface	1220	950	811
Curgete	1977	1089	977
Beringela	653	727	232
Couve coração	1199	501	394
Couve portuguesa	383	273	323
Pepino	1077	691	566
Pimento Verde	489	517	160

Tabela XIV. Procura diária (em Kg) de cada cliente (1ª instância)

De acordo com a informação das Tabelas I, XIII e XIV, a Tabela XV identifica a procura diária de cada cliente em número de paletes.

Produto	Quantidade diária por cliente em n.º de paletes		
	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Alface	8	6	6
Curgete	5	3	2
Beringela	2	2	1
Couve coração	3	2	1
Couve portuguesa	2	2	2
Pepino	3	2	2
Pimento Verde	2	2	1
<b>Total</b>	<b>25</b>	<b>19</b>	<b>15</b>

Tabela XV. Procura de cada cliente em n.º de paletes (1ª instância)

Nas tabelas XVI, XVII e XVIII apresentam-se os dados da 2ª instância.

Produto	2ª Instância - Procura mensal (Kg)		
	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Alface	26.456	22.067	25.987
Curgete	22.246	23.000	24.762
Beringela	19.872	17.415	21.243
Couve coração	17.752	15.234	19.723
Couve portuguesa	18.475	14.116	18.746
Pepino	21.632	19.036	20.536
Pimento Verde	15.572	13.423	14.576

Tabela XVI. Procura mensal (em Kg) de cada cliente (2ª instância)

Produto	2ª Instância - Procura diária (Kg)		
	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Alface	1203	1003	1181
Curgete	1011	1045	1126
Beringela	903	792	966
Couve coração	807	692	897
Couve portuguesa	840	642	852
Pepino	983	865	933
Pimento Verde	708	610	663

Tabela XVII. Procura diária (em Kg) de cada cliente (2ª instância)

Produto	Procura diária por cliente em n.º de paletes		
	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Alface	8	7	8
Curgete	3	3	3
Beringela	3	2	3
Couve coração	2	2	3
Couve portuguesa	4	3	4
Pepino	2	2	2
Pimento Verde	2	2	2
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>21</b>	<b>25</b>

Tabela XVIII. Procura de cada cliente em n.º de paletes (2ª instância)

Dada toda a informação relativa ao caso em estudo, procede-se de imediato à identificação da metodologia utilizada.

## 5.2. Metodologias

A metodologia utilizada neste trabalho para a identificação da rota de distribuição dos produtos por forma a minimizar os custos totais de transporte, passa por propor uma heurística construtiva que identifique uma solução admissível inicial e em seguida aplicar uma heurística melhorativa de pesquisa local.

Dado que não existe uma heurística para cada tipo de problema a resolver na vida real, é necessário por vezes, de acordo com os dados e com as restrições existentes, desenvolver uma heurística que se adegue ao problema. Desta forma foi inicialmente elaborada uma heurística construtiva designada por Heurística Construtiva 1 com a notação da Tabela XIX:

Notação	Descrição
$c_{ij}^k$	Custo de transporte entre os clientes/origem $i$ e $j$ usando o veículo $k$
$D$	Procura total por satisfazer
$d_j$	Procura por satisfazer do cliente $j$
$d_{jk}$	Procura do cliente $j$ satisfeita pelo veículo $k$
$k$	Veículo (1 = HC; 2 = NO; 3 = PP)
$X$	Conjunto dos clientes por servir
$q_k$	Capacidade disponível do veículo $k$
$S$	Vetor solução constituído por triplos ordenados $(i, j, k)$
$m$	Posição do triplo ordenado no vetor $S$
$z$	Valor da função objetivo numa solução

Tabela XIX. Notação Heurística Construtiva 1

A partir dos dados necessários para aplicar a Heurística Construtiva 1, dá-se a inicialização da mesma. Enquanto o conjunto de clientes não for vazio, seleciona-se aleatoriamente um cliente e identifica-se um veículo que vai servir o cliente. Calcula-se a quantidade da procura deste mesmo cliente que irá ser satisfeita pelo veículo. Sempre que a capacidade do veículo for esgotada, este deverá regressar à origem. O conjunto de clientes deve ser atualizado sempre que um cliente é totalmente satisfeito. Após um cliente ser totalmente satisfeito, se a quantidade que o veículo ainda dispõe for positiva, este pode deslocar-se a

um novo cliente (selecionado aleatoriamente), em caso contrário regressa à origem (selecionando o veículo seguinte). Sempre que é realizada uma deslocação, deve ser incluído no vetor solução um triplo ordenado com os seguintes campos (i, j, k) que significam respetivamente, o local de onde o veículo partiu, o local para onde se dirige e o veículo que está a ser utilizado.

O pseudocódigo do algoritmo descreve-se seguidamente.

### Heurística Construtiva 1

Dados:  $d_j \geq 0$ ,  $q_k$ ,  $c^{k_{ij}} \forall j \forall i \forall k$ ; D; X

Inicialização:

$z = 0$

$k = 1$

$i = O$  //origem em Loures

X

D

$m = 0$

Enquanto  $X \neq \emptyset$

Selecionar aleatoriamente o cliente  $j \in X$

Enquanto  $d_j > 0$

Se  $q_k > 0$ , então

$d_{jk} = \min\{q_k, d_j\}$

$d_j = d_j - d_{jk}$

$q_k = q_k - d_{jk}$

$D = D - d_{jk}$

$z = z + c^{k_{ij}}$

$m = m + 1$

$S[m] = [(i, j, k)]$

senão

$i = j \wedge j = O$

$z = z + c^{k_{ij}}$

$m = m + 1$

$$S[m] = [(i, j, k)]$$

$$k = k + 1$$

Se  $k > |K|$  então  $k = 1$

$$i = 0$$

(Fim Enquanto  $d_j > 0$ )

$$X = X \setminus \{j\}$$

Se  $D > 0$ , então

Se  $q_k > 0$  então  $i = j$

senão

$$i = j \wedge j = 0$$

$$z = z + c_{ij}^k$$

$$m = m + 1$$

$$S[m] = (i, j, k)$$

$$k = k + 1$$

Se  $k > |K|$  então  $k = 1$

$$i = 0$$

(Fim Se  $q_k > 0$ )

senão //se  $D = 0$  o veículo volta à origem quer  $q_k > 0$ , quer não

$$i = j \wedge j = 0$$

$$z = z + c_{ij}^k$$

$$m = m + 1$$

$$S[m] = (i, j, k)$$

(Fim Se  $D > 0$ )

(Fim Enquanto  $X \neq \emptyset$ )

Como mencionado no capítulo 2, as metaheurísticas mais abordadas na literatura são GRASP, Pesquisa Tabu e *Simulating Annealing*. Neste trabalho propõe-se outra heurística construtiva - heurística construtiva 2 – que se baseia na heurística construtiva *greedy* aleatorizada utilizada no modelo GRASP, como se verifica em seguida.

Para esta heurística, a notação utilizada é semelhante à da heurística construtiva 1, sendo apenas adicionada a da Tabela XX.

Notação	Descrição
C	Conjunto de candidatos a fazer parte de solução
e	Elemento (i, j, k) a incluir na solução
c(e)	Custo de incluir o elemento e na solução
cmin	Custo mínimo de incluir o elemento e de C
cmax	Custo máximo de incluir o elemento e de C
LRC	Lista restrita de candidatos/ vetor de triplos ordenados

Tabela XX. Notação adicional para a Heurística Construtiva 2

A partir dos dados necessários para aplicar a Heurística Construtiva 2, dá-se a inicialização da mesma. Esta heurística baseia-se na heurística construtiva 1 e, como mencionado anteriormente, na heurística GRASP. Começa-se por construir o conjunto de candidatos a selecionar (a partir da origem na inicialização da heurística ou a partir de um cliente se ainda existir capacidade no veículo utilizado). É sempre necessário identificar o custo de incluir cada elemento do conjunto de candidatos na lista restrita de candidatos, se for usado o critério da qualidade. Em cada iteração, seleciona-se aleatoriamente o cliente a ser abastecido. Após identificado o cliente, a metodologia utilizada é semelhante à heurística construtiva 1.

O pseudocódigo do algoritmo é como se segue:

#### Heurística Construtiva 2 (greedy aleatória)

Dados:  $d_j \geq 0$ ,  $q_k$ ,  $c^{k_{ij}} \forall j \forall i \forall k$ ;  $\alpha$ ; D; X

Inicialização:

$k = 1$

$i = 0$

$m = 0$

$z = 0$

$$C = \{(i, j, k), \forall i, j, k\}$$

$$c(e) = c^{k_{ij}}$$

Enquanto  $X \neq \emptyset$

$$cmin \leftarrow \min \{c(e) : e \in C\}$$

$$cmax \leftarrow \max \{c(e) : e \in C\}$$

$$LRC \leftarrow \{e \in C: c(e) \leq cmin + \alpha (cmax - cmin)\}$$

Selecionar aleatoriamente  $e = (i, j, k)$  de LRC

Enquanto  $d_j > 0$

Se  $q_k > 0$  então

$$d_{jk} = \min\{q_k, d_j\}$$

$$d_j = d_j - d_{jk}$$

$$q_k = q_k - d_{jk}$$

$$z = z + c^{k_{ij}}$$

$$m = m + 1$$

$$S[m] = [(i, j, k)]$$

senão

$$i = j \wedge j = 0$$

$$z = z + c^{k_{ij}}$$

$$m = m + 1$$

$$S[m] = [(i, j, k)]$$

$$k = k + 1, \text{ se } k > |K|, \text{ então } k = 1$$

$$i = 0$$

(Fim Enquanto  $d_j > 0$ )

$$X = X \setminus \{j\}$$

$$D = D - d_j$$

Se  $D > 0$ , então

Se  $q_k > 0$  então  $i = j$

senão

$$i = j \wedge j = 0$$

$$z = z + c_{ij}^k$$

$$m = m + 1$$

$$S[m] = (i, j, k)$$

$$k = k + 1$$

Se  $k > |K|$  então  $k = 1$

$$i = 0$$

(Fim Se  $q_k > 0$ )

atualizar conjunto C

reavaliar custo incremental

senão

$$i = j \wedge j = 0$$

$$z = z + c_{ij}^k$$

$$m = m + 1$$

$$S[m] = (i, j, k)$$

(Fim Se  $D > 0$ )

Fim (Enquanto  $X \neq \Phi$ )



Este método *greedy* aleatorizado é assim descrito pois a escolha de cada elemento para entrar na solução é feita aleatoriamente dentro de um subconjunto dos melhores candidatos.

