



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

MESTRADO

ECONOMETRIA APLICADA E PREVISÃO

TRABALHO FINAL DE MESTRADO

Dissertação

**ESTUDO EMPÍRICO SOBRE AS NOTAS COLOCADAS EM CIRCULAÇÃO
EM PORTUGAL**

SUSANA RAMOS MORGADO

OUTUBRO-2015



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

**MESTRADO EM
ECONOMETRIA APLICADA E PREVISÃO**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO**

**ESTUDO EMPÍRICO SOBRE AS NOTAS COLOCADAS EM CIRCULAÇÃO
EM PORTUGAL**

SUSANA RAMOS MORGADO

ORIENTAÇÃO:

PROFESSOR DOUTOR NUNO RICARDO MARTINS SOBREIRA

OUTUBRO-2015

Resumo

Com a introdução do euro a análise do uso e circulação efetiva de notas por cada um dos países da zona euro passou a ser uma tarefa bastante desafiante devido à sua contínua migração entre países. Ao mesmo tempo é cada vez mais importante a estimação e previsão da evolução da circulação de notas estando o Departamento de Emissão e Tesouraria do Banco de Portugal (DET) encarregue de assegurar a emissão e a colocação em circulação da moeda legal necessária à economia nacional. Assim, o principal objetivo deste estudo é auxiliar o DET na sua tarefa e fazer um exercício comparativo da capacidade preditiva de um conjunto de modelos econométricos clássicos para prever a circulação de notas em Portugal, através de uma abordagem econométrica.

Numa primeira fase é feita uma análise sobre a relação entre as notas em circulação e um conjunto de variáveis económicas através da abordagem VEC para o período entre 2002 e 2014. Os resultados demonstram evidência estatística de existência de uma relação de cointegração, havendo portanto uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis em estudo.

Numa segunda fase são testadas várias metodologias de previsão para avaliar qual o modelo com melhor desempenho para prever as notas em circulação. Tanto os três critérios para avaliar os erros de previsão (RMSE, MAE e MAPE) como o teste Diebold Mariano apontaram para o método de Holt como aquele com melhor capacidade preditiva sobre as notas em circulação. Relativamente à previsão para o período de 2015 até 2017, todos os diferentes métodos de previsão utilizados apontam para a permanência da tendência verificada ao longo dos anos.

Palavras-chave: notas em circulação, cointegração, VEC, previsão.

Abstract

Since the euro cash changeover in 2002 it has become increasingly difficult to analyze and compare developments in banknote usage in different countries of the euro area, as a result of the migration of banknotes across borders. Given that the “Departamento de Emissão e Tesouraria do Banco de Portugal” is responsible for ensuring the issue and putting into circulation of the national economy’s legal tender currency, it is increasingly important to estimate and forecast the evolution of banknotes. Thus, the main objective of this study is to make a comparative assessment of the predictive ability of a set of classic econometric models to predict the banknotes in Portugal, through an econometric approach.

Initially we study the relationship between banknotes in circulation and a set of macroeconomic variables through the VEC approach to the period between 2002 and 2014. The results show statistical evidence of the existence of one cointegration relation, so apparently there is one long-run equilibrium relationship between the variables under study.

The second part consists on comparing multiple forecasting methods to evaluate which is the best model to predict the banknotes in circulation. All the three criteria to evaluate forecasting errors (RMSE, MAE and MAPE) and the Diebold Mariano test, point out the Holt method as the one with better predictive ability on banknotes in circulation. Regarding the forecast from 2015 to 2017, all the different forecasting methods point out to the continuation of the same pattern observed in the past few years.

Key-words: banknotes in circulation, cointegration, VEC, forecast.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Nuno Ricardo Martins Sobreira, pelo apoio, disponibilidade e pelos seus conselhos, indispensáveis à concretização deste trabalho.

Agradeço a todos os professores, em especial à Professora Doutora Isabel Proença, coordenadora do mestrado de Econometria Aplicada e Previsão, pelo acompanhamento e apoio ao longo de todo o mestrado.

Agradeço ao Banco de Portugal, em especial ao Doutor António Garcia, diretor do Departamento de Emissão e Tesouraria, pela oportunidade de estágio durante os meses julho e agosto.

Um agradecimento especial a todos os meus colegas e amigos que sempre me apoiaram e ajudaram na exposição de ideias e na breve revisão do texto.

Por fim, a toda a minha família pela oportunidade e apoio incondicional durante a realização de todo o programa.

Índice

1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3. PROCURA DE MOEDA	7
3.1. Especificação da Procura de Moeda	10
4. ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS	16
5. ANÁLISE DE RESULTADOS	18
5.1. Análise da Estacionaridade – Teste de Raiz Unitária	18
5.2. Análise Multivariada – Teste de Cointegração	21
6. CAUSALIDADE E PREVISÃO	25
6.1. Causalidade	25
6.2. Previsão	26
6.2.1. Modelo VEC	27
6.2.2. Métodos de Alisamento Exponencial	27
6.2.3. Metodologia de Box-Jenkins	28
6.2.4. Comparação de resultados	30
7. CONCLUSÃO	34
Referências Bibliográficas	36
Anexo A – Figuras	41
Anexo B – Tabelas	47

Índice de Figuras

Figura 1: Notas colocadas em circulação pelo Banco de Portugal	41
Figura 2: Levantamentos realizados no Banco de Portugal	41
Figura 3: Levantamentos e depósitos de notas no Banco de Portugal em 2007 e 2008	42
Figura 4: Levantamentos e depósitos de notas no Banco de Portugal em 2012, 2013 e 2014	42
Figura 5: Notas de 10€ colocadas em circulação	42
Figura 6: Notas de 20€ colocadas em circulação	43
Figura 7: Total de notas colocadas em circulação	43
Figura 8: PIB	43
Figura 9: Índice de Preços no Consumidor	44
Figura 10: Taxa de Juro Nominal de Longo Prazo e de Curto Prazo.....	44
Figura 11: Previsão estática para 2012Q1-2014Q4 com o modelo VEC	44
Figura 12: Previsão dinâmica para 2012Q1-2014Q4 com o modelo VEC	45
Figura 13: Previsão estática para 2012Q1-2014Q4 com o método de Holt	45
Figura 14: Previsão dinâmica para 2012Q1-2014Q4 com o método de Holt.....	45
Figura 15: Previsão estática para 2012Q1-2014Q4 com o modelo ARIMA.....	46
Figura 16: Previsão dinâmica para 2012Q1-2014Q4 com o modelo ARIMA	46
Figura 17: Previsões para 2015Q1-2017Q4 com o modelo VEC, método de Holt e modelo ARIMA	46

Índice de Quadros

Quadro 1: Avaliação da capacidade preditiva	31
---	----

Índice de Tabelas

Tabela I: Levantamentos de Notas realizados no Banco de Portugal em 2007 e 2008	47
Tabela II: Teste de Raiz Unitária: Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)	47
Tabela III 1: Teste de Cointegração de Johansen para o modelo referente à NOTA10	48
Tabela III 2: Teste de Cointegração de Johansen para o modelo referente à NOTA20	48
Tabela III 3: Teste de Cointegração de Johansen para o modelo referente ao VALOR	49
Tabela IV 1: Teste de Causalidade à Granger para o modelo referente à NOTA10	49
Tabela IV 2: Teste de Causalidade à Granger para o modelo referente à NOTA20	49
Tabela IV 3: Teste de Causalidade à Granger para o modelo referente ao VALOR	50
Tabela V 1: Teste Diebold-Mariano para o modelo referente à NOTA10	50
Tabela V 2: Teste Diebold-Mariano para o modelo referente à NOTA20	50
Tabela V 3: Teste Diebold-Mariano para o modelo referente ao VALOR	50
Tabela VI 1: Dados relativos à nota de 10€.....	51
Tabela VI 2: Dados relativos à nota de 20€.....	51
Tabela VI 3: Dados relativos ao valor de notas em circulação.....	53

Lista de Abreviaturas

ADF	<i>Augmented Dickey Fuller</i>	IPC	Índice de Preços no Consumidor
ARIMA	<i>Autoregressive Integrated Moving Average</i>	MAE	<i>Mean Absolute Error</i>
DET	Departamento de Emissão e Tesouraria	MAPE	<i>Mean Absolute Percent Error</i>
DF	Dickey-Fuller	PIB	Produto Interno Bruto
DM	Diebold-Mariano	RMSE	<i>Root Mean Square Error</i>
FAC	Função de Autocorrelação	TRG	Teorema de Representação de Granger
FACP	Função de Autocorrelação Parcial	VAR	<i>Vector Autoregressive</i>
FPM	Função Procura de Moeda	VEC	<i>Vector Error Correction</i>

1. INTRODUÇÃO

Com a introdução do euro a análise do uso e circulação efetiva de notas por cada um dos países da zona euro passou a ser uma tarefa bastante desafiante. De acordo com ECB (2011) este fenómeno está associado aos movimentos de migração de notas que impossibilitam a determinação do volume e do valor de notas em circulação efetivo em cada país. Isto significa que os indicadores-chave no uso de numerário, tais como o número médio de notas per capita ou a distribuição de notas em circulação em percentagem do PIB, não podem continuar a ser calculados por cada país da zona euro, individualmente. Uma vez que a gestão do *cash-cycle*¹ é diferente de país para país, uma comparação entre os países baseada no número bruto de notas emitidas e retiradas de circulação não ajuda a explicar as diferenças no uso de numerário nos vários países. Isto traduz-se no facto de a informação básica para a análise de diferenças no uso de numerário nos diferentes países da zona euro não estar disponível, ou ser influenciada por fatores que dificultam a comparação entre os países. Além disso, as fontes derivadas das instituições monetárias e financeiras ou das estatísticas de pagamento não revelam muito sobre o uso de numerário entre o público geral e as empresas não financeiras. Por isso, não é possível calcular o valor de transações em dinheiro ou o número de notas em circulação para motivos de transação. Assim, a determinação do nível real das notas de euro em circulação em cada um dos Estados-Membros da área do euro fica, por estas razões, claramente prejudicada.

¹ O ciclo de vida do numerário (*cash cycle*) passa pela produção, armazenamento, distribuição, consumo/utilização e destruição. O papel do Banco de Portugal no ciclo de vida da nota concentra-se na fase inicial – planeamento, fabrico, emissão e colocação da nota em circulação – e na final – processamento, análise de contrafações e destruição. Pelo meio, o numerário passa pelo público, pelas IC e pelas ETV, que atualmente processam grande parte da nota em circulação, recolocando-a diretamente no mercado (recirculação), sem que a mesma regresse ao Banco de Portugal (Banco de Portugal, 2009).

Ao mesmo tempo é cada vez mais importante a estimação e previsão da evolução da circulação de notas estando o Departamento de Emissão e Tesouraria do Banco de Portugal (DET) encarregue de assegurar a emissão e a colocação em circulação da moeda legal necessária à economia nacional. O DET constrói as suas próprias previsões com base no histórico e aplicando uma taxa de crescimento das notas que vão entrar e sair do Banco de Portugal, sem a utilização de ferramentas econométricas. Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar um método alternativo de construção de previsões ao DET e fazer um exercício comparativo da capacidade preditiva de um conjunto de modelos econométricos clássicos para prever a circulação de notas em Portugal, através de uma abordagem econométrica.

É vasta a literatura em torno da análise econométrica relativa à procura de moeda, principalmente com aplicações à zona euro, como por exemplo Calza et al (2001), Coenen e Vega (2001), Beyer (2009), Belke e Czudaj (2010), e Dreger e Wolters (2014), que utilizam a teoria de cointegração a fim de testar a existência de uma relação de longo prazo para a procura de moeda. No contexto português, Covas (1996) e Custódio (2004) encontraram evidências de existência de uma relação de cointegração ao analisar a procura de moeda no período 1977 a 1994 e 1979 a 1998, respetivamente. Por outro lado, Pérez (2014) ao analisar a existência de uma função de procura de moeda (FPM) de longo prazo para toda a zona euro e em particular para dez dos países pertencentes, não encontrou evidências de existência de cointegração para o caso de Portugal.

De acordo com Banco de Portugal (2007), o numerário é o instrumento de pagamento preferido para pagamentos de compras de baixo valor e mais frequentes. Ou seja, de entre as sete denominações de notas de euro, as denominações mais baixas e médias são as mais usadas nos pagamentos efetuados no dia-a-dia. Com efeito, a nota de 20€ assume a liderança desde a introdução do euro, sendo a nota mais utilizada em

Portugal, seguida da nota de 10€, evidenciando a estrutura da circulação de notas em Portugal assente fundamentalmente nas baixas denominações. Assim, devido à sua elevada importância, a análise econométrica neste estudo incide na modelação, estimação e previsão das denominações de 10€ e 20€, tal como no valor total em circulação.

A estimação de relações económicas como a procura de moeda, a fim de estudar a especificação dinâmica entre as variáveis, recorre à metodologia de modelos Vetoriais Autoregressivos, VAR (*Vector Autoregressive models*, VAR) e modelos de Mecanismo de Correção do Erro, MCE (*Vector Error Correction models*, VEC) para avaliar a existência de relações de interdependência entre variáveis e a existência de uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as notas em circulação, o rendimento real, o nível de preços e as taxas de juro.

Assim, numa primeira fase é feita uma análise sobre a existência de uma relação entre as notas em circulação e as variáveis económicas através da abordagem VEC. Numa segunda fase são testadas várias metodologias de previsão, incluindo a metodologia VEC, avaliando-se a capacidade preditiva de cada método através do teste estatístico Diebold-Mariano (DM).

Os resultados demonstraram evidência estatística de existência de uma relação de cointegração, havendo portanto uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis em estudo.

O teste DM aponta para a superioridade do método de Holt face ao modelo VEC. Já no caso das comparações entre o método de Holt e ARIMA e entre ARIMA e VEC, os testes estatísticos indicam que as diferenças nas previsões não são significativas. Estes resultados verificam-se tanto para as duas denominações como para o valor das notas em circulação, o que corrobora os resultados relativos à avaliação da capacidade preditiva

dos modelos (através do RMSE, MAE e MAPE), destacando a forte performance do método de Holt para prever as notas em circulação.

Relativamente à previsão para o período de 2015 até 2017, todos os diferentes métodos de previsão utilizados apontam para a permanência da tendência verificada ao longo dos anos, ou seja, a circulação de notas de 10€ e 20€ irá continuar a subir, enquanto o valor das notas em circulação irá continuar a descer.

O trabalho encontra-se organizado da seguinte maneira: a secção seguinte apresenta a síntese literária dos estudos realizados nesta matéria. O terceiro capítulo descreve de forma sucinta o enquadramento teórico e especificação da FPM e no quarto capítulo faz-se uma análise descritiva dos dados. No capítulo cinco é descrita a metodologia a ser seguida e são empregues os procedimentos descritos do estudo empírico, tal como a descrição e interpretação de resultados. No sexto capítulo é abordada a questão da previsão, avaliando a capacidade preditiva dos modelos propostos. Por fim, os resultados principais desta tese são explicitados na última secção.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É vasta a literatura em torno da análise econométrica relativa à procura de moeda, principalmente com aplicações à zona euro, como por exemplo Calza et al (2001), Coenen e Vega (2001), Beyer (2009), Belke e Czudaj (2010), e Dreger e Wolters (2014), que utilizam a teoria de cointegração a fim de testar a existência de uma relação de longo prazo para a procura de moeda. A maioria da literatura, e tendo estes artigos como exemplo, suporta a existência de cointegração entre as variáveis, e conseqüentemente, a estabilidade da procura de moeda de longo prazo.

Contudo, o caso português não tem sido alvo de muitos estudos, em particular desde a introdução do euro. Covas (1996) propõe uma FPM entre 1977 e 1994, concluindo a existência de um vetor cointegrante através da metodologia de Johansen.

Por outro lado, Pérez (2014) analisa a existência de uma FPM de longo prazo para toda a zona euro e em particular para dez dos países pertencentes, incluindo Portugal. Apesar da evidência favorável à existência de uma relação de longo prazo para toda a zona euro e para a maior parte dos países individualmente, no caso de Portugal a evidência estatística através da metodologia de Johansen apontou para a inexistência de cointegração. Com o objetivo de averiguar se a crise financeira de 2007 afetou a estabilidade da procura de moeda, Pérez (2014) aplicou novamente o procedimento de Johansen para testar a existência de cointegração sequencialmente para cada ano desde 2003 até 2013. No caso de Portugal, os resultados concluíram a existência de uma relação de cointegração em todos os anos desde 2003 até 2009, passando a evidenciar a inexistência de cointegração desde 2010 até 2013, período em que a instabilidade dos mercados financeiros afetou os mercados monetários. Estes resultados suportam a ideia de que existia uma relação de longo prazo entre as variáveis que foi seriamente afetada pela instabilidade da economia devido à crise financeira.

