



Lisbon School  
of Economics  
& Management  
Universidade de Lisboa

Mestrado Métodos Quantitativos  
Para A Decisão Económica E Empresarial

Trabalho Final de Mestrado

# Home Health Care: Planear e Calendarizar um Sistema de Tratamento ao Domicílio

Joana Gonçalves Madureira

ISEG, Outubro de 2024

Orientação: Professora Doutora Cristina Requejo

Documento Especialmente Elaborado para a Obtenção do  
Grau de Mestre

*Para os meus queridos avós,  
Alcina Pires, esteja ela onde estiver,  
João Gato e  
Maria Quitéria.  
Oxalá fossem eternos.*

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos aqueles que estiveram presentes nesta etapa, que é o alcance de mais um objetivo meu. Em específico:

Aos meus pais, Maria e Gonçalo, que me incentivaram a avançar e permitiram que tudo isto fosse possível. Deram-me a força, o amor e o carinho de que precisei nos dias bons e menos bons, sem nunca me deixarem ir abaixo. Devo-lhes muito.

À minha irmã, Catarina, pelos bons momentos partilhados no meio dos dias caóticos, pela ajuda nas minhas constantes indecisões e pelos abraços tão especiais e calorosos.

Aos meus restantes familiares, avós, tios e primos, que, sem saberem, me deram a força e a motivação final de que precisei.

Ao meu João, pelo companheirismo, compreensão e apoio e por me puxar sempre para cima nos dias em que mais precisei. E à sua família, que é também já um pouco minha, pelo encorajamento e pelos ótimos momentos de descontração.

À minha orientadora, Professora Doutora Cristina Requejo, pelas orientações durante o desenvolvimento desta dissertação de mestrado, pela paciência e por todo o apoio dado durante estes meses. Ainda foram alguns os serões que passámos na companhia, ainda que virtual, uma da outra. Agradeço, muito, a enorme disponibilidade e vontade de ajudar.

## Resumo

O principal objetivo deste trabalho é realizar o Planeamento e a Calendarização de um Sistema de Tratamento ao Domicílio, por forma a prestar os cuidados de saúde necessários a utentes que se encontrem em casa, minimizando os custos inerentes a este serviço.

Para alcançar o objetivo, considerou-se, neste trabalho, o Problema do Roteamento de Veículos, que permite construir diversas rotas de visita aos utentes e, desta forma, planear e calendarizar as visitas, consoante a ordem que apresentam em cada trajetória. Numa primeira versão apenas foram planeadas as rotas de acordo com a localização de cada utente, sendo que numa segunda versão, já se tem, também, em consideração o tempo de cada visita.

Foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre o tema, tendo-se depois definido o problema e formulado o mesmo matematicamente em Programação Linear Inteira Mista. Através da formulação e do software FICO Xpress, foram realizados diversos testes a ambas as versões usando instâncias do problema, geradas aleatoriamente, de diversas dimensões.

**Palavras-chave:** Cuidados de Saúde ao Domicílio, Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio, Problema de Roteamento de Veículos, Programação Linear Inteira Mista.

## **Abstract**

The main objective of this work is to plan and schedule a Home Treatment System in order to provide the necessary healthcare to users who are at home, while minimizing the costs associated with this service.

In order to achieve this objective, the Vehicle Routing Problem has been considered, which allows the construction of several patient visit routes and, in this way, plan and schedule visits according to their order on each route. In the first version, the routes were only planned according to the location of each user, but in the second version, the time of each visit is also taken into account.

A literature review was carried out on the subject, after which the problem was defined and mathematically formulated in Mixed Integer Linear Programming. Using the formulation and the FICO Xpress software, various tests were carried out on both versions using randomly generated instances of the problem for different sizes.

**Keywords:** Home Health Care, Home Health Care Routing and Scheduling Problem, Vehicle Routing Problem, Mixed Integer Linear Programming.

# Conteúdo

Agradecimentos . . . . .	ii
Resumo . . . . .	iii
Abstract . . . . .	iv
Conteúdo . . . . .	v
Lista de Figuras . . . . .	vi
Lista de Tabelas . . . . .	vii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão de Literatura</b>	<b>2</b>
2.1 <i>Vehicle Routing Problem</i> . . . . .	3
2.2 <i>Home Health Care Routing and Scheduling Problem</i> . . . . .	5
2.3 Métodos de resolução . . . . .	6
<b>3 Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio</b>	<b>9</b>
3.1 Descrição do problema . . . . .	9
3.2 Formulação matemática . . . . .	11
<b>4 Análise dos Resultados Computacionais</b>	<b>15</b>
4.1 Geração de Dados . . . . .	15
4.2 Análise dos Resultados Computacionais . . . . .	16
4.2.1 Resultados do Modelo base . . . . .	17
4.2.2 Resultados do Modelo com limite diário de horas de trabalho . . . . .	22
4.3 Comparação entre o Modelo base e o Modelo com limite diário de horas de trabalho . . . . .	34
<b>5 Conclusão</b>	<b>36</b>

# Lista de Figuras

3.1	Ilustração de um exemplo do problema de Home Health Care . . . . .	10
4.1	Resultados para instâncias com 10 utentes (1 e 2 equipas) . . . . .	19
4.2	Resultados para instâncias com 20 utentes (1, 2, 3 e 4 equipas) . . . . .	19
4.3	Resultados para instâncias com 30 utentes (1, 2, 3, 4, 5 e 6 equipas) . . . . .	20
4.4	Resultados para instâncias com 40 utentes (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 equipas) . . . . .	20

# Lista de Tabelas

4.1	Resultados para 80 utentes e 1 a 10 equipas. . . . .	23
4.2	Resultados para 100 utentes e 1 a 15 equipas. . . . .	24
4.3	Resultados para 10 utentes e 1 a 2 equipas. . . . .	25
4.4	Resultados para 30 utentes e 1 a 6 equipas. . . . .	27
4.5	Resultados (valores) para 80 utentes e 1 a 10 equipas. . . . .	28
4.6	Resultados (utentes visitados e a visitar) para 80 utentes e 1 a 10 equipas.	29
4.7	Resultados (valores) para 100 utentes e 1 a 15 equipas. . . . .	30
4.8	Resultados (utentes visitados e a visitar) para 100 utentes e 1 a 10 equipas.	31
4.9	Resultados (utentes visitados e a visitar) para 100 utentes e 1 a 10 equipas.	32
4.10	Resultados (utentes visitados e a visitar) para 100 utentes e 11 a 15 equipas.	33
4.11	Comparação de resultados entre o Modelo base e o Modelo com limite diário de horas de trabalho. . . . .	34



# Capítulo 1

## Introdução

Utentes com doenças crónicas ou que precisem de tratamentos frequentes são encorajados a receber os mesmos em casa. A pressão constante no corte dos custos de saúde e a grande tendência para o envelhecimento da população têm fomentado o crescimento e o desenvolvimento dos serviços de saúde ao domicílio, sendo que estes se têm mostrado bastante eficientes e mais acessíveis a nível de custos por serem, em alguns casos, uma hipótese alternativa aos hospitais. Assim, pretende-se estudar e implementar um modelo de otimização capaz de planear e calendarizar um sistema de tratamento ao domicílio, cujo custo seja o mínimo possível.

No presente estudo focamo-nos na programação diária das visitas aos domicílios dos utentes, determinando a rota que cada equipa faz para visitar os respetivos utentes que a procuram. Numa segunda parte, iremos, também, ter em consideração a duração das visitas e, com isso, limitar o número das mesmas e planear quando cada utente é visitado, de forma a não exceder o tempo diário de trabalho das equipas. Assim, primeiramente será formulado o problema base, ou seja, o mais simples possível, sendo depois acrescentadas restrições que, tendo em conta a duração de cada atividade no domicílio e o tempo de transporte entre diferentes domicílios, terão em vista que não seja ultrapassada a duração de um dia de trabalho das equipas.

No Capítulo 2 é feita uma pesquisa bibliográfica sobre o Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio. No Capítulo 3, descreve-se o problema abordado neste estudo e formula-se o mesmo para ambas as versões consideradas, a mais simples e a que considera o limite diário das horas de trabalho de cada equipa. No Capítulo 4, explica-se como foram gerados os dados e são analisados os resultados computacionais obtidos para ambos os modelos considerados. Por fim, no Capítulo 5 é resumido o estudo realizado e são feitas algumas conclusões sobre o mesmo.

## Capítulo 2

# Revisão de Literatura

Os Cuidados de Saúde ao Domicílio (HHC)<sup>1</sup> consistem na prestação de serviços de saúde a utentes nas suas próprias casas, permitindo, de forma simultânea, que estes mantenham, ou melhorem, as suas condições de vida e que exista um controlo dos custos associados ao sistema de saúde [6]. Um sistema de HHC é, geralmente, constituído pelos utentes, pelos profissionais e pelos serviços solicitados pelos utentes [16].

A maioria das pessoas que se encontra numa faixa etária mais avançada não apresenta a autonomia necessária para garantir os cuidados básicos de saúde, o que leva à perda de independência e a uma maior necessidade dos mesmos. Os cuidados de saúde ao domicílio revelam-se, portanto, como sendo uma boa solução para este tipo de situações.

Por, em certos casos, se terem mostrado tão eficientes como os cuidados prestados nos hospitais ou em centros de saúde, e sendo mais convenientes e menos dispendiosos, os HHC tornaram-se uma componente importante do setor dos cuidados de saúde [13]. De acordo com [11], a maioria dos países da Europa, nomeadamente Portugal, utiliza entre 1% a 5% do orçamento total da saúde pública em cuidados de saúde ao domicílio, pelo que se prevê, como resultado deste investimento, uma diminuição das admissões nos hospitais, uma diminuição da duração da hospitalização e um aumento da capacidade de permanecer em casa [18].

Nos últimos tempos, os cuidados de saúde ao domicílio têm ganho alguma relevância. A nível prático, o crescimento global deste tipo de serviço é provocado pelo envelhecimento global da população e também pela pressão económica que é feita pelos serviços de HHC sobre o lucro das empresas que prestam os mesmos. A nível de investigação, têm surgido inúmeros estudos que apresentam soluções para o problema de calendarização e roteamento de cuidados de saúde ao domicílio, sendo que a maioria da literatura dedica-se apenas à versão determinística da questão, não considerando a natureza esto-

---

<sup>1</sup>Na literatura em inglês *Home Health Care* (HHC).

cástica inerente a este tipo de problema [3]. Contudo, alguns estudos mais recentes já têm em consideração tal questão.

Os HHC, ainda que proporcionem potenciais reduções nos custos de hospitalização, geram muitas adversidades organizacionais comparativamente a um serviço hospitalar tradicional. Tendo isto em conta, as agências de cuidados de saúde ao domicílio enfrentam dificuldades significativas associadas a decisões estratégicas e operacionais, sendo necessário coordenar vários recursos internos, garantindo competência e restrições específicas, e também alguns recursos externos, de modo a assegurar a satisfação das necessidades dos utentes [6]. Estas adversidades devem, portanto, ser solucionadas de maneira a que se verifique uma melhoria na eficácia e na qualidade dos serviços prestados.

Existe um grande foco por parte dos investigadores no que diz respeito à programação e planeamento das rotas, motivado pela capacidade para melhorar a satisfação do utente e também a relação custo-benefício, tanto para os utentes como para as empresas de cuidados de saúde ao domicílio [3].

As empresas gestoras de cuidados de saúde ao domicílio deparam-se com problemas de otimização algo complexos e difíceis, nomeadamente com a programação de turnos, com a afetação dos profissionais aos utentes e com as decisões de roteamento das equipas [10]. O planeamento deste tipo de sistemas baseia-se na atribuição dos serviços solicitados pelos utentes aos profissionais de saúde devidamente especializados e na elaboração das trajetórias de cada profissional. Consequentemente, os problemas de atribuição e de roteamento de veículos ocupam um papel crucial no planeamento dos HHC [16].

