Lisbon School of Economics & Management
Universidade de Lisboa

Mestrado em

MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL

Documento Final

PROJETO

UMA HEURÍSTICA PARA A GERAÇÃO DE HORÁRIOS DAS LICENCIATURAS DO ISEG

MATILDE RODRIGUES NUNES

Orientação:
Professora Doutora Raquel Monteiro de Nobre Costa Bernardino
Professora Doutora Maria Cândida Vergueiro Monteiro Cidade Mourão

Documento especialmente elaborado para a obtenção do grau de mestre

JUNHO - 2025

Agradecimentos

Acima de tudo, gostaria de expressar o meu sincero agradecimento à Professora Doutora Raquel Bernardino e à Professora Doutora Maria Cândida Mourão por todo o apoio prestado ao longo deste trabalho. Agradeço não só todo o tempo que disponibilizaram, mas também a forma como souberam equilibrar exigência com motivação, e a atenção com que responderam a todas as minhas dúvidas, ajudando-me a clarificar ideias e a encontrar soluções para os obstáculos que surgiram. A vossa experiência e acompanhamento constante foram essenciais para que este projeto se concretizasse.

À minha mãe, deixo um agradecimento muito especial. O seu apoio incondicional, presente em todas as fases deste percurso, foi determinante. Obrigada por me permitires seguir o meu caminho, pelas palavras certas nos momentos certos e por estares sempre disponível, com paciência e força, mesmo nos dias mais exigentes.

Por último, mas não menos importante, aos meus melhores amigos, Clarisse e Idálio, pelo apoio constante, pela companhia ao longo destes meses e pela forma como estiveram sempre disponíveis para ouvir, ajudar ou simplesmente fazer-me rir. A vossa presença tornou este processo mais leve e, por isso, sou-vos eternamente grata.

Resumo

A geração de horários no ensino superior é um problema recorrente e complexo, que exige a conciliação de múltiplas restrições relacionadas com docentes, turmas, unidades curriculares, salas e intervalos de tempo. No caso do ISEG, o processo de geração de horários para as licenciaturas envolve, atualmente, a utilização de um *software* externo seguido de intervenção manual, sendo moroso e complexo face às especificidades institucionais. Este trabalho propõe uma metodologia baseada em heurísticas para gerar, de forma automática, horários para todos os cursos de licenciatura do ISEG, respeitando as restrições definidas pela instituição.

O problema enquadra-se na classe dos *University Course Timetabling Problems*, mais especificamente na variante *curriculum-based*, sendo considerado um problema de otimização combinatória NP-difícil. A metodologia proposta é composta por duas etapas principais: uma heurística construtiva que procura alocar todos os eventos a intervalos de tempo e salas admissíveis, e uma heurística melhorativa que visa melhorar a qualidade dos horários gerados.

A metodologia foi aplicada aos dados reais do ISEG referentes ao ano letivo de 2024/2025, abrangendo ambos os semestres. Foram implementadas restrições específicas para cursos, percursos recomendados e unidades curriculares fora do percurso, bem como restrições individuais de docentes e salas. Como resultado da aplicação da heurística, foi possível alocar todos os eventos de ambos os semestres, respeitando as restrições definidas. As soluções foram geradas em tempos computacionais reduzidos e a aplicação das heurísticas permitiu melhorias nas métricas associadas à qualidade dos horários, nomeadamente na redução de intervalos de tempo livres entre aulas consecutivas (designados de furos), na distribuição mais equilibrada da carga horária e na diminuição dos dias com apenas uma aula. Os resultados obtidos validam a eficácia da abordagem proposta, demonstrando a sua aplicabilidade no contexto real do ISEG no ano letivo em análise.

Palavras-chave: *University course timetabling problem*, *Curriculum-based timetabling,* Heurística construtiva, Heurística melhorativa.

Abstract

Timetable generation in higher education is a recurring and complex problem that requires the reconciliation of multiple constraints related to professors, classes, events, classrooms and time slots. At ISEG, the timetable generation process for undergraduate programmes currently involves the use of external software followed by manual intervention, making it time-consuming and complex to accommodate institutional specificities. This work proposes a heuristic-based methodology to automatically generate timetables for all undergraduate programmes at ISEG, while respecting the institution's constraints.

The problem falls under the category of University Course Timetabling Problems, more specifically the curriculum-based variant, and it is considered a NP-hard combinatorial optimization problem. The proposed methodology consists of two main stages: a constructive heuristic to allocate all events to admissible time slots and classrooms, and an improvement heuristic aimed at improving the quality of generated timetables.

The methodology was applied to real ISEG data for the 2024/2025 academic year, covering both semesters. Specific constraints were implemented for different programmes, recommended and non-recommended paths, as well as individual constraints for professors and classrooms. As a result, all events for both semesters were successfully allocated while meeting all constraints. Solutions were generated in reduced computational time and the use of heuristics led to improvements in timetable quality metrics, namely a reduction in the number of free timeslots between consecutive classes (named idle periods), a more balanced distribution of weekly teaching hours, and fewer days with only one class. The results validate the effectiveness of the proposed approach and demonstrate its applicability in ISEG's real-word context for the academic year under analysis.

Keywords: University course timetabling problem, Curriculum-based timetabling, Constructive heuristic, Improvement heuristic.

Índice

Índice de tabelas..... vi
Índice de figuras..... vii
Lista de abreviaturas.....viii
1. Introdução.....1
2. Revisão da literatura.....3
3. Apresentação do problema..... 8
    3.1. Restrições do problema..... 13
    3.2 Critérios para o melhoramento dos horários.....15
4. Tratamento dos dados..... 16
5. Metodologia.....20
    5.1 Heurística construtiva - Solução inicial.....20
    5.2 Heurística melhorativa - Melhoramento dos horários gerados.....27
6. Análise dos resultados..... 30
    6.1 Análise das heurísticas.....30
    6.2 Análise dos horários com base em métricas.....31
    6.3 Análise dos horários por comparação com os existentes..... 35
    6.4 Críticas à metodologia.....43
7. Conclusão..... 45
Referências bibliográficas..... 47

Índice de tabelas

Tabela 6.1 - Tempo de execução (em segundos) das heurísticas.....31
Tabela 6.2 - Média das métricas dos horários do 1.º semestre por curso..... 32
Tabela 6.3 - Média das métricas dos horários do 1.º semestre por ano curricular.....33
Tabela 6.4 - Média das métricas dos horários do 2.º semestre por curso..... 33
Tabela 6.5 - Média das métricas dos horários do 2.º semestre por ano curricular.....33
Tabela 6.6 - Métricas dos horários existente e gerado da turma ECO01M01..... 37
Tabela 6.7 - Métricas dos horários existente e gerado da turma GES02T12.....40
Tabela 6.8 - Métricas dos horários existente e gerado da turma MAEG03M21..... 42

Índice de figuras

Figura 4.1 - Excerto do ficheiro de Excel “ocupacao_semestre1" 17
Figura 4.2 - Excerto do ficheiro de Excel “dados_salas” 17
Figura 4.3 - Excerto do ficheiro de Excel “dados_semestre1” 18
Figura 5.1 - Pseudocódigo da heurística BL1 21
Figura 5.2 - Pseudocódigo da heurística M+T 23
Figura 5.3 - Pseudocódigo da heurística MD 24
Figura 5.4 - Pseudocódigo da heurística MDS 25
Figura 5.5 - Pseudocódigo da heurística M+C 26
Figura 5.6 - Pseudocódigo da heurística construtiva 27
Figura 5.7 - Pseudocódigo da heurística de melhoramento dos horários 29
Figura 6.1 - Horário existente da turma ECO01M01 36
Figura 6.2 - Horário gerado da turma ECO01M01 37
Figura 6.3 - Horário existente da turma GES02T12 39
Figura 6.4 - Horário gerado da turma GES02T12 39
Figura 6.5 - Horário existente da turma MAEG03M21 41
Figura 6.6 - Horário gerado da turma MAEG03M21 41

Lista de abreviaturas

CB-CTP - *Curriculum-Based Course Timetabling Problem*

ECO - Economia

ECN - *Economics*

EWG-PATAT - *EURO Working Group on Automated Timetabling*

FNC - *Finance*

GDES - Gestão do Desporto

GES - Gestão

ILS - *Iterated Local Search*

ISEG - Instituto Superior de Economia e Gestão

ITC - *International Timetabling Competition*

MAEG - Matemática Aplicada à Economia e à Gestão

MD - Mudança de dia

MDS - Mudança de dia seletiva

MNG - *Management*

M+C - Movimentar para mais cedo

M+T - Movimentar para mais tarde

PE-CTP - *Post-Enrolment Course Timetabling Problem*

UC - Unidade curricular

UCTP - *University Course Timetabling Problem*

1. Introdução

A geração de horários no ensino superior é uma tarefa recorrente, mas de elevada complexidade, exigindo a conciliação de múltiplas restrições. No caso do Instituto Superior de Economia e Gestão (ISEG), a Secretaria das Licenciaturas é responsável pela geração dos horários com o apoio de um *software* desenvolvido por uma empresa externa. Apesar de ser possível gerar horários todos os anos, este processo é demorado e implica ajustamentos manuais, o que não é desejável.

Assim, é fácil concluir que a automatização deste processo continua a ser limitada, sobretudo quando se trata de aplicar restrições mais específicas, como, por exemplo, exigências de salas para uma determinada unidade curricular. Consequentemente, este problema continua a ser relevante no que toca à sua resolução. A criação de uma metodologia que permita gerar horários completos e admissíveis de forma mais eficiente pode ajudar a reduzir o esforço necessário todos os anos e, potencialmente, melhorar a qualidade dos horários finais.

Apesar do tema de *timetabling* não ter sido abordado diretamente no Mestrado em Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial, vários dos conteúdos lecionados ao longo do curso demonstram-se úteis para a resolução deste tipo de problema. Esta ligação entre o problema e os métodos estudados, aliada ao conhecimento prévio da realidade do ISEG enquanto estudante da instituição, justificou o interesse em desenvolver este projeto como trabalho final.

O problema em estudo consiste na geração automatizada dos horários das licenciaturas do ISEG, para ambos os semestres, considerando as restrições impostas pela faculdade. Na prática, trata-se de uma instância real do problema conhecido como *University Course Timetabling Problem* (UCTP). Este tipo de problema é amplamente estudado na literatura, mas a sua aplicação prática varia de instituição para instituição, devido às suas especificidades.

No caso do ISEG, existem várias características a ter em conta, nomeadamente os docentes e as turmas serem previamente associados a unidades curriculares (UCs) e cada ano curricular ter períodos horários fixos para o funcionamento das aulas. As várias interligações entre turmas, docentes e salas tornam o problema mais difícil de

resolver. Além disso, o número de salas disponíveis é limitado e algumas aulas não podem ocorrer em certos dias ou horários, o que cria obstáculos adicionais. Outro fator importante é a estrutura dos cursos. O 2.º ano tende a ter mais aulas e, por isso, maior carga horária semanal. Já o 3.º ano tem menos aulas obrigatórias, o que faz com que os horários sejam menos equilibrados respetivamente à dispersão das aulas. Estas características tornam o problema do ISEG mais rígido do que outros casos, exigindo uma solução adaptada à sua realidade.

Desta forma, este trabalho tem como principal objetivo desenvolver uma metodologia baseada em heurísticas que permita gerar horários admissíveis de forma rápida para os cursos de licenciatura do ISEG. Assim, devem ser respeitadas as restrições definidas pela faculdade e, sempre que possível, melhorar a qualidade dos horários em termos de distribuição das aulas ao longo da semana, tentando criar horários o mais equilibrados possível.

A metodologia proposta divide-se, então, em duas etapas. A primeira é uma heurística construtiva simples, que começa por alocar o máximo de eventos possível e, posteriormente, foca-se na alocação dos casos mais complexos. A segunda etapa consiste em melhorar os horários completos gerados tendo em conta métricas definidas.

Para avaliar os resultados, foram, então, definidas métricas como o número médio de horas por dia, o número de furos semanais e o número de dias com uma aula. Estas métricas permitem comparar os horários gerados com os horários originais utilizados pelo ISEG e verificar até que ponto a metodologia se demonstra eficaz.

No final, pretende-se que a metodologia desenvolvida possa ser aplicada no contexto real da faculdade, ajudando a reduzir o esforço necessário para gerar os horários e oferecendo uma alternativa automática e mais rápida comparativamente ao processo atual.