Apesar de existir uma enorme variedade para as especificações da FPM, de acordo com Custódio (2004) os trabalhos empíricos dão preferência à formulação teórica da procura de moeda como sendo uma função do tipo $m = f(y, r)$, através da qual se explicam as relações entre o *stock* real de moeda (m), uma medida de transação ou variável de escala (y), e o custo de oportunidade de deter moeda (r), indo ao encontro dos motivos sugeridos por Keynes para deter moeda: transação, precaução e especulação.

Enquanto existe um consenso na escolha da variável de escala como medida que relaciona as transações com a atividade económica, há grandes discrepâncias na

especificação para o custo de oportunidade. Citando Custódio (2004), “o custo de oportunidade de deter moeda envolve dois ingredientes: a taxa própria ou específica da moeda e a taxa de retorno dos ativos alternativos à moeda. Assim, a taxa de juro da moeda é referida como a taxa de juro específica, e o custo de oportunidade de deter moeda corresponde à diferença existente entre o rendimento dos outros ativos e a sua taxa específica”. Autores como Beyer (2009) e Fischer et al (2009) utilizam o *spread* da taxa de juro e a taxa de retorno, ao passo que Belke e Czudaj (2010) e Dreger e Wolters (2014) utilizam a taxa de juro de curto prazo, a taxa de juro de longo prazo e a taxa de inflação como medidas do custo de oportunidade. No entanto, optou-se por seguir a abordagem de Coenen e Vega (2001) que usam a diferença entre a taxa de juro de longo prazo e a taxa de juro de curto prazo.

A metodologia da cointegração e dos modelos de mecanismo de correção do erro revelaram-se de grande aplicabilidade ao estudo da FPM, quer na definição da FPM de longo prazo, quer na especificação da dinâmica de ajustamento. Esta especificação dinâmica consistente com a cointegração é geralmente descrita pelo modelo VEC, relacionando o longo prazo com os desequilíbrios de curto prazo. De facto, como proposto por Engle e Granger (1987), a cointegração implica a existência de uma dinâmica em relação à estabilidade do sistema, através do modelo VEC.

É indiscutível a evolução das aplicações de cointegração na FPM nos últimos anos. A implementação destas técnicas deve-se sobretudo a Granger (1986), Engle e Granger (1987), Johansen (1988), Phillips e Perron (1988) e Johansen e Juselius (1990).

Já no campo da previsão, autores como Barry et al (1997) ou Dreger e Wolters (2014) utilizam a metodologia de Diebold e Mariano (1995) no estudo sobre a procura de moeda a fim de avaliar a capacidade preditiva dos modelos.

3. PROCURA DE MOEDA

A quantidade de riqueza que um indivíduo decide manter sob a forma de dinheiro/moeda corresponde à procura de moeda por parte desse indivíduo. A função de procura de moeda (FPM) pretende modelizar as intenções de detenção de moeda. Segundo Vieira (2009), a procura de moeda parte de um problema de afetação de recursos. O rendimento ganho pode ser utilizado para financiar consumo imediato, ou pode ser guardado para possibilitar o consumo no futuro. Esta parte do rendimento pode ser mantida em moeda, líquida, ou pode ser aplicada noutra forma de ativos. É esta escolha entre reservar riqueza em moeda ou em outros ativos que determina a procura de moeda.

As teorias explicativas sobre a procura de moeda diferenciam-se, especialmente, pelo papel que atribuem à taxa de juro. De entre várias teorias existentes que analisam o equilíbrio da economia do lado monetário, destacam-se a Teoria Quantitativa da Moeda e a Teoria Keynesiana.

A fim de analisar as relações existentes entre o crescimento da moeda e a inflação, a Teoria Quantitativa da Moeda relaciona o nível do rendimento nominal, o *stock* de moeda e a velocidade de circulação de moeda. Esta teoria deve-se principalmente a Irving Fisher e Milton Friedman² que procuraram explicar a relação entre a quantidade de moeda e o rendimento nominal através da equação de trocas $M \times V = P \times Y$, onde M é a quantidade de moeda, V é a velocidade de circulação da moeda, P é o nível geral de preços e Y o produto real. Esta ideia defende que a despesa monetária agregada numa economia ($M \times V$) é igual ao valor do produto agregado ($P \times Y$). De acordo com a teoria quantitativa da moeda existe uma relação direta e proporcional entre a quantidade de

² Friedman (1956) é o autor mais representativo da nova teoria quantitativa da moeda. Para mais detalhes, veja-se, por exemplo, Abreu et al (2012).

moeda e o nível de preços, levando a duas teorias alternativas: a “Equação de Troca” associada a Fisher (1911) e a “Abordagem de Cambridge”, sendo Pigou (1917) o seu impulsionador, bem como outros neoclássicos seguidores desta abordagem, como Marshall (1923).

Enquanto os clássicos analisavam a teoria da procura de moeda em termos da “moeda em movimento”, Keynes especificou três motivos para se procurar e deter moeda:

- Motivo de transação: a principal função da moeda é de servir como meio de troca para efetuar pagamentos de bens e serviços devido à sua aceitabilidade geral;
- Motivo de precaução: para fazer face a despesas e situações imprevistas, uma vez que o funcionamento da economia se caracteriza pela incerteza e risco;
- Motivo de especulação: a moeda pode também ser utilizada como reserva de valor, ou seja, sendo a moeda o meio de pagamento por excelência, ativos financeiros como os depósitos à ordem e as próprias notas e moedas, de elevada liquidez e de baixo risco, podem ser utilizados como reserva de valor para transferência de consumo para o futuro.

A Teoria Keynesiana, de John Maynard Keynes, defende que a FPM pode ser apresentada com dois termos L_1 (que agrupa o motivo transação e precaução) e L_2 (que representa o motivo especulação), representando-se como $M^d = L_1(Y) + L_2(i)$. Visto que a procura de moeda é definida em termos reais, a FPM é crescente com o rendimento real Y e decrescente com a taxa de juro i : $\frac{M^d}{P} = f(Y, i)$.

Na literatura empírica existe uma grande variedade de especificações para a FPM. Contudo, a quantidade de moeda que os agentes económicos desejam deter, como parte da sua riqueza, durante um certo período de tempo, é função de três grandes fatores económicos, designadamente:

– Rendimento: afeta os benefícios de detenção de moeda. Um aumento no rendimento ou produto real agregado quando medido, por exemplo, pelo PIB real, provoca um aumento na procura de bens e serviços. Desta forma o volume de transações vai aumentar também e, conseqüentemente, as intenções de deter moeda. Deste modo, a subida do produto real faz aumentar a procura de moeda.

– Nível de Preços: afeta os benefícios de detenção de moeda. Quanto mais elevado for o preço dos bens e serviços, maiores são as intenções de detenção de moeda para realizar o mesmo volume de transações. Assim, um nível de preços elevado está associado a uma elevada procura de moeda, pois quando o nível de preços aumenta, a mesma quantidade nominal de moeda tem um valor inferior em termos de poder de compra; e para manter o mesmo poder de compra, é necessário reter mais moeda.

– Custo de Oportunidade: afeta o custo de detenção de moeda. A procura de moeda representa a quantidade de moeda que os agentes económicos desejam deter tendo em conta o custo de oportunidade que têm de suportar pela sua posse, que corresponde ao juro que terá de pagar ou ao juro que terá de sacrificar por não possuir outro tipo de ativo (onde o rendimento dos juros estimularia o agente económico a investir o dinheiro). A taxa de juro determina a preferência pela liquidez, isto é, quanto maior a taxa de juro, maior o custo de oportunidade e menores são as intenções de deter moeda, ou seja, menor será a quantidade de moeda que os agentes económicos desejam deter e maiores são as intenções de deter títulos que auferem juros.

Em resumo, e de acordo com ECB (2003), a procura de moeda é determinada principalmente pelo seu uso para transações, bem como para fins de precaução e especulativos. Está positivamente relacionada com variáveis de transação, tal como o rendimento ou o consumo privado, e negativamente relacionada com o custo de

oportunidade de deter moeda, tal como taxas de juro de curto prazo que medem o retorno que poderia ter sido ganho através de investimentos em ativos financeiros.

Com vista a satisfazer as suas necessidades, as famílias vão comprar bens e serviços finais, efetuando uma despesa, definida como consumo privado. Quanto maior for o consumo privado, maiores serão as intenções das famílias de deter moeda para poder realizar transações de modo a satisfazer as suas necessidades.

3.1. Especificação da Procura de Moeda

Como já foi visto, na literatura existem diversas abordagens para a especificação da procura de moeda, mas todas elas implicam uma relação que contém a quantidade de moeda, uma variável que representa o nível de transações na economia e uma variável que representa o custo de oportunidade de deter moeda. Seguindo a abordagem keynesiana, a variável respeitante ao nível de transações na economia representa os motivos de transação e precaução e a variável respeitante ao custo de oportunidade representa o motivo especulação. Enquanto existe um consenso na escolha da variável de escala como medida que relaciona as transações com a atividade económica, há grandes discrepâncias na especificação para o custo de oportunidade. Optou-se por seguir a abordagem de Coenen e Vega (2001) que usam a diferença entre a taxa de juro de longo prazo e a taxa de juro de curto prazo.

Assim, a função de procura de longo prazo pode ser especificada como:

$$(1) \quad M_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 P_t + \beta_3 (RL_t - RS_t) + u_t$$

onde M_t representa o stock de moeda, Y_t o rendimento, P_t o nível de preços, RL_t e RS_t as taxas de juro nominais de longo e curto prazo, respetivamente, e u_t é o termo de erro.

Com o objetivo, então, de estimar e prever a circulação de notas, começou-se por analisar as seguintes variáveis:

– Notas colocadas em circulação (nota de 5€, 10€, 20€, 50€, 100€, 200€, 500€ e valor total em euros) pelo Banco de Portugal: em quantidade, por denominação, e valor total em euros.

– PIB real como medida do volume de transações: dados encadeados em volume (ano de referência 2011).

– Índice de Preços no Consumidor: IPC, Base – 2012.

– Taxas de Juro Nominais de Longo Prazo e de Curto Prazo como medidas do custo de oportunidade: taxa de juro a 10 anos e a 3 meses, respetivamente.

Os dados encontram-se numa base trimestral e, em caso de necessidade, foram corrigidos de sazonalidade através do método TRAMO/SEATS. Adicionalmente, é de notar que os dados referentes às notas em circulação e o IPC foram recolhidos originalmente numa base mensal e convertidos para a base trimestral. Os dados do PIB real foram obtidos em Cardoso e Sequeira (2015). A fonte das notas em circulação é o *BP stat*, estatísticas online do Banco de Portugal. Os dados do IPC e taxas de juro foram recolhidos nos sites do INE e da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE), respetivamente.

O período amostral utilizado inicia-se no primeiro trimestre de 2002, aquando da introdução do euro em Portugal e nos restantes onze países do Eurosistema, e termina no quarto trimestre de 2014 constituindo um total de 52 observações.³

Na Figura 1 é possível observar o gráfico das notas colocadas em circulação pelo Banco de Portugal, por denominação e valor total em euros. O valor das notas colocadas

³ Para algumas variáveis estavam disponíveis dados referentes aos dois primeiros trimestres de 2015. Contudo, como não estavam disponíveis para todas, optou-se pelo período amostral até 2014.

em circulação pelo Banco de Portugal obtém-se através da diferença entre os valores totais acumulados de notas que saem e que entram no Banco de Portugal desde a introdução do euro. Os valores negativos apresentados resultam do facto de existirem notas em circulação em Portugal emitidas por outros bancos centrais da área do euro que, excedendo as necessidades, num dado momento, podem ser depositadas no Banco de Portugal. Este fenómeno de importação de notas, como se pode verificar pelo gráfico, assume particular incidência nas denominações de 50€, 100€ e 200€, devido ao facto de Portugal ser recetor de elevadas quantias de notas destas denominações, colocadas em circulação por outros bancos centrais da área do euro.

Por outro lado, é fácil de verificar através do gráfico, que a nota de 20€ assume a liderança desde a introdução do euro, sendo a nota mais utilizada em Portugal, seguida da nota de 10€. Assim, e de acordo com Banco de Portugal (2015), a estrutura da circulação de notas em Portugal assenta fundamentalmente nas baixas denominações. Esta estrutura reflete, entre outros aspetos, o desenvolvimento económico e social do país, as práticas e hábitos de pagamento com dinheiro e, em grande medida, as políticas de distribuição de notas adotadas pelo sistema bancário. Com efeito, em 2014, e na continuidade da tendência observada nos últimos anos, as denominações de 10€ e 20€ foram as mais disponibilizadas ao público através das caixas automáticas da rede Multibanco. A nota de 20€ foi a mais levantada (53%)⁴ e o seu peso tem aumentado entre as quatro denominações que podem ser obtidas nestes equipamentos. Relativamente à nota de 10€, nem sempre foi evidente a sua grande importância. Apenas aquando da alteração do montante mínimo dos levantamentos de 5€ para 10€, em fevereiro de 2005, a importância da nota de 10€ iniciou uma tendência crescente em detrimento da de 5€.

⁴ Não serão aqui apresentados os dados relativos aos levantamentos de numerário na rede Multibanco, mas estes podem ser consultados no *Boletim Estatístico* do Banco de Portugal, Julho 2015.

Segundo Banco de Portugal (2007), o numerário é o instrumento de pagamento preferido para pagamentos de compras de baixo valor (até 30€) e mais frequentes (tais como compras de jornais, revistas e café, compras de fruta, pão e leite, pagamento de refeições em restaurante e compras de vestuário corrente). Ou seja, de entre as sete denominações de notas de euro, as denominações mais baixas e médias são as mais usadas nos pagamentos efetuados no dia-a-dia. Como as notas destas denominações são normalmente colocadas em circulação através das caixas automáticas, há portanto uma maior acessibilidade a estas notas face às notas de elevadas denominações, não disponíveis nos ATM. Por outro lado, a utilização das denominações mais elevadas (100€, 200€, 500€) permite às pessoas deterem grandes montantes de numerário. Estas denominações servem sobretudo como reserva de valor, mas também para a aquisição de artigos caros.

Assim, e principalmente devido à sua elevada importância, a análise econométrica incidir-se-á nas notas de denominações de 10€ e 20€ e o valor total das notas em circulação, em euros, já que as outras denominações apresentam importâncias estáveis e residuais.

Frequentemente observam-se *outliers* nos dados que podem estar relacionados com alguma intervenção económica. De facto, observe-se a Figura 3. Em linha com o verificado nos anos anteriores, em 2008 o valor dos depósitos ultrapassou o valor dos levantamentos devido ao facto, já mencionado anteriormente, de Portugal ser tradicionalmente um país de destino, especialmente por via do turismo, de notas emitidas por bancos centrais de outros países. Embora os movimentos de levantamentos e depósitos realizados nas tesourarias do Banco de Portugal tenham seguido os habituais padrões de sazonalidade (com os picos nos períodos do Natal e verão), verificou-se uma perturbação no último trimestre de 2008, diretamente relacionada com a crise financeira

internacional, da qual resultou uma elevada procura de notas nos meses de outubro e novembro, principalmente centrada nas altas denominações. Esta crise financeira teve origem nos EUA em 2007, que se prolongou até 2009, generalizando-se a todo o mundo.

Como se pode verificar na Tabela I, em 2008 registou-se um aumento global nos levantamentos efetuados no Banco de Portugal, face a 2007, em valor, na ordem de 1,5%, explicado fundamentalmente pelo crescimento da procura verificado nas notas de maior valor, 500€ e 200€, que apresentaram crescimentos de 27,17% e 167,76%, respetivamente. Isto significa que mais pessoas quiseram ter dinheiro na mão, em vez de depositado nos bancos, guardando as notas de maior valor.

A crise financeira de 2007 – 2009 teve também um grande impacto nas variáveis económicas, como se pode verificar pelos gráficos das séries. Por exemplo, no caso do PIB, na Figura 8, verifica-se uma súbita quebra no ano de 2008. Relativamente à taxa de juro de curto prazo, como se pode verificar na Figura 10, registou uma descida histórica em 2008 devido à crise financeira que se fazia sentir na zona euro.