Depois de definida a heurística construtiva, é necessário implementar uma melhorativa. A metodologia usada para a heurística melhorativa é aplicada a todas as soluções determinadas anteriormente. A heurística melhorativa passa por realizar uma pesquisa local na vizinhança da solução encontrada na fase anterior. Deste modo, irá ser utilizada a segunda fase da metodologia da heurística GRASP adaptada ao problema.

### Heurística Melhorativa

Dada uma solução admissível inicial, exclui-se da rota de cada veículo um cliente selecionado aleatoriamente.

Os clientes que não foram excluídos mantêm as quantidades fornecidas pelos veículos que já os abasteciam.

Constrói-se uma lista com todos os clientes excluídos.

Da lista anterior, seleciona-se aleatoriamente um cliente para incluir na rota de um veículo.

Aos novos clientes na rota de cada veículo, atribui-se a quantidade máxima respeitando a capacidade do veículo e satisfazendo a procura do cliente.

Se houver ainda procura por satisfazer de algum cliente, abastece-se o cliente com a passagem de um ou mais veículos.

Repete-se o procedimento até atingir um número previamente fixado de iterações ou até ser verificado outro critério de paragem. Foi definido um número máximo de duas iterações como critério de paragem para este problema.

A estratégia de pesquisa é de tipo *First-Improvement* que consiste em aceitar um movimento para uma solução da vizinhança assim que o valor da função objetivo melhora.

A vizinhança definida é, aqui designada, de 2-exclusões, na medida em que são sempre retirados 2 arcos, pois um cliente excluído da rota de um determinado veículo leva automaticamente à exclusão de dois arcos nessa rota. É preciso ter

em conta a quantidade que deixa de ser fornecida ao cliente num dos arcos excluídos da rota do veículo e o conseqüente aumento na disponibilidade de produto, de modo a controlar a satisfação da procura e as restrições de capacidade dos veículos.

### VRP Spreadsheet Solver

Utilizando o programa *VRP Spreadsheet Solver*, ao introduzir a informação necessária, é possível obter rotas para cada veículo como se pode verificar no capítulo seguinte. Para as instâncias utilizadas a metodologia aplicada no programa foi exatamente a mesma.

Note-se que as rotas são identificadas recorrendo aos caminhos mais rápidos, pois os custos incluem portagens, significando que os veículos utilizam maioritariamente autoestradas dado que os clientes se situam fora da cidade. Recorrer aos caminhos mais curtos seria mais indicado se a empresa realizasse entregas dentro da mesma cidade.

Sendo o *VRP Spreadsheet Solver* um programa que não permite identificar apenas 3 locais (5 no mínimo), é necessário adicionar dois clientes com a indicação para não serem visitados.

Para os veículos, dado que para a segunda instância a procura é maior que a capacidade dos mesmos, foram identificados seis tipos de veículos (por forma a conseguir utilizar um veículo mais do que uma vez). Como tal, ao replicar os três veículos, foi necessário definir uma hora de início de trabalho diferente pois não se pode permitir que um mesmo veículo faça duas rotas diferentes à mesma hora.

Apesar do *VRP Spreadsheet Solver* ser uma ferramenta de fácil uso e da qual se obtêm soluções de rotas mais simples que as obtidas através das heurísticas, o *VRP Spreadsheet Solver* apresenta alguns constrangimentos: os custos não são exatamente os reais, uma vez que tem de ser calculada uma média do custo de deslocação para cada veículo (o que faz com que o valor total seja muito inferior ao custo efetivo). Já as heurísticas utilizam matrizes de custos muito mais próximos dos reais para os diferentes locais (clientes). Os resultados provenientes da utilização do *VRP Spreadsheet Solver* relativamente aos custos

totais serão apresentados utilizando as matrizes de custo de cada veículo utilizadas nas heurísticas. O VRP *Spreadsheet Solver*, por sua vez, também considera horários de início de trabalho, algo não considerado pelas heurísticas. Nas heurísticas, se um veículo necessita fazer duas rotas, quando termina a primeira e volta à origem, inicia a segunda de seguida. No VRP *Spreadsheet Solver* é necessário definir uma hora para que a segunda rota do mesmo veículo seja iniciada por forma a não possibilitar a sobreposição de horário das duas rotas do mesmo veículo.

## 6. Resultados

### 6.1 Resultados para a 1ª instância

De acordo com a metodologia aplicada relativamente à Heurística Construtiva 1, apresentam-se em seguida os resultados da 1ª instância (resolução no Anexo 1):

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AL, 3), (AL, O, 3)\}$

$z = 297.03\text{€}$

A Figura 4 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

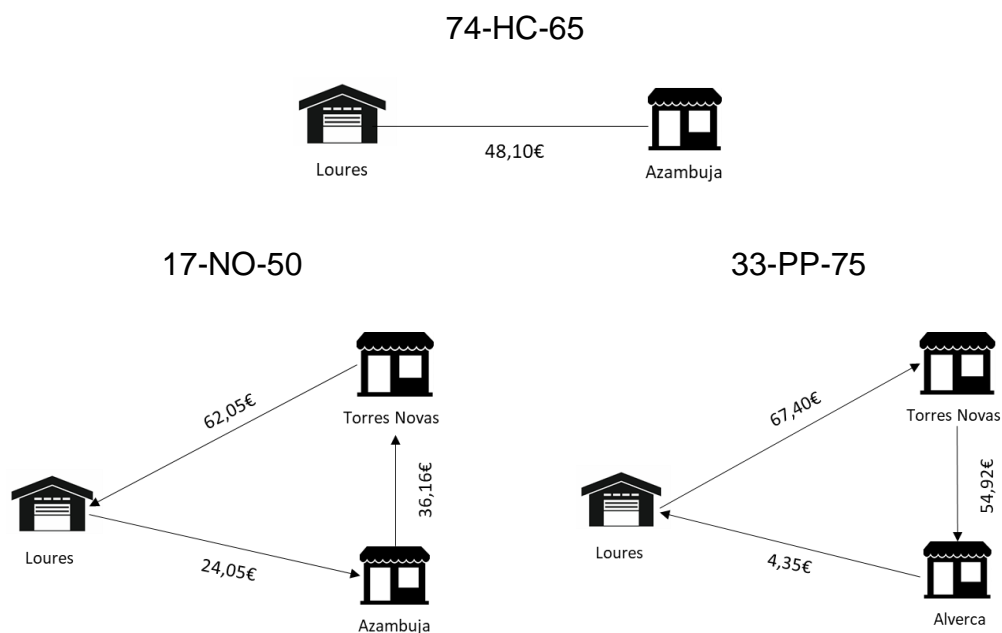


Figura 4. Rotas resultantes da Heurística Construtiva 1 (1<sup>a</sup> instância)

De acordo com a metodologia aplicada relativamente à Heurística Construtiva 2, apresentam-se em seguida os resultados (resolução no Anexo 2) com  $\alpha = 0.8$ :

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$z = 332.19€$

A Figura 5 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

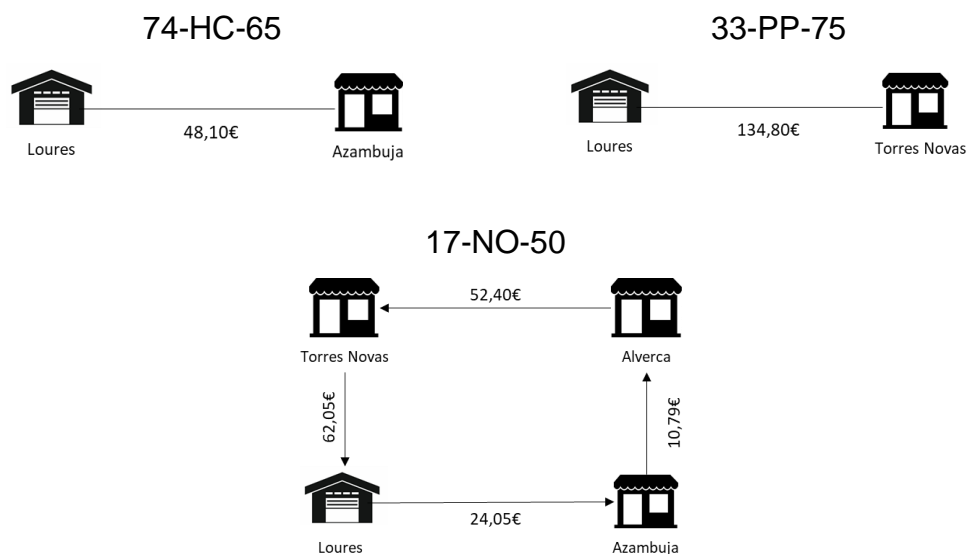


Figura 5. Rotas resultantes da Heurística Construtiva 2 (1ª instância)

Como verificado pelas soluções resultantes de ambas as heurísticas construtivas, a melhor solução admissível é a que resulta da Heurística Construtiva 1.

Obtidas as soluções iniciais, agora é necessário aplicar a Heurística Melhorativa. Como mencionado no subcapítulo 4.2, a heurística melhorativa passa por realizar uma pesquisa local na vizinhança definida. Deste modo, a vizinhança irá ser estudada por exclusão de um cliente na rota de cada veículo.

De acordo com a metodologia aplicada relativamente à Heurística Melhorativa, apresenta-se em seguida a inicialização do algoritmo para as soluções encontradas na Heurística Construtiva 1 e 2 para a 1ª instância (resolução completa nos Anexos 3 e 4).

