

MESTRADO
MATEMÁTICA FINANCEIRA

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO

INDICADORES DE SOLVÊNCIA BANCÁRIA BASEADOS NO
MERCADO DE AÇÕES

DIOGO EMANUEL NUNES BESSA

OUTUBRO - 2022

MESTRADO
MATEMÁTICA FINANCEIRA

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO

**INDICADORES DE SOLVÊNCIA BANCÁRIA BASEADOS NO
MERCADO DE AÇÕES**

DIOGO EMANUEL NUNES BESSA

ORIENTAÇÃO:

PROFESSOR DOUTOR JORGE HUMBERTO DA CRUZ BARROS DE JESUS LUÍS

OUTUBRO - 2022

AGRADECIMENTOS

Agradecer aos meus pais por todo o apoio prestado ao longo do meu percurso académico e por me terem dado a liberdade para poder tomar as minhas próprias decisões e ao meu irmão pelo apoio e por todas as dores de cabeça que teve durante este meu percurso, mas acima de tudo por todos os comentários e sugestões para que conseguisse ser melhor a cada dia que passava.

Agradeço também todo o apoio dado pela minha namorada e pela motivação para continuar mesmo nos momentos mais difíceis. Esta tese também é tua pois sem ti não teria conseguido concluir este passo. Obrigado, Mariana!

Agradeço ao professor Doutor Jorge Barros Luís por ter aceitado ser o meu orientador assim como pelos comentários e sugestões imprescindíveis para finalizar esta dissertação.

Um obrigado a toda a minha família pelo apoio.

Por último, agradecer a todos os meus amigos, tanto do ISEG como os que já me acompanham há mais tempo, pelo apoio durante todo este percurso.

Fim!

Diogo Bessa

GLOSSÁRIO

- AIC - Critério de informação de Akaike
- ARCH - Heteroscedasticidade Condicional Auto-Regressiva
- ARIMA - Modelo Autoregressivo Integrado de Médias Móveis
- ARMA - Modelo Autoregressivo Integrado de Médias Móveis
- BCE - Banco Central Europeu
- BIC - critério de Informação Bayesian
- DC - *Distance to Capital*
- DD - *Distance to Default*
- EDF - *Expected Default Frequency*
- FAC - Função auto-correlação
- FAPC - Função parcial de auto-correlação
- PCA - *Prompt Corrective Action*
- PD - Probabilidade de default
- RBC – Risk-based Capital
- SARIMA - Modelo Auto-regressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal
- SEIR – *Structured Early Intervention and Resolution*
- SIC - Critério de Informação de Schwarz
- SREP - *Supervisory Review and Evaluation Process*

RESUMO

A falência de uma instituição financeira tem um impacto severo na sociedade. Assim, e com vista a minimizar o impacto causado, tem existido uma grande preocupação com a solvência bancária. Posto isto, o objetivo da presente dissertação é estudar o risco de crédito de uma instituição financeira recorrendo a indicadores baseados no mercado de capitais.

Os indicadores utilizados para o estudo foram a *Distance to Default* e a *Distance to Capital*. O conceito *Distance to Default* mede a distância a que uma instituição financeira está do *default*. Por outro lado, o conceito *Distance to Capital* que ainda é pouco explorado, tem como objetivo analisar se a implementação de ações regulatórias seria uma mais-valia no estudo do risco de crédito dos bancos. Ambos os indicadores são calculados tendo por base a mesma estrutura teórica, o modelo de Merton, sendo que diferem no fator de correção que tem em consideração os diferentes níveis de capitalização. Para a aplicação prática foi escolhido o banco Millennium BCP, dado que o Modelo de Merton apenas se aplica a empresas cotadas e este é o único banco português atualmente cotado em bolsa.

Os resultados mostraram uma grande semelhança entre si, o que não permitiu aferir qual o indicador mais fiável no cálculo do risco de crédito. No entanto, a semelhança dos resultados permite afirmar que o banco esteve sempre estável e com um baixo risco de *default*.

Palavras-chave: Indicadores de Mercado; Modelo Merton; Distance to Default; Distance to Capital; PCA; SREP

ABSTRACT

The bankruptcy of a financial institution has a severe impact on society. Thus, with the aim of minimizing the impact caused, there has been a great concern with bank solvency. That said, the objective of this dissertation is to study the credit risk of a financial institution using indicators based on the equity market.

The indicators used for the study were Distance to Default and Distance to Capital. The concept of Distance to Default tells us how far a financial institution is from default. The Distance to Capital concept is still underexplored and the aim of this concept is to analyse if the implementation of regulatory action would be useful in studying the credit risk of banks. Both indicators are calculated based on the same theoretical framework, the Merton Model, and they differ in the correction factor that considers the different levels of capitalization. For the analysis of indicators, the Millennium BCP bank was chosen, as it is the only Portuguese listed bank and the Merton Model can only be applied to listed companies.

The results showed a great similarity to each other, which did not allow us to conclude which is the most reliable indicator in the calculation of credit risk. However, the similarity of the results enables us to affirm that the bank was always stable and with a lower risk of default.