Outro marco importante foi a crise da dívida soberana europeia, com início em 2009, com a revelação de dados muito negativos sobre a situação das finanças públicas gregas. A crise da dívida grega resultou, por um lado, da crise económica mundial e por outro, de fatores internos ao próprio país. Problemas de financiamento da Grécia, associados aos fracos fundamentos de algumas economias europeias e instabilidade nos mercados financeiros, estenderam a crise da dívida soberana aos países com economias menos estáveis da zona euro, como Portugal e Irlanda, durante 2010, levando-os a tomar medidas de austeridade, tais como o aumento de impostos e redução da despesa. Em maio de 2011, é oficialmente aprovado o primeiro empréstimo a Portugal, no montante de 78 mil milhões de euros, tornando-se no terceiro país da zona euro, após a Irlanda e a Grécia, a receber apoio financeiro internacional para superar dificuldades financeiras. Os efeitos

destes eventos são visíveis nos gráficos da série do PIB apresentados na Figura 8. É claramente visível a quebra abrupta no PIB a partir do último trimestre de 2010.

No início de 2010 surge uma renovada ansiedade sobre as dívidas públicas excessivas, levando os investidores a exigir taxas de juro cada vez mais altas a vários países com elevados níveis de dívida, de défice público e de défice da balança corrente. Por sua vez, isso dificultou aos governos a continuação do financiamento desses défices e o serviço da dívida, sobretudo nos casos onde a economia crescia pouco e investidores estrangeiros detinham uma grande parcela dessa dívida, como acontecia com a Grécia e Portugal. A Figura 10 demonstra tal fenómeno, salientando a subida a pique da taxa de juro de longo prazo no início de 2010, atingindo o seu valor máximo de 13% no primeiro trimestre de 2012. Em meados de 2012, a estabilidade financeira da zona euro melhorou significativamente e as taxas de juro passaram a uma tendência de descida. Desde 2013, a economia portuguesa iniciou uma recuperação económica gradual e em 2014 a atividade económica já registava uma relativa estabilização, apresentando um crescimento moderado, decorrendo esta evolução de uma recuperação da procura interna privada.

Para uma análise da evolução da circulação de notas mais recente observe-se a Figura 4, onde estão representados os levantamentos e depósitos de notas no Banco de Portugal, em milhões de euros, entre 2012 e 2014. Relativamente a 2013 houve um aumento no levantamento de notas face a 2012 devido, sobretudo, a uma maior solicitação de notas de alta denominação, particularmente evidente nos meses de março, abril e maio, coincidindo com a crise do Chipre.

Pelo contrário, comparando os anos 2013 e 2014, como se pode verificar, houve uma quebra tanto na procura de notas (acima dos 16%) como no valor de notas recebidas pelo Banco de Portugal (acima dos 8%). O enquadramento económico e financeiro, com depósitos a serem remunerados a taxas de juro negativas, a alteração das regras e

procedimentos para a realização de depósitos e levantamentos no Banco de Portugal, a celebração de acordos de troca de notas entre instituições de crédito (que evitam a intervenção do banco central na sua disponibilização) e o reforço da sensibilização junto das empresas de transporte de valores (ETV) e das instituições de crédito para a adequada redistribuição do numerário estarão na base desta variação (Banco de Portugal, 2015).

Contudo, o valor anual dos depósitos continuou a superar o dos levantamentos, dando continuidade à tendência observada ao longo dos últimos anos. Isto significa que Portugal é um país de destino, principalmente através do turismo, de notas colocadas em circulação por bancos centrais de outros países (sobretudo as notas de elevada denominação), que, quando excedentárias na economia, são depositadas no Banco de Portugal, não sendo posteriormente levantadas em igual proporção.

4. ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS

Como já referido acima, são usados dados trimestrais das notas colocadas em circulação pelo Banco de Portugal (em quantidade, por denominação, e valor total em euros), o PIB real como medida do volume de transações, o IPC e as taxas de juro nominais de longo e de curto prazo, como medidas do custo de oportunidade. O período amostral está compreendido entre o primeiro trimestre de 2002 e o quarto trimestre de 2014, totalizando 52 observações.

Como se pode observar através da Figura 1, a circulação de notas exhibe, ao longo dos anos, uma evolução alinhada com os padrões de sazonalidade em todas as denominações. Este facto é suportado pelos movimentos de carácter sazonal de

levantamentos de notas (Figura 2), que demonstram que os picos de procura ocorrem tipicamente nos períodos da Páscoa, Natal e nos meses de verão.

De acordo com o objetivo deste trabalho começa-se por procurar obter séries temporais expurgadas do efeito de sazonalidade. Deste modo, as séries relativas às notas e IPC foram removidas da componente sazonal através do software TRAMO/SEATS no *EViews*.⁵

Devido à grande discrepância de valores e de modo a trabalhar com séries com uma variância mais estabilizada, as variáveis PIB e IPC foram logaritmizadas. Ao contrário da circulação de notas de 10€ e 20€ que apresenta valores positivos em todo o período amostral, a circulação total em euros apresenta valores negativos. Por conseguinte, não é possível aplicar o logaritmo a esta última série, pelo que se optou por não utilizar a transformação logarítmica em nenhuma das três variáveis relativas à circulação de notas.

Na prática, começamos por construir um modelo VAR de ordem p , $Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + \Phi D_t + \varepsilon_t$, para cada um dos vetores de variáveis (1), (2) e (3), nomeadamente:

$$(1) Y_t = (NOTA10_t, pib_t, ipc_t, (LONG_t - SHORT_t))';$$

$$(2) Y_t = (NOTA20_t, pib_t, ipc_t, (LONG_t - SHORT_t))';$$

$$(3) Y_t = (VALOR_t, pib_t, ipc_t, (LONG_t - SHORT_t))'.$$

onde: *NOTA10* e *NOTA20* são as quantidades (em milhões) de notas de 10€ e 20€, respetivamente, colocadas em circulação pelo Banco de Portugal; *VALOR* é o valor total de notas colocadas em circulação pelo Banco de Portugal, em milhões de euros. As variáveis *pib* e *ipc* correspondem ao PIB real e ao IPC, respetivamente. *LONG* e *SHORT* são as taxas de juro nominais de longo e curto prazo, respetivamente.⁶

⁵ Relativamente ao PIB os dados foram previamente corrigidos de sazonalidade pelo Banco de Portugal.

⁶ As variáveis em letra minúscula significa que foram logaritmizadas.

No caso (1), a principal variável de interesse é a circulação de notas de 10€, enquanto a circulação de notas de 20€ e o valor das notas em circulação são as principais variáveis de interesse nos casos (2) e (3), respetivamente. De acordo com a teoria económica exposta na secção 3, esperamos ter as seguintes relações de longo prazo para os casos (1), (2) e (3), respetivamente:

$$NOTA10_t = \beta_0 + \beta_1 pib_t + \beta_2 ipc_t + \beta_3 (LONG_t - SHORT_t) + u_t$$

$$NOTA20_t = \beta_0 + \beta_1 pib_t + \beta_2 ipc_t + \beta_3 (LONG_t - SHORT_t) + u_t$$

$$VALOR_t = \beta_0 + \beta_1 pib_t + \beta_2 ipc_t + \beta_3 (LONG_t - SHORT_t) + u_t$$

As estimativas dos coeficientes β_i irão fornecer as variações absolutas das notas em circulação no longo prazo quando o PIB e o IPC variam em 1% e o diferencial das taxas de juro varia em um ponto percentual. Os sinais esperados do pib , ipc e $(LONG - SHORT)$, tendo em conta a teoria económica exposta na secção 3, são $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$ e $\beta_3 < 0$, respetivamente.

5. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.1. Análise da Estacionaridade – Teste de Raiz Unitária

Identificar a ordem de integração de uma série constitui um passo introdutório fundamental em qualquer estudo econométrico com séries temporais, na medida em que as séries podem não ser estacionárias mas pode existir uma combinação linear entre elas que o seja. Grande parte das séries económicas e financeiras não aparentam ser estacionárias e portanto é necessário transformá-las para que assim se tornem.

A análise da estacionaridade das séries deve iniciar-se com a inspeção visual dos seus gráficos. Contudo, muitas vezes esta não é suficiente para retirar uma conclusão

definitiva. Para tal, recorre-se a testes de raízes unitárias, nomeadamente o teste de Dickey-Fuller Aumentado (*Augmented Dickey-Fuller*, ADF). Na literatura são propostos outros testes de raízes unitárias tal como o teste PP de Phillips e Perron (1988), o teste KPSS de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992) e o teste DF-GLS de Elliot, Rothenberg e Stock (1996), todos disponíveis no software *EViews*.

No presente estudo optou-se por limitar a análise apenas ao teste ADF por este ser o mais utilizado na literatura. O teste ADF é uma versão aumentada do teste Dickey-Fuller (DF), proposto por Dickey e Fuller (1979). No caso mais geral tem-se um processo $AR(p)$ da forma

$$(2) \quad y_t = c + \beta t + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \Leftrightarrow \varphi(L)y_t = c + \beta t + \varepsilon_t$$

que pode ser escrito na forma

$$(3) \quad \Delta y_t = c + \beta t + \pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

em que $\pi = -\varphi(1) = \varphi_1 + \dots + \varphi_p - 1$ e $\delta_1, \dots, \delta_{p-1}$ são parâmetros que dependem de $\varphi_1, \dots, \varphi_p$.

Se y_t tem uma raiz unitária, então $\varphi(1) = 0 \Leftrightarrow \varphi_1 + \dots + \varphi_p = 1$, ou seja, $\pi = 0$. Então a hipótese nula do teste é $H_0: \pi = 0$ respeitante à presença de uma raiz unitária contra a alternativa estacionária $H_1: \pi < 0$. Dickey e Fuller (1979) demonstraram que, sob a hipótese nula de RU, o teste $t_{\hat{\pi}} = \frac{\hat{\pi}}{\hat{\sigma}_{\hat{\pi}}}$ (onde $\hat{\pi}$ é a estimativa de π obtida a partir da estimação da regressão em (3)) não segue uma distribuição habitual, mas sim uma distribuição DF.

Põem-se dois problemas na utilização desta abordagem: um relativo às componentes determinísticas a incluir no teste (sem constante, com constante ou com constante e tendência) e outro relativo à especificação do número de desfasamentos nas diferenças da série, ou seja, qual o valor ótimo de k na equação (3). Relativamente ao primeiro ponto, a inclusão de regressores irrelevantes na regressão reduz a potência do

teste em rejeitar a hipótese nula de presença de raiz unitária. Em geral, o teste sem constante não é aplicável, pois implicaria que a média do processo fosse igual a zero, o que não é observável na maioria dos casos. Nalguns casos, a intuição económica não permite que a série cresça a uma taxa moderadamente constante ao longo do tempo, podendo ser confirmado pela inspeção visual do gráfico da série. Assim, não faz sentido que a série tenha uma tendência determinística, pelo que se deve aplicar o teste com constante. Pelo contrário, noutros casos, através da intuição económica e do gráfico, faz sentido que a série tenha um crescimento contínuo. Logo, faz sentido permitir uma tendência determinística, devendo ser aplicado o teste com tendência linear. Relativamente ao segundo ponto, a escolha de um k baixo leva à autocorrelação nos erros, ao passo que a escolha de um k elevado leva à perda de potência dos testes. Pode ser empregue o procedimento *general-to-specific sequential t-sig* (GTS *t-sig*)⁷ ou os critérios de informação AIC e BIC. No entanto, o *EViews* fornece opções de seleção tanto automáticas como manuais para a escolha da ordem de defasamentos.

Através da metodologia exposta nesta secção, procede-se ao estudo da estacionaridade de cada uma das séries temporais. Em particular procura-se identificar a ordem de integração de cada uma das séries.

Nas Figuras 5 a 10 encontram-se os gráficos das séries e respetivas primeiras diferenças. Através da inspeção gráfica podemos ter uma ideia da ordem de integração das séries. Enquanto as três séries relativas às notas e o IPC aparentam ser não estacionárias em torno de uma tendência linear, o PIB e as taxas de juros nominais não têm tendência, mas exibem uma média não nula e aparentemente variável ao longo do tempo. Para uma análise mais formal foi realizado o teste ADF. Na Tabela II é possível observar os valores das estatísticas de teste e os correspondentes *valores-p*. Como se pode

⁷ Para mais detalhes veja-se Hayashi (2000) ou Lopes (2014).

verificar, o teste nunca rejeita a hipótese nula de existência de uma raiz unitária para todas as séries em nível. Já as séries nas suas primeiras diferenças foram consideradas estacionárias pela inspeção visual dos seus gráficos. Assim, os resultados estatísticos apresentam evidência estatística favorável à não estacionaridade, em particular, à existência de uma raiz unitária em todas as séries em análise.⁸

5.2. Análise Multivariada – Teste de Cointegração

Após verificar a ordem de integração de cada variável, pretende-se saber se existem relações de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis incluídas em cada modelo, ou seja, se elas são cointegradas ou não e qual o número de relações de cointegração. Também se pretende estimar essas relações de cointegração, caso existam.

Na literatura empírica os métodos para testar cointegração mais usuais são o método de Engle e Granger (1987) e o método de Johansen (1988, 1995). Dadas as limitações bem conhecidas na literatura académica do método de Engle-Granger optou-se por utilizar a metodologia de Johansen.

A metodologia de Johansen (1995) inicia-se com um sistema de identificação e estimação do modelo VAR sobre as variáveis em nível em que se tem de escolher não só a componente determinística, mas também o número de defasamentos p , comum a todas as variáveis.

A expressão matemática de um modelo VAR de ordem p , $VAR(p)$, é dada por:

$$(4) \quad Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + \Phi D_t + \varepsilon_t$$

em que $Y_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{kt})'$ é um vetor de k variáveis endógenas; A_0 é um vetor de termos independentes; A_1, \dots, A_p, Φ são matrizes de coeficientes; D_t é um vetor de termos

⁸ Foi também realizado o teste de Phillips e Perron (1988) que confirmou os resultados obtidos com o teste ADF. Para mais detalhes sobre esta abordagem veja-se, por exemplo, Lopes (2014).

determinísticos (que pode incluir tendências lineares, dummies sazonais, etc.); e $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{kt})'$ é um vetor de perturbações aleatórias não correlacionadas com os seus próprios valores passados e não correlacionadas com nenhuma das variáveis do segundo membro, embora possam estar contemporaneamente correlacionadas, e com matriz de covariâncias Ω não singular. Através de sucessivas somas e subtrações, um modelo $VAR(p)$ (como na expressão (4)) pode ser escrito como um $VEC(p-1)$

$$(5) \quad \Delta Y_t = A_0 + \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \Phi D_t + \varepsilon_t$$

$$\text{onde } \Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I; \Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j.$$

Segundo o Teorema de Representação de Granger (TRG), se a matriz de coeficientes Π tiver característica reduzida $r < k$, então existem duas matrizes α e β , cada uma com característica r , tal que: $\Pi = \alpha\beta'$ e $\beta'Y_t \sim I(0)$. α é a matriz $k \times r$ dos coeficientes da velocidade de ajustamento, β é a matriz $k \times r$ dos coeficientes de longo-prazo, r é o número de relações de cointegração. Cada coluna de β é um vetor cointegrante.

O método de Johansen utiliza o teste do traço e o teste do máximo que se baseiam no TRG para fornecer informação relativamente à existência de cointegração entre as variáveis. Enquanto o teste do traço assenta na hipótese nula do número de vetores cointegrantes distintos ser menor ou igual a r contra uma alternativa genérica, o teste do máximo assenta na hipótese nula do número de vetores cointegrantes ser menor ou igual a r contra a alternativa de $r + 1$ vetores cointegrantes.

O *EViews* calcula ambas as estatísticas, tal como o *valor-p* correspondente. O critério de decisão segue o habitual, pelo que a hipótese nula é rejeitada quando o valor observado da estatística é superior ao valor crítico (ou então, quando o *valor-p* é inferior ao nível de significância).

Verificada a existência de cointegração através da metodologia de Johansen, inclui-se o modelo de correção de erro. O mecanismo de correção do erro é uma ferramenta essencial para analisar as relações de longo prazo, pois permite conciliar o ajustamento dinâmico de curto prazo com as relações de equilíbrio de longo prazo.

A secção anterior sugere que as séries temporais em análise têm uma raiz unitária. Adicionalmente, e de acordo com o exposto anteriormente, faz sentido que estas variáveis apresentem dinâmicas comuns que se traduzem em relações de longo prazo. Assim, a metodologia mais adequada para averiguar e estimar essas relações de longo prazo consiste na investigação da presença de cointegração entre as variáveis do modelo e na estimação de modelos de correção de erros. Estes modelos têm também a vantagem de incorporar o termo corretor do erro que pode ajudar na previsão das variáveis de interesse. Para esse efeito, iremos utilizar o teste de cointegração de Johansen.