#### Heurística Melhorativa (solução inicial – Heurística Construtiva 1)

Considerando a solução admissível inicial dada pela heurística construtiva 1, a solução encontrada é a seguinte:

$$\mathbf{S} = \{(O, TN, 1), (TN, O, 1), (O, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3)\}$$

$z = 263.30\text{€}$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 15$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 0$
k=2	15	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 15$
k=3	29	$d_{TN3} = 10$	$d_{AZ3} = 19$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

Tabela XXI. Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 1, 1ª instância)

A Figura 6 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

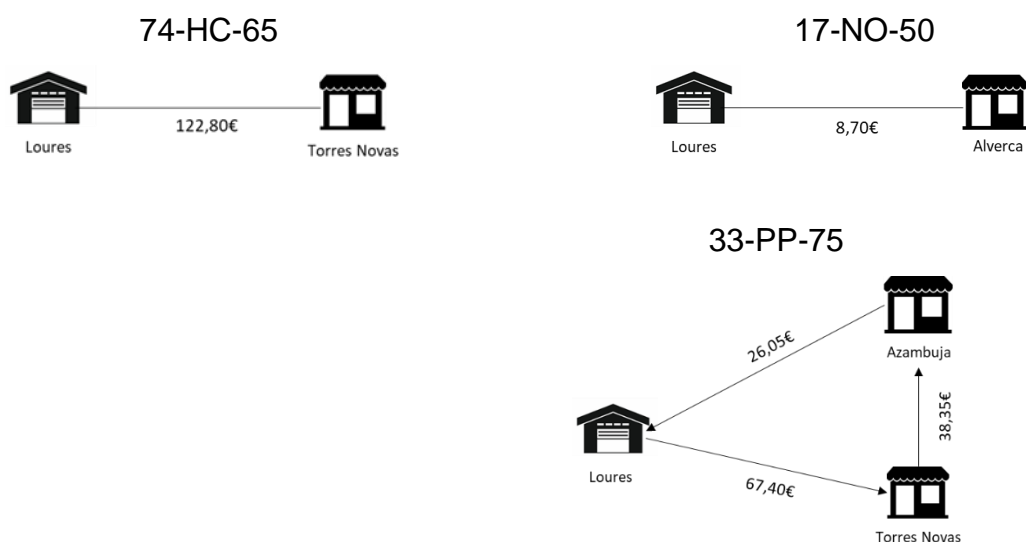


Figura 6. Rotas resultantes da Heurística Melhorativa com solução inicial da Heurística Construtiva 1 (1ª instância)

De seguida apresentam-se os resultados da heurística melhorativa dada a solução admissível inicial gerada pela Heurística Construtiva 2:

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AL, 2), (AL, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$z = 222.09\text{€}$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k = 2	19	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 4$	$d_{AL2} = 15$
k = 3	25	$d_{TN3} = 25$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

Tabela XXII. Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 2, 1ª instância)

A Figura 7 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

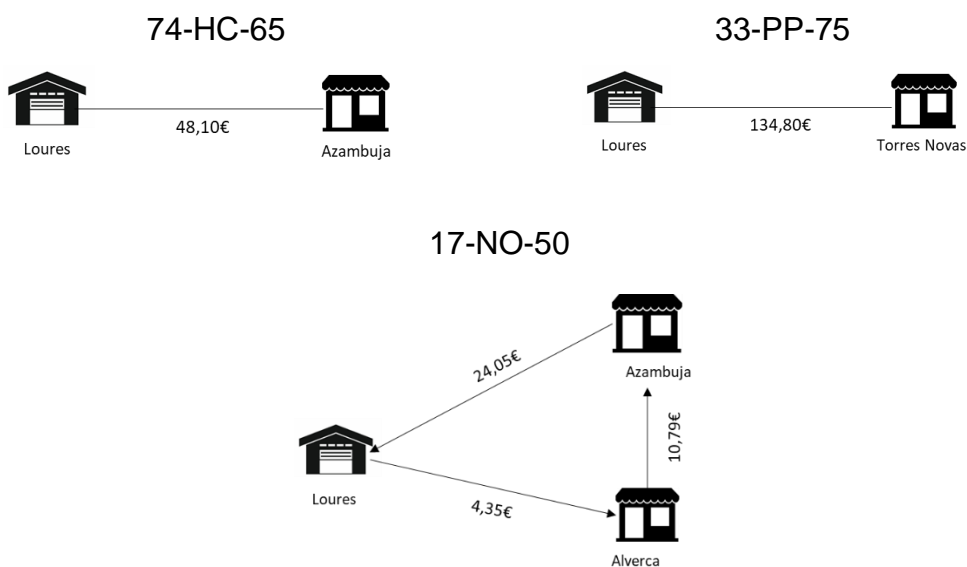


Figura 7. Rotas resultantes da Heurística Melhorativa com solução inicial da Heurística Construtiva 2 (1ª instância)

### VRP Spreadsheet Solver

Através do VRP Spreadsheet Solver foi possível obter o seguinte resultado:

$$\mathbf{S} = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$$

$$\mathbf{z} = 191.60\text{€}$$

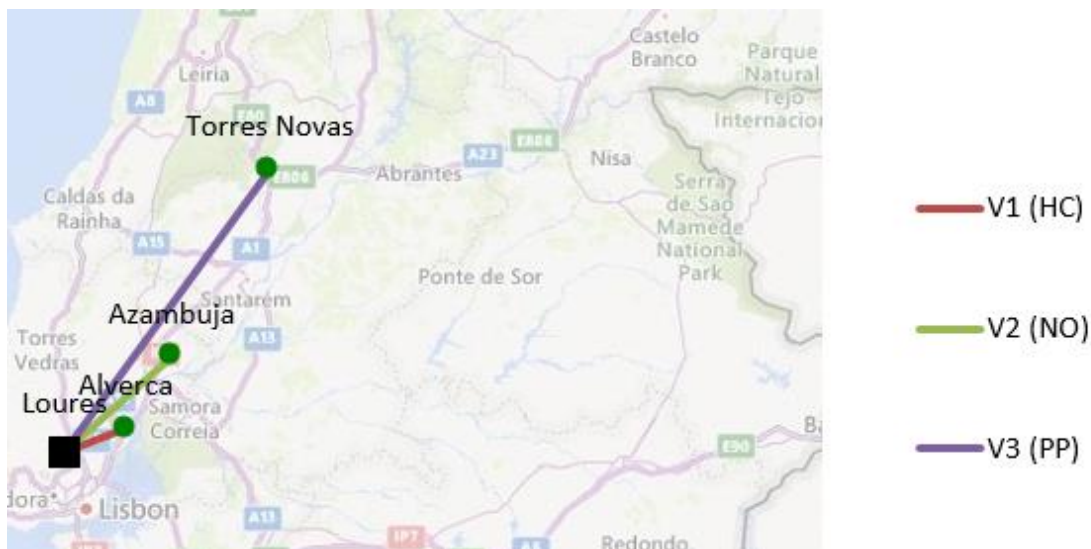


Figura 8. Rotas resultantes da aplicação em VRP *Spreadsheet Solver* (1ª instância)

## 6.2 Resultados para a 2ª instância

Para a 2ª instância, apresentam-se em seguida as soluções obtidas para todas as heurísticas anteriormente mencionadas.

Heurística Construtiva 1 (resolução completa no Anexo 5)

$S = \{(O, TN, 1), (TN, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AL, 2), (AL, O, 2), (O, AL, 3), (AL, AZ, 3), (AZ, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$z = 331.53€$

A Figura 9 ilustra a solução encontrada para cada veículo.



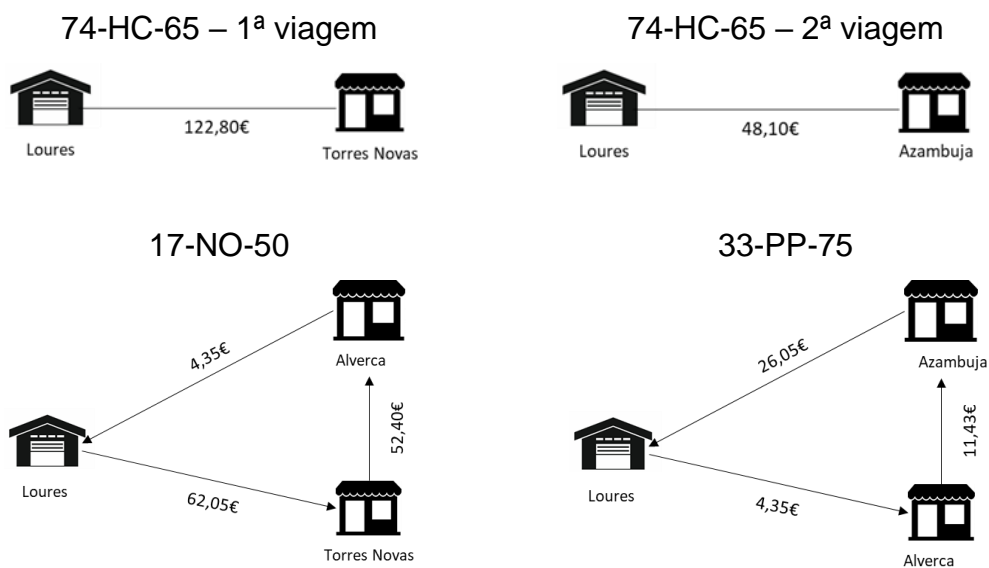


Figura 9. Rotas resultantes da Heurística Construtiva 1 (2ª instância)

Heurística Construtiva 2 (resolução completa no Anexo 6)

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, O, 2), (O, AL, 3), (AL, TN, 3), (TN, O, 3), (O, TN, 1), (TN, O, 1)\}$

$z = 336.76€$

A Figura 10 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

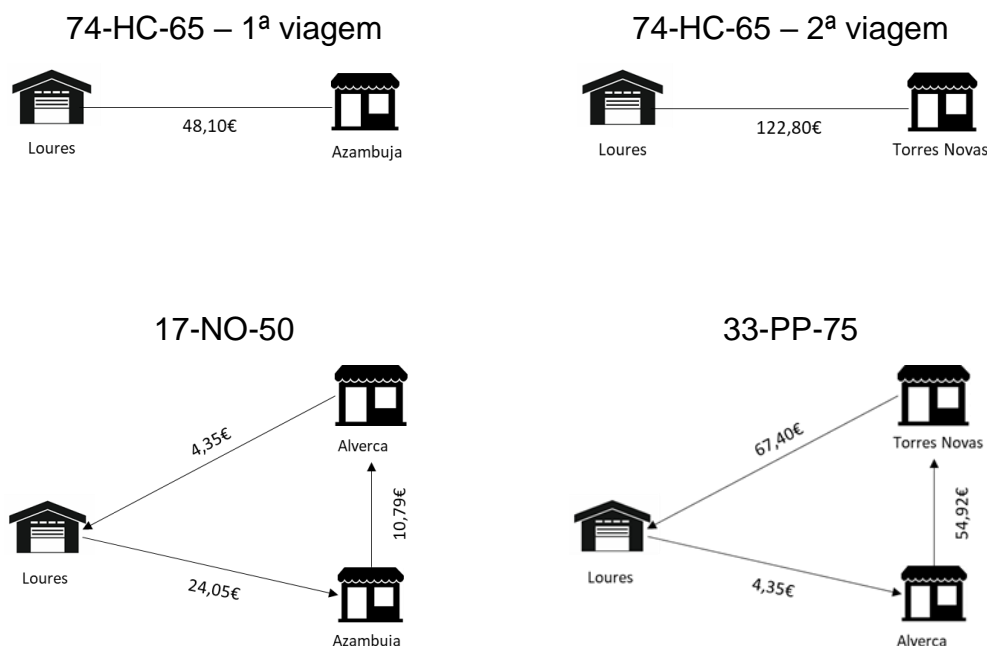


Figura 10. Rotas resultantes da Heurística Construtiva 2 (2ª instância)