Key words: Equity Markets; Merton Model; Distance to Default; Distance to Capital; PCA; SREP



ÍNDICE

1.INTRODUÇÃO	1
2.REVISÃO DE LITERATURA.....	4
2.1 MODELOS ESTRUTURAIS	4
2.1.1 <i>Modelo Merton</i>	5
2.1.2 <i>Modelo Moody's KMV</i>	9
2.2 INDICADORES DE MERCADO.....	10
2.2.1 <i>Distance to default</i>	11
2.2.2 <i>Distance to capital</i>	11
2.3 PCA/SREP	12
3.METODOLOGIA	16
3.1 APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO MERTON (DD E DC)	16
3.2 VOLATILIDADE	18
3.3 MODELOS	19
4. CASO DE ESTUDO – MILLENNIUM BCP.....	21
4.1 DADOS EM ESTUDO.....	21
4.2 OBTENÇÃO DA VOLATILIDADE	21
4.2.1 <i>Estatísticas descritivas</i>	21
4.2.2 <i>Modelar Séries Temporais</i>	22
4.2.3 <i>Modelo escolhido</i>	27
4.3 RESULTADOS.....	27
5. CONCLUSÃO	33
6.BIBLIOGRAFIA	34
ANEXOS	37
ANEXO I	37
AMOSTRA DE CÁLCULO DE DD E DC.....	37
ANEXO II.....	39
AMOSTRA DE CÁLCULO DE DD E DC (DIVISÃO 75%-25%)	39



Índice de Figuras

FIGURA 1: Representação gráfica do Payoff (Chatterjee(2015), p.15)	7
FIGURA 2: Função densidade de probabilidade do valor de mercado do ativo da empresa, em função do respetivo processo estocástico (Finger, 2002, p.7).....	8
FIGURA 3: Estatísticas descritivas do "last price" (2017 a 2020).....	22
FIGURA 4: Cotações diárias de fecho do Millennium BCP.....	22
FIGURA 5: ACF e PACF do "last price" antes da transformação	23
FIGURA 6: ACF e PACF após transformação	24
FIGURA 7: Modelo SARIMA (1,0,1)(1,0,1).....	25
FIGURA 8: Modelo SARIMA (1,0,1)(1,0,0).....	26
FIGURA 9: Modelo ARIMA (1,0,1).....	27
FIGURA 10: <i>Distance to Default</i>	29
FIGURA 11: <i>Distance to Capital</i>	30
FIGURA 12: DD vs DC	31
FIGURA 13: DD vs DC com o passivo de curto prazo alterado.....	32

Índice de Tabelas

TABELA I.....	13
---------------	----

1.INTRODUÇÃO

No âmbito do mestrado em Matemática Financeira e como requisito para conclusão do mesmo, foi desenvolvida a presente dissertação que visa explorar indicadores baseados em mercados de ações, nomeadamente *Distance to Default* (DD) e *Distance to Capital* (DC), com o objetivo de analisar o risco de crédito de uma instituição financeira recorrendo a indicadores baseados no mercado de capitais.

A falência de um banco e/ou de uma instituição financeira tem vindo a ganhar lugar de destaque pelas suas consequências não só a nível económico como também a nível social. Ao longo dos anos, com a crise do Japão na década de 1990, e mais recentemente a crise observada em 2008, é evidente que o conceito “*Too big to fail*” não se verifica, tornando-se deste modo, fundamental uma aprofundada e regular análise da solvência destas instituições.

Assim, Knaup & Wagner (2009), referem que é importante para o sistema financeiro ter indicadores informativos e abrangentes da qualidade dos ativos dos bancos, dado que estes permitem não só monitorizar as tendências gerais do sistema financeiro, bem como identificar os bancos em dificuldades, de modo a que fiquem sujeitos a um maior escrutínio.

Previamente à crise no Japão, e como uma estratégia de prevenir o incumprimento dos bancos, foi desenvolvido o Acordo de Basileia I pelo Comité de Basileia de Supervisão Bancária. O acordo consiste na definição de um rácio, cujo valor considerado seria o valor mínimo de capital dos ativos em relação risco, que se cifraria em 8%. Neste primeiro acordo foi definido capital e este assenta em duas partes: *Core capital ou Tier I* e *Supplementary capital ou Tier II*. Contudo, tendo em consideração as suas limitações, foi sujeito a atualizações, e em 2004 foi publicado o Acordo de Basileia II, com o objetivo de ajustar os requisitos de capital dos bancos aos riscos a que estão expostos, passando a incluir o risco operacional no cálculo destes requisitos e a permitir a utilização de modelos internos para o apuramento dos requisitos de capital para esse risco e para o risco de crédito (Mendes, 2013).

Todavia, e apesar dos esforços para evitar a falência de grandes bancos, a crise que ocorreu em 2008 assim como a falência de bancos importantes, fez com que em 2010 um novo acordo fosse publicado, o Acordo de Basileia III, no qual foram estabelecidas novas regras de capital mínimo em relação à qualidade, liquidez e absorção de prejuízos, com o objetivo de reforçar a estabilidade e crescimento do sistema financeiro (idem).

Com este último acordo, o rácio regulatório *Tier I* passou a ser constituído pelo *Common Equity Tier I* e pelo capital adicional, *additional Tier I*, sendo estes alguns dos rácios utilizados para análise das condições financeiras em que os bancos se encontram (Mendes, 2013).

Não obstante Kerry (2019), defende que estes rácios são insuficientes na previsão de falência de bancos, apontando a regularidade com que estes são publicados como um dos fatores desencadeantes, dado que estes são publicados trimestralmente gerando um desfasamento entre a realidade e os dados publicados.