Os custos envolvidos neste tipo de serviços são motivados pela distância, ou tempo total de deslocação, e pelo tempo total necessário para realizar os serviços médicos pelos profissionais de saúde, pelo que as empresas gestoras dos HHC deparam-se, principalmente, com duas questões: a calendarização do pessoal e a definição das rotas mais eficientes [1].

Associados ao Home Health Care estão, então, os seguintes problemas: Problema de Roteamento de Veículos (abordado em 2.1) e o Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio (abordado em 2.2).

## **2.1 *Vehicle Routing Problem***

A grande adversidade presente nos problemas que envolvem transporte, atribuição de rotas e calendarização, consiste na definição de uma estratégia que permita otimizar a entrega de produtos pelos fornecedores aos clientes. Com base nesta questão, surge,

então, o Vehicle Routing Problem (VRP) [18].

O Problema de Roteamento de Veículos é um dos problemas de otimização combinatória mais importantes e estudados, que consiste na determinação do conjunto ótimo de trajetórias a efetuar por um conjunto de veículos, por forma a atender um determinado grupo de clientes [20]. Deve, portanto, ser criado um conjunto de rotas em que o custo total de viagem seja minimizado e cada vértice, ou seja, cada cliente, seja visitado uma e uma só vez [4].

Para definir este problema considera-se o grafo  $G = (V, A)$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  o conjunto de arcos. O conjunto de vértices representa os clientes e um depósito central, a partir do qual cada trajetória deve começar e terminar, e o conjunto de arcos representa as ligações entre os diferentes clientes e entre estes e o depósito, que se encontram dispersos por uma determinada região geográfica. Como pressupostos deste problema tem-se que: todos os veículos devem começar e terminar o seu trajeto no depósito central; cada cliente deve ser visitado exatamente uma vez por uma só viatura; a carga de cada veículo não pode exceder a capacidade do mesmo e a distância percorrida por cada viatura não pode ultrapassar a distância máxima de deslocação, sendo que não são permitidas entregas fracionadas, pelo que estas terão de ser feitas de uma só vez [7].

O VRP foi introduzido em 1959 por Dantzig e Ramser que, ao descreverem uma aplicação do mundo real deste problema, relativa à distribuição de gasolina pelas estações de serviço, propuseram a primeira formulação de programação matemática do mesmo. Clarke e Wright, anos mais tarde (1964), apresentaram uma heurística greedy que aprimorou a abordagem de Dantzig-Ramser e a partir daí surgiram mais modelos e algoritmos, para solução aproximada e ótima, de diferentes versões do Problema de Roteamento de Veículos [20].

O Problema do Caixeiro-Viajante traduz-se na programação do trajeto mais curto para um caixeiro viajante, sendo que o Problema de Roteamento de Veículos foi retratado como sendo um problema generalizado do mesmo; no entanto, através da introdução de restrições adicionais da vida real ao VRP clássico, foram sendo consideradas várias variantes deste problema [1].

De acordo com as diferentes características consideradas, que se traduzem em diferentes restrições nas formulações dos problemas, existem várias variantes do VRP, tais como:

- VRP com Capacidade - cada veículo tem uma capacidade limitada;
- VRP com Janelas Temporais - cada cliente é atendido durante um determinado intervalo de tempo definido;

- VRP com Recolha e Entrega - os veículos transportam bens do depósito central para os clientes e dos clientes para o depósito;
- VRP com Multi-depósitos - existe mais do que um depósito central;
- VRP Estocástico - considera as componentes aleatórias, como as procuras dos clientes, o tempo de serviço e/ou o tempo de deslocação.

O interesse no Problema de Roteamento de Veículos advém, tanto da relevância da parte prática, como da dificuldade considerável de resolução. Os algoritmos exatos, propostos na literatura existente, apenas são capazes de resolver problemas de menores dimensões. Já as instâncias maiores apenas podem ser resolvidas de forma ótima em casos particulares.

## ***2.2 Home Health Care Routing and Scheduling Problem***

Tendo por base o VRP, surge, então, com o objetivo de planejar e calendarizar serviços de saúde ao domicílio, o Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio (*Home Health Care Routing and Scheduling Problem* - HHCRSP), sendo este tema o foco desta secção.

Neste problema considera-se um conjunto de utentes, dispersos numa determinada área geográfica, que precisam de cuidados de saúde. Estes devem ser prestados por profissionais de saúde, geridos por uma agência de HHC e que apresentem as qualificações específicas requeridas, através de visitas às casas dos utentes [6], [18].

Na literatura, o HHCRSP é definido como uma combinação de dois sub-problemas: o Problema do Roteamento de Veículos (Vehicle Routing Problem) e o Problema de Calendarização de Pessoal. Na maioria dos estudos realizados, consideram-se apenas as características-chave deste problema, nomeadamente janelas temporais, competência de requisitos e regras de funcionamento do sistema, enquanto fatores incertos, como os tempos de viagem e cancelamentos de visitas, são considerados apenas excepcionalmente [12].

Tal como o VRP, o HHC *Routing and Scheduling Problem* baseia-se na criação de um conjunto de trajetórias que permita chegar a todos os utentes, minimizar o custo total associado, ou maximizar a qualidade do serviço, e satisfazer todas as restrições operacionais consideradas. Contudo, é a existência de determinadas características, que originam novas restrições mais difíceis de considerar, que diferencia este problema do de Roteamento de Veículos [4]. Assim, no que diz respeito à otimização combinatória relacionada

com a prestação de cuidados de saúde ao domicílio, o HHCRSP representa um desafio, pois, devido ao elevado número de restrições a serem satisfeitas, trata-se de um problema complexo [3].

Verifica-se uma diversidade de modelos na literatura existente sobre o Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio, o que se deve à variedade de características presentes neste tipo de problema e às escolhas de modelação relativamente à formulação do mesmo. A grande parte deste tipo de problemas é formulada como um Problema de Roteamento de Veículos (VRP) ou, então, como extensões deste.

Em [14] é formulado um modelo multi-depósito e multi-objetivo em ambientes incertos, com o intuito de minimizar não só o custo total como também o custo de penalização incorrido pela antecipação e/ou atraso dos serviços. O propósito num problema de HHC com múltiplos objetivos é otimizar simultaneamente vários critérios, tais como custos, satisfação dos utentes e qualidade do atendimento. Também em [1] e [8] se considerou otimizar mais do que um objetivo. Uma outra característica, bastante comum na literatura, deste tipo de problemas é a consideração de janelas temporais, que se referem a intervalos de tempo específicos em que os utentes de devem ser atendidos. Assim, é fundamental que as rotas e agendas dos profissionais respeitem essas janelas, de maneira a garantir que os atendimentos ocorrem dentro dos horários predefinidos ([5], [19], [13]). [2] considerou duas características não muito abordadas na maior parte da literatura, sendo elas os tempos de serviço estocásticos (que atualmente já são considerados com mais frequência) e os requisitos de competência dos profissionais de saúde. Tida em conta por [5] e [13], a sincronização de tarefas diz respeito ao alinhamento dos tempos de execução dos diferentes serviços solicitados, tendo como objetivo garantir que a programação das visitas e das tarefas é feita de maneira sincronizada e eficiente. Fatores como a satisfação dos utentes ([8]), procura incostante pelos serviços de saúde ([19]), ambientes incertos ([3], [8], [14]), pausas para almoço dos profissionais ([13], [17]) e interdependência de serviços, ou seja, serviços que dependem uns dos outros para serem realizados de forma eficaz ([15]), também fazem parte das características abordadas na literatura existente sobre os Problemas de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio.

## 2.3 Métodos de resolução

Na presente secção são abordados alguns dos métodos de resolução que têm sido propostos para resolver o HHCRSP. Tratando-se de uma extensão do VRP e sendo um problema combinatorio  $NP$ -difícil, torna-se muito complexo de resolver, apresentando

tempos computacionais elevados.

Apesar dos métodos exatos permitirem a obtenção de soluções ótimas, o tempo de computação que os mesmos exigem é fortemente restritivo pela dimensão e complexidade do problema. Por este motivo, muitos investigadores optam por utilizar meta-heurísticas/heurísticas para instâncias de maiores dimensões, pois, muitas vezes, é preferível obter uma boa solução do que uma solução exata que implique um elevado tempo de resolução ou, então, que nem seja possível obter solução.

Na literatura, os métodos mais comuns utilizados para solucionar o problema são os algoritmos exatos e as meta-heurísticas e há também estudos que utilizam matheurísticas (*matheuristic* na literatura em inglês), sendo estas últimas algoritmos que surgem pela integração de meta-heurísticas e formulações de programação matemática.

Yuan, Liu and Jiang (2015) [2] desenharam um algoritmo de ramificação e preço, chamado *Branch-and-Price* (B&P), para resolver o HHCRSP com tempos de serviço estocásticos e requisitos de competências. O B&P combina a abordagem de *branch-and-bound* com a geração de colunas (price), isto é, o *branch-and-bound* organiza a procura por soluções admissíveis, enquanto a geração de colunas otimiza problemas relaxados, adicionando variáveis (colunas) conforme necessário para melhorar a solução. Este algoritmo foi também usado em [17], onde é considerado que cada profissional tem uma pausa para almoço.

Considerando um HHCSRSP com ambiente incerto (procura, serviços e tempos de viagem estocásticos), [3] introduziram uma abordagem hiper-heurística assente nas meta-heurísticas de Pesquisa Tabu (TS) e de Pesquisa de Vizinhança Variável (VNS). Ao utilizar o VNS para a programação e o TS para o roteamento, aproveitam-se os pontos fortes que cada uma destas abordagens tem nos seus respetivos domínios. Em [15], foi proposto um algoritmo de Pesquisa Adaptativa de Vizinhança Variável, que explora sistematicamente diferentes vizinhanças de uma solução, para solucionar o problema considerado, que tem em conta as qualificações dos profissionais e as possíveis interdependências entre as diferentes tarefas. A ideia central é que, ao mudar constantemente a vizinhança, o algoritmo aumente as suas hipóteses de encontrar melhores soluções globais.

Para resolver um problema com restrições de janela temporal e de sincronização, foi proposto em [5] um Modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), que é um método exato, e um Algoritmo Memético (meta-heurística). A PLIM pode ser usada para modelar problemas onde as decisões de roteamento e agendamento são inteiras, por exemplo alocar um profissional a uma rota específica, mas outras variáveis, como tempos de viagem ou custos, podem ser contínuas. Já o Algoritmo Memético, resultante da combinação de um algoritmo genético com um procedimento de pesquisa local, pretende obter

soluções aproximadas de alta qualidade num tempo razoável. Os resultados obtidos no estudo referenciado demonstram eficiência no Algoritmo Memético, pois este fornece ótimos resultados e é flexível em relação ao tipo de instância. No estudo realizado em [13], foram desenvolvidas quatro meta-heurísticas: Algoritmo Memético; Pesquisa Genética Híbrida de Vizinhança Variável Geral; Recozimento Simulado Híbrido e Genético Híbrido. Os resultados mostraram que o segundo algoritmo enumerado foi o que apresentou o melhor desempenho.

Os Algoritmos Genéticos são, também, muito frequentemente utilizados nos estudos sobre o Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio. Por exemplo, em [19] foi proposto um algoritmo genético híbrido integrado com métodos de simulação estocástica.

Por fim, na investigação realizada em [16] é proposta uma metaheurística baseada na decomposição da formulação, por forma a simplificar o modelo matemático e reduzir o tempo de cálculo necessário para resolver o problema. Os resultados obtidos demonstraram, então, que essa abordagem metaheurística resolveu 90% das instâncias de forma ótima e houve uma redução significativa dos tempos de computação.