Antes de efetuar o teste é necessário ter em conta dois aspetos importantes: um diz respeito à ordem de desfasamento do modelo VAR e o outro está relacionado com a especificação dos testes de cointegração relativamente aos termos determinísticos a incluir nos modelos.

Relativamente ao primeiro ponto foram tidos em conta os testes de seleção de ordem de desfasamento do VAR⁹, o teste LM (Lagrange Multiplier) de autocorrelação, o teste de normalidade multivariada de Jarque-Bera e o princípio da parcimónia. Os critérios FPE e HC apontaram para $p = 2$, enquanto o critério BIC (o critério mais parcimonioso), indicou em todos os casos $p = 1$. Já o LR e o AIC apontaram para escolhas diferentes, nomeadamente $p = 3$ (para o valor total em circulação) e $p = 4$ (para as denominações de 10€ e 20€). Foram estimados os vários modelos e conduzidos testes

⁹ Teste de rácio de verosimilhanças (LR), teste do erro de previsão mínimo (FPE), critério de Informação de Akaike (AIC), critério Bayesiano de Informação de Schwartz (BIC) e critério de Informação de Hannan-Quinn (HC).

de autocorrelação nos resíduos. Para $p = 2$, a hipótese nula de ausência de autocorrelação não foi rejeitada para a maioria dos casos, ao contrário de $p = 1$. Seguindo o princípio da parcimónia, $p = 3$ e $p = 4$ deixaram de ser tidos em conta, levando à escolha de um modelo $VAR(2)$ para os três modelos.

Quanto ao segundo ponto, o *EViews* considera cinco especificações dos testes de cointegração de Johansen (1995, 80-84). Por inspeção visual dos gráficos das Figuras 5 a 10 foi considerado que as três séries relativamente às notas em circulação e o IPC apresentam tendência determinística na medida em que apresentam um crescimento contínuo ao longo do tempo. Ainda é de destacar que os resultados dos testes de cointegração se apresentaram robustos à escolha da componente determinística na maioria dos casos. Assim, optou-se por dados das séries com tendência linear determinística e equações de cointegração com constante (caso 3).¹⁰

Os resultados dos testes de cointegração encontram-se na Tabela III. Como se pode verificar, ambos os testes para os três modelos rejeitam a hipótese de inexistência de cointegração, ou seja, $r = 0$. Ao testar $r \leq 1$ os dois testes nunca rejeitam esta hipótese. Assim, para os três modelos foi encontrada evidência estatística de existência de cointegração, com número de relações de cointegração estimadas de $r = 1$ com base nas estatísticas do traço e do máximo.

Verificada a existência de cointegração entre as variáveis, inclui-se o termo de correção do erro, procedendo-se à estimação do modelo $VEC(1)$ para cada um dos casos (1), (2) e (3). As relações de equilíbrio de longo prazo estimadas foram as seguintes:

$$NOTA10 = 11201,92 - 1394,806pib + 848,5602ipc - 8,7834(LONG - SHORT)$$

$$NOTA20 = 11349,63 - 1820,49pib + 1855,97ipc - 10,276(LONG - SHORT)$$

$$VALOR = 1279312 + 183310,4pib - 151431,2ipc + 1794,826(LONG - SHORT)$$

¹⁰ Para mais detalhes sobre os cinco casos possíveis, ver também Juselius (2006).

Os resultados relativos aos sinais dos coeficientes estimados são muito heterogéneos. Relativamente às denominações de 10€ e 20€ os sinais coincidem, apesar de ambos os modelos não exibirem o sinal esperado para o PIB. Quanto ao modelo respeitante ao valor de notas em circulação, enquanto o sinal do PIB é o esperado, os sinais do IPC e das taxas de juro não o são.

6. CAUSALIDADE E PREVISÃO

6.1. Causalidade

O conceito de causalidade entre duas variáveis foi introduzido inicialmente por Granger (1969) e posteriormente popularizado por Sims (1972). A ideia base de causalidade à Granger é a de que X_t Granger causa Y_t se a informação passada da variável X_t permite melhorar as previsões da variável Y_t , ou seja, se Y_t for melhor previsto com base nos valores passados de X_t e Y_t juntos do que apenas com os valores passados de Y_t . A definição formal de Granger causalidade pode ser encontrada, por exemplo, em Hamilton (1994, pp. 303).

Assim, é utilizado o teste de Wald para averiguar se existem relações de causalidade à Granger entre variáveis, através do software *Eviews*. Este teste tem por base a hipótese nula de não causalidade entre variáveis, pelo que, através do critério de decisão habitual, a hipótese nula é rejeitada se o *valor-p* for inferior ao nível de significância (1%, 5% ou 10%).

Na Tabela IV estão apresentados os resultados do teste de causalidade à Granger através dos modelos *VEC(1)* estimados. Tendo em consideração um nível de significância a 10%, é possível tecer vários comentários.

No que diz respeito ao modelo (1) referente às notas de 10€, a evidência estatística sugere que não existe qualquer relação de causalidade à Granger entre as variáveis do modelo. Relativamente ao modelo (2), os resultados estatísticos apontam para que os valores passados da circulação de notas de 20€ são considerados preditivos do diferencial das taxas de juro que, por sua vez, ajudam a prever o IPC. No caso do modelo (3) foram encontradas mais evidências estatísticas de existência de causalidade à Granger em pelo menos um sentido, como no caso do PIB ser influenciado pelas variações no valor das notas em circulação. No que diz respeito ao diferencial das taxas de juro existe uma causalidade bi-direcional com o valor de notas em circulação, pelo que tanto a diferença entre as taxas de juro ajudam a prever a circulação total, tal como esta ajuda a prever a diferença entre as taxas de juro. Há também evidência estatística de que os valores do diferencial das taxas de juro podem ser explicados pelos valores passados de todas as outras variáveis, em conjunto. É ainda importante salientar que os valores passados de todas as variáveis macroeconómicas, em conjunto, são significativos para explicar o valor de notas em circulação.

6.2. Previsão

No âmbito da previsão, existem duas abordagens: a abordagem multivariada, onde a previsão da série é feita em função dos seus próprios valores passados e dos valores históricos de outras variáveis que se assumem terem relação com a variável de interesse, para além dos valores correntes e passados de um erro estocástico, também assumido evoluir segundo um processo ruído branco; e a abordagem univariada ou extrapolativa, onde o comportamento da série depende exclusivamente da sua história passada e dos valores correntes e passados de um erro estocástico (assumido evoluir segundo um processo ruído branco), desprezando assim a possibilidade de existirem relações entre a

variável de interesse e outras variáveis económicas, o que minimiza possíveis problemas associados com a estimação do modelo estrutural (Lopes, 2002).

Relativamente ao horizonte temporal, o estabelecimento de previsões reveste-se de duas formas: previsão estática (previsão passo-a-passo) e previsão dinâmica (previsão a múltiplos passos à frente).

6.2.1. Modelo VEC

Com base no modelo *VEC*(1) obtido na secção 5 para os três modelos, foi realizada a previsão utilizando os dados desde o primeiro trimestre de 2002 até ao último trimestre de 2011 para estimar os modelos (*estimation sample*) e utilizar os restantes dados, desde o primeiro trimestre de 2012 até ao último trimestre de 2014, como período de previsão (*forecast sample*). Os resultados encontram-se nas Figuras 11 e 12 com as previsões estática e dinâmica, respetivamente.

6.2.2. Métodos de Alisamento Exponencial

Os métodos de alisamento exponencial, introduzidos por Robert G. Brown¹¹, são métodos estatísticos de previsão que utilizam combinações ponderadas das observações passadas para prever os valores futuros. O termo “alisamento exponencial” significa que os ponderadores são exponencialmente decrescentes com a antiguidade das observações (Caiado, 2011).

Consoante as características das séries, existem várias abordagens dos métodos de alisamento exponencial para prever séries temporais com tendência (nula, linear ou amortecida) e com sazonalidade (nula, aditiva ou multiplicativa), nomeadamente o método de alisamento exponencial simples, duplo, de Holt e Holt-Winters.

¹¹ Ver, por exemplo, Brown (1956, 1959, 1963), Holt (1957) ou Gardner Jr. (1985, 2006).

Nas Figuras 5, 6 e 7 (A) e (B) encontram-se os gráficos das séries originais e corrigidas de sazonalidade (ver secção 5) respeitantes às notas colocadas em circulação pelo Banco de Portugal: milhões de notas de 10€, milhões de notas de 20€ e valor total em euros das notas em circulação. Como se pode observar, as três séries apresentam tendência linear. Assim, e como as séries já não apresentam movimentos de carácter sazonal, o método de alisamento exponencial mais adequado é o método de Holt, pois é o método adequado a séries que apresentam tais características. Através do *EViews*, aplica-se o método de Holt com pesquisa ótima de parâmetros. Em relação à *estimation sample*, para a previsão estática são utilizados os dados desde o primeiro trimestre de 2002 até ao último trimestre de 2014 e para a previsão dinâmica são utilizados os dados desde o primeiro trimestre de 2002 até ao quarto trimestre de 2011. Em ambos os casos a *forecast sample* é desde o primeiro trimestre de 2012 até ao quarto trimestre de 2014.

Os resultados encontram-se nas Figuras 13 e 14 com as previsões estática e dinâmica, respetivamente.

6.2.3. Metodologia de Box-Jenkins

A metodologia de Box-Jenkins foi primeiramente introduzida por Box e Jenkins (1970) que propuseram uma metodologia de análise de séries temporais que consiste nas etapas de identificação, estimação, avaliação de diagnóstico e seleção de modelos e previsão (Caiado, 2011):

– Identificação: esta etapa consiste em identificar um modelo $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_S$ que descreva a relação existente entre as suas observações:

$$(6) \quad \phi(B)\Phi(B^S)(1-B)^d(1-B)^D Y_t = \theta(B)\Theta(B^S)\varepsilon_t$$

Como as séries já foram previamente corrigidas de sazonalidade, tem-se o modelo $ARIMA(p, d, q)$:

$$(7) \quad \phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Através da inspeção visual dos gráficos das séries e também através dos correlogramas dos resíduos das séries, conclui-se que as séries não são estacionárias. Este facto é suportado pela análise de estacionaridade feita na secção 5.1. através dos testes ADF. Sendo necessária diferenciação simples para obter séries estacionárias, tem-se $d = 1$. A identificação dos valores p e q faz-se comparando as FAC e FACP das séries em estudo (já estacionárias) com as FAC e FACP teóricas dos modelos ARMA habituais. Relativamente às notas de 10€ e 20€ os modelos mais adequados para descrever as séries são o modelo $ARIMA(0,1,0)$ ¹² e $ARIMA(1,1,0)$, respetivamente. Em relação à série do valor de notas em circulação, os modelos candidatos a descrever a série são $ARIMA(1,1,0)$ e $ARIMA(2,1,0)$.

– Estimação: através do *EViews* foram estimados os modelos candidatos a descrever as séries em estudo.

– Avaliação de Diagnóstico: os resultados da estimação devem ser analisados em duas perspetivas: qualidade do modelo e qualidade do ajustamento. A qualidade do modelo estimado avalia-se através de testes de significância aos parâmetros do modelo estimado, análise das correlações entre os estimadores dos parâmetros e verificação das condições de invertibilidade e estacionaridade. A qualidade do ajustamento baseia-se na análise ao comportamento dos resíduos do modelo estimado. Um modelo é adequado se os respetivos resíduos apresentarem um comportamento de ruído branco. Para avaliar este comportamento faz-se três tipos de testes: teste de nulidade individual da FAC e FACP dos resíduos, teste de Ljung e Box (1978) de nulidade conjunta e teste de normalidade de Jarque-Bera aos resíduos. Nos quatro modelos os parâmetros mostraram ser estatisticamente significativos ao nível de significância de 5%, nunca estando

¹² O que é equivalente ao modelo de passeio aleatório.

correlacionados entre si e as condições de invertibilidade e estacionaridade foram sempre satisfeitas. Os correlogramas dos resíduos mostraram um comportamento semelhante a um ruído branco, facto também suportado pelos testes de Ljung-Box e Jarque-Bera.

– Seleção de modelos: por vezes na modelação de uma série pode existir mais do que um modelo que verifique os critérios de avaliação de diagnóstico. Assim, através dos critérios de seleção, opta-se pelo modelo mais adequado às séries. No caso do valor de notas em circulação obteve-se dois modelos candidatos, $ARIMA(1,1,0)$ e $ARIMA(2,1,0)$. Os critérios AIC, BIC e HQC mostraram ser menores no segundo modelo, pelo que o $ARIMA(2,1,0)$ é o mais adequado para modelar a série.

– Previsão: com o objetivo de fazer previsão *out-of-sample*, são usados os dados desde o primeiro trimestre de 2002 até ao último trimestre de 2011 para estimar o modelo (*estimation sample*) e utilizar os restantes dados, desde o primeiro trimestre de 2012 até ao último trimestre de 2014, como período de previsão (*forecast sample*). Os resultados encontram-se nas Figuras 15 e 16 com as previsões estática e dinâmica, respetivamente.

6.2.4. Comparação de resultados

A fim de saber qual o melhor método de previsão, são usados três critérios para avaliar os erros de previsão: a Raiz do Erro Quadrático Médio (*Root Mean Square Error*, RMSE), o Erro Absoluto Médio (*Mean Absolute Error*, MAE) e o Erro Percentual Absoluto Médio (*Mean Absolute Percent Error*, MAPE). Na prática escolhe-se o método que produzir menores erros de previsão sobre as últimas observações conhecidas da série observada.¹³

¹³ Para mais detalhes ver, por exemplo, Caiado (2011).

Quadro 1: Avaliação da capacidade preditiva

		NOTA10			NOTA20			VALOR		
		RMSE	MAE	MAPE	RMSE	MAE	MAPE	RMSE	MAE	MAPE
Estática	VEC(1)	18,677	16,377	9,2961	10,776	9,3298	2,3169	466,75	430,89	9,1200
	Holt	3,6297	2,4916	1,5918	4,6202	3,2678	0,8420	227,07	170,25	3,2161
	ARIMA	3,7153	2,5813	1,6390	5,4561	3,8459	0,9993	237,75	195,85	3,8498
Dinâmica	VEC(1)	13,624	11,294	6,6083	11,340	10,460	2,7003	927,99	380,81	9,0577
	Holt	9,4506	7,7026	4,6316	61,861	55,269	16,980	652,34	227,81	8,0116
	ARIMA	7,6114	5,9964	3,6496	12,829	11,179	3,0074	1377,5	544,45	22,095

De acordo com o Quadro 1, parece existir uma concordância relativamente ao método mais adequado de previsão estática, nomeadamente o método de Holt que apresenta o melhor desempenho para prever as notas de 10€, as notas de 20€ e o valor de notas em circulação. No que diz respeito à previsão dinâmica, os resultados são um pouco contrários, exceto no caso do valor das notas. Enquanto as notas de 10€ parecem ser melhor previstas através do modelo ARIMA, o modelo VEC apresenta a melhor performance em prever a circulação de notas de 20€.

Diebold e Mariano (1995) propuseram um teste a fim de comparar a capacidade preditiva dos métodos utilizados. O teste Diebold-Mariano (DM) tem como objetivo testar se a capacidade preditiva de dois modelos rivais é similar ou não, sendo também possível testar se há provas estatísticas que apontem para a superior ou inferior capacidade preditiva de um modelo em relação a outro com a adaptação adequada da hipótese nula.

Seguindo a abordagem de Mariano (2002), seja $\{y_t: t = 1, 2, \dots, T\}$ os valores observados e $\{\hat{y}_{1t}: t = 1, 2, \dots, T\}$ e $\{\hat{y}_{2t}: t = 1, 2, \dots, T\}$ duas previsões. Defina-se os erros de previsão como $e_{it} = \hat{y}_{it} - y_{it}$ para $i = 1, 2$. Assume-se que a *loss* associada à previsão i é uma função dos valores observados e previstos apenas através do erro de previsão, e_{it} e denota-se $g(y_{it}, \hat{y}_{it}) = g(\hat{y}_{it} - y_{it}) = g(e_{it})$. Geralmente $g(e_{it})$ é o quadrado (*squared-error loss*), $g(e_{it}) = e_{it}^2$, ou o valor absoluto (*absolute error loss*), $g(e_{it}) = |e_{it}|$, de e_{it} . Seja o *loss differential* entre as duas previsões $d_t = g(e_{1t}) - g(e_{2t})$. As

duas previsões têm capacidade preditiva semelhantes se e só se o valor esperado for igual a zero. Assim, o teste DM tem como hipótese nula $H_0: E(d_t) = 0$ para todo o t e apresenta uma distribuição assintótica normal padrão assumindo H_0 como verdadeira. No entanto, Harvey, Leybourne e Newbold (HLN, 1997) propuseram uma modificação no teste DM, DM^* , para pequenas amostras, onde se usam os valores críticos da distribuição *t-student* com $(T - 1)$ graus de liberdade, ao invés da distribuição $N(0,1)$.

$$(8) \quad DM^* = DM / \left\{ \frac{\left[T+1-2h+\frac{h(h-1)}{T} \right]}{T} \right\}^{1/2}$$

No presente estudo $T = 12$ (dimensão da amostra de previsão) e $h = 1$ visto na previsão estática a sequência de previsões ser obtida a um passo à frente. Sendo o teste DM obtido a partir de um conjunto de previsões um passo à frente, este só é aplicado para a previsão estática. É utilizado o estimador Newey-West para acomodar formas gerais de autocorrelação nos erros de previsão.