Assim, Chan-Lau & Sy (2006), concluem que, apesar das ferramentas quantitativas usadas para a avaliação da estabilidade financeira dos bancos, é fundamental que exista incentivo da parte dos bancos centrais e instituições financeiras internacionais, para o uso de medidas de risco baseadas nos mercados, a fim de ultrapassar possíveis lacunas existentes.

Por sua vez, o estudo realizado por Kerry (2019), concluiu que os parâmetros de avaliação baseados nas avaliações dos mercados de ações do capital bancário são melhores do que os rácios de capital regulatório.

Uma das medidas baseadas em indicadores de mercado é a DD, bastante utilizada por vários bancos centrais, como o Banco Central Europeu (BCE). A DD é um importante indicador, uma vez que fornece indicações sobre a probabilidade de insolvência de um banco no futuro, a partir das cotações das suas ações.

Por sua vez, o conceito DC introduzido por Chan-Lau & Sy (2006), surge como estratégia para ultrapassar as limitações do DD. Os autores introduziram um conceito que considera a possibilidade de intervenção de agentes de supervisão de uma instituição financeira antes do *default* ser atingido. Esta nova medida de distância procura incorporar ações regulatórias como por exemplo o *Prompt Corrective Action (PCA)*.

Deste modo, na parte prática deste trabalho pretende-se aplicar o modelo de Merton a ambas as distâncias, DD e DC, e avaliar qual será a mais adequada para avaliar o risco de *default* após a análise dos cálculos efetuados.

No que concerne à estrutura do trabalho, este divide-se em quatro secções: na primeira será realizado um enquadramento teórico através da revisão de literatura. Na segunda será explicado o método de cálculo das medidas utilizadas: DD e DC, e o modelo estocástico usado para a obtenção da volatilidade, o modelo heteroscedasticidade condicional autorregressiva (ARCH). Na terceira parte será efetuada a aplicação prática ao banco em estudo, Millennium BCP, sendo este banco o escolhido por se tratar do único banco português cotado em bolsa. Para finalizar, as conclusões obtidas ao longo do estudo empírico.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 MODELOS ESTRUTURAIS

Existem dois tipos de modelos que descrevem os processos de *default* na literatura de risco de crédito, modelos estruturais e modelos de forma reduzida. No entanto, as duas formas mais comuns na prática para estimar a probabilidade de *default* (PD), são os modelos estruturais e o Z-score¹. Não obstante, de acordo com a literatura, o Z-score é mais adequado para o cálculo da previsão de falência de instituições não financeiras, pelo que não será abordado (Lundström & Sarmes, 2016).

Os modelos de forma reduzida pressupõem que o “tempo de *default* de uma empresa é inacessível ou imprevisível e impulsionado por uma intensidade de *default* que é uma função de variáveis de estado latentes”. Estes modelos não expressam qualquer razão essencial para o *default*, assumindo que as taxas de hazard² são processos estocásticos relacionados com variáveis macroeconómicas (Arora et al. 2005, p.3).

Por outro lado, os modelos estruturais, que têm como base o modelo de Merton, fornecem uma base teórica que explica a proximidade do *default*, estes usam o balanço da empresa e os dados do mercado de ações. Assim, estes modelos, para determinarem o tempo de *default*, usam a evolução das variáveis estruturais das empresas, como o valor dos ativos e do passivo. De salientar que a lógica dos modelos estruturais é que os preços de mercado são a melhor avaliação disponível sobre o valor do capital ou da dívida das empresas (Elizalde, 2006).

De seguida, por forma a explorar os modelos estruturais, irão ser explicados os modelos de Merton e da Moody’s KMV.

¹ Ver e.g. Liu, Papakirykos e Yuan (2004), “Market Valuation and Risk Assessment of Canadian Banks” para a aplicação do Z-score em instituições financeiras.

² A taxa de hazard ou hazard rate é um indicador que estima o risco relativo de um evento. Analisa a probabilidade de um objeto sobreviver até ao momento t+1 com base na sua sobrevivência até ao momento anterior t.

2.1.1 Modelo Merton

Como referido anteriormente, uma medida utilizada na literatura para medir o risco, tanto das instituições financeiras como instituições não financeiras é a DD. Entre as várias medidas que se baseiam em indicadores de mercado, esta tem ganho relevo nos últimos anos devido à implementação comercial bem-sucedida pela Moody's KMV, sendo uma medida de risco de crédito que se baseia em Merton (Chan-Lau & Sy, 2006).

Um dos modelos estruturais mais importantes foi desenvolvido em 1974 por Merton. No entanto, este apresenta algumas lacunas e suscita dificuldades de implementação práticas, que serão explicadas posteriormente, tendo, como resposta surgido o modelo Moody's KMV.

Merton desenvolveu um modelo que relaciona o valor dos ativos da empresa com o risco de crédito da mesma, tendo para isso recorrido ao modelo desenvolvido por Black and Scholes (1973) em "*The pricing of options and corporate liabilities*".

Elizalde (2006) afirma que a aplicação da fórmula de Black and Scholes no modelo de Merton pode ser uma aplicação direta e simples, sendo, contudo, fundamental adaptar a estrutura de capital da empresa e as premissas padrão aos requisitos do modelo.