### Heurística Melhorativa (solução inicial – Heurística Construtiva 1)

Considerando a solução admissível inicial dada pela heurística construtiva 1, a solução encontrada é a seguinte (resolução completa no Anexo 7):

$S = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AL, 3), (AL, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$z = 305.73€$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 15$
k = 2	17	$d_{TN2} = 11$	$d_{AZ2} = 6$	$d_{AL2} = 0$
k = 3	23	$d_{TN3} = 13$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 10$
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

Tabela XXIII. Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 1, 2ª instância)

A Figura 11 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

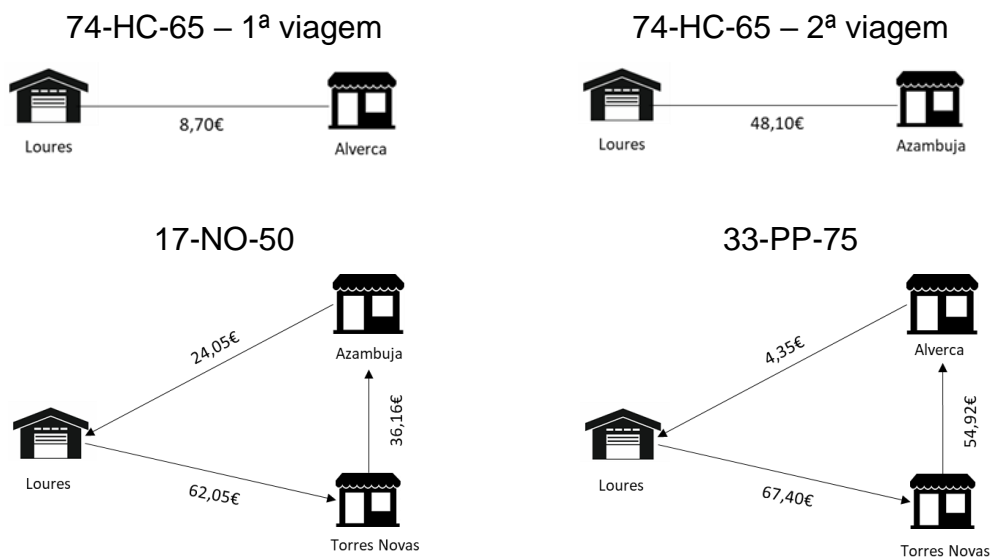


Figura 11. Rotas resultantes da Heurística Melhorativa com solução inicial da Heurística Construtiva 1 (2ª instância)

Considerando a solução admissível inicial dada pela heurística construtiva 2, a solução encontrada é a seguinte (resolução completa no Anexo 8):

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3), (O, AL, 1), (AL, O, 1)\}$

$z = 230.79€$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k = 2	21	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 6$	$d_{AL2} = 15$
k = 3	24	$d_{TN3} = 24$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 0$
k = 1	10	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 10$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

Tabela XXIV. Quantidades transportadas por cada veículo a cada cliente na solução da Heurística Melhorativa (Construtiva 2, 2ª instância)

A Figura 12 ilustra a solução encontrada para cada veículo.

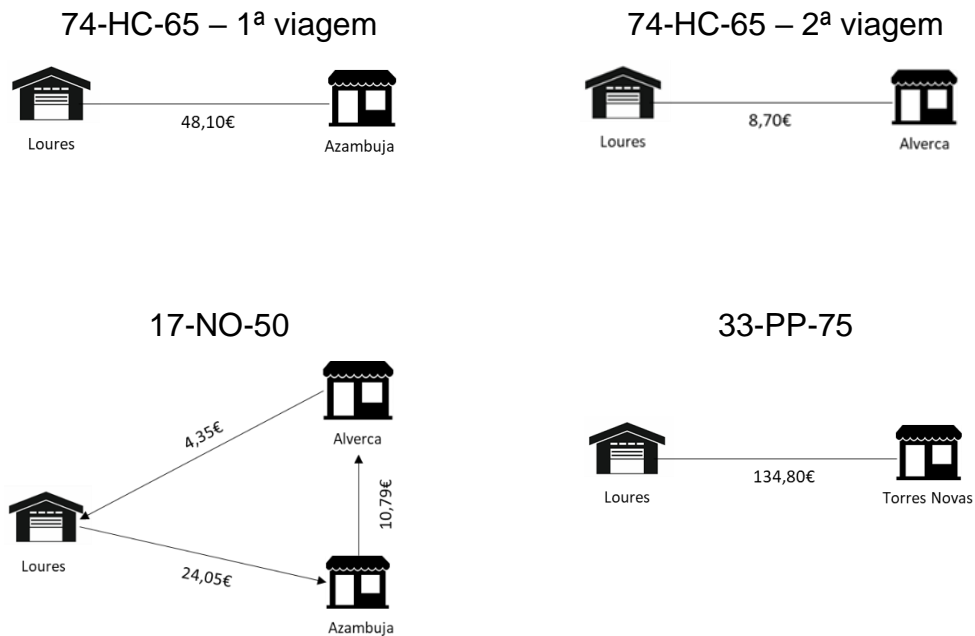


Figura 12. Rotas resultantes da Heurística Melhorativa com solução inicial da Heurística Construtiva 2 (2ª instância)

### Software VRP Spreadsheet Solver

Através do VRP *Spreadsheet Solver* foi possível obter o seguinte resultado:

$$\mathbf{S} = \{(O, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, AL, 3), (AL, O, 3), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$$

$$\mathbf{z} = 191.60\text{€}$$



Figura 13. Rotas resultantes da aplicação em VRP *Spreadsheet Solver* (2ª instância)

Através das soluções obtidas pelas diferentes heurísticas, é possível verificar que o veículo HC é o que realiza sempre uma rota em que apenas visita um único cliente. Tal sucede devido ao facto do primeiro veículo a ser utilizado ser o de menor capacidade. Os restantes veículos fornecem, na maior parte das soluções, dois clientes. É importante salientar que para a 1ª instância, a melhor solução a ser aplicada poderá ser a utilizada pela empresa de momento (um veículo por cada cliente), dado que o custo total seria melhor do que o de qualquer solução encontrada pelas heurísticas. O mesmo já não se pode concluir para a 2ª instância.

As soluções obtidas pelo VRP *Spreadsheet Solver* sugerem que para a primeira instância, cada veículo deve fornecer cada cliente. Por sua vez, para a segunda instância, apenas são utilizados os veículos NO e PP onde o último realiza duas rotas distintas. Estas soluções não seriam possíveis de obter através das heurísticas construtivas uma vez que o primeiro veículo a ser usado é sempre o de menor capacidade e porque apenas se passa para o próximo veículo quando o anterior atinge a sua capacidade máxima.

## 7. Conclusão

Das instâncias estudadas e relativamente às heurísticas construtivas, a Heurística Construtiva 1 é a que providencia melhores resultados. No entanto, não podemos afirmar que é a melhor heurística dado que para isso, mais instâncias deveriam ser estudadas. Dadas as dimensões das instâncias, não foi possível tirar partido da heurística GRASP dado que por vezes a lista restrita de candidatos apenas incluía um único elemento. Em relação à heurística melhorativa, a sua aplicação resultou para todas as instâncias numa solução melhor que a inicial embora apenas tenham sido realizadas duas iterações. Nada se pode aferir quanto à qualidade das soluções obtidas já que não são estudadas todas as soluções da vizinhança (por forma a obter um ótimo local). Pode-se observar que quando aplicada a heurística melhorativa para ambas as soluções iniciais, é verificado que a solução obtida com a Heurística Construtiva 2 é a que origina a solução com menor custo.

Estas metodologias poderão ser utilizadas para estudar a melhor rota de cada veículo minimizando os custos totais ou para servir de comparação ao método utilizado primeiramente pela empresa, optando pela solução mais conveniente. Uma outra solução que talvez pudesse reduzir ainda mais os custos para a empresa, seria a existência de dois camiões com capacidade para 33 paletes ao invés de três veículos com diferentes capacidades. É óbvio que este cenário iria causar outros custos à empresa mas seria interessante estudar esta possibilidade e perceber se a longo prazo não seria mais benéfico.

Relativamente às soluções obtidas através do VRP *Spreadsheet Solver*, é possível verificar um decréscimo acentuado no valor total dos custos. Para a primeira instância deve-se ao facto de cada cliente ser visitado por apenas um camião, solução esta que não seria possível de obter através das heurísticas construtivas apresentadas porque estas começam sempre pelo veículo de menor capacidade passando apenas para o próximo quando esgotada toda a capacidade do veículo a ser utilizado. No VRP *Spreadsheet Solver* esta restrição não existe. Para a segunda instância, visto que a procura é maior que a capacidade total dos veículos, de acordo com o software, apenas são utilizados

os dois veículos de maior capacidade onde o maior executa duas viagens e, desta forma, os clientes são também visitados por apenas um camião. Uma vez que, neste caso, nas heurísticas utilizadas, todos os camiões são obrigatoriamente utilizados, não seria possível chegar a esta solução a partir das heurísticas.

Para a realização deste trabalho, reuni-me com um representante da empresa Alface do Campo por forma a esclarecer pessoalmente todas as dúvidas que foram surgindo à medida que recebia a informação solicitada. Sendo que a maior parte da informação foi enviada através de mensagens eletrónicas, constituiu um fator negativo no entendimento da mesma para além de que a Alface do Campo não tem os seus dados organizados de forma a serem facilmente consultados e entendidos. Muitas das dificuldades sentidas neste trabalho estão relacionadas com este ponto em particular. Por exemplo, com os dados que consegui apurar, construí duas instâncias que não são tão próximas da realidade como pretendia. Neste trabalho gostaria de ter tido a oportunidade de programar todas as heurísticas aqui mencionadas em VBA. A programação das heurísticas em VBA teria permitido uma experiência computacional com mais instâncias e poderia levar a conclusões mais sólidas dos resultados e fazer uma comparação mais realista das heurísticas.

## **8. Referências Bibliográficas**

Agência Lusa (2019). Portugal é o segundo país da UE que come mais fruta e o quarto no consumo de legumes. Disponível em: <https://www.dnoticias.pt/pais/portugal-e-o-segundo-pais-da-ue-que-come-mais-fruta-e-o-quarto-no-consumo-de-legumes-HL4580845>)

Bandyopadhyay J. (2015). Basics of Supply Chain Management. 1ª Edição. USA: CRC Press, pp. 1-3.

Chopra S. & Meindl P. (2015). Supply Chain Management: Strategy, Planning and Operation. 6ª Edição. New Jersey: Pearson, pp. 3-130.

Erdogan G. (2017). An open source Spreadsheet Solver for Vehicle Routing Problems. Computers and Operations Research, volume 84, pp. 62-72.