2. Revisão da literatura

O problema da geração de horários, conhecido em inglês como *timetabling*, é um dos desafios clássicos de otimização combinatória, com aplicações em contextos educacionais, industriais e logísticos. Essencialmente, consiste em atribuir um conjunto de eventos a recursos limitados, de forma a satisfazer um conjunto de restrições (Wren, 1996). Estas restrições são geralmente divididas em dois tipos: restrições *hard*, cuja violação inviabiliza a solução; e restrições *soft*, cuja violação é tolerável, embora indesejável, afetando negativamente a qualidade da solução (Burke & Petrovic, 2002). Em certos casos, os problemas de *timetabling* consistem na procura por qualquer horário que satisfaça todas as restrições impostas, enquanto noutros apenas é necessário que o horário gerado satisfaça todas as restrições *hard* e minimize (ou maximize) uma função objetivo, que geralmente está associada às restrições *soft* (Schaerf, 1999). Nesses casos, a função objetivo é constituída por estas restrições, podendo ter-se uma penalização por cada restrição não satisfeita, sendo o objetivo de minimização, ou um benefício por cada restrição satisfeita, levando a um objetivo de maximização (Chiarandini et al., 2006; McCollum, 2006). Trata-se, portanto, de um problema computacionalmente complexo, classificado como NP-difícil, o que significa que, à medida que o número de eventos e restrições cresce, o tempo necessário para encontrar a solução ótima aumenta significativamente (Babaei et al., 2014).

No contexto educacional, o *timetabling* pode assumir vários tipos distintos: *examination timetabling*, que consiste na construção de horários para os exames de um conjunto de UCs, evitando a sobreposição de exames de UCs onde existem alunos em comum e dispersando as datas dos exames o mais possível; *school timetabling*, que consiste na construção de horários escolares, evitando a sobreposição de aulas para um mesmo docente; e *university course timetabling*, que trata da construção de horários para todas as aulas de um conjunto de UCs, com o objetivo de minimizar a sobreposição daquelas que têm alunos em comum (Schaerf, 1999). As diferenças principais entre as últimas duas residem no nível de ensino de cada uma, o que vai, naturalmente, afetar as suas restrições inerentes. Assim, justifica-se a existências de ambas.

Entre os tipos de *timetabling* mencionados, o UCTP é um dos mais estudados pela sua aplicabilidade generalizada e dificuldade intrínseca. O seu objetivo prende-se em

atribuir aulas (eventos) a intervalos de tempo, docentes e salas, de forma a satisfazer um conjunto de restrições. Exemplos típicos de restrições *hard* no UCTP incluem: não permitir sobreposições entre eventos frequentados, obrigatoriamente, pelos mesmos alunos, assegurar que cada sala é utilizada, no máximo, por um evento de cada vez, ou garantir que os docentes estão disponíveis nos horários que lhes são atribuídos. As restrições *soft* podem incluir: evitar aulas em horários mais cedo ou mais tarde, distribuir uniformemente o número de aulas ao longo da semana, ou evitar que uma turma tenha apenas uma aula num determinado dia (Babaei et al., 2014; Burke & Petrovic, 2002).

Devido às suas características o UCTP apresenta alguns desafios na sua resolução. Por ser considerado um problema de *timetabling*, é classificado como um problema NP-difícil, ou seja, algoritmos exatos só conseguem resolver pequenas instâncias dentro de um tempo computacional razoável. Para além disso, o número de restrições varia de instituição para instituição, pois cada uma apresenta um caso único e específico, o que faz com que o objetivo principal da maior parte dos algoritmos seja maximizar o número de restrições *soft* que são satisfeitas nos horários finais (Babaei et al., 2014; Burke & Petrovic, 2002).

Um dos grandes impulsionadores da investigação no UCTP foi a realização das Competições Internacionais de *Timetabling* (ITC), promovidas pelo *EURO Working Group on Automated Timetabling* (EWG-PATAT). A primeira competição (ITC-2002) baseou-se num problema real da Universidade de Napier em Edimburgo, a que chamaram UCTP-C (Chiarandini et al., 2006). Esta edição teve como objetivos principais atrair investigadores, definir o problema e gerar instâncias de referência que pudessem ser utilizadas para comparar o desempenho dos vários métodos de resolução propostos (Bettinelli et al., 2015). Já a segunda edição, ITC-2007, propôs três desafios aos seus participantes: *examination timetabling*, *curriculum-based timetabling e post-enrolment timetabling*. Nesta edição, o *post-enrolment timetabling* destacou-se por ser uma extensão mais realista do problema original apresentado na edição de 2002 (Müller, 2009).

Como mencionado, a partir destas competições, surgiram duas variantes principais do UCTP. A variante *curriculum-based* (CB-CTP) que assume que todos os estudantes de

um curso estão inscritos num mesmo conjunto de UCs, ou seja, que os cursos seguem uma estrutura fixa, fazendo com que os horários possam ser gerados antes da inscrição dos estudantes; e a variante *post-enrolment* (PE-CTP) que reflete uma estrutura mais flexível onde os estudantes escolhem livremente as UCs que querem frequentar e, após esta escolha, os horários são gerados (Steiner et al., 2025). Assim, a origem de conflito em cada uma destas vertentes é bastante diferente. Enquanto na variante *curriculum-based* apenas se tem de garantir que dois eventos pertencentes ao mesmo plano curricular não possam ocorrer em simultâneo, na variante *post-enrolment* a identificação de conflitos é mais complexa, pois é necessário analisar as matrículas individuais dos alunos de forma a detetar sobreposições (Abdipoor et al., 2023).

Devido à complexidade e dificuldade de resolução do UCTP, surgiram, ao longo dos anos, vários métodos de resolução. No entanto, a literatura existente sobre o tópico tende a focar-se em duas categorias: as heurísticas construtivas e as metaheurísticas, sendo as primeiras utilizadas, frequentemente, para gerar soluções iniciais para algoritmos mais sofisticados. Isto acontece, pois estas tendem a não conseguir gerar soluções de boa qualidade. No entanto, é possível melhorar as soluções iniciais obtidas através de heurísticas construtivas com a aplicação, por exemplo, de algoritmos de melhoramento. Estes tentam melhorar uma solução encontrada, tentando chegar a outra de melhor qualidade. Um exemplo de algoritmo utilizado é o *Simulated Annealing*, algoritmo que permite realizar movimentos na vizinhança, mesmo que seja para soluções de menor qualidade (Chen et al., 2021). Apesar disto, tanto no ITC-2002 como no ITC-2007, os vencedores utilizaram algoritmos baseados nesta técnica (Song et al., 2018). Concluiu-se que estas metaheurísticas são eficazes a gerar soluções de boa qualidade, no entanto, caso se pretenda aplicar uma determinada metaheurística a um problema ou a uma instância diferente, é necessário realizar um ajuste de parâmetros que, por vezes, pode ser extensivo e demorado (Chen et al., 2021; Burke et al., 2003).

Neste contexto, outro método de resolução alternativo é a pesquisa local iterativa (*Iterated Local Search* - ILS). Este método parte de uma solução inicial, frequentemente gerada por uma heurística construtiva, e aplica sucessivas fases de perturbação e melhoria local, explorando o espaço de soluções de forma mais ampla. A ideia central do ILS é escapar de ótimos locais através de procedimentos de perturbação, permitindo,

assim, a exploração de novas regiões do espaço de soluções. Isto torna a ILS particularmente robusta e eficaz na melhoria de soluções previamente construídas (Lourenço et al., 2019; Song et al., 2018). Desta forma, é fácil concluir que a combinação de uma heurística construtiva, que fornece rapidamente uma solução admissível, mesmo que de qualidade inferior, com uma heurística melhorativa, que melhora esta solução, revela-se uma abordagem adequada para o problema em estudo.

Para além dos métodos mencionados, têm também sido exploradas outras abordagens para resolver o UCTP, nomeadamente metaheurísticas populacionais, como algoritmos genéticos e algoritmos de colónia de formigas. Estas técnicas permitem a exploração de um espaço de soluções mais vasto, favorecendo a diversidade e tentando evitar ótimos locais. Os algoritmos genéticos, por exemplo, utilizam ferramentas como o cruzamento e a mutação para gerar novas soluções a partir de uma população inicial, evoluindo iterativamente em direção a soluções de maior qualidade (Burke et al., 2003). Destaca-se, no entanto, que são métodos computacionalmente exigentes, especialmente quando aplicados a instâncias de grande dimensão (Chen et al., 2021; Teoh et al., 2015). De forma a superar as limitações das metaheurísticas populacionais, surgiram abordagens híbridas, que combinam um conjunto variado de métodos de resolução, como, por exemplo, a combinação de *clustering* com *colour mapping* e de metaheurísticas populacionais com algoritmos de pesquisa local (Chen et al., 2021; Matias et al., 2018; Shatnawi et al., 2012). Apesar de ser vantajoso combinar várias técnicas de resolução, estas abordagens híbridas tendem a ser bastante complexas na sua implementação (Chen et al., 2021). Por último, outra linha de investigação alternativa é a utilização de algoritmos hiper-heurísticos. Estes algoritmos não operam diretamente sobre o espaço de soluções, mas sim sobre o espaço de heurísticas, selecionando, combinando ou gerando heurísticas. As hiper-heurísticas são utilizadas com o objetivo de encontrar boas estratégias de resolução que sejam robustas e que consigam ser aplicadas a novos problemas de forma a gerar uma solução admissível no menor espaço de tempo possível (Chakhlevitch & Cowling, 2008; Burke et al., 2013; Teoh et al., 2015).

Apesar da variedade de métodos de resolução e abordagens existentes, com a diversidade de contextos institucionais, o UCTP continua a representar um desafio

relevante na área da otimização combinatória. A literatura mostra que, ao longo dos anos, houve um esforço significativo por parte da comunidade científica para desenvolver abordagens que não só fossem eficazes na geração de soluções admissíveis como também capazes de se adaptar a cenários reais, onde as restrições são dinâmicas e, muitas vezes, difíceis de formalizar. Esta realidade fez com que o foco não fosse encontrar a solução ótima, mas sim a procura por soluções "suficientemente boas", dentro de tempos computacionais razoáveis.

Neste sentido, observa-se uma tendência clara de valorização de métodos que equilibram simplicidade, flexibilidade e eficiência. Tendo em conta este objetivo, a combinação entre heurísticas construtivas e heurísticas melhorativas surge como uma abordagem particularmente interessante por conjugar rapidez na geração de soluções iniciais com a capacidade de aperfeiçoar essas soluções. Esta estratégia permite responder com agilidade às exigências iniciais do problema, ao mesmo tempo que garante uma exploração mais aprofundada do espaço de soluções, melhorando a qualidade dos horários produzidos. Ao optar por esta abordagem, privilegia-se um equilíbrio entre eficácia e eficiência, reconhecendo que, num problema com tantas restrições como o UCTP, construir uma solução inicial e, a partir dela, melhorar progressivamente, é muitas vezes mais sensato e realista. Esta combinação não só reforça a qualidade da solução, como, também, a sua aplicabilidade em contextos reais, onde o tempo de resposta e a adaptabilidade têm um peso tão importante como a qualidade final (Burke & Petrovic, 2002).

Tendo em conta a informação previamente mencionada, é fácil concluir que a geração de horários das licenciaturas do ISEG consiste num problema de *timetabling*, mais especificamente, um UCTP. Para além disso, os cursos do ISEG seguem um plano curricular fixo fazendo com que os horários sejam gerados antes da inscrição dos alunos, enquadrando-se, assim, na variante *curriculum-based*.

3. Apresentação do problema

Atualmente, no ISEG, os horários das licenciaturas são gerados com o auxílio de um *software* desenvolvido por uma empresa externa. Apesar da sua finalidade ser gerar horários, este *software* não consegue, muitas vezes, construir soluções admissíveis, sendo necessária alguma manipulação manual. É fácil deduzir que, desta forma, o processo torna-se demorado e difícil. Assim, surge a necessidade de encontrar um método que automatize a geração de horários de licenciatura com o objetivo de agilizar e melhorar o processo como um todo.

Como mencionado, estamos perante um *curriculum-based* UCTP que é caracterizado pela atribuição de eventos a intervalos de tempo e salas, respeitando um conjunto de restrições. No ISEG, um evento corresponde a uma UC que é caracterizada pelo curso (ou cursos) a que se destina, grupo a que pertence (obrigatórias ou optativas), ano letivo e semestre em que é lecionada, turma (ou turmas) que a frequentam, tipo (teórica, prática ou teórico-prática), duração, docente (ou docentes) que a leciona e número de alunos que a frequenta. Neste contexto, define-se turno como um conjunto de turmas que frequenta a mesma aula, ao mesmo tempo, com o mesmo docente e numa mesma sala. Também é importante destacar que os eventos são considerados como estando dentro ou fora do percurso recomendado. Os eventos dentro do percurso recomendado são todos aqueles que são frequentados no ano e semestre disposto no plano curricular de um certo curso, enquanto os eventos fora do percurso recomendado são frequentados em momentos diferentes dos estipulados no plano curricular. Assim, as aulas fora do percurso recomendado seguem, geralmente, regras de horário diferentes das suas homólogas no percurso recomendado.