Algumas das premissas são, de acordo com Casimiro (2014):

- Ausência de custos de transação, custos de falência ou impostos;
- A taxa de juro sem risco, r , é constante;
- A dívida é composta por uma obrigação de cupão zero com valor nominal, F , e maturidade T ;

Segundo Crosbie & Bohn (2003), o valor de mercado dos ativos das empresas é uma medida do valor presente dos futuros *cash flows* livres produzidos pelos ativos da empresa e descontados na taxa de desconto apropriada, medindo assim as perspetivas da empresa e incorporando informações relevantes sobre a indústria da empresa e a economia.

Assim, o valor de mercado dos ativos da empresa (V_A) segue um movimento browniano geométrico, sendo representado por:

$$dV_A = \mu V_A dt + \sigma_A V_A dz \quad (1)$$

no qual μ é a tendência, σ_A é a volatilidade dos ativos e dz é um processo Wiener.

Na maturidade, T , existem dois cenários possíveis de suceder. Um cenário é o valor dos ativos ser superior ou igual ao valor nominal da dívida total da empresa, $V_A \geq X$. Neste cenário a empresa encontra-se em solvência e o *payoff* dos acionistas corresponde a:

$$V_E = \text{Max}(V_A - X; 0) \quad (2)$$

onde,

V_E – valor de mercado dos capitais próprios da empresa

X – valor nominal da dívida total da empresa a pagar na maturidade T

Contudo, se o valor dos ativos da empresa for inferior ao valor total da dívida da empresa, $V_A < X$, a empresa entrará em incumprimento, de acordo com este modelo. Neste caso, o *payoff* será o valor de mercado dos ativos, uma vez que a recuperação vai proporcionar aos detentores das obrigações um pagamento que resultará da liquidação dos ativos:

$$V_B = \text{Min}(X; V_A) \quad (3)$$

onde, V_B – valor de mercado da dívida da empresa.

Na figura 1 é possível observar uma representação gráfica de ambos os *payoffs*.

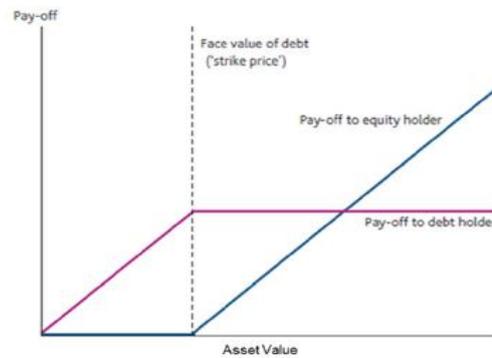


FIGURA 1: Representação gráfica do Payoff (Chatterjee(2015), p.15)

Devido às premissas que o Merton model segue, é possível concluir que o valor de mercado dos capitais próprios de uma empresa é dado por uma *European call-option*, e por isso é representado por:

$$V_E = V_A N(d1) - e^{-rT} X N(d2) \quad (4)$$

onde,

V_E – valor de mercado dos capitais próprios

N - função de distribuição normal cumulativa

r – taxa de juros sem risco

X - valor nominal da dívida total da empresa a pagar na maturidade T .

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{V_A}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T}{\sigma_A \sqrt{T}} \quad ; \quad d2 = d1 - \sigma_A \sqrt{T} \quad (5)$$

A probabilidade de incumprimento é calculada a partir da função densidade de probabilidade ilustrada na figura 2.

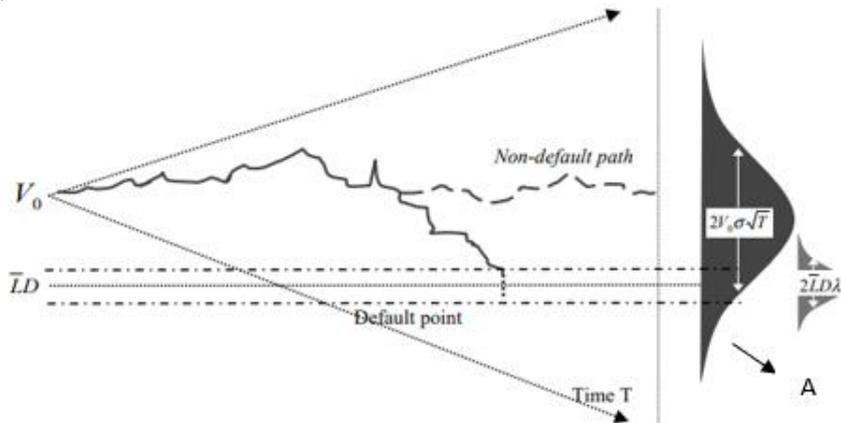


FIGURA 2: Função densidade de probabilidade do valor de mercado do ativo da empresa, em função do respetivo processo estocástico (Finger, 2002, p.7)

Observando a figura, podemos concluir que uma empresa financeira ou não financeira encontra-se em *default* quando o valor de mercado dos ativos da empresa em análise está abaixo do limite correspondente à dívida a reembolsar numa dada maturidade (T). A probabilidade de *default* é então a probabilidade de o valor dos ativos cair abaixo deste limite, o ponto de *default*, que está representada na figura como A. A partir deste ponto ocorre o *default*, pelo que a probabilidade de *default* é a probabilidade cumulativa à direita de A. No momento que o *default* ocorre, o valor dos ativos é inferior ao valor da dívida da empresa, $V_A < X$ (Casimiro, 2014).