Gendreau M. & Potvin J.-Y. (2010), Handbook of Metaheuristics, 2ª Edição. New York: Springer, pp. 41-59.

Gunther H. O. & Tempelmeier H. (2012). Production and Logistics. 9ª Edição. Berlin: Springer Verlag.

Hesse, R. & Scerno, D.H. (2009). How electronic spreadsheets changed the world. Interfaces, pp. 159–167.

Hillier F.S. & Lieberman G.J. (2014), Introduction to Operations Research, 10ª Edição. New York: McGraw-Hill, pp. 617-624.

Mula J., Peidro D., Díaz-Madroñero M., & Vicens E. (2010). Mathematical programming models for supply chain production and transport planning. European Journal of Operational Research, pp. 377–390.

Nicolaev A. & Jacobson S. (2010). Simulated Annealing. Em Gendreau, M. & Potvin, J.-Y. Handbook of Metaheuristics, 2ª Edição. New York: Springer, pp. 1-39.

Ochoa G., Verel S., Tomassini M. (2012). First- improvement vs. Best-improvement Local Optima Networks of NK Landscapes.

Resende M. & Ribeiro C. (2010). Greedy Randomized Adaptive Search



Procedures: Advances, Hybridizations, and Applications. Em Gendreau, M. & Potvin, J.-Y. Handbook of Metaheuristics, 2ª Edição. New York: Springer, pp. 283-319.

Rushton A., Croucher P., Baker P. (2014). The Handbook of Logistics & Distribution Management. 5ª Edição. London, Philadelphia, New Delhi: KoganPage, pp. 3-15.

Shukla M. & Jharkharia S. (2013). Agri-fresh produce supply chain management: a state-of-the-art literature review. International Journal of Operations & Production Management, pp. 33 (2), 114–158.

## 9. Anexos – Aplicação dos algoritmos

### Anexo 1 – Algoritmo da Heurística Construtiva 1 (1ª instância)

Dados:

$d_{TN} = 25$ ,  $d_{AZ} = 19$ ,  $d_{AL} = 15$

$q_1 = 15$ ;  $q_2 = 21$ ;  $q_3 = 33$

$D = 59$

$X = \{TN, AZ, AL\}$

<b>Custo Veículo HC (€)</b> <b>k = 1</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	61,4	24,05	4,35
Torres Novas	61,4	-	35,135	50,12
Azambuja	24,05	35,135	-	10,79
Alverca	4,35	50,12	10,79	-

<b>Custo Veículo NO (€)</b> <b>k = 2</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	62,05	24,05	4,35
Torres Novas	62,05	-	36,16	52,4
Azambuja	24,05	36,16	-	10,79
Alverca	4,35	52,4	10,79	-

Custo Veículo PP (€) k = 3	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	67,4	26,05	4,35
Torres Novas	67,4	-	38,35	54,92
Azambuja	26,05	38,35	-	11,43
Alverca	4,35	54,92	11,43	-

Inicialização:

$$z = 0$$

$$k = 1$$

$$i = O$$

$$X = \{TN, AZ, AL\}$$

$$D = 25 + 19 + 15 = 59$$

$$m = 0$$

Enquanto  $X \neq \emptyset$

$$npa^{(4)} = 0.387, j = AZ$$

Enquanto  $d_{AZ} > 0$

Se  $q_1 > 0$

$$d_{AZ1} = \min\{15, 19\} = 15$$

$$d_{AZ} = 19 - 15 = 4$$

$$q_1 = 15 - 15 = 0$$

$$D = 59 - 15 = 44$$

$$z = 0 + 24.05 = 24.05$$

$$m = 0 + 1 = 1$$

$$S[1] = (O, AZ, 1)$$

//  $q_1 = 0 \wedge d_{AZ} > 0$

$$i = AZ \wedge j = O$$

$$z = 24.05 + 24.05 = 48.10$$

$$m = 1 + 1 = 2$$

$$S[2] = (AZ, O, 1)$$

$$k = 1 + 1 = 2 \quad (2 < 3)$$

$$i = O$$

$q_2 > 0 // d_{AZ} > 0$

$$d_{AZ2} = \min\{21, 4\} = 4$$

$$d_{AZ} = 4 - 4 = 0$$

$$q_2 = 21 - 4 = 17$$

$$D = 44 - 4 = 40$$

$$z = 48.10 + 24.05 = 72.15$$

$$m = 2 + 1 = 3$$

$$S[3] = (O, AZ, 2)$$

(Fim Enquanto  $d_{AZ} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AZ\} = \{TN, AL\} \neq \emptyset$$

$$D = 40 > 0$$

<sup>4</sup> Número pseudo aleatório (npa). Foi utilizada a função "ALEATÓRIO" do Excel, que devolve um valor entre 0 e 1.

$q_2 > 0$  então  $i = AZ$

$n_{pa} = 0.414$ ;  $j = TN$

Enquanto  $d_{TN} > 0$

$q_2 > 0$

$$d_{TN2} = \min\{17, 25\} = 17$$

$$d_{TN} = 25 - 17 = 8$$

$$q_2 = 17 - 17 = 0$$

$$D = 40 - 17 = 23$$

$$z = 72.15 + 36.16 = 108.31$$

$$m = 3 + 1 = 4$$

$$S[4] = (AZ, TN, 2)$$

//  $q_2 = 0 \wedge d_{TN} > 0$

$$i = TN \wedge j = O$$

$$z = 108.31 + 62.05 = 170.36$$

$$m = 4 + 1 = 5$$

$$S[5] = (TN, O, 2)$$

$$k = 2 + 1 = 3 \quad (3 = 3)$$

$$i = O$$

$q_3 > 0$  //  $d_{TN} > 0$

$$d_{TN3} = \min\{33, 8\} = 8$$

$$d_{TN} = 8 - 8 = 0$$

$$q_3 = 33 - 8 = 25$$

$$D = 23 - 8 = 15$$

$$z = 170.36 + 67.4 = 237.76$$

$$m = 5 + 1 = 6$$

$$S[6] = (O, TN, 3)$$

(Fim Enquanto  $d_{TN} > 0$ )

$$X = X \setminus \{TN\} = \{AL\}$$

$$D = 15 > 0$$

$q_3 > 0$  então  $i = TN$

$j = AL$

Enquanto  $d_{AL} > 0$

$q_3 > 0$

$$d_{AL3} = \min\{25, 15\} = 15$$

$$d_{AL} = 15 - 15 = 0$$

$$q_3 = 25 - 15 = 10$$

$$D = 15 - 15 = 0$$

$$z = 237.76 + 54.92 = 292.68$$

$$m = 6 + 1 = 7$$

$$S[7] = (TN, AL, 3)$$

(Fim Enquanto  $d_{AL} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AL\} = \emptyset$$

$$D = 0$$

$$i = AL \wedge j = O$$

$$z = 292.68 + 4.35 = 297.03$$

$$m = 7 + 1 = 8$$

$$S[8] = (AL, O, 3)$$

(Fim Enquanto  $X \neq \emptyset$ )

$$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AL, 3), (AL, O, 3)\}$$

$$z = 297.03\text{€}$$

## Anexo 2 – Algoritmo da Heurística Construtiva 2 (1ª instância)

Dados:

$$d_{TN} = 25, d_{AZ} = 19, d_{AL} = 15$$

$$q_1 = 15; q_2 = 21; q_3 = 33$$

Custo Veículo HC (€) k = 1	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	61,4	24,05	4,35
Torres Novas	61,4	-	35,135	50,12
Azambuja	24,05	35,135	-	10,79
Alverca	4,35	50,12	10,79	-

Custo Veículo NO (€) k = 2	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	62,05	24,05	4,35
Torres Novas	62,05	-	36,16	52,4
Azambuja	24,05	36,16	-	10,79
Alverca	4,35	52,4	10,79	-

Custo Veículo PP (€) k = 3	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	67,4	26,05	4,35
Torres Novas	67,4	-	38,35	54,92
Azambuja	26,05	38,35	-	11,43
Alverca	4,35	54,92	11,43	-

$$\alpha = 0.8$$

$$D = 25 + 19 + 15 = 59$$

$$X = \{TN, AZ, AL\}$$

Inicialização:

$$k = 1$$

$$i = O$$

$$m = 0$$

$$z = 0$$

$$C[e] = [(O, TN, 1), (O, AZ, 1), (O, AL, 1)]$$

$$c(e) = [61.4; 24.05; 4.35]$$

Enquanto  $X \neq \emptyset$

$$c_{\min} = 4.35$$

$$c_{\max} = 61.4$$

$$c(e) \leq 4.35 + 0.8 (61.4 - 4.35) = 49.99$$

$$\text{LRC} = [(O, AZ, 1), (O, AL, 1)]$$

$$npa = 0.082, e = (O, AZ, 1)$$

Enquanto  $d_{AZ} > 0$

$$q_1 > 0$$

$$d_{AZ1} = \min\{15, 19\} = 15$$

$$d_{AZ} = 19 - 15 = 4$$

$$q_1 = 15 - 15 = 0$$

$$z = 0 + 24.05 = 24.05$$

$$m = 0 + 1 = 1$$

$$S[1] = (O, AZ, 1)$$

$$//q_1 = 0 \wedge d_{AZ} > 0$$

$$i = AZ \wedge j = O$$

$$z = 24.05 + 24.05 = 48.10$$

$$m = 1 + 1 = 2$$

$$S[2] = (AZ, O, 1)$$

$$k = 1 + 1 = 2 (2 < 3)$$

$$i = O$$

$$q_2 > 0 // d_{AZ} > 0$$

$$d_{AZ2} = \min\{21, 4\} = 4$$

$$d_{AZ} = 4 - 4 = 0$$

$$q_2 = 21 - 4 = 17$$

$$z = 48.10 + 24.05 = 72.15$$

$$m = 2 + 1 = 3$$

$$S[3] = (O, AZ, 2)$$

(Fim Enquanto  $d_{AZ} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AZ\} = \{TN, AL\} \neq \emptyset$$

$$D = 59 - 19 = 40 > 0$$

$$q_2 > 0 \text{ então } i = AZ$$

$$C[e] = [(AZ, TN, 2), (AZ, AL, 2)]$$

$$c(e) = [36.16; 10.79]$$

$$c_{\min} = 10.79$$

$$c_{\max} = 36.16$$

$$c(e) \leq 10.79 + 0.8 (36.16 - 10.79) = 31.09$$

$$\text{LRC} = [(AZ, AL, 2)] = e$$

Enquanto  $d_{AL} > 0$

$$q_2 > 0$$

$$d_{AL2} = \min\{17, 15\} = 15$$

$$d_{AL} = 15 - 15 = 0$$

$$q_2 = 17 - 15 = 2$$

$$z = 72.15 + 10.79 = 82.94$$

$$m = 3 + 1 = 4$$

$$S[4] = (AZ, AL, 2)$$

(Fim Enquanto  $d_{AL} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AL\} = \{TN\} \neq \emptyset$$