No ano letivo de 2024/2025, o ISEG apresentava uma oferta de dez licenciaturas (primeiro ciclo), 23 mestrados (segundo ciclo) e 13 doutoramentos (terceiro ciclo), dos quais quatro licenciaturas, três mestrados e oito doutoramentos eram em colaboração com outras faculdades. Os horários de mestrado e doutoramento são elaborados, previamente aos de licenciatura, pelos responsáveis dos cursos, não sendo, assim, alvo de estudo neste trabalho. No entanto, estes afetam diretamente a construção de horários de primeiro ciclo, dado que utilizam as mesmas salas e os mesmos docentes que os eventos de licenciatura. Mais especificamente, estão disponíveis 83 salas para variados

propósitos, incluindo aulas e exames, sendo apenas 50 elegíveis para aulas de licenciatura. Destas salas, uma é interativa e sete são de computadores com um número variado de dispositivos. Adicionalmente, alguns eventos exigem características específicas das salas em que irão ser alocados, sendo importante ter em conta toda esta informação.

As seis licenciaturas exclusivas do ISEG são *Economics* (ECN), Economia (ECO), *Finance* (FNC), Gestão (GES), Matemática Aplicada à Economia e à Gestão (MAEG) e *Management* (MNG). Das quatro licenciaturas em colaboração com outras faculdades, apenas uma tem parte dos seus horários construídos pelo ISEG, Gestão do Desporto (GDES). Os alunos das restantes três licenciaturas (Estudos Africanos, Estudos Europeus e Estudos Gerais) podem escolher inscrever-se em UCs lecionadas no ISEG sendo, posteriormente, inseridos em turmas das licenciaturas exclusivas da faculdade.

As siglas das turmas das licenciaturas exclusivas do ISEG têm designações diferentes baseadas no curso, ano e percurso a que se referem. Para cada ano, o número de turmas de cada curso varia, no máximo, entre um e oito. Assim, no percurso recomendado, o curso de ECN é composto pelas turmas 01 e 02, o curso de ECO pelas turmas 01 a 07, o curso de FNC pelas turmas 31 e 32, o curso de GES pelas turmas 11 a 18, o curso de MAEG pelas turmas 21 e 22, o curso de MNG pelas turmas 11 a 13 e o curso de GDES pela turma 01.

Ao número da turma junta-se a sigla do curso, a indicação do ano curricular (1, 2 ou 3) e uma letra. Para as licenciaturas em português, no percurso recomendado, a letra constante na designação será "M" ou "T". A letra "M" associa-se a turmas do 1.º ou 3.º anos, cujas aulas decorrem de manhã, das 8h00 às 13h30, exceto à sexta-feira em que terminam às 12h30. Já a letra "T" associa-se ao 2.º ano, com aulas à tarde, das 13h30 às 19h00, sendo que à sexta-feira o horário começa às 14h00.

Na licenciatura em GDES tem-se o oposto, ou seja, no 1.º e no 3.º ano a letra é "T", com aulas no período da tarde e respeitando os horários acima, enquanto no 2.º ano a letra é "M", com aulas no período da manhã e em concordância com os períodos horários previamente mencionados. Adicionalmente, nesta licenciatura, dependendo do

ano e semestre, os dias em que os alunos podem ter aulas são definidos previamente, sendo, em certos casos, às terças e quintas e noutros às segundas, quartas e sextas.

Para as licenciaturas em inglês, a letra associada é sempre "E" independentemente do ano e do percurso, apesar de também seguirem as regras de horário das licenciaturas em português.

Assim, por exemplo, para a turma 12 de Gestão de 1.º ano, define-se a sigla GES01M12, para a turma 01 de *Economics* de 2.º ano, associa-se a designação ECN02E01 e, por último, para a turma 01 de Gestão do Desporto de 3.º ano, ter-se-ia a sigla GDES03T01.

A designação altera se o evento estiver fora do percurso recomendado. Em alguns cursos, surgem novas turmas com numeração distinta: no curso de ECO, a turma 41; em GES, as turmas 51 a 53; e em ECN, a turma 03. Os restantes cursos mantêm a numeração das turmas do percurso recomendado, exceto GDES, que não tem UCs fora do percurso. Por outro lado, algumas destas turmas utilizam letras específicas, como "V" ou "R", enquanto, nos restantes casos, mantêm-se as letras "M", "T" ou "E", apesar de se tratar de eventos fora do percurso. Por exemplo, ECO01V06 refere-se a uma turma de ECO de 1.º ano fora do percurso, e GES02T51 corresponde a uma turma de GES de 2.º ano fora do percurso.

Como mencionado, os eventos fora do percurso recomendado seguem horários diferentes dos do percurso recomendado, de forma a que os alunos consigam frequentar, ao mesmo tempo, as UCs que estão no seu percurso recomendado. Desta forma, as UCs fora do percurso recomendado seguem, geralmente, regras de horários "opostas" às do ano em que estão a ser lecionadas, ou seja, se estiverem a ser lecionadas em um ano em que as aulas do percurso recomendado decorrem no período da manhã, estas devem ser lecionadas no período da tarde, e vice-versa. Nota-se o caso da UC de Economia I que é lecionada no primeiro semestre do primeiro ano, se se considerar o percurso recomendado. Neste ano, as aulas devem ser lecionadas de manhã e, portanto, no caso de um aluno reprovar a esta UC poderá repeti-la no segundo semestre, fora do percurso recomendado, pelo que deverá ser lecionada no período da tarde. Apesar disto,

destaca-se que existem UCs que apenas ocorrem uma vez por ano, no semestre disposto no plano curricular do curso (ou cursos) a que pertencem.

É importante realçar que, em alguns casos, um certo evento é partilhado por turmas dentro e fora do percurso recomendado, devido ao facto de diferentes cursos poderem ter exatamente a mesma UC no seu plano, mas em semestres diferentes. Esta situação pode gerar conflitos de restrições se não for possível garantir que as UCs fora do percurso recomendado sejam lecionadas em horários diferentes das do percurso recomendado. Considere-se uma UC que, dentro do percurso recomendado, é lecionada para o curso x no 1.º semestre e para o curso y no 2.º. Se um aluno do curso x reprovar a esta UC irá realizá-la no 2.º semestre com os alunos do curso y. No entanto, neste caso, seguem-se as restrições do ano em questão, fazendo com que haja o risco desta UC estar sobreposta a outras do percurso recomendado que o aluno do curso x terá de frequentar no 2.º semestre. Nestas circunstâncias, foi realizada uma análise mais profunda de cada UC, de forma a garantir que os horários eram compatíveis. Este ponto irá ser abordado mais à frente, explicitando as alterações que tiveram de ser efetuadas para garantir que não existiam conflitos.

É importante notar que estas questões se aplicam a UCs obrigatórias. As UCs optativas não seguem qualquer tipo de percurso, sendo apenas escolhidas pelos alunos tendo em conta as suas preferências. Além disso, apenas necessitam de não se sobrepor a UCs obrigatórias. Desta forma, por motivos de simplicidade, e sendo que só é necessário escolher optativas no 3.º ano (exceto para GDES em que não há UCs deste tipo), considerou-se que estas UCs poderiam decorrer a partir das 13h30 ou das 14h00, no caso de sexta-feira. Relativamente à designação das turmas de optativas, estas contém sempre a letra "L" e a sua numeração varia de 01 a 14. Como todas as designações de turma, estas também apresentam uma sigla de curso antes da letra identificativa e da numeração. No entanto, as turmas de UCs optativas têm a particularidade de terem várias designações diferentes que correspondem exatamente ao mesmo horário, em que a única diferença é a sigla do curso, ou seja, existe uma designação diferente para cada curso em que está disponível uma certa optativa. Por exemplo, no 1.º semestre, a UC de Análise de Investimentos está disponível para alguns cursos, nomeadamente ECN,

MNG e MAEG, tendo-se as designações ECN03L06, MNG03L06 e MAEG03L06, respetivamente, para o mesmo horário.

Os eventos também são caracterizados pelo semestre em que ocorrem. Importa referir que os horários para cada semestre são gerados separadamente, sendo independentes entre si. Destaca-se ainda que, de ano para ano, o semestre em que uma UC é lecionada pode mudar, tornando essencial a atualização constante desta informação.

Relativamente aos docentes, estes apresentam restrições importantes que afetam diretamente os horários. Por um lado, grande parte dos docentes também leciona mestrados e doutoramentos, o que significa que existem certos intervalos de tempo em que não estão disponíveis para aulas de licenciatura. Por outro, deve-se considerar restrições ligadas ao facto de certos docentes lecionarem à noite, o que faz com que, no dia seguinte, tenham direito a começar a lecionar mais tarde, e restrições ligadas à existência de filhos menores, o que faz com que os docentes possam começar a lecionar mais tarde ou terminar mais cedo. As restrições de professores convidados também devem ser consideradas, sendo que estes, geralmente, têm disponibilidades mais restritas, por vezes não conseguindo lecionar em certos dias da semana. Por exemplo, as UCs de um docente convidado que só esteja disponível para lecionar no período da manhã vão funcionar neste período, mesmo que sejam UCs que deveriam funcionar no período da tarde. Outro ponto a destacar é o facto de que, por vezes, dois ou mais docentes lecionam uma mesma UC a uma mesma turma. Nestes casos, docentes diferentes lecionam módulos diferentes o que faz com que não tenham de estar disponíveis durante o semestre inteiro no horário atribuído à UC em questão, tendo apenas de ter disponibilidade no momento estipulado para lecionar o módulo que lhes corresponde. No entanto, por motivos de simplicidade, considera-se que, para alocar um evento num determinado horário, todos os docentes associados a esse evento devem estar disponíveis no dia e horário estabelecidos durante todo o semestre.

Relativamente às salas, como mencionado, apenas 50 estão disponíveis para aulas de licenciatura e estas podem assumir a categoria de “Normal”, “Anfiteatro”, “Auditório”, “Sala de computadores” ou “Sala interativa”. As salas ditas normais são salas mais pequenas tendo entre 28 a 60 lugares, enquanto os anfiteatros e auditórios são maiores e têm entre 72 a 210 lugares. Entre estas 50 salas, a maioria (32) são salas pequenas, o

que pode ser um desafio ao tentar alocar eventos com um maior número de alunos. Adicionalmente, eventos com muitos alunos, geralmente, envolvem várias turmas, tornando-se mais difícil encontrar blocos livres comuns entre todas. Como mencionado, todos os eventos têm um número de alunos associado e, como seria de esperar, um evento só pode ocorrer numa sala se a sua capacidade for igual ou superior ao número de alunos que frequentam o evento.

Por último, a duração dos eventos é múltipla de 30 minutos, variando entre 01h00 e 02h30. É importante destacar que quanto maior a duração de um evento mais difícil será alocá-lo, pois é necessário encontrar um intervalo de tempo que seja compatível com a turma (ou turmas) que frequentam o evento, o docente (ou docentes) que o leciona e uma sala, desde que esta tenha capacidade e características admissíveis para o evento.

Em resumo, pretende-se encontrar, para cada evento, um intervalo de tempo que esteja disponível numa sala que tenha as características e capacidade necessárias e que seja compatível com qualquer docente (ou docentes) que leciona o evento e qualquer turma (ou turmas) que o frequenta.

3.1. Restrições do problema

De forma a permitir a geração correta dos horários de licenciatura, é necessário ter em atenção um conjunto de restrições que devem ser respeitadas. Estas restrições, fundamentais para garantir a admissibilidade das soluções geradas, dizem respeito às características específicas dos eventos, turmas, docentes, salas e intervalos de tempo disponíveis, sendo, por isso, apresentadas e detalhadas seguidamente. Assim, tem-se que:

- Todos os eventos têm que ser alocados uma e uma só vez durante a semana a um bloco (ou intervalo) de tempo admissível;
- Todos os eventos têm que ser alocados uma e uma só vez durante a semana a uma sala admissível;
- Não são permitidas sobreposições de eventos numa turma;
- Não são permitidas sobreposições de eventos numa sala;
- Não são permitidas sobreposições de eventos para um docente;

- Dois eventos que sejam da mesma UC, para o mesmo turno e do mesmo tipo têm que ocorrer em dias distintos;
- O período da manhã ocorre entre as 8h00 e as 13h30, exceto à sexta-feira em que tem que ocorrer das 8h00 às 12h30;
- O período da tarde ocorre entre as 13h30 e as 19h00, exceto à sexta-feira em que tem que ocorrer das 14h00 às 19h00;
- As UCs optativas têm que ocorrer a partir das 13h30, exceto à sexta-feira em que têm que ocorrer a partir das 14h00;
- As UCs fora do percurso recomendado têm que ocorrer no período oposto ao da UC dentro do percurso recomendado, a não ser que seja estabelecido o contrário;
- As UCs do curso de GDES têm que ocorrer nos dias definidos para tal, que podem ser segunda, quarta e sexta-feira ou terça e quinta-feira;
- A primeira aula teórica de uma UC tem que ocorrer segunda ou terça-feira;
- Um evento só pode ser alocado numa sala caso esta tenha capacidade igual ou superior ao número de alunos que participa no evento;
- Quando uma UC tem requisitos de sala, os seus eventos apenas podem ser alocados numa sala que cumpra esses requisitos;
- Todas as restrições de horário de docentes com filhos menores têm que ser respeitadas;
- Todas as restrições de horário de docentes convidados têm que ser respeitadas;
- Todos os docentes que lecionam aulas à noite têm que ter horários a partir das 10h00 no dia seguinte a estas aulas;
- Para a UCs de Econometria I no 1.º semestre e Matemática II no 2.º, as aulas teóricas têm que ocorrer segunda ou terça-feira, enquanto as aulas práticas têm que ocorrer de quarta a sexta-feira.