Contudo, o modelo apresenta algumas falhas e dificuldades de aplicação devido à complexidade em calcular o valor de mercado dos ativos e a respetiva volatilidade, que não são, em regra, observáveis, dado que nem todos os passivos dispõem de uma cotação de mercado, mesmo para empresas com ações cotadas. Relativamente às falhas que podem ser apontadas ao modelo, desde logo temos a hipótese da dívida ter uma estrutura simples, correspondendo a uma obrigação de cupão zero, quando as empresas têm habitualmente estruturas de dívida complexas, com alguns dos passivos dispendo até de maturidade incerta (como sucede com os bancos, em relação aos depósitos).

Outra falha identificada está relacionada com o movimento browniano geométrico a que conceptualmente corresponde o processo estocástico do valor de mercado do ativo

da empresa, em que os parâmetros μ e σ_A são constantes ao longo do tempo, acabando por se traduzir na normalidade das taxas de retorno do valor de mercado dos ativos, que tende a não se verificar na realidade.

2.1.2 Modelo Moody's KMV

Kealhofer, McQuown e Vasicek desenvolveram um modelo para avaliar o risco de crédito de uma empresa com ações cotadas em bolsa, criando uma empresa com as iniciais dos autores - KMV. O modelo foi ganhando notoriedade e em 2002 foi adquirido pela Moody's, pelo que passou a designar-se Moody's KMV (Valášková et al. 2014).

À semelhança do modelo de Merton, também este modelo é um modelo estrutural de risco de crédito e baseia-se em indicadores de mercado para calcular o *distance to default*, todavia, o modelo Moody's KMV utiliza uma relação empírica entre a DD e a probabilidade de *default* para ultrapassar o problema da distribuição normal dos retornos do valor de mercado do ativo, sentido no modelo de Merton (Valášková et al. 2014).

A Moody's KMV implementou o modelo em apreço para calcular uma medida de risco de crédito designada por *Expected Default Frequency* (EDF). Esta medida calcula a probabilidade de *default* para diversas maturidades, iniciando em 1 ano, como explicitado em Crosbie e Bohn (2003).

À semelhança do modelo Merton, algumas das variáveis-chave necessárias para determinar a medida de crédito EDF são (Crosbie & Bohn, 2003):

- O valor de mercado dos ativos da empresa;
- A volatilidade do valor de mercado dos ativos;
- O valor de mercado dos capitais próprios;
- O valor do passivo.

De acordo com Crosbie e Bohn (2003), para o cálculo da probabilidade de *default* são reconhecidos três passos fundamentais:

- Estimativa do valor de mercado dos ativos e da volatilidade dos mesmos (tal como acontece no modelo Merton);
- Cálculo da distância até ao *default*;
- Cálculo da probabilidade de *default*

O Modelo Moody's KMV apresenta-se mais vantajoso pelo facto de ser possível estimar a probabilidade de *default* sem depender da hipótese de normalidade das taxas de retorno do valor de mercado dos ativos implicada pelo uso do movimento browniano geométrico. No entanto, uma desvantagem desse modelo prende-se com o facto da base de dados que permite relacionar a DD e a PD ser propriedade da Moody's, o que dificulta a sua aplicação.

2.2 INDICADORES DE MERCADO

Kerry (2019) defende que os rácios regulatórios são insuficientes na previsão da falência dos bancos, dando a periodicidade da sua publicação como uma das razões para esse reduzido desempenho e sustentando que os parâmetros/medidas baseados em indicadores de mercado de ações são melhores do que rácios regulatórios.

Baseados nos mercados financeiros, os indicadores de mercado são ferramentas quantitativas que visam avaliar o mercado no que concerne à resiliência do sistema bancário (MacDonald & Van Oordt, 2017).

Como os indicadores de mercado são baseados em mercados financeiros e consequentemente nos preços de mercado, acabam também por refletir as expectativas dos investidores e estão sujeitos à avaliação que estes podem fazer (Kerry, 2019).

Assim, MacDonald & Van Oordt (2017) afirmam que também é possível uma avaliação incorreta sobre os riscos do sistema bancário por partes dos investidores.

Contudo, ainda que apresentem algumas limitações, os indicadores baseados em mercados podem refletir as expectativas dos investidores em qualquer momento, dado que os preços de mercado englobam expectativas sobre os possíveis lucros (*idem*).

Uma questão que pode ser colocada é o porquê de não se usar *subordinated bonds* ou *credit default swaps*, ao invés do mercado de ações, para proceder ao cálculo de probabilidades de *default* dos bancos. De acordo com Kerry (2019), tendo como referência Calomiris e Herring (2011), uma das razões prende-se com o facto de os mercados de ações serem mais líquidos e eficientes a processar a informação que outros mercados.

Ainda que existam diversos indicadores baseados no mercado de ações, no presente trabalho serão abordados apenas dois: DD e DC.

2.2.1 Distance to default

A DD é calculada da seguinte maneira:

$$DD_T = \frac{\ln\left(\frac{V}{D}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}.$$

Crosbie e Bohn (2003) afirmam que a DD é o número de desvios-padrão que a empresa está afastada do *default*. Ainda segundo os mesmos autores, o rácio da DD é dado pelo valor dos ativos, o risco de negócio e a alavancagem.