Na Tabela V encontram-se os resultados do teste DM e DM^* , tanto baseados nos valores absolutos (*absolute-error loss*) como nos quadrados (*squared-error loss*) de e_{it} . Os testes estatísticos consideram unanimemente que apenas as capacidades preditivas do método de Holt e ARIMA são similares, havendo uma clara evidência para rejeitar a hipótese nula nos outros casos. Estes resultados verificam-se tanto para as duas denominações como para o valor das notas em circulação.

Adicionalmente e observando os valores calculados das estatísticas teste, os resultados dos testes estatísticos apontam para a superioridade do método de Holt face ao modelo VEC. Estes resultados verificam-se tanto para as duas denominações como para o valor das notas em circulação, o que corrobora os resultados relativos à avaliação da capacidade preditiva dos modelos (ver Quadro 1).

Ao comparar o modelo ARIMA com o modelo VEC, foi clara a rejeição da hipótese nula $H_0: E(d_t) = 0$ contra $H_1: E(d_t) = \mu \neq 0$. Além disso, pelos valores das estatísticas teste, concluímos que o modelo ARIMA tem capacidade preditiva superior ao modelo VEC. Estes resultados verificam-se tanto para as duas denominações como para o valor das notas em circulação.

Para a previsão entre o primeiro trimestre de 2015 e o quarto trimestre de 2017 (*forecast sample*) foram utilizados os dados desde o primeiro trimestre de 2002 até ao quarto trimestre de 2014 para estimar o modelo (*estimation sample*). Na Figura 17 encontram-se as previsões com base no modelo $VEC(1)$ (abordagem multivariada), através do método de Holt e com base nos modelos ARIMA (abordagem univariada). Todos os diferentes métodos de previsão utilizados apontam para a permanência da tendência verificada ao longo dos anos, ou seja, a circulação de notas de 10€ e 20€ irá continuar a subir, enquanto o valor das notas em circulação irá continuar a descer.

Na Tabela VI são apresentados os dados de 2012 até 2017 de cada série observada, removida de sazonalidade e as previsões através dos modelos VEC e ARIMA e método de Holt. É ainda apresentada para cada série a correspondente taxa de crescimento, tanto trimestral como anual. No caso das notas de 10€ e 20€, o modelo ARIMA apresenta as taxas de crescimento anuais mais elevadas, entre os 4% e 5% e os 5% e 6%, respetivamente, contrastando o caso do valor de notas em circulação, onde este modelo apresenta as taxas de crescimento anuais mais baixas. Entre o modelo VEC e o método de Holt, este último exhibe as taxas de crescimento anuais mais baixas para o caso das notas de 10€ e 20€, ao contrário do valor de notas em circulação, onde é o VEC que exhibe as taxas mais baixas.

Visto os critérios RMSE, MAE e MAPE e o teste DM terem apontado para o método de Holt como aquele com melhor capacidade preditiva sobre as notas em

circulação, está previsto para 2015 uma taxa de crescimento de 1,11%, 1,89% e 37,87% para as notas de 10€, 20€ e valor total, respetivamente. Apenas há um aumento da taxa de crescimento face ao ano de 2014 com as notas de 10€, passando de 0,64% para 1,11%. No caso das notas de 20€ e valor total, em 2014 as taxas foram de 2,63% e 46,26%, respetivamente.

7. CONCLUSÃO

Estando o Departamento de Emissão e Tesouraria (DET) do Banco de Portugal encarregue de assegurar a emissão e a colocação em circulação da moeda legal necessária à economia nacional, é cada vez mais importante a estimação e previsão da evolução da circulação de notas. O DET constrói as suas próprias previsões com base no histórico e aplicando uma taxa de crescimento das notas que vão entrar e sair do Banco de Portugal, sem a utilização de ferramentas econométricas. Assim, o principal objetivo deste estudo era fazer um exercício comparativo da capacidade preditiva de um conjunto de modelos econométricos clássicos para prever a circulação de notas em Portugal, através de uma abordagem econométrica.

Devido à sua elevada importância, a análise econométrica neste estudo incidiu na modelação, estimação e previsão das denominações de 10€ e 20€, tal como no valor total em circulação.

Assim, numa primeira fase foi feita uma análise sobre a existência de uma relação entre as notas em circulação e as variáveis económicas através da abordagem VEC desde o primeiro trimestre de 2002 até ao último trimestre de 2014. De acordo com a maior parte da literatura relativa à procura de moeda, optou-se por especificar as notas em

circulação em função do PIB, do IPC e da diferença entre as taxas de juro de longo e curto prazo. Os resultados demonstraram evidência estatística de existência de uma relação de cointegração, havendo portanto uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis em estudo.

Numa segunda fase foram testadas várias metodologias de previsão, incluindo através da metodologia VEC, para avaliar qual tinha um melhor desempenho para prever as notas em circulação. Tanto os três critérios para avaliar os erros de previsão (RMSE, MAE e MAPE) como o teste Diebold Mariano apontaram para o método de Holt como aquele com melhor capacidade preditiva sobre as notas em circulação.

Relativamente à previsão para o período de 2015 até 2017, todos os diferentes métodos de previsão utilizados apontam para a permanência da tendência verificada ao longo dos anos, ou seja, a circulação de notas de 10€ e 20€ irá continuar a subir, enquanto o valor das notas em circulação irá continuar a descer. Através do método de Holt, está previsto para 2015 uma taxa de crescimento de 1,11%, 1,89% e 37,87% para as notas de 10€, 20€ e valor total, respetivamente.

Em suma, apesar de haver evidência estatística de existência de uma relação de longo prazo entre as notas colocadas em circulação e as variáveis económicas, evidenciada pelos testes de cointegração de Johansen, a abordagem VEC não apresenta a melhor performance preditiva da circulação de notas. Os resultados estatísticos apontam para um melhor desempenho na previsão baseada nos valores passados das notas em circulação.

Referências Bibliográficas

- Abreu, M., Afonso A., Escária, V. e Ferreira, C. (2012). *Economia Monetária e Financeira*, 2ª Ed. Escolar Editora.
- Banco de Portugal (2007). *Instrumentos de Pagamento de Retalho em Portugal: Custos e Benefícios*.
- Banco de Portugal (2009). *Boletim de Notas e Moedas*. Abril.
- Banco de Portugal (2015). *Boletim de Notas e Moedas*. Abril
- Baumol, W. J. (1952). The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach. *Quarterly Journal of Economics* 66, 545-556.
- Barry, J., Cassino, E. e Misich, P. (1997). Forecasting the Demand for Currency. Reserve Bank Bulletin 60, 27-33.
- Belke, A. e Czudaj, R. (2010). Is Euro Area Money Demand (Still) Stable? – Cointegrated VAR versus Single Equation Techniques. *Discussion Papers of DIW Berlin* 982, DIW Berlin, German Institute for Economic Research.
- Brown, R. (1956). Exponential smoothing for predicting demand. Presented at the 10th National Meeting of the Operations Research Society of America, San Francisco.
- Brown, R. (1959). *Statistical Forecasting for Inventory Control*. New York: McGraw-Hill.
- Brown, R. (1963). *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Beyer, A. (2009). A Stable Model for Euro Area Money Demand: Revisiting the Role of Wealth. *Working Paper Series* 1111, European Central Bank.
- Box, G. E. P. e Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden-Day.

- Caiado, J. (2011). *Métodos de Previsão em Gestão com Aplicações em Excel*, 1ª Ed. Lisboa: Edições Sílabo.
- Calza, A., Gerdesmeier, D., e Levy, J. (2001). Euro Area Money Demand: Measuring the Opportunity Costs Appropriately, *IMF Working Paper* 01/179.
- Cardoso, F. e Sequeira, A. (2015). *Séries Longas Trimestrais para a Economia Portuguesa: 1977-2014*. Banco de Portugal.
- Coenen, G. e Vega, J. (2001) The Demand for M3 in the Euro Area. *Journal of Applied Econometrics* 16, 727-748.
- Covas, F. (1996). Procura de Moeda e Super-Exogeneidade – O Caso Português. *Working Paper* 286.
- Custódio, S. G. (2004). Relaciones a Corto y Largo Plazo e Teoría de Cointegración: Una Aplicación de la Función Demanda de Moneda en Portugal. *Universidad de Extremadura*.
- Dickey, D. A. e Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.
- Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics* 13, 253–263.
- Dreger, C. e Wolters, J. (2014). Money demand and the role of monetary indicators in forecasting euro area inflation. *International Journal of Forecasting* 30, 303-312.
- ECB (2003). *The demand for currency in the euro area and the impact of the euro cash changeover*. Monthly Bulletin, January.
- ECB (2011). *The Use of Euro Banknotes – Results of Two Surveys among Households and Firms*. Monthly Bulletin, April.

- Engle, R. F. e Granger, C. W. J. (1987). Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica* 55, 251-276.
- Fischer, B., Lenza, M., Pill, H. e Reichlin, L. (2009). Monetary analysis and monetary policy in the euro area. *Journal of International Money and Finance* 28, 1138-1164.
- Fisher, I. (1911). *The Purchasing Power of Money*. London: Macmillan.
- Friedman, M. (1956). The Quantity Theory of Money: A Restatement. In M. Friedman, *Studies in the Quantity Theory of Money*. Chicago: University of Chicago Press.
- Gardner, E. S. e McKenzie, E. (1985). Forecasting Trends in Time Series. *Management Science* 31, 1237-1246.
- Gardner, E. S. (2006). Exponential smoothing: The state of the art – Part II. *International Journal of Forecasting* 22, 637-666.
- Granger, C. W. J. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral. *Econometrica* 37, 424-438.
- Granger, C. W. J. e Newbold, P. (1974). Spurious Regressions in Econometrics. *Journal of Econometrics* 2, 111-120.
- Granger, C. W. J. (1981). Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of Econometrics* 16, 121-130.
- Granger, C. W. J. (1986). Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 48, 213-28.
- Greene, W. (2003). *Econometric Analysis*, 5ª Ed. Prentice Hall.
- Hamilton, J. (1994). *Time Series Analysis*, 1ª Ed. Princeton University Press.
- Harvey, D., Leybourne, S., e Newbold, P. (1997). Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting* 13, 281–291.
- Hayashi, F. (2000). *Econometrics*. Princeton University Press.

- Holt, C. C. (1957). Forecasting seasonal and trends by exponentially weighted moving averages. Office of Naval Research, Research Memorandum No.52.
- Johansen, S. (1988). Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 231-254.
- Johansen, S. e Juselius, K. (1990). Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Application to the Demand Money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52, 169-210.
- Johansen, S. (1995). Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models. *Oxford: Oxford University Press*.
- Juselius, K. (2006). *The Cointegrated VAR Model*, 1ª Ed. Oxford University Press.
- Ljung, G. M. e Box, G. E. P. (1978). On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika* 65, 297-203.
- Lopes, A. S. (1999). Modelos DL e ADL, Raízes Unitárias e Cointegração: uma Introdução. Lisboa: CEMAPRE, ISEG.
- Lopes, A. S. (2002). Modelização Univariada de Séries Temporais: uma Introdução. ISEG – UL.
- Lopes, A. S. (2014). Raízes Unitárias – Uma Introdução. ISEG – UL.
- Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer.
- MacKinnon, J. (1991). Critical Values for Cointegration Tests. Chapter 13 in Engle, R. F. e Granger, C. W. J. (eds.), Long-run Economic Relationships: Readings in Cointegration. Oxford: Oxford University Press.
- MacKinnon, J. (1996). Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests. *Journal of Applied Econometrics* 11, 601-618.
- Mariano, R. S. (2002). Testing Forecast Accuracy. Chapter 13 in *Companion to Economic Forecasting*. Research Collection School Of Economics.

- Marshall, A. (1923). Money, Credit and Commerce. *Journal of the Royal Statistical Society* 86, 3, 430-433.
- OECD (2015), Long-term interest rates (indicator). doi: 10.1787/662d712c-en (Accessed on 14 August 2015)
- OECD (2015), Short-term interest rates (indicator). doi: 10.1787/2cc37d77-en (Accessed on 14 August 2015)
- Pérez, A. (2014). Cointegration Analysis of the Money Demand in the Euro Area. *Universidad del País Vasco*.
- Phillips, P. C. B. e Perron, P. (1988). Testing for a Unit Root in Time Series Regression. *Biometrika* 75, 2, 335-346.
- Pigou, A. C. (1917). The Value of Money. *Quarterly Journal of Economics* 32, 38-65.
- Ribeiro, C. S. (2014). *Econometria*. Escolar Editora.
- Sims, C. A. (1972). Money, Income and Causality. *American Economic Review* 62, 540-552.
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica* 48, 1-48.
- Tobin, J. (1956). The Interest Elasticity of the Transactions Demand for Cash. *Review of Economics and Statistics* 38, 241-247.
- Vieira, C. (2009). Os Modelos de Procura de Moeda. *Universidade de Évora*.
- Wei, W. W. S. (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, 2ªEd. Pearson Addison Wesley.

Anexo A – Figuras

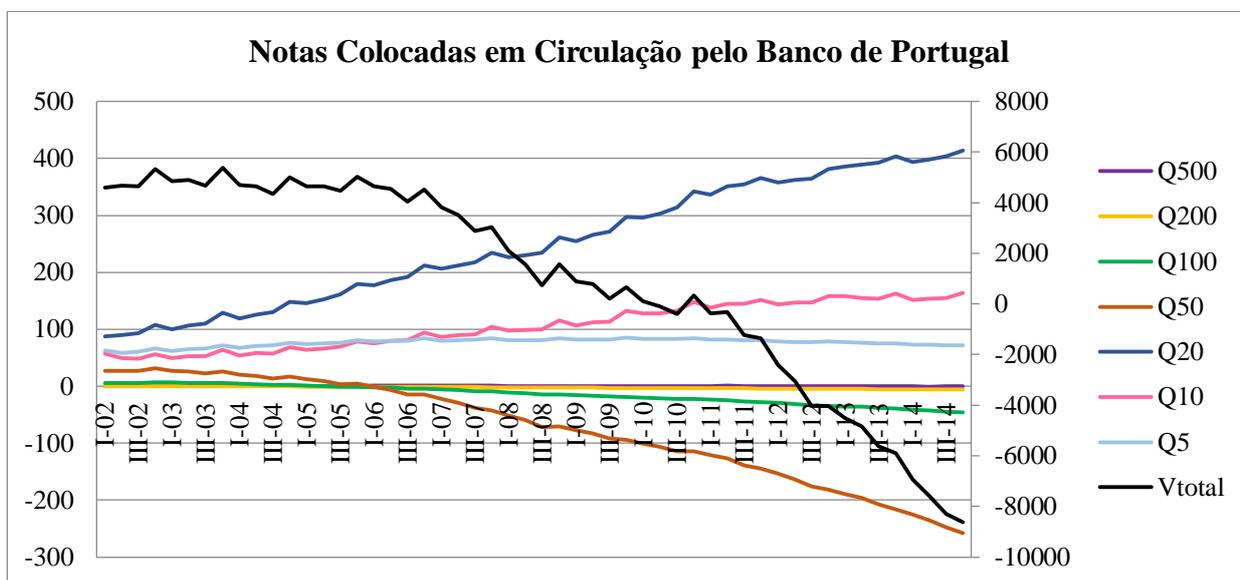


Figura 1: Notas colocadas em circulação pelo Banco de Portugal, em quantidade (milhões de notas), por denominação (lado esquerdo), e valor total em milhões de euros (lado direito); dados trimestrais 2002-2014