Nos capítulos seguintes, todas as restrições listadas acima serão denominadas de restrições de alocação.

3.2 Critérios para o melhoramento dos horários

De forma a realizar o melhoramento dos horários, foi contactada a Secretaria das Licenciaturas e pedidos alguns critérios que permitissem identificar um "bom horário". Concluiu-se que existem três critérios principais no que diz respeito aos horários das turmas:

1. Não existir nenhum dia em que ocorra apenas uma aula;
2. Existir um intervalo de 30 minutos depois de duas aulas consecutivas;
3. Não existirem furos, ou seja, não devem haver intervalos desnecessários entre aulas, sem ser os de 30 minutos mencionados no ponto 2.

Destaca-se que, ao contrário das restrições definidas na Secção 3.1, estas são restrições *soft*, em vez de *hard*, o que faz com que não tenham de ser obrigatoriamente satisfeitas. Como resultado destas restrições, surgiram algumas métricas que irão ser analisadas na Secção 6.2.

4. Tratamento dos dados

Começou-se por analisar os dados enviados pela secretaria, referentes ao ano letivo de 2024/2025 e que estavam repartidos por nove ficheiros: “Calendário ano letivo 2024-2025” com o calendário do ano letivo em questão; “Restrições Horários 2024-2025”, “Pedidos e Restrições 2024-2025” e “Restrições 2024-2025” com um conjunto de restrições relativas aos docentes e às características das salas necessárias para determinadas UCs; “Capacidade Salas ISEG” com a listagem das salas disponíveis, indicando a sua categoria e a sua capacidade; “Licenciaturas 2024-2025” com a listagem dos planos curriculares de todas as licenciaturas e de todas as UCs optativas; “Vagas+Turnos+Turmas+Lic_Mest_Dout 2024-2025” com a listagem das turmas e turnos associados a todas as UCs de licenciatura, mestrado e doutoramento; e, por fim, “Inscritos sem 1 2024-2025” e “Inscritos sem 2 2024-2025” com a listagem dos eventos de todos os ciclos e, para cada evento, a informação referente à turma (ou turmas) que o frequentam, ao docente (ou docentes) que o leciona, número de alunos e alocação (semanas, dia, horário e sala em que o evento foi alocado no ano letivo em questão).

Como os horários de 1.º e 2.º semestres são gerados de forma independente foram criados dois ficheiros separados mas estruturalmente idênticos para cada semestre. Adicionalmente, foi criado um quinto ficheiro, comum a ambos os semestres, com a informação relativa às salas disponíveis para as aulas de licenciatura, tema que irá ser explorado mais à frente.

O primeiro passo no tratamento de dados foi a criação dos ficheiros de ocupação, com nomes “ocupacao_semestre1” e “ocupacao_semestre2”, com informação sobre salas, docentes e intervalos de tempo utilizados por aulas de mestrado e doutoramento. Para os construir, foram utilizados os ficheiros “Inscritos sem 1 2024-2025” e “Inscritos sem 2 2024-2025” e foram criadas as colunas “UC_sigla”, “docente”, “sala”, “dia_semana”, “start_time” e “end_time”. Sempre que um evento incluía múltiplos docentes, foi criada uma linha distinta para cada docente, mantendo as restantes colunas idênticas, como ilustrado na Figura 4.1.

UC_sigla	docente	sala	dia_semana	start_time	end_time
ADF-CFFE	nome_docente_1	F2 102	Quinta	15:00	16:30
ADF-CFFE	nome_docente_2	F2 102	Quinta	15:00	16:30
MINV-GRH	nome_docente_3	F1 003	Terça	18:00	20:00
MKT-CEMP	nome_docente_4	Q6 Delta	Terça	09:00	11:00

Figura 4.1 - Excerto do ficheiro de Excel “ocupacao_semestre1"

Seguidamente, foi criado o ficheiro de salas, de nome “dados_salas”. Para o elaborar foi utilizado o ficheiro “Capacidade Salas ISEG”, sendo analisadas todas as salas e as suas características, ignorando as 33 que não são admissíveis para aulas de licenciatura. No novo ficheiro foram criadas as colunas “sala”, “capacidade” e “características”, sendo que, nesta última, foram consideradas as categorias “Normal”, “Interativa”, “Anfiteatro”, “Auditório” e “PC”, como ilustrado na Figura 4.2.

sala	capacidade	características
F1 101	60	Normal
F1 AF1	100	Anfiteatro
F2 102	62	PC
F2 103	40	Normal
F2 104	44	Normal

Figura 4.2 - Excerto do ficheiro de Excel “dados_salas”

Por último, foram criados os ficheiros de eventos para cada semestre e foram denominados “dados_semestre1” e “dados_semestre2”. De forma a construir estes ficheiros foram utilizadas informações provenientes dos ficheiros “Licenciaturas 2024-2025”, “Vagas+Turnos+Turmas+Lic_Mest_Dout 2024-2025”, “Inscritos sem 1 2024-2025” e “Inscritos sem 2 2024-2025”. Adicionalmente, devido a alguma informação contraditória e em falta nestes ficheiros, foi utilizada a plataforma *Fénix* e contactada a secretaria de forma a obter os dados corretos. Também foi realizada a uniformização de siglas de UCs.

Tendo em conta o mencionado anteriormente, foram criadas as seguintes colunas nos ficheiros “dados_semestre1” e “dados_semestre2”, como ilustra a Figura 4.3:

- sigla - sigla da UC;
- curso - sigla do curso a que pertence a UC;

- grupo - obrigatória (OB) ou optativa (OP);
- ano - 1, 2 ou 3;
- turma - letra e a numeração da turma;
- turno - designação do turno;
- tipo_evento - teórica (T), prática (P) ou teórico-prática (TP);
- n_periodos - duração do evento em períodos de 30 minutos;
- docente - nome do docente;
- n_alunos - número de alunos que está inscrito;
- percurso - dentro do percurso recomendado (D), fora do percurso recomendado (F) ou optativa (OP);
- n_eventos - número de eventos da mesma UC, do mesmo turno, com o mesmo tipo e mesma duração que devem ocorrer numa semana.

sigla	curso	grupo	ano	turma	turno	tipo_evento	n_periodos	docente	n_alunos	percurso	n_eventos
CIF	ECO	OB	1	M01	A01	T	2	nome_docente_32	118	D	1
CIF	ECO	OB	1	M03	A01	T	2	nome_docente_32	118	D	1
MA1-E	ECN	OB	2	E01	B01	T	2	nome_docente_33	44	D	2
ACF-E	FNC	OB	3	E31	B01	T	2	Docente a contratar 1	44	D	2
CF1	GES	OB	1	M51	A06	T	2	nome_docente_34	100	F	1
CF1	GES	OB	1	M51	M51	P	3	nome_docente_35	50	F	2
CCEC-LECO	ECOECNGESMNGMAEG	OP	3	L01	L01	TP	3	nome_docente_36	40	OP	2

Figura 4.3 - Excerto do ficheiro de Excel "dados_semestre1"

Tal como nos ficheiros de ocupação, vários docentes podem lecionar exatamente o mesmo evento, da mesma forma que várias turmas podem estar incluídas no mesmo turno. Nestes casos considerou-se linhas diferentes para cada turma e cada docente, tal como feito nos ficheiros "ocupacao_semestre1" e "ocupacao_semestre2", como se pode ver, por exemplo, nas duas primeiras linhas da Figura 4.1. Além disso, os ficheiros "Inscritos sem 1 2024-2025" e "Inscritos sem 2 2024-2025" indicavam, por vezes, "Docente a contratar" na coluna "docente". Para maior clareza, nos ficheiros "dados_semestre1" e "dados_semestre2", essa indicação foi mantida, mas com um número identificativo no final. Por exemplo, no caso de existirem dois eventos de UCs diferentes com "Docente a contratar", estes serão distinguidos com "Docente a contratar 1" e "Docente a contratar 2", representando docentes distintos.

Como mencionado, podem surgir conflitos em UCs que são lecionadas a turmas dentro e fora do percurso recomendado. De facto, foi encontrado um evento em que uma turma

teria de ter a UC no período da manhã e a outra no período da tarde. Isto não é possível, pois estas turmas fazem parte do mesmo turno, tendo de frequentar as aulas exatamente ao mesmo tempo. Para solucionar esta situação, na coluna "percurso" da turma fora do percurso recomendado transformou-se a letra "F" em "D", fazendo com que esta UC não funcione nos horários que seriam expectáveis para UCs fora do percurso recomendado para a turma em questão.

Relativamente aos ficheiros "Restrições Horários 2024-2025", "Pedidos e Restrições 2024-2025" e "Restrições 2024-2025", foram removidas todas as restrições que constituíam preferências.

A consolidação desta informação reúne, assim, as condições necessárias para a criação e implementação de uma metodologia de geração de horários, permitindo que se prossiga para a mesma.

5. Metodologia

Neste capítulo é apresentada a metodologia desenvolvida com o objetivo de gerar horários admissíveis para as licenciaturas do ISEG, tendo em conta todas as restrições previamente definidas.

Face à dificuldade em encontrar soluções admissíveis de forma rápida com um modelo de programação linear inteira (Fragoso, 2024), optou-se por uma abordagem baseada em heurísticas. Mais especificamente, recorreu-se a uma heurística construtiva para gerar uma solução inicial, seguida de uma heurística melhorativa para melhorar os horários obtidos, tendo em conta as medidas de *performance* apresentadas na Secção 3.2.

5.1 Heurística construtiva - Solução inicial

Nesta fase pretende-se criar uma solução inicial admissível, independentemente da sua qualidade. Para isso foi desenvolvida uma heurística construtiva com cinco etapas diferentes, sendo elas as heurísticas BL1 (primeiro bloco livre), M+T (movimentar para mais tarde), MD (mudança de dia), MDS (mudança de dia seletiva) e M+C (movimentar para mais cedo).

O objetivo na primeira etapa (heurística BL1) é alocar o maior número de eventos possível afetando eventos no primeiro intervalo de tempo e na primeira sala admissíveis e disponíveis, como será detalhado mais à frente.

Como eventos com um maior número de alunos são mais difíceis de afetar devido à escassez de salas com maior capacidade, ordenaram-se os eventos por ordem decrescente do número de alunos que os frequentam.

A heurística desenvolvida, que se denomina de heurística do primeiro bloco livre (BL1), cujo pseudocódigo é apresentado na Figura 5.1, percorre o conjunto ordenado de eventos a alocar, tentando encontrar, para cada um, o primeiro instante (dia e intervalo de tempo) e a primeira sala em que a atribuição é possível, ou seja, em que todas as restrições de alocação descritas na Secção 3.1 são satisfeitas. Para isso, são percorridos os dias da semana e, seguidamente, as salas e os intervalos de tempo admissíveis para alocação. Quando encontrada uma alocação, as informações da sala, dos docentes e das

turmas são atualizadas, passando o dia e intervalo de tempo em questão ao estado de ocupado. Este processo repete-se para cada evento tantas vezes quanto o número presente na coluna "n_eventos", recorrendo a uma função auxiliar que verifica se a afetação é admissível. Para acelerar o processo, calcula-se previamente, para cada sala e dia, o maior bloco livre e o seu horário de início. Desta forma, só são percorridos os dias em que o maior bloco livre é compatível com a duração do evento. Assim que todas as restrições forem satisfeitas, o evento é alocado, a informação é atualizada e o evento é registado como alocado. Caso não seja encontrada uma alocação, o evento permanece como não alocado.

```
Algoritmo 1: Heurística BL1 - Primeiro bloco livre
Input: Uma instância do problema
for i nos eventos não alocados do
    for d nos dias do
        for s nas salas do
            if s é admissível then
                Seja BL o maior bloco livre em s no dia d
                if duração BL ≥ duração i e todas as restrições de alocação são satisfeitas
                then
                    Alocar i em s no dia d no bloco BL
                    Alocar i para os docentes no dia d no bloco BL
                    Alocar i nas turmas no dia d no bloco BL
                    Go to next i
                end if
            end if
        end for
    end for
end for
Output: Horários parciais com eventos alocados e lista de eventos por alocar
```

Figura 5.1 - Pseudocódigo da heurística BL1

Apesar de simples, esta abordagem revelou-se eficaz na construção de horários parciais, respeitando na totalidade as restrições impostas e formalizadas anteriormente. Contudo, não foi possível alocar a totalidade dos eventos, potencialmente por conflitos de disponibilidade ou mesmo falta de qualidade das alocações presentes. Para colmatar esta situação, foi implementado um mecanismo de realocação local que tenta rearranjar as alocações feitas, libertando espaço para os eventos não alocados.