$$D = 40 - 15 = 25 > 0$$

$$q_2 > 0 \text{ então } i = AL$$

$$C[e] = [(AL, TN, 2)]$$

$$c(e) = [52.4]$$

$$LRC = [(AL, TN, 2)] = e$$

Enquanto  $d_{TN} > 0$

$$q_2 > 0$$

$$d_{TN3} = \min\{2, 25\} = 2$$

$$d_{TN} = 25 - 2 = 23$$

$$q_2 = 2 - 2 = 0$$

$$z = 82.94 + 52.40 = 135.34$$

$$m = 4 + 1 = 5$$

$$S[5] = (AL, TN, 2)$$

$$// q_2 = 0 \wedge d_{TN} > 0$$

$$i = TN \wedge j = O$$

$$z = 135.34 + 62.05 = 197.39$$

$$m = 5 + 1 = 6$$

$$S[6] = (TN, O, 2)$$

$$k = 2 + 1 = 3 \quad (3 = 3)$$

$$i = O$$

$$q_3 > 0$$

$$d_{TN3} = \min\{33, 23\} = 23$$

$$d_{TN} = 23 - 23 = 0$$

$$q_3 = 33 - 23 = 10$$

$$z = 197.39 + 67.40 = 264.79$$

$$m = 6 + 1 = 7$$

$$S[7] = (O, TN, 3)$$

(Fim Enquanto  $d_{TN} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AL\} = \emptyset$$

$$D = 25 - 25 = 0$$

$$i = TN \wedge j = O$$

$$z = 264.79 + 67.40 = 332.19$$

$$m = 7 + 1 = 8$$

$$S[8] = (TN, O, 3)$$

(Fim Enquanto  $X \neq \emptyset$ )

$$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$$

$$z = 332.19\text{€}$$

### Anexo 3 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 1 (1ª instância)

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AL, 3), (AL, O, 3)\}$

$f(S) = 297.03\text{€}$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k=2	21	$d_{TN2} = 17$	$d_{AZ2} = 4$	$d_{AL2} = 0$
k=3	23	$d_{TN3} = 8$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 15$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

*First-Improvement*

n.º máximo de iterações = 2

1ª iteração

Excluir:

k = 1: j = AZ

k = 2: entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.883  $\rightarrow$  j = AZ

k = 3: entre (TN, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.532  $\rightarrow$  j = AL

Incluir:

k = 1: entre (AZ, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.866  $\rightarrow$  j = AL

k = 2: entre (AZ, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.831  $\rightarrow$  j = AL

k = 3: entre (AZ, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.041  $\rightarrow$  j = AZ

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 15$
k=2	17	$d_{TN2} = 17$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 0$
k=3	27	$d_{TN3} = 8$	$d_{AZ3} = 19$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

$S = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3)\}$

$f(S) = 4.35 + 4.35 + 62.05 + 62.05 + 67.40 + 38.35 + 26.05 = 264.60\text{€} < 297.03\text{€}$

$S^* = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3)\}$

$f^*(S) = 264.60\text{€}$

2ª iteração

Excluir:

k = 1: j = AL

k = 2: j = TN

k = 3: entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.423  $\rightarrow$  j = TN

Incluir:

k = 1: entre (TN, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.261  $\rightarrow$  j = TN

$k = 2$ : entre (TN, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.767  $\rightarrow$   $j =$  AL

$k = 3$ : entre (TN, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.067  $\rightarrow$   $j =$  TN

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
$k = 1$	15	$d_{TN1} = 15$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 0$
$k = 2$	15	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 15$
$k = 3$	29	$d_{TN3} = 10$	$d_{AZ3} = 19$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

$S = \{(O, TN, 1), (TN, O, 1), (O, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3)\}$

$f(S) = 61.40 + 61.40 + 4.35 + 4.35 + 67.40 + 38.35 + 26.05 = 263.30\text{€} < 264.60\text{€}$

$S^* = \{(O, TN, 1), (TN, O, 1), (O, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3)\}$

$f^*(S) = 263.30\text{€}$

#### Anexo 4 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 2 (1ª instância)

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, TN, 2), (TN, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$z = 332.19\text{€}$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
$k = 1$	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
$k = 2$	21	$d_{TN2} = 2$	$d_{AZ2} = 4$	$d_{AL2} = 15$
$k = 3$	23	$d_{TN3} = 23$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

*First-Improvement*

$n.^{\circ}$  máximo de iterações = 2

1ª iteração

Excluir:

$k = 1$ :  $j =$  AZ

$k = 2$ : entre (TN, AZ, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.472  $\rightarrow$   $j =$  AZ

$k = 3$ :  $j =$  TN

Incluir:

$k = 1$ : entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.713  $\rightarrow$   $j =$  AZ

$k = 2$ : entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.115  $\rightarrow$   $j =$  TN

$k = 3$ : entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.612  $\rightarrow$   $j =$  AZ



k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k=2	21	$d_{TN2} = 6$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 15$
k=3	23	$d_{TN3} = 19$	$d_{AZ3} = 4$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AL, 2), (AL, TN, 2), (TN, O, 2), (O, AZ, 3), (AZ, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$f(S) = 24.05 + 24.05 + 4.35 + 52.40 + 62.05 + 26.05 + 38.35 + 67.40 = 298.70€ < 332.19€$

$S^* = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AL, 2), (AL, TN, 2), (TN, O, 2), (O, AZ, 3), (AZ, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$f^*(S) = 298.70€$

2ª iteração

Excluir:

k = 1: j = AZ

k = 2: entre (TN, AL)  $\rightarrow$  npa = 0.400  $\rightarrow$  j = TN

k = 3: entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.739  $\rightarrow$  j = AZ

Incluir:

k = 1: entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.766  $\rightarrow$  j = AZ

k = 2: entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.762  $\rightarrow$  j = AZ

k = 3: entre (TN, AZ)  $\rightarrow$  npa = 0.077  $\rightarrow$  j = TN

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k=2	19	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 4$	$d_{AL2} = 15$
k=3	25	$d_{TN3} = 25$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>59</b>	25	19	15

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AL, 2), (AL, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$f(S) = 24.05 + 24.05 + 4.35 + 10.79 + 24.05 + 67.40 + 67.40 = 222.09€ < 298.70€$

$S^* = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AL, 2), (AL, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3)\}$

$f^*(S) = 222.09€$

## Anexo 5 – Algoritmo da Heurística Construtiva 1 (2ª instância)

Dados:

$d_{TN} = 24, d_{AZ} = 21, d_{AL} = 25$

$q_1 = 15; q_2 = 21; q_3 = 33$

$D = 70$

$X = \{TN, AZ, AL\}$

<b>Custo Veículo HC (€)</b> <b>k = 1</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	61,4	24,05	4,35
Torres Novas	61,4	-	35,135	50,12
Azambuja	24,05	35,135	-	10,79
Alverca	4,35	50,12	10,79	-

<b>Custo Veículo NO (€)</b> <b>k = 2</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	62,05	24,05	4,35
Torres Novas	62,05	-	36,16	52,4
Azambuja	24,05	36,16	-	10,79
Alverca	4,35	52,4	10,79	-

<b>Custo Veículo PP (€)</b> <b>k = 3</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	67,4	26,05	4,35
Torres Novas	67,4	-	38,35	54,92
Azambuja	26,05	38,35	-	11,43
Alverca	4,35	54,92	11,43	-

Inicialização:

$$z = 0$$

$$k = 1$$

$$i = O$$

$$X = \{TN, AZ, AL\}$$

$$D = 24 + 21 + 25 = 70$$

$$m = 0$$

Enquanto  $X \neq \emptyset$

$$npa = 0.183, j = TN$$

Enquanto  $d_{TN} > 0$

$$q_1 > 0$$

$$d_{TN1} = \min\{15, 24\} = 15$$

$$d_{TN} = 24 - 15 = 9$$

$$q_1 = 15 - 15 = 0$$

$$D = 70 - 15 = 55$$

$$z = 0 + 61.40 = 61.40$$

$$m = 0 + 1 = 1$$

$$S[1] = (O, TN, 1)$$

$$//q_1 = 0 \wedge d_{TN} > 0$$

$$i = TN \wedge j = O$$

$$z = 61.40 + 61.40 = 122.80$$

$$m = 1 + 1 = 2$$

$$S[2] = (TN, O, 1)$$

$$k = 1 + 1 = 2 \quad (2 < 3)$$

$$i = O$$



$$q_2 > 0$$

$$d_{TN2} = \min\{21, 9\} = 9$$

$$d_{TN} = 9 - 9 = 0$$

$$q_2 = 21 - 9 = 12$$

$$D = 55 - 9 = 46$$

$$z = 122.80 + 62.05 = 184.85$$

$$m = 2 + 1 = 3$$

$$S[3] = (O, TN, 2)$$

(Fim Enquanto  $d_{TN} > 0$ )

$$X = X \setminus \{TN\} = \{AZ, AL\} \neq \emptyset$$

$$D = 46 > 0$$

$$q_2 > 0 \text{ então } i = TN$$

$$npa = 0.611; j = AL$$

Enquanto  $d_{AL} > 0$

$$q_2 > 0$$

$$d_{AL2} = \min\{12, 25\} = 12$$

$$d_{AL} = 25 - 12 = 13$$

$$q_2 = 12 - 12 = 0$$

$$D = 46 - 12 = 34$$

$$z = 184.85 + 52.40 = 237.25$$

$$m = 3 + 1 = 4$$

$$S[4] = (TN, AL, 2)$$

$$// q_2 = 0 \wedge d_{AL} > 0$$

$$i = AL \wedge j = O$$

$$z = 237.25 + 4.35 = 241.60$$

$$m = 4 + 1 = 5$$

$$S[5] = (AL, O, 2)$$

$$k = 2 + 1 = 3 \quad (3 = 3)$$

$$i = O$$

$$q_3 > 0$$

$$d_{AL3} = \min\{33, 13\} = 13$$

$$d_{AL} = 13 - 13 = 0$$

$$q_3 = 33 - 13 = 20$$

$$D = 34 - 13 = 21$$

$$z = 241.60 + 4.35 = 245.95$$

$$m = 5 + 1 = 6$$

$$S[6] = (O, AL, 3)$$

(Fim Enquanto  $d_{AL} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AL\} = \{AZ\} \neq \emptyset$$