## Capítulo 3

# Problema de Calendarização e Roteamento de Cuidados de Saúde ao Domicílio

No presente capítulo, inicialmente, na Secção 3.1, ter-se-á uma descrição do problema estudado neste trabalho, tendo-se, depois na Secção 3.2, uma formulação do mesmo, tanto para a variante base como para aquela em que são consideradas outras restrições específicas do problema de *Home Health Care*.

### 3.1 Descrição do problema

Consideremos uma unidade de saúde que possui  $n$  utentes/domicílios, e onde existem  $m$  equipas/profissionais de saúde, cujo propósito é somente a prestação de cuidados de saúde ao domicílio. As equipas, quando solicitadas para prestarem este tipo de serviço, saem e regressam sempre à unidade de saúde, mencionada também como ponto central ou depósito, por se tratar do local onde se encontra todo o material necessário para a realização desta atividade, não sendo excedidas as oito horas de trabalho diárias.

Cada utente/domicílio terá associada uma procura por um determinado tipo de serviço de saúde, sendo que esta será satisfeita pelos profissionais adequados. Mais concretamente, serão consideradas diversas equipas de saúde, onde cada uma delas realiza um tipo de serviço diferente, solicitado por diferentes utentes. De seguida, apresentam-se alguns exemplos dos diferentes tipos de serviço que podem ser efetuados:

- realização da higiene do utente (mudança de pensos e banhos);

- medição da tensão e diabetes, administração de vacinas e verificação da medicação;
- realização de consulta ao domicílio por um médico, com a presença de um enfermeiro para auxiliar;
- realização de análises clínicas e outros exames eventualmente necessários.

De referir também que, cada utente pode solicitar um ou mais serviços diferentes, pelo que pode ser visitado por uma ou mais equipas/profissionais de saúde.

O objetivo deste problema de *Home Health Care* será, portanto, a determinação de uma rota de custo mínimo, onde as necessidades dos utentes sejam satisfeitas, sendo os pressupostos do mesmo os seguintes:

- os profissionais de saúde têm um tempo máximo de trabalho por dia;
- as localizações dos utentes são conhecidas, assim como o custo e a duração do percurso entre todas as localizações a considerar;
- as durações de cada atividade são conhecidas.

Na Figura 3.1 pode observar-se um exemplo simples de uma solução para este problema, considerando 10 utentes e 2 equipas. A equipa 1 tem a sua rota desenhada a verde e a equipa 2 tem a sua rota desenhada a roxo. Como se observa, ambas as equipas começam e terminam as suas trajetórias no ponto central (depósito) e há utentes que são visitados por mais do que uma equipa.

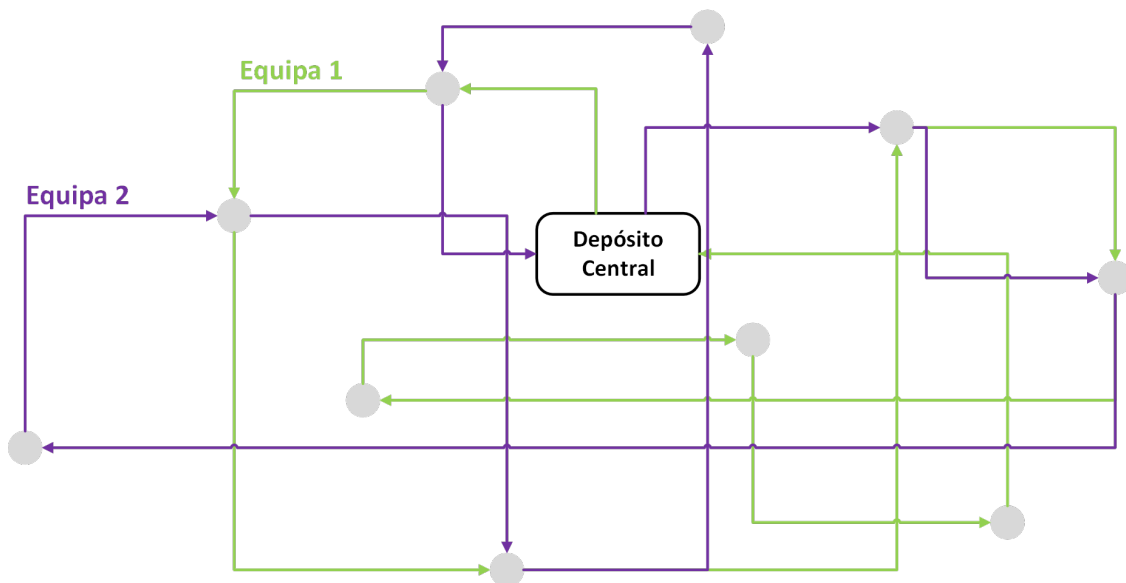


Figura 3.1: Ilustração de um exemplo do problema de Home Health Care

Após descrever o problema abordado neste estudo, segue-se agora a formulação do mesmo.

## 3.2 Formulação matemática

Tendo como base o Problema de Roteamento de Veículos, consideramos uma rede definida pelo grafo orientado  $G = (V, A)$ , onde o conjunto de vértices  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  corresponde ao conjunto formado pelo ponto ou depósito central e pelos domicílios dos utentes a visitar. Ao vértice  $0 \in V$  está associado o ponto central (agência de cuidados de saúde), do qual saem e regressam os profissionais de saúde, tendo-se também o conjunto  $N = V \setminus \{0\}$ , respeitante apenas ao conjunto dos domicílios dos utentes a visitar. O conjunto de arcos  $A = \{(i, j), i, j \in V, i \neq j\}$  representa as possíveis ligações entre dois domicílios de utentes e entre o ponto central e os domicílios. A cada arco  $(i, j) \in A$  associamos um custo não negativo  $c_{ij}$ , que corresponde ao custo da deslocação entre o nodo  $i$  e o nodo  $j$ , ou seja, entre duas localizações podendo ser o ponto central ou os domicílios dos utentes a visitar.

Considere-se o conjunto de equipas/profissionais de saúde  $P = \{1, \dots, m\}$ . Cada vértice  $j \in N$ , correspondente a um utente, terá associado uma determinada procura por um serviço de saúde,  $s_j^p$ , devendo este ser realizado pelo profissional ou equipa  $p \in P$  com a competência adequada. Tendo isto em conta, e por forma a definir a procura pelos diferentes serviços de saúde, considerou-se uma matriz  $S$ , de 0's e 1's, onde as células  $s_j^p$  com valor 1 indicam que o utente  $j$  pretende o serviço prestado pela equipa/profissional  $p \in P$ .

O objetivo será determinar a rota de custo mínimo para cada um dos profissionais/equipas de saúde, que satisfaça as necessidades de cuidados de saúde dos utentes.

Definindo agora as variáveis de decisão utilizadas na formulação do problema, tem-se:

- $y_{ij}^p$  variável binária (para cada  $(i, j) \in A$  e  $p \in P$ ) que indica se o arco  $(i, j)$  é (1) ou não (0) percorrido pelo profissional/equipa de saúde  $p$ , ou seja, indica se o arco  $(i, j)$  está (1) ou não (0) a ser selecionado para a rota da equipa  $p$ .
- $x_i^p$  variável inteira (para cada  $i \in V$  e  $p \in P$ ) que indica a posição do vértice  $i$  na sequência da rota percorrida pelo profissional/equipa de saúde  $p$ .

A formulação do modelo base para este problema é, então, a seguinte:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} c_{ij} y_{ij}^p \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in N} y_{0j}^p \leq 1, \quad p \in P, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} y_{i0}^p = \sum_{j \in N} y_{0j}^p, \quad p \in P, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V, i \neq j} y_{ij}^p - \sum_{i \in V, i \neq j} y_{ji}^p = 0, \quad j \in N, p \in P, \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V, i \neq j} y_{ij}^p \geq s_j^p, \quad j \in N, p \in P, \quad (5)$$

$$x_0^p = \sum_{j \in N} y_{0j}^p, \quad p \in P, \quad (6)$$

$$x_j^p \geq 1 + x_i^p - (n+1)(1 - y_{ij}^p), \quad (i, j) \in A, p \in P, \quad (7)$$

$$y_{ij}^p \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in A, p \in P, \quad (8)$$

$$x_i^p \in \mathbb{N}, \quad i \in N, p \in P \quad (9)$$

A função objetivo (1) contabiliza o custo total associado às rotas formadas, devendo este ser o mínimo possível. O conjunto de restrições (2) certifica que cada equipa sai do depósito no máximo uma vez, impedindo, assim, múltiplas saídas para uma mesma equipa. Já o conjunto (3), garante que só regressam à agência de cuidados de saúde as equipas que tiverem saído da mesma, ou seja, que todas as trajetórias começam e terminam no ponto central. O conjunto de restrições (4) asseguram a continuidade da rota, isto é, a equipa que visita um determinado utente deve depois seguir para outra localização, não regressando à mesma já visitada anteriormente. Assim, existe equilíbrio nos vértices intermédios, pois o número de equipas que chega a determinado domicílio é o mesmo número de equipas que sai deste. (5) estabelecem que a procura pelo serviço de saúde é satisfeita e (6) assegura que, para cada equipa  $p$ , o depósito central assume a primeira posição da trajetória, ou seja, a posição 1, sempre que essa equipa saia do ponto central. Consideraram-se, também, o conjunto de restrições MTZ, (7), que permitem quebrar subcircuitos, ao estabelecerem uma posição única de cada utente na sequência da rota de cada equipa. Por fim, temos os conjuntos (8) e (9) que definem os domínios das variáveis de decisão.

Com este modelo é possível determinar rotas para cada equipa que satisfaçam todos os pedidos dos utentes/domicílios e que permitam a planificação e calendarização das visitas das diversas equipas aos domicílios. Contudo, as rotas determinadas não têm em

consideração nem o tempo de duração de cada tarefa em cada domicílio nem o tempo de deslocação das equipas, ou seja, não têm em conta o limite diário de horas de trabalho de cada equipa. Para tal, definiu-se o parâmetro  $d_i$ , como sendo a duração da tarefa realizada no domicílio  $i \in N$ , tendo-se  $d_0 = 0$ , o parâmetro  $w_{i,j}$ , como sendo a duração do trajeto entre a localização  $i$  e a localização  $j$ ,  $(i, j) \in A$ , e  $Q$  como sendo o limite diário de horas de trabalho de cada equipa. Tendo isto em conta, acrescentou-se o seguinte conjunto de restrições à formulação inicialmente apresentada:

$$\sum_{(i,j) \in A, i \neq j} (d_i + w_{i,j}) y_{ij}^p \leq Q, \quad p \in P \quad (10)$$

As restrições (10) são, portanto, um conjunto de restrições de capacidade, que asseguram que o limite diário de horas de trabalho não é excedido.

Ao impor este limite diário de horas de trabalho, pode acontecer as equipas não serem capazes de realizar todas as tarefas num só dia, pelo que foi incluída no modelo a seguinte variável:

- $z_j^p$  variável binária (para cada  $j \in N$  e  $p \in P$ ) que indica se o utente  $j$  é (1) ou não (0) visitado pelo profissional/equipa de saúde  $p$ .

O objetivo ao considerar esta nova variável é o de identificar quais os utentes que são visitados pela equipa que procuram e quais os que são deixados para visitar no dia seguinte por se atingir o limite diário de horas de trabalho. Consequentemente, e de maneira a penalizar a não visita, alterou-se a função objetivo ao adicionar o seguinte termo:  $\sum_{j \in N, p \in P} M(s_j^p - z_j^p)$ , sendo  $M$  o valor da penalização.