2.2.2 Distance to capital

Por sua vez, o conceito de *Distance to capital* (DC), introduzido por Chan-Lau e Sy (2006), surge com o intuito de ter em conta a natureza específica dos bancos e tentar assim ultrapassar as limitações do DD no cálculo da probabilidade de *default* de uma instituição financeira. O objetivo dos autores foi apresentar um modelo que considerasse a possibilidade de serem implementadas ações regulatórias pelos supervisores, como por exemplo o PCA ou SREP (*Supervisory Review and Evaluation Process*), de modo a evitar um possível *default*.

Efetivamente, os bancos podem tornar-se insolventes se os seus níveis de capital não permitirem cumprir os mínimos regulamentares, mesmo que o valor de mercado do ativo seja superior ao valor da dívida.

Devido à especificidade dos bancos, torna-se importante perceber como é que estes consideram os depósitos em termos de passivo. Assim, segundo António (2013), podemos subdividir os depósitos em depósitos à ordem e depósitos a prazo.

De forma breve, estes distinguem-se pelo momento de disponibilização dos fundos, enquanto nos depósitos à ordem os bancos estão obrigados a disponibilizar a qualquer momento os fundos depositados pelo cliente, nos depósitos a prazo o montante depositado fica imobilizado durante o período de tempo acordado pelo banco e o depositante no

momento da sua constituição. Por esta razão, os depósitos à ordem consideram-se passivos de curto prazo e os depósitos a prazo passivos de longo prazo (António, 2013).

A fórmula de cálculo de ambas as distâncias será apresentada na metodologia.

2.3 PCA/SREP

Sendo uma instituição financeira uma empresa com importante relevo social e económico, as consequências da sua falência são relevantes e, como tal, torna-se fundamental providenciar medidas para evitar tal acontecimento. Contrariamente ao que se verifica com empresas não financeiras, o *default* de instituições financeiras ocorre quando se torna necessária uma intervenção por parte do Estado, seja pela injeção de capital, resolução ou liquidação, sendo precedida de várias ações de supervisão e regulamentação por parte das autoridades competentes (Nieto & Wall, 2006).

Em 2002, o comité de Basileia definiu normas com vista a identificar bancos com problemas, aplicando não só ações corretivas e estratégias de saída, como também propuseram às instituições financeiras a preservação de um rácio de capital superior ao mínimo regulamentado de 8% dos ativos ponderados pelo risco (Chan-Lau & Sy, 2006). Ainda que alguns países tenham adotado as recomendações supra descritas, outros países adotaram um sistema de rácios de capital/ativos para uma intervenção e resolução antecipada estruturada (*structured early intervention and resolution* – SEIR) e em 1991, os Estados Unidos adotaram uma versão do SEIR que ficou conhecida como PCA (Nieto & Wall, 2006).

A grande diferença desta nova versão adotada, o PCA, para o SEIR é a distinção dos bancos entre bem capitalizados e adequadamente capitalizados. Por sua vez, outra das diferenças identificadas está no substancial aumento das ações de supervisão em relação ao que estava previsto no SEIR, verificando-se também um aumento de poder por parte dos supervisores, podendo por exemplo, demitir um diretor no caso de o banco estar significativamente subcapitalizado. (idem)

Assim, de acordo com o PCA, quando o rácio de capital regulatório mínimo predeterminado não é cumprido, as autoridades devem promover a venda, fusão ou liquidação do banco.

O PCA divide os bancos em cinco categorias de capital diferentes, bem capitalizado, adequadamente capitalizado, subcapitalizado, significativamente subcapitalizado e criticamente subcapitalizado (Federal Deposit Insurance Corporation, 2015).

A subcapitalização de uma instituição financeira faz com que esta se torne inoperável, necessitando de intervenções variadas por parte dos supervisores, em conformidade com o nível de subcapitalização. (Nieto & Wall, 2006).

Na tabela abaixo, é possível observar os limites de capital sob a estrutura PCA utilizado no Estados Unidos.

TABELA I

Níveis de PCA

Categorias PCA	Rácio RBC TOTAL	Rácio RBC TIER 1	Rácio Alavancagem TIER 1
Bem capitalizado	10%	8%	5%
Adequadamente Capitalizado	8%	6%	4%
Subcapitalizado	<8%	<6%	<4%
Significativamente Subcapitalizado	<6%	<4%	<3%
Extremamente Subcapitalizado	Capital próprio tangível / Ativo Total \leq 2%		

Fonte: Federal Deposit Insurance Corporation, 2015, p.8

Há critérios importantes para uma implementação do PCA com sucesso, sendo que alguns dos critérios estão associados à possibilidade de que mesmo que os bancos não cumpram o rácio de capital regulatório mínimo, mas ainda assim o rácio seja positivo, estes possam ser encerrados (Nieto & Wall, 2006) .

Não obstante, tendo em consideração a prática implementada no mercado bancário da Zona Euro, torna-se fundamental explicar o processo de análise e avaliação pelo supervisor, o SREP. Apesar do conceito ter sido introduzido em 2004 no Acordo de Basileia II, só em 2015 é que ficou formulada uma abordagem comum a todas as instituições de crédito significativas, sob a supervisão direta do BCE.

O SREP é “um conjunto de procedimentos conduzidos anualmente pelas autoridades de supervisão que visa assegurar que cada instituição de crédito dispõe de estratégias, processos, capital e liquidez adequados aos riscos a que está ou poderá vir a estar exposta”³.