$$D > 0$$

$$q_3 > 0 \text{ então } i = AL$$

$$j = AZ$$

Enquanto  $d_{AZ} > 0$

$$q_3 > 0$$

$$d_{AZ3} = \min\{20, 21\} = 20$$

$$d_{AZ} = 21 - 20 = 1$$

$$q_3 = 20 - 20 = 0$$

$$D = 21 - 20 = 1$$

$$z = 245.95 + 11.43 = 257.38$$

$$m = 6 + 1 = 7$$

$$S[7] = (AL, AZ, 3)$$

$$// q_3 = 0 \wedge d_{AZ} > 0$$

$$i = AZ \wedge j = O$$

$$z = 257.38 + 26.05 = 283.43$$

$$m = 7 + 1 = 8$$

$$S[8] = (AZ, O, 3)$$

$$k = 3 + 1 = 4$$

$$4 > 3 \text{ então } k = 1$$

$$i = O$$

$$q_1 > 0$$

$$d_{AZ1} = \min\{15, 1\} = 1$$

$$d_{AZ} = 1 - 1 = 0$$

$$q_1 = 15 - 1 = 14$$

$$D = 1 - 1 = 0$$

$$z = 283.43 + 24.05 = 307.48$$

$$m = 8 + 1 = 9$$

$$S[9] = (O, AZ, 1)$$

(Fim Enquanto  $d_{AZ} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AL\} = \emptyset$$

$$D = 0$$

$$i = AZ \wedge j = O$$

$$z = 307.48 + 24.05 = 331.53$$

$$m = 9 + 1 = 10$$

$$S[10] = (AZ, O, 1)$$

(Fim Enquanto  $X \neq \emptyset$ )

$$S = \{(O, TN, 1), (TN, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AL, 2), (AL, O, 2), (O, AL, 3), (AL, AZ, 3), (AZ, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$$

$$z = 331.53\text{€}$$

## Anexo 6 – Algoritmo da Heurística Construtiva 2 (2ª instância)

Dados:

$$d_{TN} = 24, d_{AZ} = 21, d_{AL} = 25$$

$$q_1 = 15; q_2 = 21; q_3 = 33$$

$$\alpha = 0.8$$

$$D = 24 + 21 + 25 = 70$$

$$X = \{TN, AZ, AL\}$$

<b>Custo Veículo HC (€)</b> <b>k = 1</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	61,4	24,05	4,35
Torres Novas	61,4	-	35,135	50,12
Azambuja	24,05	35,135	-	10,79
Alverca	4,35	50,12	10,79	-

<b>Custo Veículo NO (€)</b> <b>k = 2</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	62,05	24,05	4,35
Torres Novas	62,05	-	36,16	52,4
Azambuja	24,05	36,16	-	10,79
Alverca	4,35	52,4	10,79	-

<b>Custo Veículo PP (€)</b> <b>k = 3</b>	Loures	Torres Novas	Azambuja	Alverca
Loures	-	67,4	26,05	4,35
Torres Novas	67,4	-	38,35	54,92
Azambuja	26,05	38,35	-	11,43
Alverca	4,35	54,92	11,43	-

Inicialização:

$$k = 1$$

$$i = 0$$

$$m = 0$$

$$z = 0$$

$$C[e] = [(O, TN, 1), (O, AZ, 1), (O, AL, 1)]$$

$$c(e) = [61.4; 24.05; 4.35]$$

Enquanto  $X \neq \emptyset$

$$cmin = 4.35$$

$$cmax = 61.4$$

$$c(e) \leq 4.35 + 0.8 (61.4 - 4.35) = 49.99$$

$$LRC = [(O, AZ, 1), (O, AL, 1)]$$

$$npa = 0.316, e = (O, AZ, 1)$$

Enquanto  $d_{AZ} > 0$

$$q_1 > 0$$

$$d_{AZ1} = \min\{15, 21\} = 15$$

$$d_{AZ} = 21 - 15 = 6$$

$$q_1 = 15 - 15 = 0$$

$$z = 0 + 24.05 = 24.05$$

$$m = 0 + 1 = 1$$

$$S[1] = (O, AZ, 1)$$

$$// q_1 = 0 \wedge d_{AZ} > 0$$

$$i = AZ \wedge j = 0$$

$$z = 24.05 + 24.05 = 48.10$$

$$m = 1 + 1 = 2$$

$$S[2] = (AZ, O, 1)$$

$$k = 1 + 1 = 2 \quad (2 < 3)$$

$$i = O$$

$$q_2 > 0$$

$$d_{AZ2} = \min\{21, 6\} = 6$$

$$d_{AZ} = 6 - 6 = 0$$

$$q_2 = 21 - 6 = 15$$

$$z = 48.10 + 24.05 = 72.15$$

$$m = 2 + 1 = 3$$

$$S[3] = (O, AZ, 2)$$

(Fim Enquanto  $d_{AZ} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AZ\} = \{TN, AL\} \neq \emptyset$$

$$D = 70 - 21 = 49 > 0$$

$$q_2 > 0 \text{ então } i = AZ$$

$$C[e] = [(AZ, TN, 2), (AZ, AL, 2)]$$

$$c(e) = [36.16; 10.79]$$

$$c_{\min} = 10.79$$

$$c_{\max} = 36.16$$

$$c(e) \leq 10.79 + 0.8 (36.16 - 10.79) = 31.09$$

$$LRC = [(AZ, AL, 2)] = e$$

Enquanto  $d_{AL} > 0$

$$q_2 > 0$$

$$d_{AL2} = \min\{15, 25\} = 15$$

$$d_{AL} = 25 - 15 = 10$$

$$q_2 = 15 - 15 = 0$$

$$z = 72.15 + 10.79 = 82.94$$

$$m = 3 + 1 = 4$$

$$S[4] = (AZ, AL, 2)$$

$$// q_2 = 0 \wedge d_{AL} > 0$$

$$i = AL \wedge j = O$$

$$z = 82.94 + 4.35 = 87.29$$

$$m = 4 + 1 = 5$$

$$S[5] = (AL, O, 2)$$

$$k = 2 + 1 = 3 \quad (3 = 3)$$

$$i = O$$

$$q_3 > 0$$

$$d_{AL3} = \min\{33, 10\} = 10$$

$$d_{AL} = 10 - 10 = 0$$

$$q_3 = 33 - 10 = 23$$

$$z = 87.29 + 4.35 = 91.64$$

$$m = 5 + 1 = 6$$

$$S[6] = (O, AL, 3)$$

(Fim Enquanto  $d_{AL} > 0$ )

$$X = X \setminus \{AL\} = \{TN\} \neq \emptyset$$

$$D = 49 - 25 = 24 > 0$$

$$q_3 > 0 \text{ então } i = \text{AL}$$

$$C[e] = [(\text{AL}, \text{TN}, 3)]$$

$$c(e) = [54.92]$$

$$\text{LRC} = [(\text{AL}, \text{TN}, 3)] = e$$

$$\text{Enquanto } d_{\text{TN}} > 0$$

$$q_3 > 0$$

$$d_{\text{TN}3} = \min\{23, 24\} = 23$$

$$d_{\text{TN}} = 24 - 23 = 1$$

$$q_3 = 23 - 23 = 0$$

$$z = 91.64 + 54.92 = 146.56$$

$$m = 6 + 1 = 7$$

$$S[7] = (\text{AL}, \text{TN}, 3)$$

$$// q_3 = 0 \wedge d_{\text{TN}} > 0$$

$$i = \text{TN} \wedge j = \text{O}$$

$$z = 146.56 + 67.40 = 213.96$$

$$m = 7 + 1 = 8$$

$$S[8] = (\text{TN}, \text{O}, 3)$$

$$k = 3 + 1 = 4$$

$$4 > 3 \text{ então } k = 1$$

$$i = \text{O}$$

$$q_1 > 0$$

$$d_{\text{TN}1} = \min\{15, 1\} = 1$$

$$d_{\text{TN}} = 1 - 1 = 0$$

$$q_1 = 15 - 1 = 14$$

$$z = 213.96 + 61.40 = 275.36$$

$$m = 8 + 1 = 9$$

$$S[9] = (\text{O}, \text{TN}, 1)$$

(Fim Enquanto  $d_{\text{TN}} > 0$ )

$$X = X \setminus \{\text{AL}\} = \emptyset$$

$$D = 24 - 24 = 0$$

$$i = \text{TN} \wedge j = \text{O}$$

$$z = 275.36 + 61.40 = 336.76$$

$$m = 9 + 1 = 10$$

$$S[10] = (\text{TN}, \text{O}, 1)$$

(Fim Enquanto  $X \neq \emptyset$ )

$$\mathbf{S} = \{(\text{O}, \text{AZ}, 1), (\text{AZ}, \text{O}, 1), (\text{O}, \text{AZ}, 2), (\text{AZ}, \text{AL}, 2), (\text{AL}, \text{O}, 2), (\text{O}, \text{AL}, 3), (\text{AL}, \text{TN}, 3), (\text{TN}, \text{O}, 3), (\text{O}, \text{TN}, 1), (\text{TN}, \text{O}, 1)\}$$

$$\mathbf{z} = 336.76\text{€}$$

## Anexo 7 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 1 (2ª instância)

$S = \{(O, TN, 1), (TN, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AL, 2), (AL, O, 2), (O, AL, 3), (AL, AZ, 3), (AZ, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$z = 331.53€$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 15$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 0$
k=2	21	$d_{TN2} = 9$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 12$
k=3	33	$d_{TN3} = 0$	$d_{AZ3} = 20$	$d_{AL3} = 13$
k=1	1	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 1$	$d_{AL1} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

*First-Improvement*

n.º máximo de iterações = 2

1ª iteração

Excluir:

k = 1: entre (TN, AZ) → npa = 0.395 → j = TN

k = 2: entre (TN, AL) → npa = 0.680 → j = AL

k = 3: entre (AZ, AL) → npa = 0.989 → j = AL

Incluir:

k = 1: entre (TN, AL) → npa = 0.941 → j = AL

k = 2: entre (TN, AL) → npa = 0.617 → j = AL

k = 3: entre (TN, AL) → npa = 0.066 → j = TN

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k=1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 15$
k=2	21	$d_{TN2} = 11$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 10$
k=3	33	$d_{TN3} = 13$	$d_{AZ3} = 20$	$d_{AL3} = 0$
k=1	1	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 1$	$d_{AL1} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

$S = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$f(S) = 4.35 + 4.35 + 62.05 + 52.40 + 4.35 + 67.40 + 38.35 + 26.05 + 24.05 + 24.05 = 307.40€ < 331.53€$