Esta próxima etapa denominada de heurística M+T (movimentar para mais tarde), consiste em mover para mais tarde eventos já alocados, desde que essa mudança não viole nenhuma restrição de alocação. O pseudocódigo da heurística M+T é apresentado na Figura 5.2. Esta heurística baseia-se na ideia de reorganizar os horários das turmas para agrupar os eventos e criar blocos livres de maior duração que possam, mais tarde, ser aproveitados para alocar os eventos ainda por alocar.

Inicialmente, percorre-se, para cada turma, o horário de cada dia e recolhem-se as informações dos eventos alocados. Seguidamente, começando pelo evento *i* que ocorre mais tarde, verifica-se se *i* pode ser movido ainda para mais tarde, tendo em conta as restrições de alocação. Após a identificação de um bloco livre admissível, é realizada uma tentativa de realocar *i* no horário mais tarde possível. Para tal, é determinado o bloco *b* mais tarde a que o evento pode ocorrer e é procurada uma sala que seja admissível para *i* e esteja livre no bloco *b*. Adicionalmente, são verificadas as disponibilidades dos docentes e turmas envolvidos. Caso todas as restrições de alocação sejam satisfeitas, *i* é realocado no bloco *b*. Caso contrário, é testado o bloco que inicia 30 minutos mais cedo. Se não for possível alocar i num novo horário, o evento mantém a sua alocação original. Destaca-se que, após *i* passar por este processo, é analisado o próximo evento que ocorre mais tarde no mesmo dia.

Como se verá no Algoritmo 6, apresentado na Figura 5.6, depois da heurística M+T ser aplicada a todos os eventos alocados, tenta-se alocar os eventos ainda não alocados. Para cada um destes eventos, segue-se o mesmo processo descrito na heurística BL1 mas, agora, é relaxada a restrição que dita que a primeira aula teórica de uma UC deve ocorrer segunda ou terça-feira, passando apenas a ser aplicável a UCs com mais do que uma aula teórica. Esta restrição mantém-se relaxada até que todos os eventos sejam alocados. Caso a alocação não seja possível, o evento mantém-se como não alocado.

```
Algoritmo 2: Heurística M+T - Movimentar para mais tarde
1: Input: Horários parciais com eventos alocados
2: for i nos eventos alocados do
3:     Seja j o período em que o evento i está alocado
4:     Seja b o horário mais tarde a que o evento i pode ocorrer
5:     for k = b decrescendo até j+1 do
6:         if bloco k está livre then
7:             if evento i pode ser alocado no bloco k then
8:                 Alocar evento i no bloco k
9:                 break
10:            end if
11:        end if
12:    end for
13: end for
14: Output: Horários parciais com eventos alocados
```

Figura 5.2 - Pseudocódigo da heurística M+T

Apesar da aplicação das heurísticas BL1 e M+T terem permitido alocar a maioria dos eventos, existiam ainda alguns casos (um em cada semestre) em que não foi possível encontrar um intervalo de tempo admissível. No 1.º semestre, o evento era comum a duas turmas que não tinham horários compatíveis e, no 2.º semestre, não existiu nenhum movimento dentro do próprio dia que tornasse a alocação do último evento admissível.

Assim, surge a terceira etapa, a heurística MD (mudança de dia), cujo pseudocódigo é apresentado na Figura 5.3. Esta consiste na realocação de eventos já alocados mas, agora, em dias diferentes ou no mesmo dia mas num intervalo de tempo diferente. Devido à sua complexidade computacional, só será aplicada às turmas que frequentam os eventos por alocar. O objetivo principal desta etapa é criar um número de blocos consecutivos desocupados suficientemente grande e admissível para alocar os eventos ainda não alocados.

A heurística MD começa, então, por percorrer as turmas com eventos ainda por alocar e, para cada uma, identificar se existe algum evento já alocado que possa ser movido. Seja *i* o evento por alocar e *j* um evento já alocado. Para cada *j*, identifica-se o número de blocos disponíveis imediatamente acima e abaixo da sua alocação original. Caso a soma

do número de blocos livres, com o número de blocos ocupados por *j*, seja suficiente para acomodar *i*, é feita uma tentativa de mover *j* para outro bloco *h* (no mesmo ou noutro dia), respeitando as restrições de alocação. Se for possível realocar *j*, é testada a alocação de *i* no espaço libertado. Caso a alocação tenha sucesso, as alterações são efetuadas e *i* considera-se alocado. Caso contrário, *j* mantém a sua alocação original. Este processo é repetido até *i* ser alocado ou até se concluir que tal não é possível. Destaca-se que o procedimento descrito é repetido para todos os eventos por alocar.

Algoritmo 3: Heurística MD - Mudança de dia

```
1: Input: Horários parciais com eventos alocados e lista de eventos por alocar
2: for i nos eventos não alocados do
3:     for j nos eventos alocados de turmas com eventos não alocados do
4:         Seja (c, g) a combinação (dia, bloco) em que o evento j está alocado
5:         Seja a o n.º de blocos livres imediatamente acima de g
6:         Seja b o n.º de blocos livres imediatamente abaixo de g
7:         if (a + b + duração j) ≥ (duração i) then
8:             for d = Segunda até Sexta do
9:                 for h = horário mais cedo admissível até horário mais tarde admissível do
10:                    if (d, h) bloco livre e (d, h) ≠ (c, g) then
11:                        if j pode ser alocado e i pode ser alocado then
12:                            Alocar j no bloco (d, h)
13:                            Alocar i no 1.º bloco disponível k ϵ [g - a, g + b] no
                               dia c
14:                            Go to next i
15:                        end if
16:                    end if
17:                end for
18:            end for
19:        end if
20:    end for
21: end for
22: Output: Horários parciais com eventos alocados e lista de eventos por alocar
```

Figura 5.3 - Pseudocódigo da heurística MD

De seguida, tem-se as últimas duas etapas, a heurística MDS (mudança de dia seletiva) e a heurística M+C (movimentar para mais cedo), cujos pseudocódigos estão nas Figuras 5.4 e 5.5, respetivamente.

A heurística MDS é semelhante à heurística MD, mas introduz critérios de seleção mais restritivos. Assim, apenas são considerados para realocar os eventos de tipo "prático" ou "teórico-prático" e com duração inferior em 30 minutos à do evento por alocar. A restrição ao tipo de evento deve-se, geralmente, às aulas teóricas terem menor duração e envolverem várias turmas, o que dificulta a sua realocação. Além disso, mesmo quando é possível movê-las, essa alteração raramente resulta na alocação de eventos por alocar por não abrir um número de blocos livres suficientemente grande. A restrição relativa à duração do evento surge do facto de que, frequentemente, ao longo do dia, existem blocos isolados e dispersos de 30 minutos livres. Ao combinar a MDS e a M+C, esses blocos têm maior probabilidade de aumentar e originar blocos contínuos suficientemente longos para acomodar os eventos por alocar.

Algoritmo 4: Heurística MDS - Mudança de dia seletiva

```
1: Input: Horários parciais com eventos alocados e lista de eventos por alocar
2: for i nos eventos não alocados do
3:     for j não teórico nos eventos alocados de turmas com eventos não alocados do
4:         Seja (c, g) a combinação (dia, período) em que o evento j está alocado
5:         Seja a o n.º de blocos livres imediatamente acima de g
6:         Seja b o n.º de blocos livres imediatamente abaixo de g
7:         if (a + b + duração j) ≥ (duração i) e j com menos meia hora de duração que i then
8:             for d = Segunda até Sexta do
9:                 for h = horário mais cedo admissível até horário mais tarde admissível do
10:                    if (d, h) bloco livre e (d, h) ≠ (c, g) e j pode ser alocado then
11:                        Alocar j no bloco (d, h)
12:                        Go to next i
13:                    end if
14:                end for
15:            end for
16:        end if
17:    end for
18: end for
19: Output: Horários parciais com eventos alocados
```

Figura 5.4 - Pseudocódigo da heurística MDS

A heurística M+C é também muito semelhante à heurística M+T, mas realiza o movimento oposto, ou seja, movimentam-se eventos para horários o mais cedo possível no mesmo dia.

Algoritmo 5: Heurística M+C - Movimentar para mais cedo

```
1: Input: Horários parciais com eventos alocados
2: for i nos eventos alocados do
3:       Seja j o período em que o evento i está alocado
4:       Seja w o horário mais cedo a que o evento i pode ocorrer
5:       for k = w até j-1 do
6:             if bloco k está livre then
7:                   if evento i pode ser alocado no bloco k then
8:                         Alocar evento i no bloco k
9:                         break
10:                  end if
11:            end if
12:      end for
13: end for
14: Output: Horários parciais com eventos alocados
```

Figura 5.5 - Pseudocódigo da heurística M+C

Com a combinação das heurísticas previamente definidas, foi possível alocar todos os eventos de ambos os semestres. A Figura 5.6 mostra o pseudocódigo da heurística construtiva na sua totalidade.

Algoritmo 6: Heurística construtiva

1: **Input:** Uma instância do problema
2: **for** eventos não alocados **do**
3: Aplicar heurística BL1
4: **end for**
5: **if** eventos por alocar **then**
6: Aplicar heurística M+T
7: Aplicar heurística BL1 relaxando a restrição da 1.ª teórica ser à segunda ou terça para UCs com uma teórica
8: **end if**
9: **if** eventos por alocar **then**
10: Aplicar heurística MD
11: **end if**
12: **if** eventos por alocar **then**
13: Aplicar heurística MDS
14: Aplicar heurística M+C
15: Aplicar heurística BL1 relaxando a restrição da 1.ª teórica ser à segunda ou terça para UCs com uma teórica
16: **end if**
17: **Output:** Horários completos de um semestre para salas, docentes e turmas

Figura 5.6 - Pseudocódigo da heurística construtiva

5.2 Heurística melhorativa - Melhoramento dos horários gerados

Esta etapa pretende realizar tentativas para melhorar a qualidade dos horários gerados tendo em conta os critérios apresentados na Secção 3.2. Se tal não for possível, os eventos em questão mantêm a sua alocação original, não afetando a admissibilidade da solução.

Inicialmente, com o objetivo de concentrar as aulas nos horários o mais cedo possível, é aplicada a heurística M+C. De seguida, o foco é direcionado para a resolução do problema de dias com apenas um evento alocado. Para cada turma, são identificados os dias em que tal acontece. São também identificados todos os eventos que podem ser movidos para dias com uma só aula, considerando só eventos que ocorrem em dias em que há, pelo menos, três aulas. Assim, caso um evento seja movido, garante-se que o dia de onde saiu fica com, pelo menos, duas aulas. Seguidamente, são percorridos todos os eventos que podem ser movidos e avalia-se se é possível realocá-los em algum dia com uma só aula, respeitando sempre as restrições de alocação.

Depois foi utilizada, mais uma vez, a heurística M+C porque as movimentações de eventos para outros dias podem ter aberto blocos livres desnecessários.

Por último, passou-se à fase de abrir intervalos de meia hora depois de duas aulas consecutivas, tentando também evitar outros intervalos desnecessários. Percorrendo cada turma, para cada dia da semana, é feita a contagem do número de eventos em cada dia. Caso o dia tenha apenas dois eventos, é avaliado se estes eventos já estão juntos, ou seja, se não têm nenhum intervalo entre eles. Se, de facto, existirem blocos livres entre os eventos, é utilizada a heurística M+T no primeiro evento de forma a eliminar este intervalo ou, pelo menos, diminuí-lo o máximo possível. Se o dia tiver mais do que dois eventos, é avaliado se existe algum intervalo entre o segundo e o terceiro evento. Caso exista e seja superior a 30 minutos, o primeiro e o segundo evento são alvo da heurística M+T de forma a que só reste um bloco vazio ou o menor número possível. Se, por outro lado, não existir qualquer intervalo entre o segundo e o terceiro evento é aplicada, de novo, a heurística M+T, tentando movimentar em, exatamente, 30 minutos todos os eventos depois do segundo. Destaca-se que, caso não seja possível criar um bloco livre entre o segundo e o terceiro evento e haja um intervalo entre o primeiro e o segundo, não há tentativa de eliminar este intervalo, pois é sempre preferível ter blocos livres em algum momento do dia do que não ter de todo. Se for possível criar um intervalo de 30 minutos no horário pretendido e existir um intervalo entre o primeiro e o segundo evento, é realizada uma tentativa de juntar estes eventos.