Apresenta-se de seguida a função objetivo alterada (11) e os dois novos conjuntos de restrições consideradas no modelo (12 e 13):

$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{p \in P} c_{ij} y_{ij}^p + \sum_{j \in N, p \in P} M(s_j^p - z_j^p) \quad (11)$$

$$z_j^p \leq \sum_{i \in V, i \neq j} y_{ij}^p, \quad j \in N, p \in P \quad (12)$$

$$z_j^p \in \{0, 1\}, \quad j \in N, p \in P \quad (13)$$

O conjunto 12 diz respeito a restrições de ligação entre variáveis, definindo o valor da variável  $z_j^p$  de maneira a que esta tenha valor zero sempre que o utente  $j$  não é visitado pela equipa  $p$ , e 13 define o domínio das novas variáveis de decisão, que apresentam valor

1 se o utente  $j$  for visitado pela equipa  $p$  e o valor 0 caso contrário.

Adicionalmente, foram alteradas as restrições MTZ, pelo que as restrições 7 foram substituídas pelas seguintes restrições

$$x_j^p \geq (d_i + w_{ij}) + x_i^p - Q(1 - y_{ij}^p), \quad (i, j) \in A, p \in P \quad (14)$$

para que considerem os tempos de duração do serviço em cada domicílio e o tempo de duração da deslocação entre utentes, sendo que agora as variáveis  $x_i^p$  vão indicar o tempo mínimo de início de cada serviço.

# Capítulo 4

## Análise dos Resultados Computacionais

O foco deste capítulo será, tal como o título indica, a apresentação e discussão dos resultados computacionais, obtidos ao utilizar um *Solver* de otimização, cujo objetivo é alcançar a solução ótima com base nas formulações definidas. Todos os testes computacionais foram realizados, através do software FICO Xpress 9.4.0 (Xpress-Optimizer 43.01.01 e Xpress-Mosel 6.6.0) [9], num computador com as seguintes características:

- Processador: Intel(R) Core(TM) i7-8565U CPU @ 1.80GHz
- RAM: 8,00 GB
- Sistema Operativo: Windows 11

Em primeiro lugar, descreve-se como foram gerados e considerados os dados e, seguidamente, são analisados os resultados obtidos para ambas as versões do modelo: o modelo base na Secção 4.2.1 e o modelo com limite diário de horas de trabalho introduzido na Secção 4.2.2.

### 4.1 Geração de Dados

Tal como referido na Secção 3.2, a cada ligação (arco) entre utentes (vértices) está associado um determinado custo não negativo e a cada utente está associada uma procura por serviços de saúde, sendo o custo e a procura dois parâmetros do problema. Por forma a testar a formulação definida, foi necessário definir os mesmos. Para tal, usando o Xpress-Mosel do software de otimização Xpress, gerou-se aleatoriamente uma matriz  $C$  de custos e uma matriz  $S$  de procuras (de 0's e 1's), que traduzem, respetivamente, o conjunto das localizações de todos os utentes e os seus pedidos. Adicionalmente, gerou-se, também

de forma aleatória, uma matriz  $A$ , de 0's e 1's, cujo objetivo é indicar quais os arcos selecionados para estarem no grafo, ou seja, quais as ligações que existem, uma vez que na vida real não existem caminhos entre todos os pontos.

Explica-se agora, de forma mais detalhada, como foi feita a geração de dados. Primeiro, foram gerados aleatoriamente pontos numa grelha  $100 \times 100$ , esses pontos correspondem às localizações dos utentes; depois as distâncias Euclidianas entre todos os pares de pontos foram calculadas, sendo estas os valores da matriz  $C$ . Depois selecionaram-se, aleatoriamente, apenas algumas dessas ligações, tendo o cuidado de manter o grafo conexo, e com isso definiu-se a matriz  $A$ . Finalmente, gerou-se a matriz  $S$  de procuras, selecionando para cada localização pelo menos uma procura, ou seja a procura por, pelo menos, um serviço. Após serem geradas estas matrizes, têm-se, então, os dados necessários para que se possam obter, e posteriormente analisar, os resultados computacionais para o modelo base formulado.

Para o segundo modelo formulado, por serem consideradas as durações das tarefas realizadas em cada domicílio, as durações dos caminhos entre os domicílios e o limite diário das horas de trabalho, tudo em minutos, além da matriz  $C$ ,  $A$  e  $S$ , geradas como descrito acima, foi necessário definir uma matriz  $D$  de durações dos serviços, uma matriz  $W$  de durações dos trajetos e o valor  $Q$  do limite de horas de trabalho diário.

Para definir a matriz  $D$  de durações, foram gerados números aleatórios seguindo uma distribuição uniforme com valores no intervalo de  $[5, 30]$  (minutos). Quanto à duração  $w_{ij}$  do trajeto entre o utente  $i$  e o utente  $j$ , assumiu-se que esta era proporcional ao custo  $c_{ij}$ , pelo que se considerou como sendo  $c_{ij}$  dividido por 100, ou seja,  $w_{ij} = \frac{c_{ij}}{100}$ , de maneira a que os valores fossem mais ajustados, uma vez que os custos apresentam valores grandes por serem gerados como distâncias Euclidianas entre pontos dispostos numa grelha  $100 \times 100$ . Por fim, considerou-se que cada dia de trabalho corresponde a 8 horas, o que equivale a 480 minutos, pelo que  $Q = 480$ . Com isto, pode, então, testar-se, também, o segundo modelo formulado.

Para testar os modelos foram geradas instâncias com  $n = 10, 20, 30, 40, 80, 100$  utentes,  $m = 2, 4, 6, 8, 10, 15$  equipas, sendo que para cada par ( $n^\circ$  utentes,  $n^\circ$  equipas) =  $(n, m)$  foram geradas 3 instâncias diferentes.

## 4.2 Análise dos Resultados Computacionais

Por forma a analisar mais facilmente os resultados obtidos, construíram-se gráficos que permitem observar, de uma forma mais visual, os resultados alcançados para os diferentes grupos de utentes e equipas definidos. Observou-se, também, o tempo de resolução



para cada caso, com o objetivo de verificar que, à medida que aumenta a dimensão do problema, a sua resolução torna-se mais demorada, e para que dimensões é possível obter a solução ótima, e para que dimensões o *Solver* já não consegue obter facilmente a solução.

Primeiramente, o programa resolve a Relaxação Linear e guarda os respetivos valores da função objetivo. De seguida, resolve o problema inteiro (considera que a variável  $y_{i,j}^p$  é binária), e regista, adicionalmente, o valor da função objetivo, o valor do melhor majorante, o valor do melhor minorante e do tempo de resolução correspondentes. Assim, teremos dois conjuntos de resultados, os da Relaxação Linear (limite inferior (minorante) do valor da solução) e os do problema inteiro, correspondendo este último à solução do problema, caso tenha sido obtido o valor ótimo. Para evitar que, ao considerar problemas de maiores dimensões, o tempo de resolução do modelo seja demasiado elevado, o que não é desejável, definiu-se um tempo limite de 100 segundos para cada instância. Assim, para algumas instâncias não foi possível obter a sua solução ótima. É nestes casos que registamos, sempre que possível, o valor do melhor majorante e o valor do melhor minorante.

Testaram-se os modelos formulados fixando o número de utentes e variando o número de equipas, por exemplo, para 20 utentes analisamos os resultados para 1, 2, 3 e 4 equipas, sendo que, ao aumentar o número de utentes, aumenta-se, também, o número de equipas disponíveis. Para definir este par (nº de utentes, nº de equipas) considerou-se que, quando o número de utentes é 10, 20, 30 e 40, cada equipa atende, em média, 5 utentes. Assim, se considerarmos, por exemplo, 30 utentes, iremos analisar resultados considerando até 6 equipas. Quando  $n = 80$  já se considerou que cada equipa visita, em média, 8 utentes e com  $n = 100$  cada equipa visita, em média, entre 6 a 7 utentes.

A forma como os resultados são apresentados permite que seja feita: uma análise comparativa entre os valores da função objetivo obtidos por meio da Relaxação Linear (FO RL) e as soluções inteiras (FO); uma observação do impacto que o número de equipas e o número de utentes tem no valor da solução; e a existência de diferenças nos tempos de resolução.

### **4.2.1 Resultados do Modelo base**

Na presente secção são analisados os resultados obtidos para os diferentes pares de nº utentes e nº equipas considerados. Todos os gráficos apresentados demonstram que, para todas as instâncias, os valores da função objetivo das soluções inteiras (identificados na legenda como FO) são superiores aos da relaxação linear (identificados na legenda como FO RL), como não poderia deixar de acontecer, uma vez que ao impor que as variáveis

sejam inteiras (o que reflete uma solução mais realista), o custo aumenta.

Considerando 10 utentes e 2 equipas, através da Figura 4.1 observa-se que há um aumento no valor da função objetivo quando se tem 2 equipas, comparativamente a quando se tem apenas 1 equipa. Na primeira instância, verifica-se que, para ambas as equipas, a diferença entre os valores da FO e da FO RL é mínima, sendo que nas restantes instâncias os valores mantêm-se muito próximos para 1 equipa, mas para 2 equipas já se verifica um pequeno afastamento.

Analisando agora a Figura 4.2, para 1 equipa, as linhas mostram-se muito próximas, principalmente na primeira instância, indicando que a diferença entre os valores da FO e da FO RL é bastante pequena. Para 2 equipas, a divergência entre o valor da relaxação linear e o da solução inteira já é mais acentuada, sendo este comportamento semelhante para 3 e 4 equipas. De notar ainda que, na terceira instância, estes valores voltam a estar muito próximos para 2, 3 e 4 equipas, uma vez que para 1 equipa estes valores mantêm-se sempre nesse registo para todas as instâncias.

Para 30 utentes, 6 equipas (Figura 4.3) e 40 utentes, 8 equipas (Figura 4.4) observa-se o mesmo comportamento, isto é, uma divergência entre os valores da função objetivo das soluções inteiras e os valores da relaxação linear e um aumento dos mesmos à medida que são consideradas mais equipas.

Em suma, para todos os casos, à medida que o número de equipas aumenta, as diferenças entre os valores da FO RL e as soluções inteiras vão sendo mais notórias. Adicionalmente, os próprios valores da função objetivo para ambas as abordagens tendem a aumentar com o aumento do número de equipas, o que indica que há uma maior complexidade no planeamento das rotas quando existem mais equipas disponíveis. Para alguns casos, observa-se também uma ligeira queda de valores na terceira instância, o que poderá significar que, neste cenário específico, a complexidade da instância diminuiu ou que as soluções inteiras foram encontradas de forma mais eficiente.

No que diz respeito aos tempos de resolução total do modelo, para os grupos de 10 utentes, 2 equipas e 20 utentes, 4 equipas, os mesmos foram muito pequenos (0,404 segundos e 6,702 segundos, respetivamente), o que é razoável e concordante com as pequenas dimensões do problema consideradas nestes casos. Para 30 utentes e 6 equipas o modelo já demorou 194,595 segundos a encontrar todas as soluções, e para 40 utentes e 8 equipas demorou 437,93 segundos. Comparativamente aos dois primeiros grupos analisados (10 e 20 utentes), verifica-se, então, um tempo de resolução bem superior, o que está de acordo com as maiores dimensões que o problema apresenta.