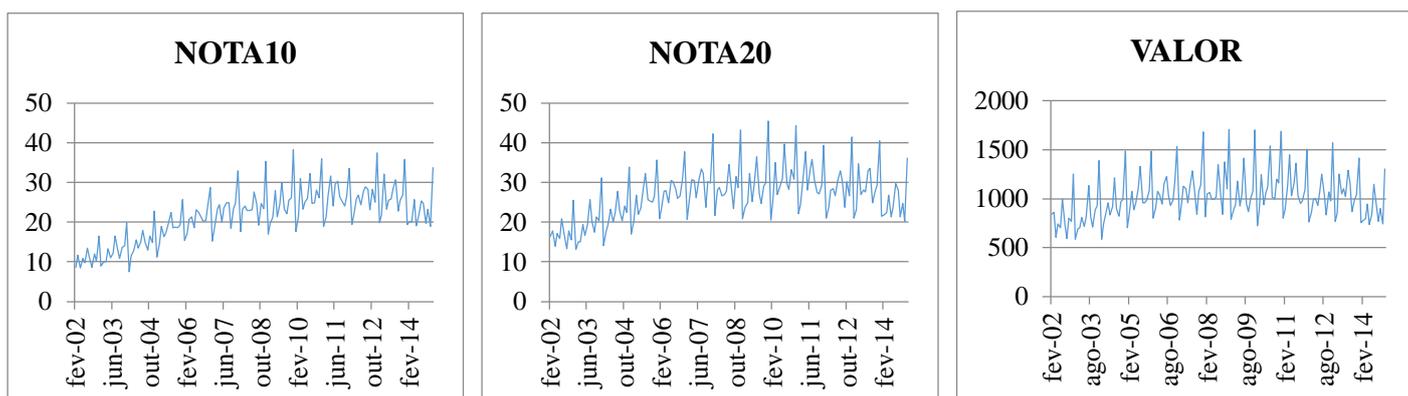


Figura 2: Levantamentos realizados no Banco de Portugal: milhões de notas de 10€ e 20€ e valor total em milhões de euros; dados mensais 2002-2014

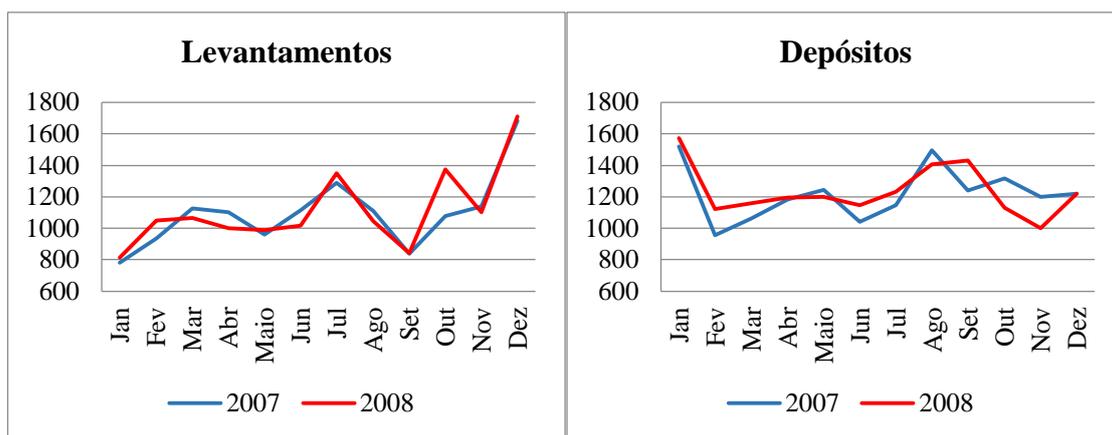


Figura 3: Levantamentos e depósitos de notas no Banco de Portugal, em milhões de euros, em 2007 e 2008

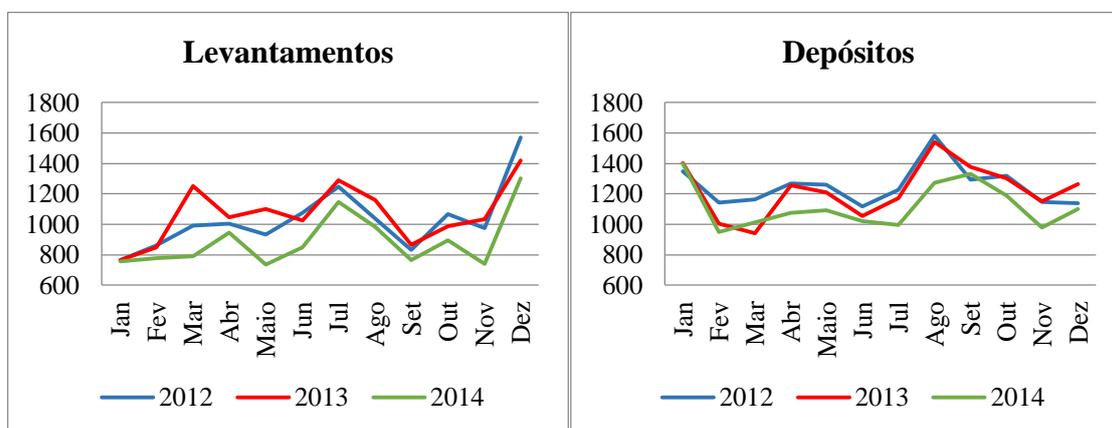


Figura 4: Levantamentos e depósitos de notas no Banco de Portugal, em milhões de euros, em 2012, 2013 e 2014

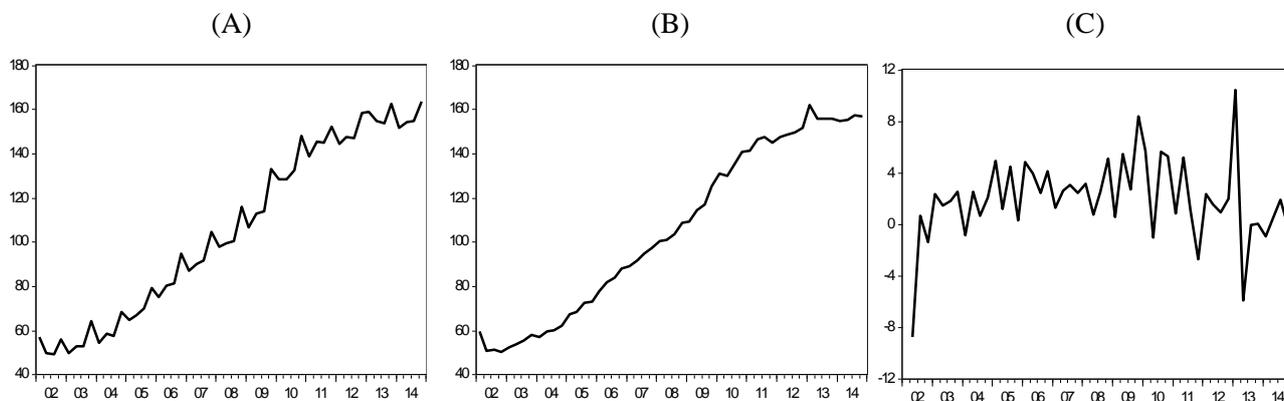


Figura 5: Notas de 10€ colocadas em circulação, em milhões de notas: dados originais (A), corrigidos de sazonalidade (B) e respetiva primeira diferença (C)

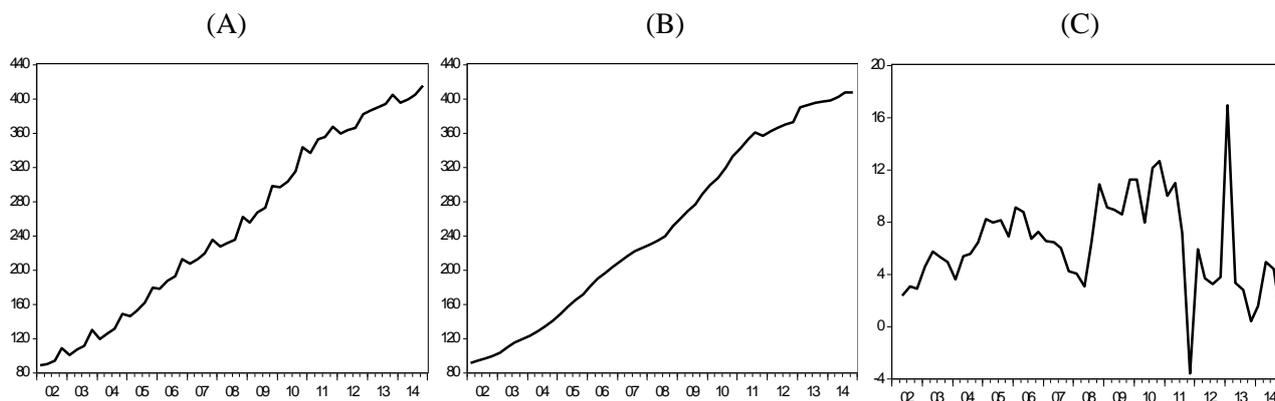


Figura 6: Notas de 20€ colocadas em circulação, em milhões de notas: dados originais (A), corrigidos de sazonalidade (B) e respetiva primeira diferença (C)

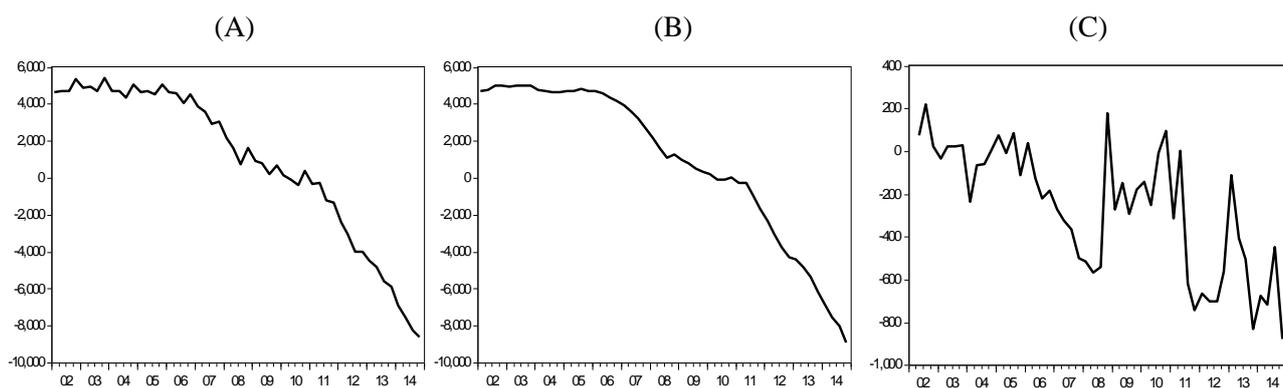


Figura 7: Total de notas colocadas em circulação, em milhões de euros: dados originais (A), corrigidos de sazonalidade (B) e respetiva primeira diferença (C)

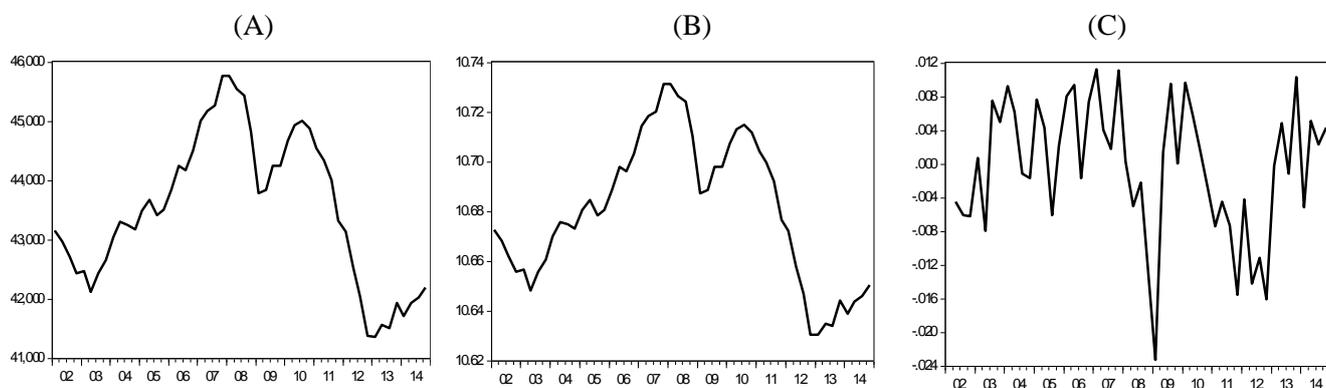


Figura 8: PIB: dados originais (A), em logaritmo (B) e respetiva primeira diferença (C)

Susana Ramos Morgado
 ESTUDO EMPÍRICO SOBRE AS NOTAS COLOCADAS EM CIRCULAÇÃO EM PORTUGAL

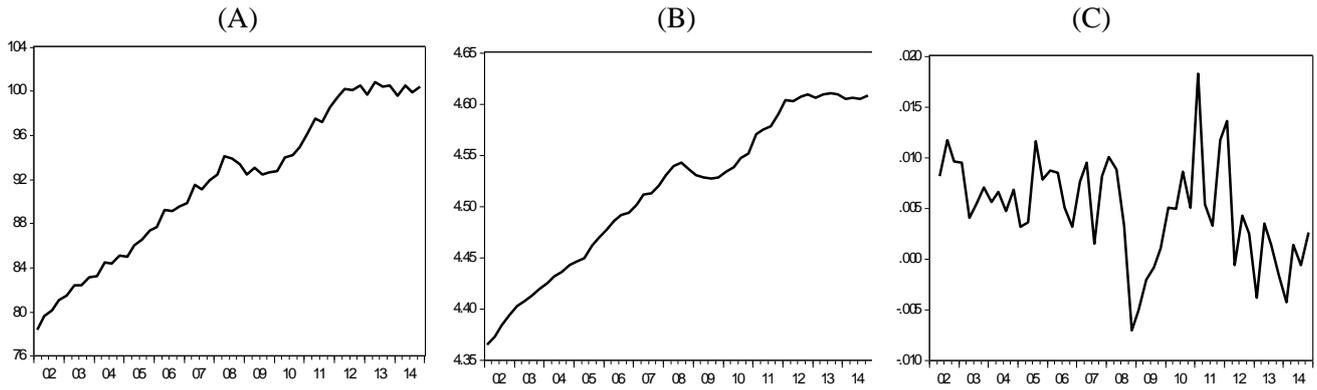


Figura 9: Índice de Preços no Consumidor: dados originais (A), corrigidos de sazonalidade em logaritmo (B) e respetiva primeira diferença (C)

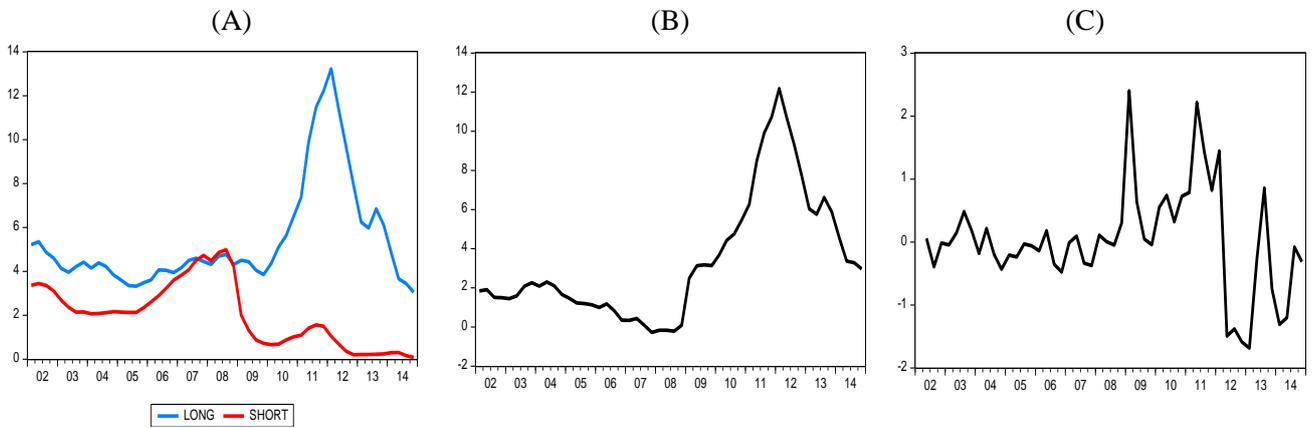


Figura 10: Taxa de Juro Nominal de Longo Prazo (a azul) e de Curto Prazo (a vermelho) (A); $LONG - SHORT$ (B) e respetiva primeira diferença $\Delta(LONG - SHORT)$ (C)