Termina-se, assim, a heurística de melhoramento de horários, cujo pseudocódigo se encontra na Figura 5.7.

Algoritmo 7: Heurística de melhoramento dos horários

```
1: Input: Horários completos de um semestre para salas, docentes e turmas
2: for eventos alocados do
3:         Aplicar heurística M+C
4: end for
5: for turmas do
6:         for i em dias com uma aula do
7:                 Identificar eventos admissíveis para mover em dias com três ou mais eventos
8:                 for k nos eventos identificados do
9:                         if possível mover k para o dia i then
10:                                Mover k para o dia i
11:                                Go to next i
12:                        end if
13:                end for
14:        end for
15: end for
16: for eventos alocados do
17:        Aplicar heurística M+C
18: end for
19: for turmas do
20:        for d em dias da semana do
21:                if d tem dois eventos then
22:                        Aplicar heurística M+T ao primeiro evento do dia
23:                end if
24:                if d tem mais de dois eventos then
25:                        Seja it o intervalo de tempo em minutos entre os eventos 2 e 3
26:                        if it > 30 then
27:                                Aplicar heurística M+T aos eventos 1 e 2
28:                        end if
29:                        if it = 0 then
30:                                Aplicar heurística M+T para tentar abrir intervalo de meia hora entre eventos 2 e 3
31:                                if intervalo de 30 minutos criado then
32:                                        Aplicar heurística M+T ao primeiro evento do dia
33:                                end if
34:                        end if
35:                end if
36:        end for
37: end for
38: Output: Horários completos de um semestre para salas, docentes e turmas
```

Figura 5.7 - Pseudocódigo da heurística de melhoramento dos horários

6. Análise dos resultados

Concluída a implementação da metodologia desenvolvida, é fundamental avaliar os resultados obtidos de forma crítica, tendo em conta os objetivos, restrições e critérios definidos no Capítulo 3. Esta análise permite perceber não só a eficácia da heurística proposta na alocação dos eventos, mas também a qualidade dos horários gerados, considerando os objetivos definidos para os mesmos. Para a implementação das heurísticas foi utilizada a linguagem de programação *Python* (versão 3.10.12) num computador MacBook Air com processador Apple M1 e com 8 GB de RAM, sendo todos os resultados obtidos desta forma.

6.1 Análise das heurísticas

Como mencionado, o 1.º e 2.º semestres são gerados separadamente, tendo, também, um número de eventos e características diferentes. Consequentemente, as heurísticas são aplicadas de forma independente a cada semestre.

No 1.º semestre existem 483 eventos e no 2.º semestre 536. Após a heurística BL1, foram alocados 476 eventos no 1.º semestre e 525 no 2.º semestre. Assim, quando a heurística M+T é aplicada, estavam por alocar sete eventos no 1.º semestre e 11 no 2.º. Após esta etapa, em ambos os semestres, fica apenas um evento por alocar. Este evento é alocado imediatamente após a aplicação da heurística MD no 1.º semestre. No entanto, no 2.º semestre, o evento restante só ficou alocado após a utilização das heurísticas MDS e M+C.

Destaca-se que, apesar do grande número de eventos, não se notou qualquer dificuldade relativamente ao tempo de execução das heurísticas construtiva e de melhoramento. Ao analisar os tempos de cada heurística, apresentados na Tabela 6.1, observou-se que a etapa mais demorada foi a heurística BL1, tendo uma duração de 18 segundos para o 1.º semestre e cerca de 12 segundos para o 2.º. Nas restantes heurísticas, o tempo apurado nunca ultrapassou os 11 segundos.

Tendo em conta os tempos de execução apurados, conclui-se que o processo de geração dos horários demorou cerca de 34,42 segundos no 1.º semestre e cerca de 28,93

segundos no 2.º semestre, valores bastante inferiores aos do *software* utilizado no ISEG, onde o processo ronda os 40 minutos.

	1.º semestre	2.º semestre
Heurística BL1	18,00	12,30
Heurística M+T	5,25	4,59
Heurística MD	0,43	1,40
Heurística MDS	-	0,01
Heurística M+C	-	0,12
Heurística melhorativa	10,74	10,51
Total	34,42	28,93

Tabela 6.1 - Tempo de execução (em segundos) das heurísticas

Também é importante destacar que na heurística de melhoramento dos horários (Algoritmo 7) foi aplicada a heurística M+C duas vezes. Esta decisão poderia ter afetado o tempo computacional da etapa de melhoria de horários, mas observou-se que, na heurística melhorativa, esta apenas demora cerca de três segundos a ser executada. Este aspeto será de novo discutido na Secção 6.2.

Conclui-se, assim, que o objetivo de gerar uma solução admissível para o problema num tempo computacional razoável foi atingido. Segue-se, então, a análise à qualidade de alguns horários, de forma a validar a metodologia.

6.2 Análise dos horários com base em métricas

De forma a avaliar os horários gerados, foi definido um conjunto de métricas, com base nos critérios apresentados na Secção 3.2. Foram consideradas seis: os números mínimo, máximo, médio e desvio padrão de horas de aulas por dia, o número total de furos identificados ao longo da semana e o número de dias com uma aula. Para o número de horas totais de "furo", considerou-se que o único "furo" admissível seria a meia hora estabelecida anteriormente, sendo este não contabilizado para a métrica. Estas métricas permitem avaliar a dispersão das aulas pelos dias da semana, bem como a presença de

intervalos desnecessários entre aulas, uma das principais características a evitar na construção de horários.

Destaca-se que a decisão de aplicar a heurística M+C duas vezes no Algoritmo 7 surgiu como consequência da avaliação das métricas definidas nas soluções geradas. Na realidade, neste algoritmo, seria possível não aplicar a heurística M+C inicialmente, começando, portanto, com o tratamento dos dias com apenas uma aula. No entanto, ao não fazer a aplicação inicial da M+C o número de furos por semana aumentava. Assim, optou-se por aplicar esta heurística duas vezes.

As Tabelas 6.2 e 6.3 apresentam os valores médios das métricas para o 1.º semestre, discriminados por curso e ano curricular, respetivamente. Similarmente, as Tabelas 6.4 e 6.5 apresentam os valores médios para o 2.º semestre. Os valores apresentados permitem uma leitura transversal dos resultados e facilitam a identificação de padrões ou situações particulares que possam justificar uma análise adicional. A análise das métricas por curso e por ano vai permitir, assim, identificar algumas diferenças relevantes na distribuição da carga horária e na presença de furos semanais.

Curso	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
ECN	2,30	3,16	4,10	1,80	0,30	1,00
ECO	2,44	3,38	4,26	1,82	0,29	0,65
FNC	2,70	3,48	4,30	1,60	0,20	0,60
GDES	4,33	4,56	4,83	0,50	0,00	0,00
GES	2,59	3,50	4,52	1,93	0,32	0,82
MAEG	2,50	3,23	4,19	1,69	0,00	1,25
MNG	2,50	3,18	3,81	1,31	0,00	1,00

Tabela 6.2 - Média das métricas dos horários do 1.º semestre por curso

Ano curricular	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
1	2,57	3,17	3,93	1,36	0,18	0,90
2	2,90	3,73	4,54	1,64	0,36	0,36
3	1,92	2,88	3,81	1,89	0,00	1,62

Tabela 6.3 - Média das métricas dos horários do 1.º semestre por ano curricular

Curso	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
ECN	1,94	2,55	3,31	1,37	0,00	1,75
ECO	2,27	3,37	4,44	2,17	0,50	0,94
FNC	2,42	3,02	3,75	1,33	0,08	1,83
GDES	3,50	4,22	4,67	1,17	0,00	0,00
GES	2,41	3,32	4,09	1,68	0,24	0,70
MAEG	2,00	3,12	3,89	1,89	0,39	1,11
MNG	2,00	3,10	4,11	2,11	0,00	1,33

Tabela 6.4 - Média das métricas dos horários do 2.º semestre por curso

Ano curricular	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
1	2,25	3,28	4,21	1,96	0,27	1,14
2	2,61	3,48	4,29	1,68	0,25	0,75
3	1,88	2,71	3,46	1,58	0,18	1,39

Tabela 6.5 - Média das métricas dos horários do 2.º semestre por ano curricular

Começando pela média do número mínimo de horas por dia, verifica-se nas Tabelas 6.2 e 6.4 que os cursos de FNC e GES apresentam valores mínimos mais elevados, indicando uma distribuição mais uniforme das aulas ao longo da semana. Ainda assim, observa-se que os valores mínimos são sempre superiores no 1.º semestre, possível consequência do menor número de eventos neste caso. Em ambos os semestres, destaca-se GDES que apresenta os valores mais elevados (4,33 no 1.º e 3,50 no 2.º), o que é expectável pois, obrigatoriamente, há dias em que não há aulas, contribuindo para a concentração de todas os eventos num menor número de dias.

Relativamente ao número médio de horas por dia, os valores situam-se entre as 3 e as 4,56 horas, com exceção de ECN, que apresenta um valor médio mais baixo no 2.º semestre (2,55). Apesar disso, no 1.º semestre o valor associado a ECN também é o mais baixo, podendo estar associado à existência de dias com carga horária muito reduzida. Já GDES e GES registam os valores mais elevados para ambos os semestres, sugerindo uma maior concentração diária de aulas, destacando-se o caso de GDES, onde o horário é restrito a dias específicos.

A média do número máximo de horas por dia varia entre cursos de forma semelhante ao número médio de horas, sendo GDES aquele que regista o valor mais elevado em ambos os semestres (4,83 e 4,67). Este resultado está alinhado com a menor dispersão semanal observada neste curso, ou seja, com a concentração de eventos em menos dias. Os restantes cursos apresentam valores entre 3,81 e 4,83 horas no 1.º semestre e 3,31 e 4,67, não apresentando grande variação entre cursos e entre semestres.

Todas as conclusões anteriores são, também, suportadas pelos valores do desvio padrão, sendo GDES o curso com maior desvio (concentração de aulas em dias específicos). Os restantes cursos apresentam valores baixos e semelhantes, indicando uma boa distribuição da carga horária semanal, apesar de no 2.º semestre se observar uma maior variação dos valores.

Importa reconhecer que, em ambos os semestres, os valores não variam muito entre cursos, apesar destes terem diferentes planos curriculares. Os resultados refletem, portanto, uma geração de horários equilibrada e equitativa, não criando horários que são objetivamente melhores para certos cursos. Adicionalmente, é possível afirmar que

dentro do mesmo curso não existe uma grande dispersão entre os valores de mínimo, médio e máximo, indicando uma dispersão homogénea das aulas pelos dias.

Relativamente ao número total de horas de furo, este é, em geral, reduzido. Em ambos os semestres, GDES e MNG não têm, em média, qualquer furo, enquanto outros cursos apresentam variações ligeiras entre semestres. Destaca-se os casos de MAEG e ECN que não têm, em média, nenhum furo no 1.º e no 2º semestres, respetivamente. Ainda assim, embora certos cursos apresentem alguns furos, estes mantêm-nos dentro de valores que podem ser considerados razoáveis. Esta característica é particularmente relevante, tendo em conta os critérios definidos para a melhoria dos horários, nomeadamente a eliminação de espaços vazios entre eventos sempre que possível.

Por fim, o número de dias com apenas uma aula apresenta valores mais elevados em ECN (1,00) e GES (0,82) no 1.º semestre e em ECN (1,75) e FNC (1,83) no 2º. De novo, os valores são consistentemente mais elevados no 2.º semestre. Por ano, em ambos os semestres, o 3.º ano regista o maior número médio de dias com uma aula, o que é expectável dada a menor carga horária obrigatória, que é compensada com UCs optativas que não são consideradas nesta análise por variarem de aluno para aluno.

Apesar das métricas por ano curricular serem afetadas largamente pelas diferenças nos planos curriculares de cada ano, os valores das Tabelas 6.3 e 6.5 confirmam padrões observados anteriormente. Nos dois semestres, observa-se, inicialmente, um aumento ligeiro da carga horária do 1.º para o 2.º ano e, de seguida, uma diminuição do 2.º para o 3.º, sendo este último o que apresenta os valores consistentemente mais baixos. Este padrão é reforçado pelo número de dias com uma aula. Apesar disso, o número total de horas de furo mantém-se baixo em todos os anos, o que evidencia a consistência da metodologia aplicada em diferentes contextos. Complementarmente, os desvios padrão de cada ano são bastante semelhantes, reforçando a geração de horários equitativos para cada ano.