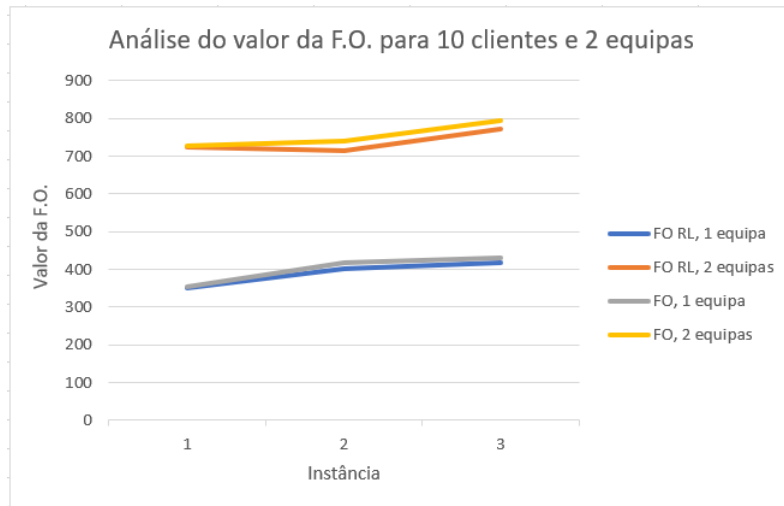


Figura 4.1: Resultados para instâncias com 10 utentes (1 e 2 equipas)

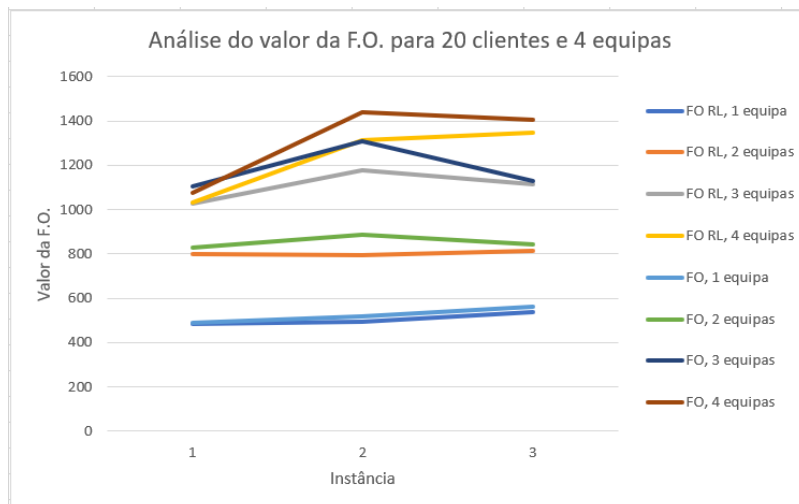


Figura 4.2: Resultados para instâncias com 20 utentes (1, 2, 3 e 4 equipas)

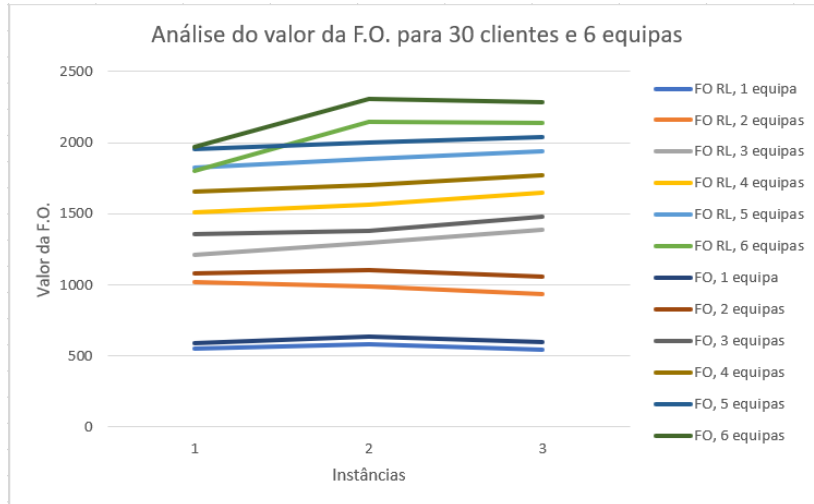


Figura 4.3: Resultados para instâncias com 30 utentes (1, 2, 3, 4, 5 e 6 equipas)

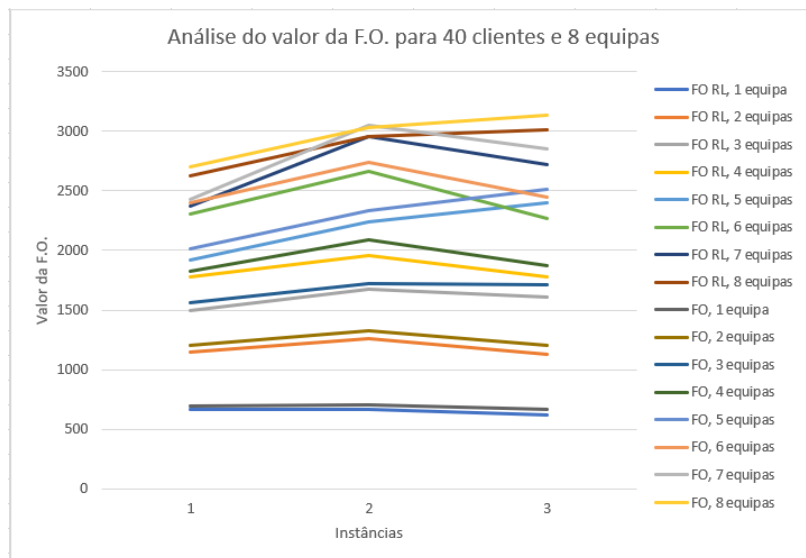


Figura 4.4: Resultados para instâncias com 40 utentes (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 equipas)

Tendo sido atingida a solução ótima para os diversos casos já analisados, e após verificar que o modelo apresenta o comportamento esperado, testou-se o modelo com dimensões consideravelmente superiores, neste caso, 80 utentes, 10 equipas e 100 utentes, 15 equipas, de maneira a verificar eventuais diferenças na obtenção do ótimo. Para estes dois casos, os resultados serão apresentados em tabelas, onde as colunas contêm a seguinte informação:

- $m$  - número de equipas
- Inst - identificador da instância

- Valor RL - valor da função objetivo obtido pela relaxação linear do modelo
- Valor - valor da função objetivo do modelo
- Tempo - tempo de resolução do modelo
- Majorante - limite superior para o valor da função objetivo do modelo (maior valor que a função objetivo pode atingir)
- Minorante - limite inferior para o valor da função objetivo do modelo (menor valor que a função objetivo pode atingir)
- Gap - diferença percentual entre o valor do majorante (*maj*) e do minorante (*min*), indicando o quão longe estamos do ótimo, usamos  $Gap = 100 \times \frac{maj-min}{maj}$ .

O cálculo do Gap é importante, uma vez que indica o quão longe estamos de obter a solução ótima, ajudando a avaliar a qualidade dos minorantes e dos majorantes obtidos e a eficácia dos modelos utilizados na obtenção da solução do problema.

Na Tabela 4.1 observam-se os resultados obtidos para 80 utentes e 10 equipas. Para 1 equipa constata-se que, na terceira instância, não se obteve o ótimo e também não foi possível obter um valor para o majorante no tempo limite definido, daí o Gap ser de 100%. Porém, para esta mesma instância, o valor obtido pela relaxação linear (Valor RL), é de 900,023, sendo que o *Solver* do Xpress ainda obteve um minorante de valor 901,358, superior ao minorante obtido pela relaxação linear. O Gap varia entre 0% e 100%, sendo 0% quando é obtida a solução ótima, o que acontece na maioria dos casos, e 100% quando não obtém um majorante. Quando não é 0% nem 100%, o Gap varia entre 0,94% e 9,99%

Ao considerar 100 utentes e 15 equipas, ver Tabela 4.2, é possível observar que, comparativamente aos resultados analisados anteriormente, existem mais casos em que não foi possível obter nenhum valor para o majorante dentro do tempo limite, não se alcançando o ótimo e tendo-se, portanto, um valor de Gap de 100%. Sabemos que o valor do ótimo se encontra entre o minorante e o majorante, porém não sabemos qual estará mais próximo deste. Em praticamente todos os casos, o minorante apresenta um valor melhor do que o valor da relaxação linear (que é também minorante), pelo que são obtidos minorantes melhores do que os obtidos pela relaxação linear. No entanto, existe uma exceção, onde o valor da relaxação linear é superior ao valor do minorante, que é 0 ( $m=10$ ,  $Inst=1$ ), o que indica que o *Solver* não foi capaz de determinar um minorante dentro do tempo limite.

No que diz respeito ao valor do Gap, neste grupo de instâncias, constata-se que este varia, para os casos em que não é nem 0% nem 100%, entre 0,59% e 14,81%.

De uma forma semelhante ao já observado para os outros casos, verifica-se, para os 80 e para os 100 utentes, assim como um aumento no número de pedidos dos utentes,

um aumento do valor da função objetivo, tanto para as soluções inteiras como para as da relaxação linear, à medida que o número de equipas consideradas aumenta. De notar ainda que, para os casos onde o tempo de resolução é inferior aos 100 segundos definidos como limite de tempo, é alcançada a solução ótima, tendo-se, logicamente, o valor do majorante igual ao do minorante e igual ao da solução. Porém, quando os 100 segundos são ultrapassados, já se observam valores diferentes de majorante e minorante, sendo que o valor apresentado diz respeito ao valor do majorante, mas sem confirmação, pelo *Solver*, de que seja o ótimo. Quanto ao Gap, este também nos permite perceber quando a solução ótima é, ou não, atingida, sendo lógico que, para os casos onde é, este assume o valor de zero. Quanto maior for o seu valor, maior é a diferença entre o valor do majorante e do minorante e, conseqüentemente, mais longe se está do ótimo. Para os casos analisados, considerando 10, 20, 30 e 40 utentes (Gráficos 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4) não é feita referência ao valor do Gap, uma vez que este assume o valor de 0% em todos os casos, por se atingir sempre o ótimo.

Após ser testado o modelo base, tornou-se o mesmo mais complexo ao considerar o limite diário de horas de trabalho, tal como referido na Secção 3.2. Na próxima secção serão, então, analisados os resultados obtidos para este novo modelo.

#### **4.2.2 Resultados do Modelo com limite diário de horas de trabalho**

Com a nova condição imposta ao modelo, será agora interessante olhar, não só para os valores da função objetivo (soluções inteiras e relaxação linear), mas também para a questão do número de utentes que devem ser visitados e o número de utentes que são, efetivamente, visitados, uma vez que, com este limite, pode não existir capacidade para tratar todos os utentes. É expectável que, ao considerar um maior número de utentes e poucas equipas, haja uma maior dificuldade em cumprir, dentro do horário estipulado, com a procura dos utentes, ficando mais utentes por visitar.

Por forma a analisar os resultados obtidos para este modelo, apresentar-se-ão os mesmos em formato de tabela, sendo que, para  $m$ , Inst, Valor RL, Valor, Majorante e Minorante, o conteúdo das colunas é o mesmo que o referido na Subsecção 4.2.1. No entanto, existem agora, para cada número de equipas, duas novas colunas importantes:

- V (Visitados) - número de utentes que são efetivamente visitados
- AV (A Visitar) - número de utentes que deveriam ter sido visitados de acordo com a procura

Para cada valor de  $m$  do número de equipas consideradas na dimensão do problema,

Tabela 4.1: Resultados para 80 utentes e 1 a 10 equipas.