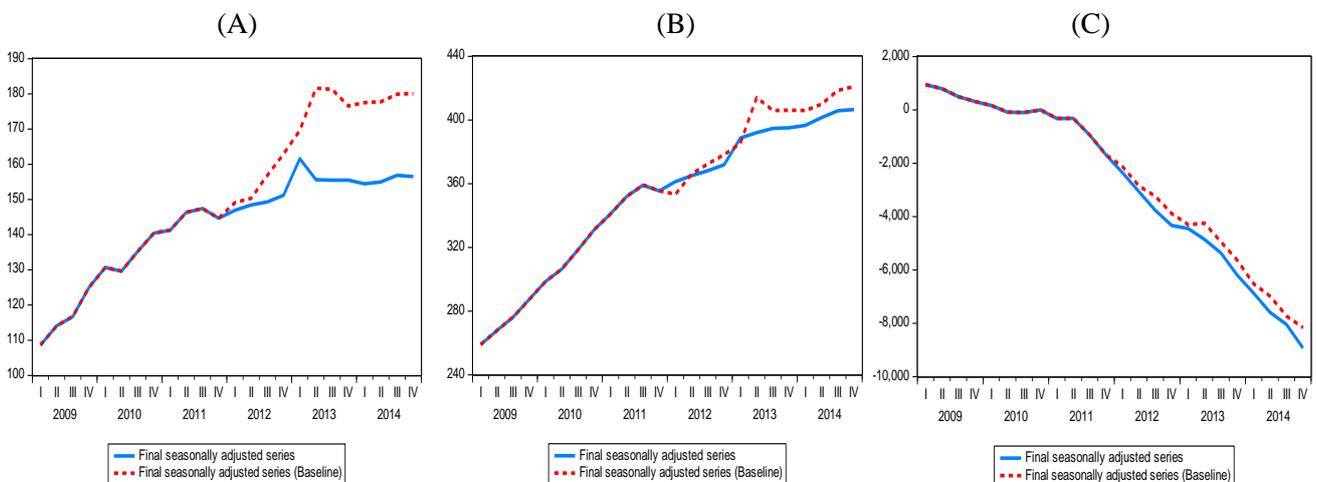


Figura 11: Série original (azul) e respetiva previsão estática (vermelho) com o modelo $VEC(1)$: notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

Susana Ramos Morgado
ESTUDO EMPÍRICO SOBRE AS NOTAS COLOCADAS EM CIRCULAÇÃO EM PORTUGAL

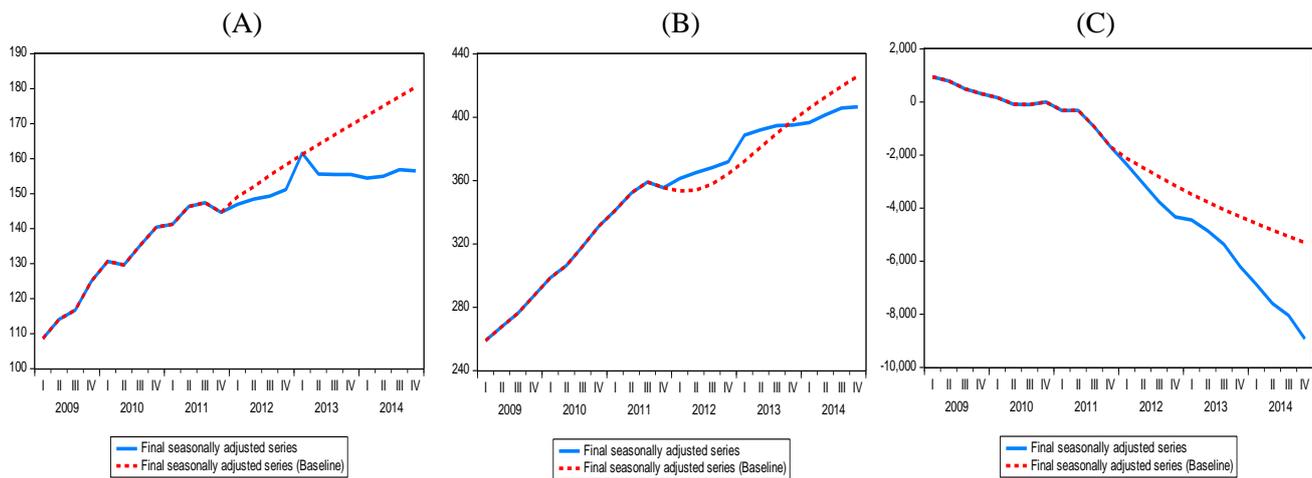


Figura 12: Série original (azul) e respetiva previsão dinâmica (vermelho) com o modelo $VEC(1)$:
notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

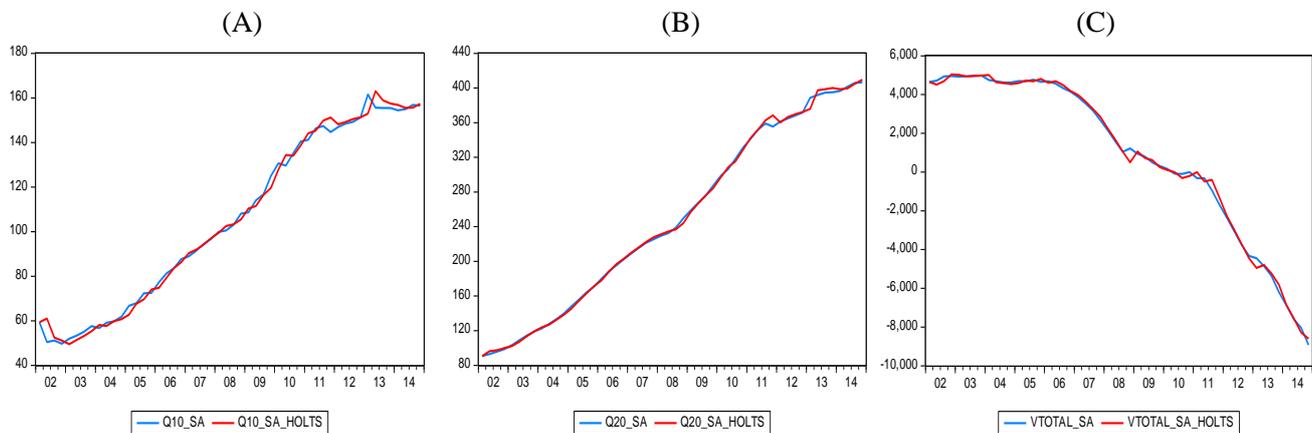


Figura 13: Série original (azul) e respetiva previsão estática (vermelho) com o método de Holt:
notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

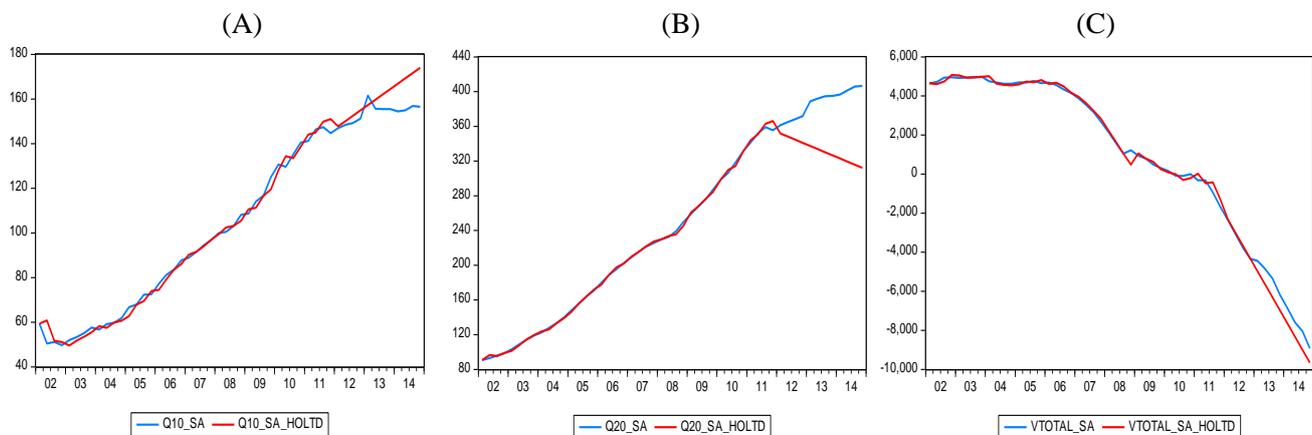


Figura 14: Série original (azul) e respetiva previsão dinâmica (vermelho) com o método de Holt:
notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

Susana Ramos Morgado
 ESTUDO EMPÍRICO SOBRE AS NOTAS COLOCADAS EM CIRCULAÇÃO EM PORTUGAL

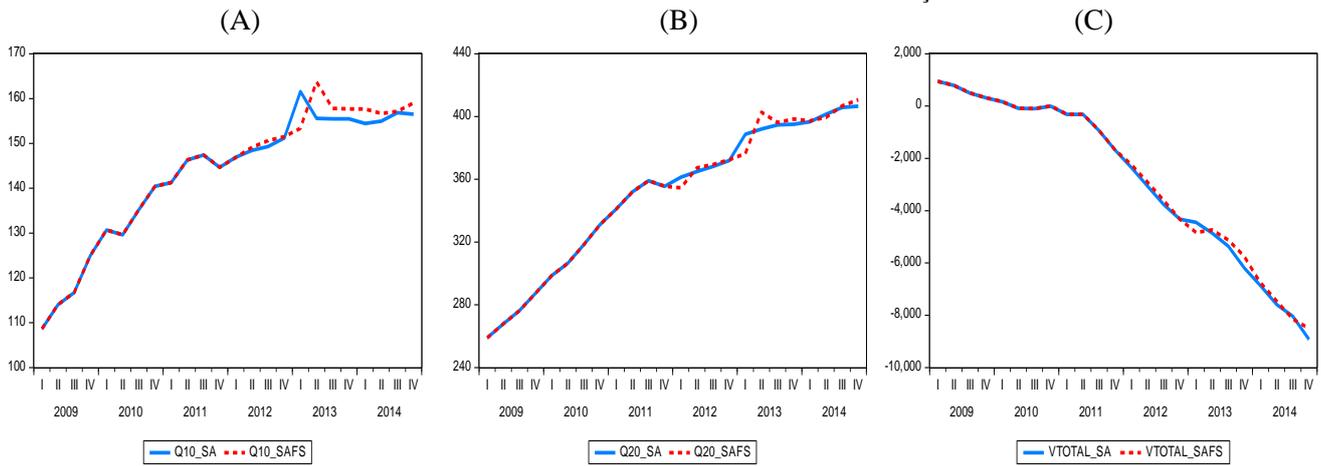


Figura 15: Série original (azul) e respetiva previsão estática (vermelho) com o modelo ARIMA: notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

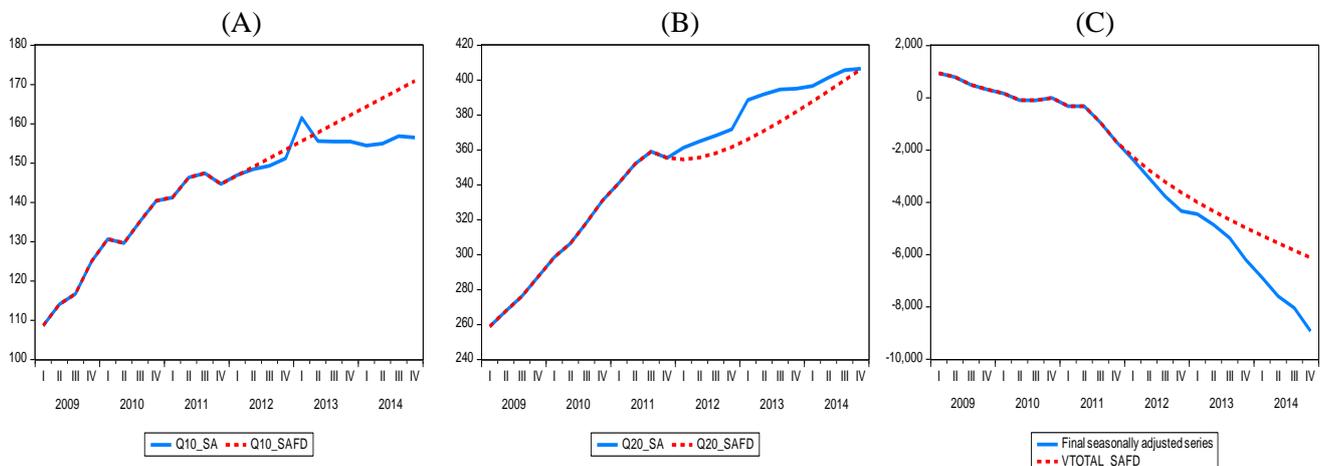


Figura 16: Série original (azul) e respetiva previsão dinâmica (vermelho) com o modelo ARIMA: notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

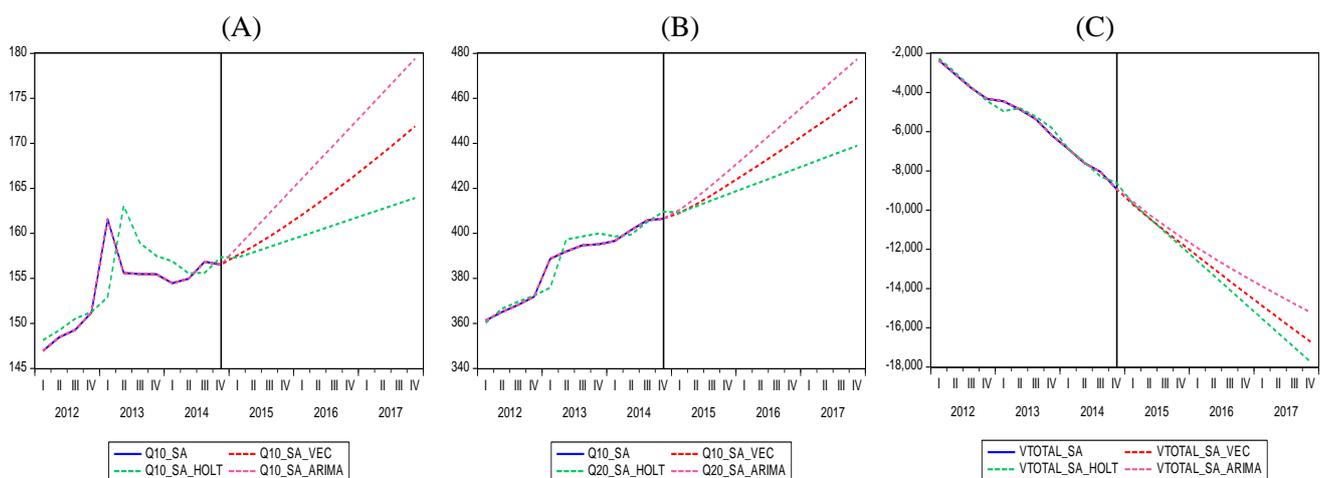


Figura 17: Série original (azul) e respetivas previsões com o modelo VEC (vermelho), método de Holt (verde) e com modelo ARIMA (roxo) para o período 2015Q1 até 2017Q4: notas de 10€ (A); notas de 20€ (B); valor total em circulação (C)

Anexo B – Tabelas

Tabela I: Levantamentos de Notas realizados no Banco de Portugal em 2007 e 2008 (em euros)

Denominação (€)	2007	2008	Variação
	Valor	Valor	%
5	543739500	501087500	-7,84
10	2745019000	2886916000	5,17
20	7098668000	7011854000	-1,22
50	2092885000	2137850000	2,15
100	263901700	262130000	-0,67
200	20749600	55560000	167,76
500	388728500	494335500	27,17
Total	13153691300	13349733000	1,49

Tabela II: Teste de Raiz Unitária: Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Teste ADF para variáveis em nível

	Q10_SA	Q20_SA	VTOTAL_SA	LPIB	LIPC_SA	LONG-SHORT
(1)	C, T	C, T	C, T	C	C, T	C
Estatística de teste	-2,5266	-1,4622	-0,1338	-1,4319	-1,7272	-1,6995
Valor-p	0,3147	0,8294	0,9929	0,5593	0,7243	0,4253

(1) Componentes determinísticas escolhidas para efetuar o teste: C se só foi incluída uma constante; C, T se foi incluída uma constante e uma tendência.