Os aspetos analisados são o modelo de negócio, governação e gestão do risco, risco em termos de fundos próprios e riscos de liquidez e de financiamento. No modelo de negócio é avaliada a viabilidade e sustentabilidade. Na governação e gestão de risco as autoridades de supervisão analisam os órgãos de administração e a forma como os riscos são geridos. Em termos de adequação dos fundos próprios, são avaliados todos os riscos que impactem no capital, designadamente os riscos de crédito, mercado e operacional. Nos riscos de liquidez e de financiamento, os supervisores avaliam a capacidade da instituição para satisfazer necessidades de liquidez no curto prazo e de sustentabilidade de financiamento (BCE, 2016).

O SREP é adaptado especificamente a cada instituição e no caso dos bancos portugueses é implementado pelo Banco de Portugal seguindo as orientações da Autoridade Bancária Europeia. Na análise do SREP, os supervisores têm em consideração a “dimensão, a importância sistémica, a natureza e a complexidade das atividades das instituições”⁴.

³ <https://www.bportugal.pt/micro-srep>

⁴ <https://www.bportugal.pt/micro-srep>

De acordo com o BCE (2016), sendo o SREP adaptado a cada instituição, a autoridade de supervisão pode ordenar à instituição em análise que possua capital adicional no âmbito do denominado Pilar 2 do Acordo de Basileia.

3.METODOLOGIA

3.1 Aplicação prática do Modelo Merton (DD e DC)

Ambas as medidas, DC e DD, derivam do modelo estrutural de dívida apresentado por Black and Scholes (1973) e Merton (1974). O seu cálculo teve por base o trabalho prático desenvolvido por Chan-Lau & Sy (2006) e será explicado brevemente.

O modelo considera as seguintes variáveis (Chan-Lau & Sy, 2006):

V – Valor total da empresa ou ativos da empresa

D – Valor nominal da dívida da empresa

E – Capital próprio da empresa

O valor do capital próprio pode ser visto como (idem):

$$E = \max(0, V - D) \quad (6)$$

Assim, o valor do capital corresponde ao *payoff* de uma opção de compra sobre o valor da empresa, com um *strike price* igual ao valor nominal da dívida. Com base no valor da empresa, nas suas dívidas e no valor do capital próprio, sabendo duas das três variáveis referidas, é possível aplicar a fórmula de *pricing* de Black and Scholes e Merton, para *European call-option* (idem).

O conceito de distância de risco segue a equação apresentada acima, sendo que quanto maior for o valor dos ativos da empresa (V) em relação ao *strike price* ou barreira de *default* (D) maior será a distância para o *default* (idem).

O modelo de Merton assume que o valor dos ativos de uma empresa segue um movimento geométrico browniano e por isso a DD, num dado momento DD_T , é calculada da seguinte maneira:

$$DD_T = \frac{\ln\left(\frac{V}{D}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (7)$$

onde μ é a taxa de crescimento do valor de mercado dos ativos da empresa e σ é a volatilidade do valor de mercados dos ativos.

O modelo apresentado na equação anterior afirma que a distância para o *default* corresponde à diferença esperada entre os ativos da empresa em relação à barreira *default*, após corrigir e normalizar os dados de acordo com a volatilidade dos ativos (idem).

Nas instituições financeiras, os problemas ou necessidade de intervenção podem ser causados por motivos diferentes daqueles que normalmente são associados às empresas não financeiras. Esta situação, faz com que existam algumas dúvidas por parte de alguns autores quanto à utilização da DD como medida de risco (idem).

Deste modo, é necessário escolher a barreira adequada. Assim, em vez de se assumir desde o início que a barreira mais relevante é o valor do passivo do banco, pode optar-se por usar uma barreira que seja consistente com a estrutura do banco. A barreira mais relevante pode ser apenas uma fração do valor do passivo, uma vez que os bancos têm de cumprir níveis mínimos de capital próprio e por esta razão a barreira não necessita de ser o valor total do passivo do banco (idem).

Assim, a equação do modelo de Merton passa a ser:

$$DR_T = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{\lambda L_t}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (8)$$

Neste caso, L é a barreira de *default* da empresa, ou seja, é o passivo de curto prazo mais metade do passivo a longo prazo e λ é um fator de correção que tem em consideração os diferentes níveis de capitalização (Chan-Lau & Sy, 2006).

A diferença entre ambas as distâncias, como referido anteriormente, é dada pelo factor λ , que depende da medida de distância específica em que estamos interessados e é dada pelas seguintes fórmulas (idem):

$$\text{Distance to Capital (DC):} \quad \lambda = \frac{1}{1 - SREP} \quad (9)$$

Assim, a DD é um caso particular da DC quando o SREP é igual a zero.

$$\text{Distance to Default (DD):} \quad \lambda = 1 \quad (10)$$

O SREP será utilizado como o limite de adequação de capital da estrutura e é definido pelo BCE.

Importa referir que para o cálculo da volatilidade, foi realizada uma estimação com um modelo de volatilidade estocástica, que será explicado seguidamente. No entanto, a volatilidade também poderia ser obtida através de um sistema de equações. O sistema de equações é composto pela equação (4), que define o valor de mercado dos ativos V_A , e pela seguinte equação:

$$V_A = \frac{\sigma_E}{\sigma_A} * \frac{V_E}{N(d1)} \quad (11)$$

A equação 11 expressa a relação entre a volatilidade dos ativos e a volatilidade do capital. Este sistema permite então estimar em simultâneo o valor de mercado dos ativos e a respetiva volatilidade. Contudo, por simplificação, o valor de mercado dos ativos irá ser calculado tendo como base que o valor dos ativos é igual à soma dos valores da dívida e do valor do capital próprio.