6.3 Análise dos horários por comparação com os existentes

Devido à ausência de acesso aos horários do ISEG do 1.º semestre de 2024/2025, apenas vão ser analisados e comparados os horários do 2.º semestre. Apesar disto,

destaca-se que o algoritmo foi capaz de alocar todos os eventos do 1.º semestre e, posteriormente, melhorá-los, tendo em conta os critérios definidos.

As comparações referentes ao 2.º semestre realizadas seguidamente têm como objetivo identificar os principais pontos comuns e de distinção entre os horários gerados neste trabalho e os existentes a nível da sua organização, distribuição das aulas e potencial impacto na experiência dos alunos.

Para esta análise, foram selecionados três horários, de anos e cursos diferentes, escolhidos aleatoriamente, ECO01M01, GES02T12 e MAEG03M21 e utilizadas as métricas previamente definidas.

Para o horário da turma ECO01M01, tem-se na Figura 6.1 o horário existente, na Figura 6.2 o horário gerado e na Tabela 6.6 as métricas estudadas.

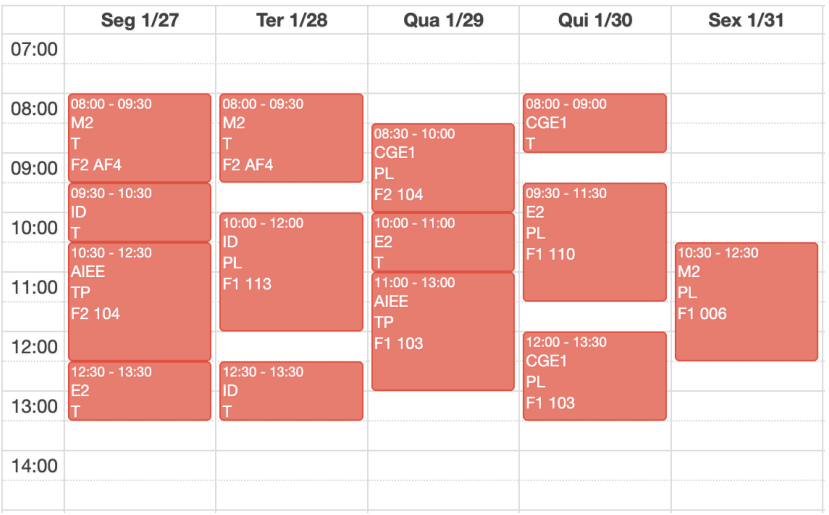

Figura 6.1 - Horário existente da turma ECO01M01

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
07:00					
07:30					
08:00	E2 (P) F1 006	AIEE (TP) F1 106	E2 (T) F1 AF1	CGE1 (T) F1 AF1	CGE1 (P) F1 105
08:30	E2 (P) F1 006	AIEE (TP) F1 106	E2 (T) F1 AF1	CGE1 (T) F1 AF1	CGE1 (P) F1 105
09:00	E2 (P) F1 006	AIEE (TP) F1 106	M2 (P) F1 103		CGE1 (P) F1 105
09:30	E2 (P) F1 006	AIEE (TP) F1 106	M2 (P) F1 103	CGE1 (P) F1 105	AIEE (TP) F1 106
10:00	ID (T) F2 AF3	ID (T) F2 AF3	M2 (P) F1 103	CGE1 (P) F1 105	AIEE (TP) F1 106
10:30	ID (T) F2 AF3	ID (T) F2 AF3	M2 (P) F1 103	CGE1 (P) F1 105	AIEE (TP) F1 106
11:00	M2 (T) F2 AF3	M2 (T) F2 AF3			AIEE (TP) F1 106
11:30	M2 (T) F2 AF3	M2 (T) F2 AF3		ID (P) F1 008	
12:00	M2 (T) F2 AF3	M2 (T) F2 AF3		ID (P) F1 008	
12:30	E2 (T) F1 AF1			ID (P) F1 008	
13:00	E2 (T) F1 AF1			ID (P) F1 008	
13:30					

Figura 6.2 - Horário gerado da turma ECO01M01

	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
Horário existente	2,0	4,2	5,5	3,5	1,0	1,0
Horário gerado	3,0	4,2	5,5	2,5	0,5	0,0

Tabela 6.6 - Métricas dos horários existente e gerado da turma ECO01M01

Observando os dois horários nas Figuras 6.1 e 6.2, é possível inferir que ambos apresentam uma estrutura bastante semelhante em termos da distribuição semanal dos eventos. Ambos garantem uma distribuição equilibrada ao longo da semana e evitam dias excessivamente sobrecarregados, à exceção de segunda-feira que acaba por ser o dia com um maior número de horas de aulas. A semelhança é, por isso, sinal de que mesmo utilizando uma metodologia diferente é possível gerar horários como os existentes e mais rapidamente.

Ainda assim, é possível identificar algumas pequenas diferenças. O horário gerado tende a apresentar uma maior compactação das aulas em cada dia, com menos intervalos entre eventos e horários mais cedo, sempre que possível. Consequentemente, apenas existe um bloco livre que poderia ser considerado indesejável e não existem dias com apenas uma aula.

Por outro lado, o horário existente mostra uma organização ligeiramente mais espaçada em certos dias, o que não vai de encontro às métricas definidas, especialmente à terça, à quinta e à sexta, apresentando mais furos do que o horário gerado e um dia com apenas uma aula.

A Tabela 6.6 confirma a análise anterior, destacando-se a ligeira diferença entre o número de horas totais de furo, o número mínimo de horas e o desvio padrão, sendo estes dois últimos indicativos de uma melhor distribuição das aulas pelos dias da semana.

Conclui-se, assim, que o horário gerado, embora bastante próximo do existente, introduz pequenos ajustamentos que tentam melhorar a distribuição dos eventos ao longo da semana e reduzir intervalos desnecessários durante o dia. Tem-se, então, a primeira indicação da capacidade da heurística desenvolvida produzir horários alinhados com as métricas definidas, ao mesmo tempo que mantém a estrutura que se verifica no horário existente.

Seguidamente, tem-se na Figura 6.3 o horário existente, na Figura 6.4 o horário gerado e na Tabela 6.7 as métricas da turma GES02T12.

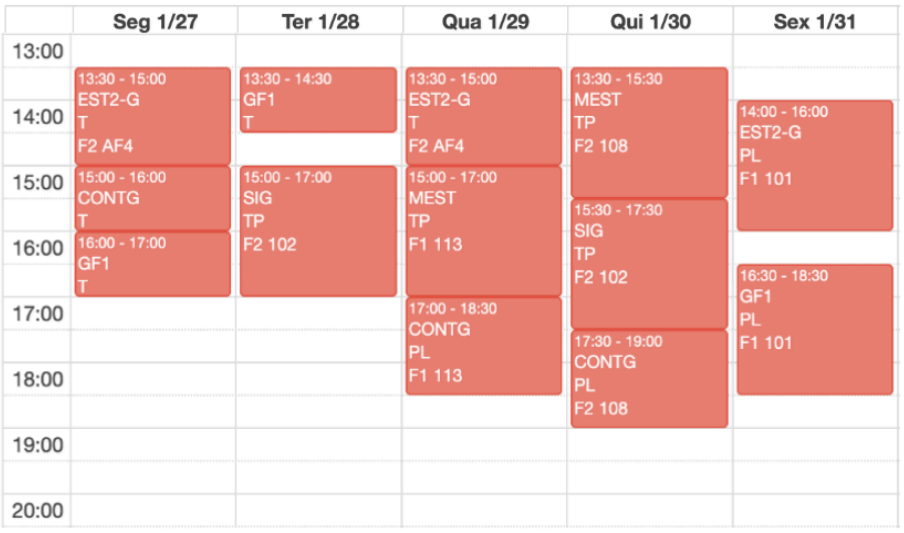

Figura 6.3 - Horário existente da turma GES02T12

Figura 6.4 - Horário gerado da turma GES02T12

	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
Horário existente	3,0	4,2	5,5	2,5	0,0	0,0
Horário gerado	3,5	4,2	4,5	1,0	0,0	0,0

Tabela 6.7 - Métricas dos horários existente e gerado da turma GES02T12

Estes horários partilham algumas semelhanças relevantes, tal como os horários analisados anteriormente. Ambos evitam dias com apenas uma aula, algo comum no 2.º ano de GES devido à grande quantidade de aulas de maior duração, e apresentam uma distribuição semanal de aulas semelhante. Ainda assim, o horário gerado revela uma maior uniformidade na distribuição dos eventos, com um desvio padrão menor (1,0 face a 2,5). Esta diferença traduz-se numa carga horária mais equilibrada entre os dias, ao contrário do horário existente, que apresenta maior variabilidade (mínimo de 3,0 horas e máximo de 5,5, comparando com 3,5 e 4,5 no horário gerado).

Relativamente aos intervalos, em ambos os horários não há furos nem dias com apenas uma aula. No entanto, no horário existente não foi incluído um bloco livre de 30 minutos após duas aulas consecutivas nos dias com mais de duas aulas. No horário gerado, este aspeto foi tido em conta na fase de melhoramento, procurando-se introduzir, sempre que possível, este intervalo. Como se pode observar, este objetivo foi atingido em todos os dias, exceto à segunda-feira. Evitaram-se também intervalos desnecessários nos dias com apenas dois eventos.

Desta forma, o horário gerado mostra-se mais alinhado com as métricas definidas, sobretudo na homogeneidade da carga horária diária. Ainda assim, importa reconhecer que, no horário existente, a maior dispersão contribui, em alguns dias, para uma saída mais cedo, o que pode ser valorizado pelos alunos.

Em suma, ambos os horários estão bem estruturados, mas refletem abordagens distintas. O horário existente distribui as aulas de forma ligeiramente mais irregular, permitindo,

pontualmente, dias menos exigentes. Já o horário gerado valoriza a homogeneidade e a otimização das métricas definidas. Esta comparação permite, assim, identificar ganhos na qualidade da solução gerada ao mesmo tempo que reconhece características do horário existente que podem ser pertinentes relativamente à experiência dos alunos.

Por último, procede-se à análise do horário da turma MAEG03M21, tendo-se, assim, na Figura 6.5 o horário existente, na Figura 6.6 o horário gerado e na Tabela 6.8 as métricas.

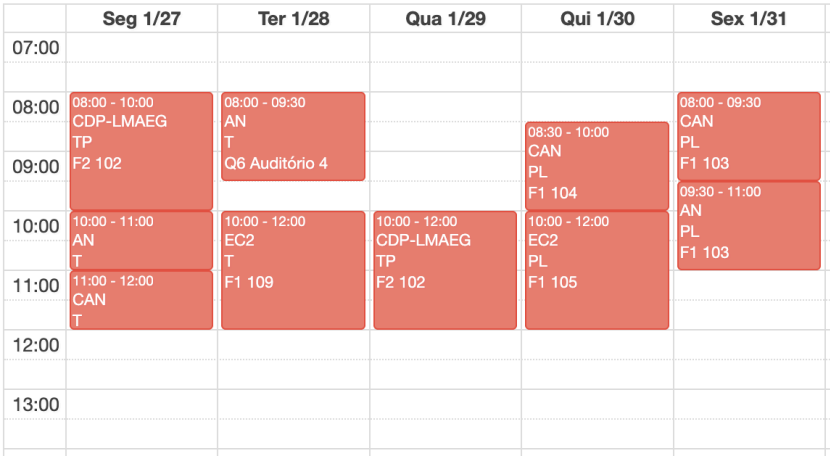

Figura 6.5 - Horário existente da turma MAEG03M21

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
07:00					
07:30					
08:00		CAN (P) F1 004	CDP-LMAEG (TP) F1 005	AN (P) F1 002	CDP-LMAEG (TP) F1 005
08:30		CAN (P) F1 004	CDP-LMAEG (TP) F1 005	AN (P) F1 002	CDP-LMAEG (TP) F1 005
09:00		CAN (P) F1 004	CDP-LMAEG (TP) F1 005	AN (P) F1 002	CDP-LMAEG (TP) F1 005
09:30	AN (T) F1 101		CDP-LMAEG (TP) F1 005		CDP-LMAEG (TP) F1 005
10:00	AN (T) F1 101		CAN (P) F1 002		EC2 (P) F1 002
10:30	EC2 (T) F1 103		CAN (P) F1 002		EC2 (P) F1 002
11:00	EC2 (T) F1 103		CAN (P) F1 002		EC2 (P) F1 002
11:30	EC2 (T) F1 103	AN (T) F1 101			EC2 (P) F1 002
12:00	EC2 (T) F1 103	AN (T) F1 101			
12:30	CAN (T) F1 006	AN (T) F1 101			
13:00	CAN (T) F1 006				
13:30					

Figura 6.6 - Horário gerado da turma MAEG03M21

	N.º mínimo de horas/dia	N.º médio de horas/dia	N.º máximo de horas/dia	Desvio padrão hora/dia	N.º de horas totais de furo/semana	N.º de dias com uma aula
Horário existente	2,0	3,2	4,0	2,0	0,0	1,0
Horário gerado	1,5	3,2	4,0	2,5	1,5	1,0

Tabela 6.8 - Métricas dos horários existente e gerado da turma MAEG03M21

Estes horários evidenciam as diferenças mais marcadas até ao momento. O horário existente apresenta uma estrutura semanal mais homogénea, com cargas horárias diárias mais regulares e um desvio padrão menor (2,0 face a 2,5). Embora ambos tenham o mesmo número máximo de horas por dia (4,0), o horário existente regista um mínimo mais elevado (2,0 contra 1,5), refletindo uma distribuição mais equilibrada da carga letiva.