Tabela III 1: Teste de Cointegração de Johansen para o modelo referente à NOTA10

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.505724	64.47187	47.85613	0.0007
At most 1	0.302955	29.23878	29.79707	0.0579
At most 2	0.159280	11.19349	15.49471	0.1999
At most 3	0.049125	2.518655	3.841466	0.1125

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.505724	35.23309	27.58434	0.0043
At most 1	0.302955	18.04529	21.13162	0.1282
At most 2	0.159280	8.674837	14.26460	0.3142
At most 3	0.049125	2.518655	3.841466	0.1125

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Tabela III 2: Teste de Cointegração de Johansen para o modelo referente à NOTA20

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.501679	57.83761	47.85613	0.0044
At most 1	0.262686	23.01205	29.79707	0.2455
At most 2	0.119843	7.774967	15.49471	0.4898
At most 3	0.027461	1.392233	3.841466	0.2380

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.501679	34.82557	27.58434	0.0049
At most 1	0.262686	15.23708	21.13162	0.2726
At most 2	0.119843	6.382734	14.26460	0.5646
At most 3	0.027461	1.392233	3.841466	0.2380

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Tabela III 3: Teste de Cointegração de Johansen para o modelo referente ao VALOR

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.489605	57.27515	47.85613	0.0051
At most 1	0.279381	23.64664	29.79707	0.2158
At most 2	0.134193	7.264396	15.49471	0.5471
At most 3	0.001194	0.059754	3.841466	0.8069

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.489605	33.62850	27.58434	0.0074
At most 1	0.279381	16.38225	21.13162	0.2033
At most 2	0.134193	7.204642	14.26460	0.4652
At most 3	0.001194	0.059754	3.841466	0.8069

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Tabela IV 1: Teste de Causalidade à Granger do $VEC(1)$ para o modelo referente à NOTA10

	Variável Dependente			
	NOTA10	pib	ipc	LONG – SHORT
NOTA 10	-	0,2949	0,1387	0,5381
pib	0,5622	-	0,4097	0,7839
ipc	0,9304	0,6667	-	0,7501
LONG – SHORT	0,5896	0,3601	0,0778*	-
All	0,9086	0,6302	0,1370	0,8673

Tabela IV 2: Teste de Causalidade à Granger do $VEC(1)$ para o modelo referente à NOTA20

	Variável Dependente			
	NOTA20	pib	ipc	LONG – SHORT
NOTA 20	-	0,5726	0,3300	0,0532*
pib	0,1891	-	0,7118	0,5269
ipc	0,5465	0,8976	-	0,8837
LONG – SHORT	0,2142	0,5968	0,0335**	-
All	0,4021	0,8857	0,1009	0,2337

***/**/* Representam a rejeição da hipótese nula a um nível de significância de 1%, 5% e 10%, respetivamente.

Tabela IV 3: Teste de Causalidade à Granger do *VEC(1)* para o modelo referente ao VALOR

	Variável Dependente			
	VALOR	pib	ipc	LONG – SHORT
VALOR	-	0,0420**	0,7345	0,0108**
pib	0,7086	-	0,5420	0,6271
ipc	0,5253	0,8076	-	0,6327
LONG – SHORT	0,0158**	0,9242	0,2387	-
All	0,0966*	0,2434	0,5096	0,0892*

Tabela V 1: Teste Diebold-Mariano para o modelo referente à NOTA10

	VEC e Holt	Holt e ARIMA	ARIMA e VEC
DM-AE	3,608264	-0,446719	-3,707948
	0,0041***	0,6637	0,0035***
DM*-AE	3,768709	-0,466583	-3,872825
	0,0032***	0,3250	0,0026***
DM-SE	3,013186	-0,771652	-3,021769
	0,0118**	0,4566	0,0116**
DM*-SE	3,147170	-0,805964	-3,156135
	0,0092***	0,2187	0,0092***

Tabela V 2: Teste Diebold-Mariano para o modelo referente à NOTA20

	VEC e Holt	Holt e ARIMA	ARIMA e VEC
DM-AE	3,634853	-0,856675	-2,865376
	0,0039***	0,4099	0,0154**
DM*-AE	3,796480	-0,894768	-2,992788
	0,0032***	0,3900	0,0122**
DM-SE	2,698043	-1,330441	-2,568255
	0,0207**	0,2103	0,0261**
DM*-SE	2,818014	-1,389600	-2,682455
	0,0168**	0,1922	0,0214**

Tabela V 3: Teste Diebold-Mariano para o modelo referente ao VALOR

	VEC e Holt	Holt e ARIMA	ARIMA e VEC
DM-AE	6,360478	-1,133979	-6,962864
	0,0001***	0,2809	0,0000***
DM*-AE	6,643303	-1,184402	-7,272474
	0,0000***	0,2612	0,0000***
DM-SE	4,317996	-0,435425	-4,974172
	0,0012***	0,6717	0,0004***
DM*-SE	4,510000	-0,454797	-5,195353
	0,0008***	0,6580	0,0002***

Nota: DM-AE e DM*-AE dizem respeito ao teste DM baseado nos valores absolutos (*absolute-error loss*);

DM-SE e DM*-SE dizem respeito ao teste DM baseado nos quadrados (*squared-error loss*).

***/**/* Representam a rejeição da hipótese nula a um nível de significância de 1%, 5% e 10%, respetivamente.

Tabela VI 1: Dados relativos à nota de 10€ desde 2012Q1 até 2017Q4

	Observado		_SA	VEC		Holt		ARIMA		
2012Q1	143,820	-0,0513	146,951	0,0158	146,951	0,0158	148,145	-0,0201	146,951	0,0158
2012Q2	147,292	0,0241	148,451	0,0102	148,451	0,0102	149,229	0,0073	148,451	0,0102
2012Q3	146,793	-0,0034	149,298	0,0057	149,298	0,0057	150,524	0,0087	149,298	0,0057
2012Q4	157,999	0,0763	151,194	0,0127	151,194	0,0127	151,257	0,0049	151,194	0,0127
2013Q1	158,311	0,0020	161,570	0,0686	161,570	0,0686	152,922	0,0110	161,570	0,0686
2013Q2	154,501	-0,0241	155,597	-0,0370	155,597	-0,0370	163,043	0,0662	155,597	-0,0370
2013Q3	153,158	-0,0087	155,489	-0,0007	155,489	-0,0007	158,923	-0,0253	155,489	-0,0007
2013Q4	162,241	0,0593	155,474	-0,0001	155,474	-0,0001	157,496	-0,0090	155,474	-0,0001
2014Q1	151,076	-0,0688	154,462	-0,0065	154,462	-0,0065	156,885	-0,0039	154,462	-0,0065
2014Q2	153,828	0,0182	154,961	0,0032	154,961	0,0032	155,557	-0,0085	154,961	0,0032
2014Q3	154,637	0,0053	156,852	0,0122	156,852	0,0122	155,612	0,0004	156,852	0,0122
2014Q4	163,279	0,0559	156,525	-0,0021	156,525	-0,0021	157,355	0,0112	156,525	-0,0021
2015Q1	157,762	-0,0338			157,554	0,0066	157,287	-0,0004	158,431	0,0122
2015Q2	158,086	0,0021			158,562	0,0064	157,891	0,0038	160,337	0,0120
2015Q3	162,026	0,0249			159,652	0,0069	158,495	0,0038	162,243	0,0119
2015Q4					160,818	0,0073	159,099	0,0038	164,149	0,0117
2016Q1					162,047	0,0076	159,703	0,0038	166,055	0,0116
2016Q2					163,331	0,0079	160,307	0,0038	167,961	0,0115
2016Q3					164,662	0,0082	160,911	0,0038	169,868	0,0113
2016Q4					166,036	0,0083	161,515	0,0038	171,774	0,0112
2017Q1					167,449	0,0085	162,119	0,0037	173,680	0,0111
2017Q2					168,896	0,0086	162,723	0,0037	175,586	0,0110
2017Q3					170,375	0,0088	163,328	0,0037	177,492	0,0109
2017Q4					171,882	0,0088	163,932	0,0037	179,398	0,0107

Taxas de Crescimento Anuais

	Observado	_SA	VEC	Holt	ARIMA
2012	0,0422	0,0451	0,0451	0,0005	0,0451
2013	0,0269	0,0283	0,0283	0,0412	0,0283
2014	0,0064	0,0068	0,0068	-0,0009	0,0068
2015			0,0274	0,0111	0,0487
2016			0,0324	0,0152	0,0464
2017			0,0352	0,0150	0,0444

Observado: Valores observados das séries (os valores para os três primeiros trimestres de 2015 não foram utilizados neste estudo, mas estão disponíveis no *Boletim Estatístico* do Banco de Portugal, 2015).

_SA: Valores das séries dessazonalizadas

VEC: Previsões obtidas com o modelo VEC(1)

Holt: Previsões obtidas com o método de Holt

ARIMA: Previsões obtidas com o modelo ARIMA(0,1,0)

Para todas as séries estão também calculadas as taxas de crescimento (a *itálico*): $\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$

Susana Ramos Morgado
ESTUDO EMPÍRICO SOBRE AS NOTAS COLOCADAS EM CIRCULAÇÃO EM PORTUGAL

Tabela VI 2: Dados relativos à nota de 20€ desde 2012Q1 até 2017Q4

	Observado		_SA		VEC		Holt		ARIMA	
2012Q1	357,642	-0,0225	361,306	0,0164	361,306	0,0164	360,212	-0,0225	361,306	0,0164
2012Q2	362,537	0,0137	364,986	0,0102	364,986	0,0102	366,445	0,0173	364,986	0,0102
2012Q3	364,552	0,0056	368,198	0,0088	368,198	0,0088	369,599	0,0086	368,198	0,0088
2012Q4	381,398	0,0462	371,899	0,0101	371,899	0,0101	372,307	0,0073	371,899	0,0101
2013Q1	385,502	0,0108	388,711	0,0452	388,711	0,0452	375,861	0,0095	388,711	0,0452
2013Q2	388,775	0,0085	391,989	0,0084	391,989	0,0084	397,299	0,0570	391,989	0,0084
2013Q3	392,283	0,0090	394,721	0,0070	394,721	0,0070	398,666	0,0034	394,721	0,0070
2013Q4	403,776	0,0293	395,115	0,0010	395,115	0,0010	399,978	0,0033	395,115	0,0010
2014Q1	393,721	-0,0249	396,653	0,0039	396,653	0,0039	398,621	-0,0034	396,653	0,0039
2014Q2	397,847	0,0105	401,488	0,0122	401,488	0,0122	399,451	0,0021	401,488	0,0122
2014Q3	404,162	0,0159	405,810	0,0108	405,810	0,0108	405,019	0,0139	405,810	0,0108
2014Q4	414,381	0,0253	406,537	0,0018	406,537	0,0018	409,625	0,0114	406,537	0,0018
2015Q1	410,955	-0,0083			409,095	0,0063	409,240	-0,0009	410,424	0,0096
2015Q2	414,854	0,0095			412,766	0,0090	411,944	0,0066	415,664	0,0128
2015Q3	427,082	0,0295			417,029	0,0103	414,648	0,0066	421,480	0,0140
2015Q4					421,538	0,0108	417,352	0,0065	427,544	0,0144
2016Q1					426,141	0,0109	420,056	0,0065	433,713	0,0144
2016Q2					430,801	0,0109	422,759	0,0064	439,928	0,0143
2016Q3					435,523	0,0110	425,463	0,0064	446,161	0,0142
2016Q4					440,320	0,0110	428,167	0,0064	452,403	0,0140
2017Q1					445,193	0,0111	430,871	0,0063	458,649	0,0138
2017Q2					450,137	0,0111	433,575	0,0063	464,896	0,0136
2017Q3					455,143	0,0111	436,278	0,0062	471,143	0,0134
2017Q4					460,205	0,0111	438,982	0,0062	477,391	0,0133

Taxas de Crescimento Anuais

	Observado	_SA	VEC	Holt	ARIMA
2012	0,0425	0,0462	0,0462	0,0103	0,0462
2013	0,0587	0,0624	0,0624	0,0743	0,0624
2014	0,0263	0,0289	0,0289	0,0241	0,0289
2015			0,0369	0,0189	0,0517
2016			0,0446	0,0259	0,0581
2017			0,0452	0,0253	0,0552

Observado: Valores observados das séries (os valores para os três primeiros trimestres de 2015 não foram utilizados neste estudo, mas estão disponíveis no *Boletim Estatístico* do Banco de Portugal, 2015).

_SA: Valores das séries dessazonalizadas

VEC: Previsões obtidas com o modelo VEC(1)

Holt: Previsões obtidas com o método de Holt

ARIMA: Previsões obtidas com o modelo ARIMA(1,1,0)

Para todas as séries estão também calculadas as taxas de crescimento (a *itálico*): $\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$

Tabela VI 3: Dados relativos ao valor de notas em circulação desde 2012Q1 até 2017Q4

	Observado		_SA		VEC		Holt		ARIMA	
2012Q1	-2.409,568	0,7604	-2.356,817	0,3948	-2356,817	0,3948	-2.264,450	0,7221	-2.356,817	0,3948
2012Q2	-3.051,315	0,2663	-3.061,632	0,2991	-3061,632	0,2991	-2.981,411	0,3166	-3.061,632	0,2991
2012Q3	-4.035,160	0,3224	-3.765,157	0,2298	-3765,157	0,2298	-3.729,541	0,2509	-3.765,157	0,2298
2012Q4	-4.021,613	-0,0034	-4.330,206	0,1501	-4330,206	0,1501	-4.452,297	0,1938	-4.330,206	0,1501
2013Q1	-4.500,194	0,1190	-4.446,884	0,0269	-4446,884	0,0269	-4.951,422	0,1121	-4.446,884	0,0269
2013Q2	-4.845,900	0,0768	-4.856,310	0,0921	-4856,310	0,0921	-4.795,669	-0,0315	-4.856,310	0,0921
2013Q3	-5.621,924	0,1601	-5.363,956	0,1045	-5363,956	0,1045	-5.237,840	0,0922	-5.363,956	0,1045
2013Q4	-5.894,535	0,0485	-6.197,695	0,1554	-6197,695	0,1554	-5.813,582	0,1099	-6.197,695	0,1554
2014Q1	-6.930,311	0,1757	-6.873,627	0,1091	-6873,627	0,1091	-6.854,727	0,1791	-6.873,627	0,1091
2014Q2	-7.586,738	0,0947	-7.593,298	0,1047	-7593,297	0,1047	-7.540,864	0,1001	-7.593,297	0,1047
2014Q3	-8.293,262	0,0931	-8.042,151	0,0591	-8042,151	0,0591	-8.288,847	0,0992	-8.042,151	0,0591
2014Q4	-8.621,322	0,0396	-8.923,786	0,1096	-8923,786	0,1096	-8.604,494	0,0381	-8.923,786	0,1096
2015Q1	-9.331,888	0,0824			-9707,743	0,0879	-9.658,534	0,1225	-9.556,009	0,0708
2015Q2	-9.813,805	0,0516			-10412,640	0,0726	-10.393,282	0,0761	-10.219,237	0,0694
2015Q3	-10.031,800	0,0222			-11070,390	0,0632	-11.128,031	0,0707	-10.813,264	0,0581
2015Q4					-11709,930	0,0578	-11.862,779	0,0660	-11.386,137	0,0530
2016Q1					-12346,870	0,0544	-12.597,527	0,0619	-11.926,258	0,0474
2016Q2					-12984,720	0,0517	-13.332,275	0,0583	-12.444,400	0,0434
2016Q3					-13621,000	0,0490	-14.067,023	0,0551	-12.941,591	0,0400
2016Q4					-14252,370	0,0464	-14.801,771	0,0522	-13.421,900	0,0371
2017Q1					-14876,990	0,0438	-15.536,519	0,0496	-13.887,521	0,0347
2017Q2					-15494,670	0,0415	-16.271,268	0,0473	-14.340,816	0,0326
2017Q3					-16106,150	0,0395	-17.006,016	0,0452	-14.783,590	0,0309
2017Q4					-16712,280	0,0376	-17.740,764	0,0432	-15.217,455	0,0293

Taxas de Crescimento Anuais

	Observado	_SA	VEC	Holt	ARIMA
2012	1,9381	1,5627	1,5627	2,3859	1,5627
2013	0,4657	0,4313	0,4313	0,3057	0,4313
2014	0,4626	0,4399	0,4399	0,4801	0,4399
2015			0,3122	0,3787	0,2759
2016			0,2171	0,2477	0,1788
2017			0,1726	0,1986	0,1338

Observado: Valores observados das séries (os valores para os três primeiros trimestres de 2015 não foram utilizados neste estudo, mas estão disponíveis no *Boletim Estatístico* do Banco de Portugal, 2015).

_SA: Valores das séries dessazonalizadas

VEC: Previsões obtidas com o modelo VEC(1)

Holt: Previsões obtidas com o método de Holt

ARIMA: Previsões obtidas com o modelo ARIMA(2,1,0)

Para todas as séries estão também calculadas as taxas de crescimento (a *italico*): $\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$