$m$	Inst	Valor RL	Valor	Tempo (seg.)	Majorante	Minorante	Gap (%)
1	1	874.298	921.516	100.496	921.516	884.339	4.03
1	2	925.649	1008.456	100.132	1008.456	936.743	7.11
1	3	900.023		100.608		901.358	100.00
2	1	1549.196	1633.892	100.328	1633.892	1559.185	4.57
2	2	1598.215	1788.391	100.462	1788.391	1609.781	9.99
2	3	1490.520	1638.657	100.684	1638.657	1496.592	8.67
3	1	1998.344	2106.816	100.292	2106.816	2033.159	3.50
3	2	2174.159	2245.114	100.268	2245.114	2224.118	0.94
3	3	2030.456	2153.168	100.392	2153.168	2052.764	4.66
4	1	2330.371	2480.597	382.825	2480.597	2370.040	4.46
4	2	2467.454	2622.593	100.361	2622.593	2571.222	1.96
4	3	2285.077	2452.460	100.265	2452.460	2331.193	4.94
5	1	2673.268	2778.085	23.786	2778.085	2778.082	0.00
5	2	2943.934	3088.291	54.054	3088.291	3088.288	0.00
5	3	2734.227	2899.510	100.298	2899.510	2845.007	1.88
6	1	3067.871	3179.580	23.851	3179.580	3179.577	0.00
6	2	3261.874	3429.067	86.253	3429.067	3429.064	0.00
6	3	3067.053	3248.575	84.218	3248.575	3248.571	0.00
7	1	3158.775	3318.502	54.587	3318.502	3318.498	0.00
7	2	3398.083	3591.575	92.336	3591.575	3591.572	0.00
7	3	3413.270	3637.170	68.961	3637.170	3637.167	0.00
8	1	3577.733	3734.325	15.237	3734.325	3734.321	0.00
8	2	3792.140	4015.518	26.937	4015.518	4015.514	0.00
8	3	3745.698	3981.456	72.292	3981.456	3981.452	0.00
9	1	3783.782	3996.695	18.846	3996.695	3996.691	0.00
9	2	4237.403	4426.312	13.853	4426.312	4426.307	0.00
9	3	3960.768	4215.825	16.217	4215.825	4215.821	0.00
10	1	4206.875	4377.143	16.152	4377.143	4377.139	0.00
10	2	4364.691	4650.379	15.891	4650.379	4650.375	0.00
10	3	4362.190	4574.552	16.162	4574.552	4574.548	0.00

Tabela 4.2: Resultados para 100 utentes e 1 a 15 equipas.

$m$	Inst	Valor RL	Valor	Tempo (seg.)	Majorante	Minorante	Gap (%)
1	1	1035.047		100.017		1042.095	100.00
1	2	998.366	1136.959	101.399	1136.959	1001.600	11.91
1	3	973.190	1065.049	101.289	1065.049	974.961	8.46
2	1	1797.958	1971.472	100.802	1971.472	1802.427	8.57
2	2	1702.540		100.067		1708.318	100.00
2	3	1713.475		100.925		1725.851	100.00
3	1	2321.932		100.725		2342.312	100.00
3	2	2324.450	2652.718	100.879	2652.718	2332.135	12.09
3	3	2327.124	2567.378	101.078	2567.378	2356.578	8.21
4	1	2705.076	3043.551	100.703	3043.551	2761.676	9.26
4	2	2791.712	2958.926	100.574	2958.926	2817.284	4.79
4	3	2798.357	2910.007	100.490	2910.007	2844.612	2.25
5	1	3173.320	3794.385	100.529	3794.385	3232.379	14.81
5	2	3205.833	3379.791	100.491	3379.791	3275.992	3.07
5	3	3379.346	3490.331	100.590	3490.331	3418.723	2.05
6	1	3542.940	3823.305	100.635	3823.305	3645.441	4.65
6	2	3581.973	3754.936	100.809	3754.936	3661.126	2.50
6	3	3651.285	3785.419	80.142	3785.419	3785.415	0.00
7	1	3914.476		100.067		4006.227	100.00
7	2	4088.373	4374.842	100.497	4374.842	4165.631	4.78
7	3	4108.519	4247.120	52.987	4247.120	4247.116	0.00
8	1	4117.768	4367.886	100.448	4367.886	4334.338	0.77
8	2	4257.304		100.091		4318.941	100.00
8	3	4374.568	4552.890	41.978	4552.890	4552.885	0.00
9	1	4533.946	4736.041	84.832	4736.041	4736.036	0.00
9	2	4253.481		100.286		4344.614	100.00
9	3	4571.813	4831.348	65.063	4831.348	4831.344	0.00
10	1	4798.027		100.241		0	100.00
10	2	4628.756	4861.038	47.195	4861.038	4861.034	0.00
10	3	5157.116	5331.380	61.956	5331.380	5331.374	0.00
11	1	5188.990	5491.567	100.352	5491.567	5459.198	0.59
11	2	5116.294	5397.558	99.130	5397.558	5397.553	0.00
11	3	5604.059	5795.017	63.331	5795.017	5795.011	0.00
12	1	5364.036	5651.408	82.242	5651.408	5651.402	0.00
12	2	5302.746	5628.452	53.411	5628.452	5628.446	0.00
12	3	5463.602	5753.349	42.478	5753.349	5753.343	0.00
13	1	5499.401	5882.786	73.906	5882.786	5882.780	0.00
13	2	5506.869	5803.166	51.371	5803.166	5803.160	0.00
13	3	5894.877	6206.811	66.341	6206.811	6206.805	0.00
14	1	6282.644	6491.521	35.794	6491.521	6491.514	0.00
14	2	5927.568	6269.361	47.438	6269.361	6269.355	0.00
14	3	6352.305	6613.588	40.892	6613.588	6613.582	0.00
15	1	6345.078	6694.223	48.609	6694.223	6694.216	0.00
15	2	6068.015	6430.458	35.243	6430.458	6430.452	0.00
15	3	6808.996	7083.565	34.505	7083.565	7083.558	0.00



ter-se-á, então, um conjunto de utentes que devem ser visitados, e um conjunto de utentes que conseguem realmente ser visitados, de acordo com o limite diário de horas de trabalho, daí ter-se duas colunas (V e AV) para cada equipa considerada na solução.

Em todos os casos analisados na presente secção verifica-se que, tal como é suposto, os valores da função objetivo obtidos pela relaxação linear são inferiores aos valores da função objetivo das soluções inteiras. De forma semelhante ao modelo base, também nesta nova versão do modelo se verifica que, para todas as dimensões analisadas, à medida que são consideradas mais equipas, para um mesmo número de utentes, o valor da função objetivo aumenta. De referir que, ainda que não se observe nas tabelas apresentadas, o tempo de resolução do modelo aumenta consideravelmente com o aumento das dimensões consideradas, número de utentes e número de equipas. Por exemplo, para 10 utentes e 1 a 2 equipas, o modelo demora 0,734 segundos a obter todos os resultados, enquanto que para 80 utentes e 1 a 2 equipas atinge sempre o tempo limite, para 6 e 7 equipas demora 235,912 segundos na totalidade e, para 9 a 10 equipas demora 81,903 segundos.

Para 10 utentes e 2 equipas são alcançados, para o segundo modelo, os resultados que se encontram na Tabela 4.3, sendo possível verificar que a solução ótima é atingida em todos os casos, tendo-se, portanto, valores de majorante, minorante e da função objetivo das soluções inteiras iguais. Percebe-se, também, que apenas em dois casos não são visitados todos os utentes que seria suposto visitar. Para  $m = 1$ , na terceira instância (Inst=3) fica apenas um utente por visitar e, tendo 2 equipas ( $m = 2$ ), na terceira instância, olhando apenas para a coluna da Equipa 2, percebe-se que 2 dos 8 utentes ficam por atender.

Tabela 4.3: Resultados para 10 utentes e 1 a 2 equipas.

$m$	Inst	Valor RL	Valor	Majorante	Minorante	Eq. 1		Eq. 2	
						V	AV	V	AV
1	1	343.084	354.479	354.479	354.479	10	10		
1	2	402.928	418.213	418.213	418.212	10	10		
1	3	385.578	411.092	411.092	411.091	9	10		
2	1	696.657	727.348	727.348	727.303	8	8	7	7
2	2	701.902	741.532	741.532	741.531	6	6	8	8
2	3	711.225	762.140	762.140	762.136	8	8	6	8

Olhando agora para a Tabela 4.4, cujos resultados correspondem a 30 utentes e 1 a 6 equipas, já existem mais casos em que ficam utentes por atender. Quando  $m = 1$ , para as três instâncias, os valores na coluna V são sempre inferiores a 30, o que indica que com uma só equipa, não é possível atender, num dia, os 30 utentes. Para a terceira instância, com  $m = 3, 4$  e  $5$ , a Equipa 1 deixa sempre um utente por atender ( $AV - V = 1$ ). Tendo  $m = 6$ , a Equipa 2 (Inst=3) deixa um utente por visitar e a Equipa 4 (Inst=2)

deixa dois. A Equipa 3, na segunda instância, não consegue chegar a apenas um utente, tanto para  $m = 4$  como para  $m = 5$ , sendo que, para este último valor de  $m$ , a Equipa 4 deixa também um utente por visitar na terceira instância. Olhando para as colunas das Equipas 5 e 6, verifica-se que estas conseguem visitar todos os utentes pretendidos, o que faz sentido, pois quanto mais equipas existem disponíveis para o mesmo número total de utentes, mais facilmente se chega a todos. Quanto à otimalidade da solução, verifica-se que em todos os casos se atinge a solução ótima.

De referir ainda que, tanto para o grupo de 10 utentes e 1 a 2 equipas, como para o grupo de 30 utentes e 6 equipas, por se alcançar em todos os casos o ótimo, o valor do GAP é sempre nulo.

Considerando 80 utentes e 1 a 10 equipas, obtêm-se os resultados que se encontram nas Tabelas 4.5 e 4.6, sendo a primeira referente aos valores da função objetivo, dos majorantes e dos minorantes, e a segunda referente ao número de utentes visitados e ao número de utentes que fica por visitar. Olhando, primeiramente, para a Tabela 4.5, o Gap, nos casos em que o valor é diferente de 0%, varia entre 0,87% e 6,80%, o que se deve ao facto de o tempo de resolução ultrapassar os 100 segundos.

Passando agora para a Tabela 4.6, para os valores de  $m$  a variar entre 1 e 5, tanto a Equipa 1 como a 2 e a 3 deixam muitos utentes por visitar, o que faz sentido, uma vez que já estamos a lidar com um número considerável de utentes para poucas equipas. Observando as diferenças, para cada equipa, nos valores das colunas V e AV, percebe-se em que casos ficam utentes por atender. De notar ainda que, a Equipa 8 é a única que, seja qual for o valor de  $m$ , consegue chegar a todos os utentes que a procuram.

Para 100 utentes e 1 a 15 equipas (Tabela 4.7), os resultados não fogem muito do visto para os 80 utentes. Novamente, quando são atingidos os 100 segundos de tempo de resolução, têm-se valores de Gap entre 1,04% e 13,95%, o que significa que, para essas situações, não se obteve a solução ótima. A otimalidade é atingida em menos de metade dos casos (Gap de 0%). Relativamente aos utentes (Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10), quando  $m = 1$ , a única equipa disponível não consegue atender nem metade dos utentes que precisam dos cuidados de saúde. À medida que o número de equipas disponíveis aumenta, é possível ver que não são tantos os utentes que ficam por visitar diariamente, pois existem mais recursos para um mesmo número de utentes.

Para as situações em que não se atinge a otimalidade, os valores que constam nas colunas V e AV correspondem aos da solução associada ao majorante, por ser esse o valor que o *Solver* escreve como sendo o valor da solução, valor esse que se encontra na coluna Valor.

Tabela 4.4: Resultados para 30 utentes e 1 a 6 equipas.