$S^* = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$f^*(S) = 307.40€$



## 2ª iteração

Excluir:

k = 1: entre (AZ, AL) → npa = 0.067 → j = AZ

k = 2: entre (TN, AL) → npa = 0.860 → j = AL

k = 3: entre (TN, AZ) → npa = 0.543 → j = AZ

Incluir:

k = 1: entre (AZ, AL) → npa = 0.003 → j = AZ

k = 2: entre (AZ, AL) → npa = 0.368 → j = AZ

k = 3: entre (AZ, AL) → npa = 0.643 → j = AL

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 15$
k = 2	17	$d_{TN2} = 11$	$d_{AZ2} = 6$	$d_{AL2} = 0$
k = 3	23	$d_{TN3} = 13$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 10$
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

$S = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AL, 3), (AL, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$f(S) = 4.35 + 4.35 + 62.05 + 36.16 + 24.05 + 67.40 + 54.92 + 4.35 + 24.05 + 24.05 = 305.73€ < 307.40€$

$S^* = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AZ, 2), (AZ, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AL, 3), (AL, O, 3), (O, AZ, 1), (AZ, O, 1)\}$

$f^*(S) = 305.73€$

## Anexo 8 - Algoritmo da Heurística Melhorativa com solução inicial obtida da Heurística Construtiva 2 (2ª instância)

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, O, 2), (O, AL, 3), (AL, TN, 3), (TN, O, 3), (O, TN, 1), (TN, O, 1)\}$

$z = 336.76€$

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k = 2	21	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 6$	$d_{AL2} = 15$
k = 3	33	$d_{TN3} = 23$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 10$
k = 1	1	$d_{TN1} = 1$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 0$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

*First-Improvement*

n.º máximo de iterações = 2

1ª iteração

Excluir:

k = 1: entre (TN, AZ) → npa = 0.339 → j = TN

k = 2: entre (AZ, AL) → npa = 0.259 → j = AZ

k = 3: entre (TN, AL) → npa = 0.953 → j = AL

Incluir:

k = 1: entre (TN, AZ, AL) → npa = 0.980 → j = AL

k = 2: entre (TN, AZ, AL) → npa = 0.336 → j = AZ

k = 3: entre (TN, AZ, AL) → npa = 0.050 → j = TN

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k = 2	21	$d_{TN2} = 0$	$d_{AZ2} = 6$	$d_{AL2} = 15$
k = 3	24	$d_{TN3} = 24$	$d_{AZ3} = 0$	$d_{AL3} = 0$
k = 1	10	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 10$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	24	21	25

$S = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3), (O, AL, 1), (AL, O, 1)\}$

$f(S) = 24.05 + 24.05 + 24.05 + 10.79 + 4.35 + 67.40 + 67.40 + 4.35 + 4.35 = 230.79€ < 336.76€$

$S^* = \{(O, AL, 1), (AL, O, 1), (O, AZ, 2), (AZ, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, O, 3), (O, AL, 1), (AL, O, 1)\}$

$f^*(S) = 230.79€$

2ª iteração

Excluir:

k = 1: entre (AZ, AL) → npa = 0.037 → j = AZ

k = 2: entre (AZ, AL) → npa = 0.234 → j = AZ

k = 3: j = TN

Incluir:

k = 1: entre (TN, AZ) → npa = 0.957 → j = AZ

k = 2: entre (TN, AZ) → npa = 0.304 → j = TN

k = 3: entre (TN, AZ) → npa = 0.034 → j = TN

k	Capacidade utilizada	$d_{jk}$		
k = 1	15	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 15$	$d_{AL1} = 0$
k = 2	21	$d_{TN2} = 6$	$d_{AZ2} = 0$	$d_{AL2} = 15$
k = 3	24	$d_{TN3} = 18$	$d_{AZ3} = 6$	$d_{AL3} = 0$
k = 1	10	$d_{TN1} = 0$	$d_{AZ1} = 0$	$d_{AL1} = 10$
<b>Procura satisfeita</b>	<b>70</b>	<b>24</b>	<b>21</b>	<b>25</b>

$S = \{(O, AZ, 1), (AZ, O, 1), (O, TN, 2), (TN, AL, 2), (AL, O, 2), (O, TN, 3), (TN, AZ, 3), (AZ, O, 3), (O, AL, 1), (AL, O, 1)\}$

$f(S) = 24.05 + 24.05 + 62.05 + 52.40 + 4.35 + 67.40 + 38.35 + 26.05 + 4.35 + 4.35 = 307.40€ > 230.79€$

## Anexo 9 – VRP Spreadsheet Solver (1ª instância)

Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time	Pickup amount	Delivery amount	Profit
0	Loures		38,8434450	-9,2141180	00:00	23:59	Starting location	0:00	0	0	0
1	Torres Novas		39,4770050	-8,6248470	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	25	0
2	Azambuja		39,0569470	-8,9061580	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	19	0
3	Alverca		38,8968970	-9,0380870	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	15	0

Starting depot	Vehicle type	Capacity	Fixed cost per trip	Cost per unit distance	Distance limit	Work start time	Driving time limit	Working time limit	Return depot	Number of vehicles
	HC	15	0,00	0,46	560,00	08:00	9:00	10:00	Loures	1
Loures	NO	21	0,00	0,47	560,00	08:00	9:00	10:00	Loures	1
	PP	33	0,00	0,50	560,00	08:00	9:00	10:00	Loures	1

Location name	Location ID	Latitude (y)	Longitude (x)	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Pickup amount	Delivery amount	Load
<b>Total net profit: -135,44</b>												
<b>Vehicle: V1 (HC) Stops: 2 Net profit: -15,05</b>												
0	Loures	38,843445	-9,214118	0,00	0:00	08:00	08:00	0:00	0	0	0	15
1	Alverca	38,896897	-9,038087	16,36	0:14	08:14	08:14	0:14	0	0	15	0
2	Loures	38,843445	-9,214118	32,71	0:28	08:28	08:28	0:28	0	0	0	0
<b>Vehicle: V2 (NO) Stops: 2 Net profit: -33,54</b>												
0	Loures	38,843445	-9,214118	0,00	0:00	08:00	08:00	0:00	0	0	0	19
1	Azambuja	39,056947	-8,906158	35,68	0:31	08:31	08:31	0:31	0	0	19	0
2	Loures	38,843445	-9,214118	71,35	1:02	09:02	09:02	1:02	0	0	0	0
<b>Vehicle: V3 (PP) Stops: 2 Net profit: -86,86</b>												
0	Loures	38,843445	-9,214118	0,00	0:00	08:00	08:00	0:00	0	0	0	25
1	Torres Novas	39,477005	-8,624847	86,86	1:14	09:14	09:14	1:14	0	0	25	0
2	Loures	38,843445	-9,214118	173,71	2:28	10:28	10:28	2:28	0	0	0	0

## Anexo 10 – VRP Spreadsheet Solver (2ª instância)

Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time	Pickup amount	Delivery amount	Profit
0	Loures		38,8434450	-9,2141180	00:00	23:59	Starting location	0:00	0	0	0
1	Torres Novas		39,4770050	-8,6248470	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	24	0
2	Azambuja		39,0569470	-8,9061580	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	21	0
3	Alverca		38,8968970	-9,0380870	00:00	23:59	Must be visited	0:00	0	25	0

Starting depot	Vehicle type	Capacity	Fixed cost per trip	Cost per unit distance	Distance limit	Work start time	Driving time limit	Working time limit	Return depot	Number of vehicles
	HC	15	0,00	0,46	560,00	08:00	9:00	10:00	Loures	1
	NO	21	0,00	0,47	560,00	08:00	9:00	10:00	Loures	1
	PP	33	0,00	0,50	560,00	08:00	9:00	10:00	Loures	1
Loures	HC	15	0,00	0,46	560,00	14:00	9:00	10:00	Loures	1
	NO	21	0,00	0,47	560,00	14:00	9:00	10:00	Loures	1
	PP	33	0,00	0,50	560,00	14:00	9:00	10:00	Loures	1



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	<b>Total net profit:</b>													
2														
3	<b>Vehicle:</b>	<b>V2 (NO)</b>					<b>Stops:</b>		<b>2</b>	<b>Net profit:</b>				
4														
5	<b>Stop count</b>	<b>Location name</b>	<b>Location ID</b>	<b>Latitude (y)</b>	<b>Longitude (x)</b>	<b>Distance travelled</b>	<b>Driving time</b>	<b>Arrival time</b>	<b>Departure time</b>	<b>Working time</b>	<b>Profit collected</b>	<b>Pickup amount</b>	<b>Delivery amount</b>	<b>Load</b>
6	0	Loures	0	38,843445	-9,214118	0,00	0:00		08:00	0:00	0	0	0	21
7	1	Azambuja	2	39,056947	-8,906158	35,68	0:31	08:31	08:31	0:31	0	0	0	21
8	2	Loures	0	38,843445	-9,214118	71,35	1:02	09:02		1:02	0	0	0	0
9														
10	<b>Vehicle:</b>	<b>V3 (PP)</b>					<b>Stops:</b>		<b>2</b>	<b>Net profit:</b>				
11														
12	<b>Stop count</b>	<b>Location name</b>	<b>Location ID</b>	<b>Latitude (y)</b>	<b>Longitude (x)</b>	<b>Distance travelled</b>	<b>Driving time</b>	<b>Arrival time</b>	<b>Departure time</b>	<b>Working time</b>	<b>Profit collected</b>	<b>Pickup amount</b>	<b>Delivery amount</b>	<b>Load</b>
13	0	Loures	0	38,843445	-9,214118	0,00	0:00		08:00	0:00	0	0	0	25
14	1	Alverca	3	38,896897	-9,038087	16,36	0:14	08:14	08:14	0:14	0	0	0	25
15	2	Loures	0	38,843445	-9,214118	32,71	0:28	08:28		0:28	0	0	0	0
16														
17	<b>Vehicle:</b>	<b>V6 (PP)</b>					<b>Stops:</b>		<b>2</b>	<b>Net profit:</b>				
18														
19	<b>Stop count</b>	<b>Location name</b>	<b>Location ID</b>	<b>Latitude (y)</b>	<b>Longitude (x)</b>	<b>Distance travelled</b>	<b>Driving time</b>	<b>Arrival time</b>	<b>Departure time</b>	<b>Working time</b>	<b>Profit collected</b>	<b>Pickup amount</b>	<b>Delivery amount</b>	<b>Load</b>
20	0	Loures	0	38,843445	-9,214118	0,00	0:00		14:00	0:00	0	0	0	24
21	1	Torres Novas	1	39,477005	-8,624847	86,86	1:14	15:14	15:14	1:14	0	0	0	24
22	2	Loures	0	38,843445	-9,214118	173,71	2:28	16:28		2:28	0	0	0	0