O horário gerado revela algumas fragilidades, das quais se destaca um furo de duas horas à terça-feira (contabilizado como 01h30), que promove a não frequência das aulas teóricas de AN. Em contraste, o horário existente não apresenta qualquer furo, indo ao encontro das métricas definidas.

Ambos os horários registam um dia com apenas uma aula, situação previsível no contexto do 3.º ano, onde a carga horária obrigatória é mais reduzida. Contudo, o horário existente posiciona esse evento único num horário mais tardio, facilitando a integração com as UCs optativas. Já o horário gerado, influenciado pela heurística M+C, que não tem em conta este aspeto, aloca os eventos o mais cedo possível, o que, neste caso, poderá não ser o mais vantajoso. Adicionalmente, à segunda-feira, nenhum dos horários consegue garantir um intervalo de 30 minutos após a segunda aula. No entanto, no horário gerado, esse dia apresenta um início e fim mais tardios, o que pode ser mais compatível com os horários das optativas, constituindo um aspeto positivo. Nota-se que, apesar de algumas críticas menos positivas do horário gerado, este poderia ser utilizado como um horário real para esta turma uma vez que à segunda, quarta e

sexta o horário está equilibrado e homogéneo na sua dispersão. No entanto, os restantes dias apresentam algumas características menos desejáveis que poderiam ser melhoradas.

Relembre-se, porém, que o horário gerado é fruto de um processo totalmente automático, para além de ser construído rapidamente e não exigir qualquer manipulação manual. Por outro lado, o horário existente demora mais tempo a ser obtido e é ajustado manualmente após a sua geração. Além disso, as alocações dos eventos de 3.º ano são particularmente difíceis de melhorar, não só pela falta de salas no período da manhã, como também pelo facto dos planos curriculares terem menos aulas, o que faz com que a dispersão seja naturalmente maior.

Conclui-se, então, que os dois horários refletem, de novo, abordagens distintas. O horário existente destaca-se pela sua maior homogeneidade semanal, pela ausência de furos e melhor integração com as UCs optativas. Já o horário gerado, apesar de algumas limitações pontuais, demonstra que, mesmo perante um contexto mais desafiante como o do 3.º ano, é possível gerar soluções admissíveis e estruturadas com base na metodologia desenvolvida e nas métricas definidas, ainda que exista margem para melhoria.

Por último, importa referir que as análises acima detalhadas foram feitas com base em apenas um horário por curso. No entanto, por inspeção visual, os restantes horários apresentam características semelhantes, o que permite considerar as conclusões acima representativas dos resultados.

6.4 Críticas à metodologia

Apesar dos resultados obtidos parecerem demonstrar a eficácia da metodologia desenvolvida na geração de horários admissíveis e estruturados, é importante reconhecer algumas limitações que podem condicionar a sua aplicabilidade prática. Estas limitações não invalidam o método proposto, mas indicam oportunidades de melhoria em trabalhos futuros.

Um dos principais pontos prende-se com a alocação das UCs fora do percurso recomendado. Estas UCs foram alocadas tal como as dentro do percurso recomendado, apesar de se notar pós-alocação e melhoria que beneficiavam de um mecanismo que as

fixassem em manchas horárias pré-estabelecidas. Observou-se que, por serem poucas UCs, a metodologia desenvolvida tendia a alocar os eventos de forma muito dispersa pelos dias da semana e que os horários em que eram alocados formavam grandes furos entre elas e as UCs dentro do percurso recomendado. Adicionalmente, os horários de 3.º ano beneficiariam ao ter as suas UCs obrigatórias em intervalos de tempo mais próximos dos horários das UCs optativas.

Relativamente às UCs optativas, a regra implementada de alocação a partir das 13h30 (ou das 14h00 à sexta-feira) mostrou-se eficaz, mas não corresponde aos padrões reais de funcionamento de anos anteriores. De facto, apesar de isto não constituir uma regra, prefere-se que as UCs optativas comecem a partir das 12h00 e que, portanto, as UCs obrigatórias terminem à mesma hora. Esta alteração, apesar de simples, melhoraria rapidamente a qualidade dos horários de 3.º ano e ajudaria na concentração de aulas em horários mais próximos dos horários das optativas.

Adicionalmente, destaca-se que, em alguns casos, observam-se aulas teóricas e práticas da mesma UC no mesmo dia. Esta situação não é problemática e é permitida, tanto que também ocorre nos horários existentes. Apesar disso, de forma a providenciar uma experiência mais positiva aos alunos, poderia ser adicionada uma restrição *soft* que tentasse evitar estes casos.

Destaca-se, por último, que os horários gerados foram apresentados ao decisor, neste caso a Secretaria das Licenciaturas, que analisou as soluções e considerou que estas se adequavam às necessidades do ISEG. Assim, apesar de terem sido apontadas algumas críticas pontuais, já referidas anteriormente, o *feedback* foi bastante positivo, demonstrando que os horários gerados têm potencial para serem utilizados num contexto real. Esta validação por parte do decisor reforça a aplicabilidade prática da metodologia desenvolvida e demonstra que esta responde, de forma eficaz, às exigências institucionais.

7. Conclusão

Este trabalho teve como ponto de partida a necessidade de gerar horários admissíveis para as licenciaturas do ISEG, com base em dados reais e num conjunto alargado de restrições. Para isso, desenvolveu-se uma metodologia baseada em heurísticas capaz de responder a este desafio.

A abordagem desenvolvida assentou numa heurística construtiva inicial com várias etapas, de forma a garantir a alocação de todos os eventos. Seguidamente, foi aplicada uma heurística melhorativa com o objetivo de melhorar os horários e fazer com que estes fossem de encontro às restrições *soft*. Esta estrutura revelou-se eficaz na adaptação a diferentes cursos, anos curriculares e restrições específicas, demonstrando bons resultados mesmo em contextos mais complexos, como é o caso do 3.º ano.

Ao longo do processo, foi possível respeitar diferentes tipos de restrições, fossem elas *hard* (por exemplo, não existir sobreposições) ou *soft* (por exemplo, evitar furos). As análises realizadas mostram que os horários gerados não só são admissíveis, como também cumprem, em grande parte, os objetivos definidos, apresentando métricas equilibradas e estruturas consistentes com os horários existentes.

Importa destacar que todo o processo de geração foi automatizado, sem recurso a ajustes manuais, o que representa um avanço significativo face ao que acontece atualmente. Apesar disso, reconhecem-se limitações que abrem espaço para evolução e que devem ser tidas em conta no futuro.

Os resultados obtidos confirmam a viabilidade da metodologia proposta, tanto em termos da sua aplicabilidade prática como do seu desempenho. Apesar dos bons resultados obtidos, há ainda aspetos que podem ser aprofundados em trabalhos futuros. Uma das principais áreas de desenvolvimento diz respeito à inclusão de restrições atualmente não consideradas, como restrições que centralizem UCs fora do percurso recomendado em horários mais próximos de UCs dentro do percurso e UCs obrigatórias em horários mais próximos de UCs optativas. Para além disso, apesar de ser possível gerar horários rapidamente com o algoritmo desenvolvido, nota-se que alterações que tenham de ser realizadas no código desenvolvido em *Python*, geralmente, envolvem um investimento de tempo grande, sendo benéfico rever a estrutura de cada função utilizada

e otimizar a mesma. Principalmente, vê-se como relevante tornar o código mais modular e criar uma *interface* que permita tornar este método mais acessível e facilitar a sua utilização. Desta forma, não só será feita uma geração de horários ainda mais rápida, como o algoritmo se tornará uma opção muito mais viável e muito mais fácil de utilizar, sendo que, de momento, não é *user-friendly.*

Em suma, este trabalho confirma que é possível automatizar a geração de horários com qualidade, mesmo em contextos com múltiplas restrições e elevada complexidade. A solução proposta não pretende substituir por completo os processos atualmente em vigor, mas sim apresentar uma alternativa válida, adaptável e com potencial para ser integrada no futuro na geração dos horários, contribuindo, assim, para uma gestão mais eficiente, mais rápida e menos dependente de intervenção manual.

Referências bibliográficas

Abdipoor, S., Yaakob, R., Goh, S. L., & Abdullah, S. (2023). Meta-heuristic approaches for the University Course Timetabling Problem. *Intelligent Systems with Applications*, *19*, 200253.

Babaei, H., Karimpour, J., & Hadidi, A. (2015). A survey of approaches for university course timetabling problem. *Computers & Industrial Engineering*, *86*, 43–59.

Bettinelli, A., Cacchiani, V., Roberti, R., & Toth, P. (2015). An overview of curriculum-based course timetabling. *TOP*, *23*(2), 313–349.

Burke, E. K., Kendall, G., & Soubeiga, E. (2003). A Tabu-Search Hyperheuristic for Timetabling and Rostering. *Journal of Heuristics*, *9*(6), 451–470.

Burke, E. K., Gendreau, M., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., Özcan, E., & Qu, R. (2013). Hyper-heuristics: A survey of the state of the art. *Journal of the Operational Research Society*, *64*(12), 1695–1724.

Burke, E. K., & Petrovic, S. (2002). Recent research directions in automated timetabling. *European Journal of Operational Research*, *140*(2), 266–280.

Chakhlevitch, K., & Cowling, P. (2008). Hyperheuristics: Recent Developments. Em C. Cotta, M. Sevaux, & K. Sörensen (Eds.), *Adaptive and Multilevel Metaheuristics* (Vol. 136, pp. 3–29). Springer Berlin Heidelberg.

Chen, M. C., Sze, S. N., Goh, S. L., Sabar, N. R., & Kendall, G. (2021). A Survey of University Course Timetabling Problem: Perspectives, Trends and Opportunities. *IEEE Access*, *9*, 106515–106529.

Chiarandini, M., Birattari, M., Socha, K., & Rossi-Doria, O. (2006). An effective hybrid algorithm for university course timetabling. *Journal of Scheduling*, *9*(5), 403–432.

Fragoso, M. (2024). *Geração dos horários das licenciaturas do ISEG*. Dissertação de Mestrado em Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial. Universidade de Lisboa. Instituto Superior de Economia e Gestão.

Lourenço, H. R., Martin, O. C., & Stützle, T. (2019). Iterated Local Search: Framework and Applications. Em M. Gendreau & J.-Y. Potvin (Eds.), *Handbook of Metaheuristics* (Vol. 272, pp. 129–168). Springer International Publishing.

Matias, J. B., Fajardo, A. C., & Medina, R. P. (2018). A hybrid genetic algorithm for course scheduling and teaching workload management. In *2018 IEEE 10th International Conference on Humanoid, Nanotechnology, Information Technology, Communication and Control, Environment and Management (HNICEM)* (pp. 1-6). IEEE

McCollum, B. (2006). A perspective on bridging the gap between theory and practice in university timetabling. In *International conference on the practice and theory of automated timetabling* (pp. 3-23). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Müller, T. (2009). ITC2007 solver description: A hybrid approach. *Annals of Operations Research*, *172*(1), 429–446.

Schaerf, A. (1999). A survey of automated timetabling. *Artificial Intelligence Review*, *13*, 87-127.

Shatnawi, S. M., Albalooshi, F., & Rababa'h, K. (2012). Generating Timetable and Students schedule based on data mining techniques. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*, *2*(4), 1638-1644.

Song, T., Liu, S., Tang, X., Peng, X., & Chen, M. (2018). An iterated local search algorithm for the University Course Timetabling Problem. *Applied Soft Computing*, *68*, 597–608.

Steiner, E., Pferschy, U., & Schaerf, A. (2025). Curriculum-based university course timetabling considering individual course of studies. *Central European Journal of Operations Research*, *33*(1), 277–314.

Teoh, C. K., Wibowo, A., & Ngadiman, M. S. (2015). Review of state of the art for metaheuristic techniques in Academic Scheduling Problems. *Artificial Intelligence Review*, *44*(1), 1–21.

Wren, A. (1996). Scheduling, timetabling and rostering—A special relationship? Em E. Burke & P. Ross (Eds.), *Practice and Theory of Automated Timetabling* (Vol. 1153, pp. 46–75). Springer Berlin Heidelberg.