$m$	Inst	Valor RL	Valor	Majorante	Minorante	Eq. 1		Eq. 2		Eq. 3		Eq. 4		Eq. 5		Eq. 6	
						V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV
1	1	697.134	769.054	769.054	769.054	27	30										
1	2	665.639	724.214	724.214	724.213	28	30										
1	3	762.464	838.871	838.871	838.871	27	30										
2	1	1018.962	1081.765	1081.765	1081.764	24	24	23	23								
2	2	990.699	1101.042	1101.042	1101.041	23	23	20	20								
2	3	933.948	1053.988	1053.988	1053.987	25	25	24	24								
3	1	1214.620	1355.110	1355.110	1355.109	17	17	21	21	16	16						
3	2	1289.115	1380.481	1380.481	1380.479	17	17	17	17	14	14						
3	3	1358.162	1456.147	1456.147	1456.145	16	17	18	18	16	16						
4	1	1508.390	1651.808	1651.808	1651.806	14	14	16	16	14	14	13	13				
4	2	1499.388	1635.808	1635.808	1635.807	13	13	17	17	8	9	12	12				
4	3	1616.982	1737.950	1737.950	1737.948	12	13	14	14	13	13	15	15				
5	1	1791.378	1950.798	1950.798	1950.796	11	11	11	11	13	13	9	9	11	11		
5	2	1853.656	1995.717	1995.717	1995.715	9	9	14	14	11	12	10	10	9	9		
5	3	1875.348	1974.771	1974.771	1974.769	10	11	11	11	12	12	8	9	10	10		
6	1	1798.729	1973.549	1973.549	1973.547	9	9	9	9	13	13	10	10	7	7	10	10
6	2	2072.465	2220.793	2220.793	2220.790	8	8	12	12	12	12	5	7	7	7	9	9
6	3	2101.748	2248.754	2248.754	2248.752	8	8	8	8	9	10	11	11	8	8	9	9

Tabela 4.5: Resultados (valores) para 80 utentes e 1 a 10 equipas.

$m$	Inst	Valor RL	Valor	Majorante	Minorante	Gap (%)
1	1	4202.219	4274.385	4274.385	4237.237	0.87
1	2	4214.118	4274.239	4274.239	4232.777	0.97
1	3	4638.109	4746.035	4746.035	4688.248	1.22
2	1	5109.592	5230.497	5230.497	5185.028	0.87
2	2	4667.000	5056.505	5056.505	4712.913	6.80
2	3	5774.807	6039.315	6039.315	5842.529	3.26
3	1	4625.016	4810.280	4810.280	4699.686	2.30
3	2	4416.603	4845.430	4845.430	4519.881	6.72
3	3	5103.351	5440.861	5440.861	5229.447	3.89
4	1	3345.099	3649.111	3649.111	3529.757	3.27
4	2	3727.071	4047.923	4047.923	3853.409	4.81
4	3	3963.323	4262.441	4262.441	4100.550	3.80
5	1	3000.267	3219.838	3219.838	3219.834	0.00
5	2	3305.762	3552.711	3552.711	3552.707	0.00
5	3	3637.034	3929.730	3929.730	3812.768	2.98
6	1	3078.461	3245.849	3245.849	3245.846	0.00
6	2	3261.874	3429.067	3429.067	3429.064	0.00
6	3	3274.924	3537.670	3537.670	3537.666	0.00
7	1	3158.775	3318.502	3318.502	3318.498	0.00
7	2	3391.586	3591.575	3591.575	3591.572	0.00
7	3	3438.529	3698.965	3698.965	3698.961	0.00
8	1	3575.319	3734.325	3734.325	3734.321	0.00
8	2	3750.592	4012.133	4012.133	4012.129	0.00
8	3	3741.255	3981.456	3981.456	3981.452	0.00
9	1	3783.782	3996.695	3996.695	3996.691	0.00
9	2	4192.916	4394.940	4394.940	4394.935	0.00
9	3	3960.768	4215.825	4215.825	4215.821	0.00
10	1	4186.723	4377.143	4377.143	4377.139	0.00
10	2	4311.679	4621.797	4621.797	4621.793	0.00
10	3	4356.874	4574.552	4574.552	4574.548	0.00

Tabela 4.6: Resultados (utentes visitados e a visitar) para 80 utentes e 1 a 10 equipas.

$m$	Inst	Equipa 1		Equipa 2		Equipa 3		Equipa 4		Equipa 5		Equipa 6		Equipa 7		Equipa 8		Equipa 9		Equipa 10	
		V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV
1	1	43	80																		
1	2	44	80																		
1	3	38	80																		
2	1	40	59	40	61																
2	2	38	60	37	52																
2	3	36	59	32	59																
3	1	36	47	29	39	38	50														
3	2	33	47	33	43	32	38														
3	3	33	43	32	46	28	43														
4	1	31	35	28	31	29	33	31	36												
4	2	30	36	31	38	31	35	27	27												
4	3	29	33	31	35	27	32	27	37												
5	1	29	29	23	23	27	31	29	30	29	32										
5	2	28	29	29	32	26	26	29	32	22	22										
5	3	26	26	27	30	28	32	23	23	25	32										
6	1	26	26	25	25	20	20	22	22	30	31	26	26								
6	2	25	25	27	27	26	26	22	22	24	24	17	17								
6	3	23	23	24	24	24	24	25	26	18	18	24	27								
7	1	23	23	23	23	15	15	20	20	23	23	25	20	20							
7	2	20	20	22	22	24	24	18	18	26	26	19	13	13							
7	3	22	22	25	25	17	17	27	27	18	18	16	23	24							
8	1	22	22	16	16	14	14	18	18	20	20	18	18	22	22	18	18				
8	2	17	17	21	21	23	23	19	19	11	12	27	16	16	11	11					
8	3	20	20	19	19	19	19	17	17	23	23	13	17	17	21	21					
9	1	20	20	14	14	17	17	10	10	19	19	14	14	22	22	21	15	15			
9	2	15	15	19	19	19	19	18	18	14	14	20	19	19	14	14	9	10			
9	3	18	18	15	15	16	16	17	17	21	21	15	12	12	15	15	20	20			
10	1	16	16	13	13	16	16	8	8	16	16	16	13	13	17	17	18	18	15	15	
10	2	12	12	20	20	19	19	16	16	17	17	11	11	18	18	15	14	8	9		
10	3	17	17	13	13	19	19	13	13	14	14	20	15	15	8	8	16	16	17	17	

Tabela 4.7: Resultados (valores) para 100 utentes e 1 a 15 equipas.

$m$	Inst	Valor RL	Valor	Majorante	Minorante	Gap (%)
1	1	6016.212	6281.960	6281.960	6042.981	3.80
1	2	6084.478	6286.595	6286.595	6111.947	2.78
1	3	5999.832	6091.169	6091.169	6027.991	1.04
2	1	7876.629	9214.845	9214.845	7929.748	13.95
2	2	8084.616	8263.082	8263.082	8145.380	1.42
2	3	7826.979	9119.457	9119.457	7902.502	13.34
3	1	7681.764	8222.156	8222.156	7806.271	5.06
3	2	7676.896	8315.190	8315.190	7780.289	6.43
3	3	7125.219	7517.056	7517.056	7269.342	3.30
4	1	6437.242	6824.668	6824.668	6596.598	3.34
4	2	6439.614	6764.988	6764.988	6615.788	2.21
4	3	5875.100	6306.132	6306.132	6000.626	4.84
5	1	5040.815	5511.854	5511.854	5171.758	6.17
5	2	5042.981	5749.930	5749.930	5195.988	9.63
5	3	5260.615	5800.671	5800.671	5455.931	5.94
6	1	4271.228	4567.002	4567.002	4428.363	3.04
6	2	4442.231	5348.551	5348.551	4648.505	13.09
6	3	4232.834	4495.436	4495.436	4495.431	0.00
7	1	4016.758	4226.677	4226.677	4211.485	0.36
7	2	4201.826	4438.594	4438.594	4438.590	0.00
7	3	4292.556	4575.458	4575.458	4515.097	1.32
8	1	4633.045	4887.703	4887.703	4779.478	2.21
8	2	4514.202	5314.831	5314.831	4711.112	11.36
8	3	4116.299	4816.739	4816.739	4278.215	11.18
9	1	4782.937	4972.592	4972.592	4972.587	0.00
9	2	4541.288	4774.529	4774.529	4774.525	0.00
9	3	4653.781	4896.553	4896.553	4896.548	0.00
10	1	4812.740	4973.865	4973.865	4973.860	0.00
10	2	4794.030	5084.397	5084.397	5083.955	0.01
10	3	4961.662	5236.372	5236.372	5236.367	0.00
11	1	5013.818	5221.042	5221.042	5221.037	0.00
11	2	5184.008	5491.567	5491.567	5491.562	0.00
11	3	5285.022	5589.667	5589.667	5589.662	0.00
12	1	5326.755	5510.180	5510.180	5510.175	0.00
12	2	5343.305	5638.448	5638.448	5638.442	0.00
12	3	5440.639	5836.898	5836.898	5721.880	1.97
13	1	5819.994	6088.691	6088.691	6088.371	0.01
13	2	5481.528	5882.786	5882.786	5882.780	0.00
13	3	5529.301	5967.444	5967.444	5967.439	0.00
14	1	6064.818	6363.069	6363.069	6363.062	0.00
14	2	6224.294	6477.716	6477.716	6477.710	0.00
14	3	6026.356	6315.839	6315.839	6315.832	0.00
15	1	5837.898	6195.644	6195.644	6195.638	0.00
15	2	6310.524	6667.812	6667.812	6667.805	0.00
15	3	6226.136	6637.021	6637.021	6637.015	0.00

Tabela 4.8: Resultados (utentes visitados e a visitar) para 100 utentes e 1 a 10 equipas.

$m$	Inst	Equipa 1		Equipa 2		Equipa 3		Equipa 4		Equipa 5		Equipa 6		Equipa 7		Equipa 8		Equipa 9		Equipa 10	
		V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV
1	1	44	100																		
1	2	44	100																		
1	3	46	100																		
2	1	34	72	41	79																
2	2	42	73	40	78																
2	3	35	72	41	79																
3	1	36	56	37	55	39	64														
3	2	38	60	33	49	36	63														
3	3	36	52	37	60	38	56														
4	1	32	45	35	43	32	48	37	46												
4	2	36	44	33	40	32	44	34	51												
4	3	32	41	34	40	32	47	33	43												
5	1	29	32	31	36	31	37	29	37	35	41										
5	2	33	36	32	39	25	25	31	41	31	38										
5	3	29	33	32	34	33	40	31	42	30	35										
6	1	27	27	29	32	30	30	27	29	30	39	31									
6	2	29	30	32	35	22	22	25	27	29	38	28	31								
6	3	28	29	29	29	29	29	28	35	31	34	27	27								
7	1	24	24	25	25	28	28	27	27	25	25	30	35	26							
7	2	25	25	25	25	27	27	20	20	28	30	29	31	25	25						
7	3	25	25	28	28	20	20	30	30	28	34	27	27	25	25						
8	1	20	20	25	26	21	21	23	23	20	20	27	33	25	25	23					
8	2	24	24	21	21	27	27	15	15	18	18	26	28	26	33	19	19				
8	3	22	22	21	21	20	20	26	26	26	27	23	23	25	25	22					
9	1	16	16	25	25	19	19	21	21	22	22	17	17	17	29	25	19	19			
9	2	23	23	21	21	22	22	15	15	17	17	20	20	25	25	26	27	19	19		
9	3	21	21	19	19	18	18	17	18	24	24	24	27	21	21	20	20	20			
10	1	15	15	18	18	20	20	17	17	19	19	18	18	18	18	23	23	27	16	16	
10	2	20	20	18	18	19	19	22	22	10	10	15	15	24	24	20	20	22	17	17	
10	3	15	15	20	20	21	21	16	16	18	19	21	21	25	25	19	17	17	18	18	

Tabela 4.9: Resultados (utentes visitados e a visitar) para 100 utentes e 1 a 10 equipas.

$m$	Inst	Equipa 1		Equipa 2		Equipa 3		Equipa 4		Equipa 5		Equipa 6		Equipa 7		Equipa 8		Equipa 9		Equipa 10	
		V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV
11	1	13	17	17	20	20	15	15	17	17	17	21	21	10	10	23	23	23	22	22	22
11	2	19	15	15	17	17	22	22	10	10	14	14	14	14	14	22	22	20	20	20	20
11	3	14	17	17	20	20	13	13	16	17	20	20	21	21	17	17	23	23	14	14	14
12	1	12	15	15	19	19	14	14	15	15	14	15	17	17	12	12	24	24	16	16	16
12	2	19	13	13	15	15	21	21	14	14	7	8	14	14	15	15	19	19	21	21	21
12	3	9	10	19	14	14	15	15	14	14	18	18	15	15	23	24	13	13	21	21	21
13	1	12	14	14	16	16	13	13	13	13	14	14	20	20	8	8	15	15	25	25	26
13	2	17	12	12	17	17	13	13	18	18	8	8	14	14	9	9	19	19	18	18	18
13	3	9	10	18	14	14	13	13	11	11	18	18	9	9	24	24	17	17	15	15	15
14	1	12	12	12	13	13	13	13	13	13	16	16	12	12	15	15	7	7	20	20	20
14	2	16	16	11	11	15	12	12	18	18	10	10	6	7	13	13	15	15	16	16	16
14	3	6	8	17	14	14	15	15	8	8	12	13	16	16	14	14	18	18	16	16	16
15	1	10	10	12	12	11	17	17	9	10	11	11	11	12	12	18	18	8	8	11	11
15	2	16	16	10	10	13	10	10	20	20	12	12	6	7	11	11	7	7	13	13	13
15	3	6	8	15	15	12	14	14	11	11	12	13	14	15	8	8	18	18	17	17	17



Tabela 4.10: Resultados (utentes visitados e a visitar) para 100 utentes e 11 a 15 equipas.

$m$	Inst	Equipa 11		Equipa 12		Equipa 13		Equipa 14		Equipa 15	
		V	AV	V	AV	V	AV	V	AV	V	AV
11	1	15	15								
11	2	17	17								
11	3	17	17								
12	1	19	19	14	14						
12	2	16	16	15	15						
12	3	11	11	17	17						
13	1	13	14	15	16	14	14				
13	2	17	17	15	15	14	14				
13	3	16	16	10	10	17	17				
14	1	19	19	17	17	13	14	13	13		
14	2	13	13	20	20	11	11	14	14		
14	3	16	16	13	13	11	11	15	15		
15	1	16	16	16	16	17	17	14	14	11	12
15	2	16	16	16	16	14	14	11	11	14	14
15	3	10	10	17	17	14	14	9	9	14	14

### 4.3 Comparação entre o Modelo base e o Modelo com limite diário de horas de trabalho

Após a análise de resultados efetuada, na presente secção, serão comparados, para alguns exemplos, os valores das soluções obtidas em ambos os modelos, assim como os tempos de resolução. De salientar que, os resultados de seguida comparados correspondem à mesma instância e a casos onde o ótimo foi atingido, pois, caso contrário, não seriam passíveis de comparação.

Na Tabela 4.11 encontram-se os valores da função objetivo das soluções inteiras (colunas Valor) e os respetivos tempos de resolução (colunas Tempo), tanto para o Modelo base como para o Modelo com limite diário de horas de trabalho, para diversos valores de  $n$  (nº de utentes) e de  $m$  (nº de equipas).

Tabela 4.11: Comparação de resultados entre o Modelo base e o Modelo com limite diário de horas de trabalho.

$n$	$m$	Modelo base		Modelo com limite diário de horas de trabalho	
		Valor	Tempo (seg.)	Valor	Tempo (seg.)
10	1	418.213	0.108	418.213	0.180
30	1	635.668	32.596	724.214	14.645
80	5	3088.291	54.054	3552.711	62.245
100	13	5882.786	73.906	5882.786	50.456

Para 10 utentes e 1 equipa, ambos os modelos apresentam o mesmo valor de solução, diferindo apenas no tempo de resolução, que foi superior no segundo modelo. O mesmo acontece para 100 utentes e 13 equipas, mas, nesse caso, já se tem um valor da função objetivo bastante superior, o que é concordante com as maiores dimensões consideradas. De igual forma, também o tempo que se demora a obter a solução é elevado, sendo este maior no modelo base.

Olhando agora para a segunda e terceira linha da tabela, ou seja, para  $n = 30$  e  $n = 80$ , percebe-se que os valores da função objetivo são superiores no segundo modelo. Relembrando que no modelo com limite diário de horas de trabalho existe uma penalização no custo quando ficam utentes por atender, é expectável que o custo seja superior neste modelo quando tal se verifica. Em ambos os casos são rejeitados utentes, pelo que o facto do segundo modelo apresentar um valor de função objetivo superior faz todo o sentido. Quanto ao tempo de resolução, para 30 utentes e 1 equipa, é menor no último modelo, mas para 80 utentes e 5 equipas é menor no modelo base.

Dentro do contexto dos Cuidados de Saúde ao Domicílio, o Modelo com limite diário de horas de trabalho acaba por ser aquele que se adequa melhor ao problema real, por ter em conta a duração do tempo de trabalho diário das equipas, sendo que nos exemplos abordados neste trabalho foram consideradas as 8 horas de trabalho diárias.

# Capítulo 5

## Conclusão

Os Cuidados de Saúde ao Domicílio têm-se verificado cada vez mais relevantes nos últimos anos, devido, em grande parte, ao envelhecimento da população. É importante planejar e calendarizar este tipo de serviços para que as necessidades dos utentes sejam satisfeitas, a distribuição de profissionais seja feita de forma eficiente e o custo que advém de todo o sistema seja o mínimo possível.

Neste trabalho foram propostos dois modelos para um problema de Planeamento e Calendarização de Tratamentos ao Domicílio. Tendo por base o Problema de Roteamento de Veículos, formulou-se um primeiro modelo mais simplificado, tendo-se depois formulado um segundo modelo com outras restrições mais específicas. Este segundo modelo permitiu considerar o limite diário de horas de trabalho das equipas que realizam os tratamentos ao domicílio.

Foram realizadas experiências computacionais, com dados gerados aleatoriamente, mas que permitiram conhecer o problema e algumas das suas características, quer em termos de modelação, quer na dificuldade de resolução destes problemas, quer em termos das suas soluções. Foram obtidos resultados computacionais para vários grupos de ( $n^\circ$  utentes,  $n^\circ$  equipas). O  $n^\circ$  de utentes considerado foi  $n = 10, 20, 30, 40, 80$ , e  $100$  e o número de equipas foi de  $m = 1, \dots, 15$ , contudo o número máximo considerado depende de  $n$  e é diferente para cada valor de  $n$ . Usando o software Xpress, alcançaram-se os resultados, tanto para o primeiro modelo como para o segundo, percebendo-se que, quando existe um maior número de utentes, há uma maior dificuldade em obter soluções ótimas para menos equipas disponíveis. Verificou-se uma tendência, para ambos os modelos, existe um aumento do valor da função objetivo à medida que é considerado um maior número de equipas. Adicionalmente, também para os dois modelos, existem algumas instâncias para as quais o valor ótimo é atingido rapidamente, e outras onde isso é mais difícil.

Neste tipo de problema de *Home Health Care*, outras restrições poderiam ter sido consideradas, nomeadamente, janelas temporais para visitar os utentes e restrições relacionadas com o tempo de serviço das equipas, como pausas para almoço.

# Bibliografia

- [1] M. Belhor, A. El-Amraoui, A. Jemai, and F. Delmotte. Multi-objective evolutionary approach based on k-means clustering for home health care routing and scheduling problem. *Expert Systems with Applications*, 213:119035, 2023.
- [2] R. L. Biao Yuan and Z. Jiang. A branch-and-price algorithm for the home health care scheduling and routing problem with stochastic service times and skill requirements. *International Journal of Production Research*, 53(24):7450–7464, 2015.
- [3] M. Chaieb and D. Ben Sassi. An advanced hyperheuristic approach for the home health care scheduling problem with time window in deterministic and uncertain environments. *Expert Systems with Applications*, 238:122141, 2024.
- [4] M. Cissé, S. Yalçındağ, Y. Kergosien, E. Şahin, C. Lenté, and A. Matta. Or problems related to home health care: A review of relevant routing and scheduling problems. *Operations Research for Health Care*, 13-14:1–22, 2017.
- [5] J. Decerle, O. Grunder, A. Hajjam El Hassani, and O. Barakat. A memetic algorithm for a home health care routing and scheduling problem. *Operations Research for Health Care*, 16:59–71, 2018.
- [6] M. Di Mascolo, C. Martinez, and M.-L. Espinouse. Routing and scheduling in home health care: A literature survey and bibliometric analysis. *Computers & Industrial Engineering*, 158:107255, 2021.
- [7] R. Elshaer and H. Awad. A taxonomic review of metaheuristic algorithms for solving the vehicle routing problem and its variants. *Computers & Industrial Engineering*, 140:106242, 2020.
- [8] A. M. Fathollahi-Fard, A. Ahmadi, F. Goodarzian, and N. Cheikhrouhou. A bi-objective home healthcare routing and scheduling problem considering patients' satisfaction in a fuzzy environment. *Applied Soft Computing*, 93:106385, 2020.
- [9] *FICO Xpress Optimization Suite*. <http://www.fico.com/en/products/fico-xpress-optimization-suite>.

- [10] C. Fikar and P. Hirsch. Home health care routing and scheduling: A review. *Computers & Operations Research*, 77:86–95, 2017.
- [11] N. Genet, W. Boerma, M. Kroneman, A. Hutchinson, R. B. Saltman, W. H. Organization, et al. *Home care across Europe: current structure and future challenges*. World Health Organization. Regional Office for Europe, 2012.
- [12] Y. Li, T. Xiang, and W. Y. Szeto. Home health care routing and scheduling problem with the consideration of outpatient services. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 152:102420, 2021.
- [13] W. Liu, M. Dridi, H. Fei, and A. H. El Hassani. Hybrid metaheuristics for solving a home health care routing and scheduling problem with time windows, synchronized visits and lunch breaks. *Expert Systems with Applications*, 183:115307, 2021.
- [14] X. Ma, Y. Fu, K. Gao, A. Sadollah, and K. Wang. Integration routing and scheduling for multiple home health care centers using a multi-objective cooperation evolutionary algorithm with stochastic simulation. *Swarm and Evolutionary Computation*, 75:101175, 2022.
- [15] D. S. Mankowska, F. Meisel, and C. Bierwirth. The home health care routing and scheduling problem with interdependent services. *Health care management science*, 17:15–30, 2014.
- [16] S. Moussavi, M. Mahdjoub, and O. Grunder. A matheuristic approach to the integration of worker assignment and vehicle routing problems: Application to home healthcare scheduling. *Expert Systems with Applications*, 125:317–332, 2019.
- [17] B. Y. Ran Liu and Z. Jiang. Mathematical model and exact algorithm for the home care worker scheduling and routing problem with lunch break requirements. *International Journal of Production Research*, 55(2):558–575, 2017.
- [18] R. D. F. Sales. Desenvolvimento e aplicação de uma meta-heurística ao Home Health Care Problem. Master’s thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2022. <http://hdl.handle.net/10362/158714>.
- [19] Y. Shi, T. Boudouh, and O. Grunder. A hybrid genetic algorithm for a home health care routing problem with time window and fuzzy demand. *Expert Systems with Applications*, 72:160–176, 2017.
- [20] P. Toth and D. Vigo. *The vehicle routing problem*. SIAM, 2002.