3.2 Volatilidade

A volatilidade dos ativos foi estimada através de um modelo de volatilidade estocástica, que será explicado de seguida.

De acordo com Antunes (2011), a volatilidade é uma característica dos mercados financeiros e difícil de prever, dado que está relacionada com vários fatores como, por exemplo, a situação económica dos países. O ambiente económico dos países influencia

alguns indicadores como as taxas de juros, as taxas de câmbio e a inflação, que causam volatilidade e instabilidade devido às constantes mudanças.

Com a globalização, como referido por Antunes (2011), a informação de um mercado afeta o comportamento de outros mercados. Assim, torna-se importante perceber como é que a volatilidade se comporta.

A volatilidade h_t é a variância do momento atual sabendo o momento anterior e é habitualmente designada por variância condicional:

$$h_t = Var[Y_t | Y_{t-1}, \dots] \quad (12)$$

E pode ser modelada da seguinte maneira:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i y_{t-i}^2 \quad (13)$$

Sendo α_0 uma constante, m a ordem do modelo ARCH e y_{t-i}^2 os retornos. No caso da ordem do modelo ARCH ser 1, os retornos podem ser escritos da seguinte maneira: $Y_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$ sendo a volatilidade descrita pela fórmula mencionada anteriormente.

A volatilidade só pode ser calculada a partir do segundo momento, dado necessitar do momento anterior para ser calculada. Como no primeiro momento não existe um período antecedente, e não é possível calcular a volatilidade para o primeiro momento.

3.3 Modelos

No âmbito dos modelos univariados, o modelo mais importante é o modelo Autoregressivo de Médias Móveis (ARMA), utilizado apenas em séries estacionárias, como mencionado por Marques (2017), e o modelo Autoregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), utilizado em séries não estacionárias.

O critério de informação de Akaike (AIC) mede a qualidade do ajuste do modelo às séries em estudo. Quanto menor o seu valor melhor é o modelo, conforme citado por Marques (2017). O critério de informação Bayesian (BIC), muitas vezes também referido como critério de informação de Schwarz (SIC), é usado para comparar e selecionar modelos e pode ser usado mesmo quando o número de parâmetros dos modelos é diferente.



4. CASO DE ESTUDO – MILLENNIUM BCP

4.1 Dados em estudo

Os dados em análise são referentes ao período compreendido entre 2 de Janeiro de 2017 e 31 de Dezembro de 2020.

4.2 Obtenção da volatilidade

De seguida será efetuada a aplicação prática para a obtenção da volatilidade. Os dados utilizados para a obtenção da volatilidade foram extraídos da plataforma Bloomberg, destacando-se o preço de fecho das ações ou *last price*, passivo de curto prazo⁵ ou *short term liabilities* e o passivo de longo prazo⁶ ou *long term liabilities*.

4.2.1 Estatísticas descritivas

Em média, as ações do Millennium BCP fecharam o dia com uma cotação de 0,2079€, no período entre 2 de Janeiro de 2017 e 31 de Dezembro de 2022. O valor mínimo registado foi de 0,0697€ e ocorreu a 29 de Outubro de 2020, ano em que houve grande instabilidade económica devido à pandemia instaurada. Por outro lado, o valor mais alto foi de 0,3339€ no dia 23 de Janeiro de 2018. Este valor pode ser justificado pela estabilidade económico que existia na altura.

O desvio padrão é de 6,37%, como pode ser observado na figura seguinte, o que evidencia a volatilidade dos dados em estudo.

⁵ Passivo de curto prazo é constituído por: depósitos à ordem, descobertos bancários, dívidas e empréstimos de curto prazo, acordos de recompra, parcela de curto prazo de empréstimos de longo prazo, obrigações atuais sob arrendamentos de capital financeiros, passivos de arrendamento operacional de curto prazo após a adoção das normas internacionais de relatórios financeiros (IFRS) 16 e codificação de normas contabilísticas (ASC) 842, recibos de confiança, contas a pagar, contas de transações, aceitações de banqueiros, empréstimos com juros, ações preferenciais resgatáveis obrigatórias de curto prazo, contas descontadas, fundos federais comprados e dívidas a outros bancos ou instituições financeiras

⁶ Passivo de longo prazo é constituído por: depósitos a prazo, todas as obrigações financeiras com juros que não vencem dentro de um ano, títulos, empréstimos, dívidas hipotecárias, fundos de amortização e descobertos bancários de longo prazo, obrigações subordinadas e outras dívidas que vencem juros. Pode incluir ações emitidas por subsidiárias, obrigações de pensão, passivos fiscais diferidos e ações preferenciais.

<i>Last Price</i>	
Média	0,207087
Mediana	0,2284
Moda	0,2458
desvio padrão	0,063744
Varição da amostra	0,004063
Curtose	-0,75038
Assimetria	-0,6192

FIGURA 3: Estatísticas descritivas do "last price" (2017 a 2020)

4.2.2. Modelar Séries Temporais

Primeiramente foi analisado as cotações diárias, figura 4, com o intuito de identificar e compreender as características existentes. Observaram-se enumeras oscilações ao longo do período selecionado.

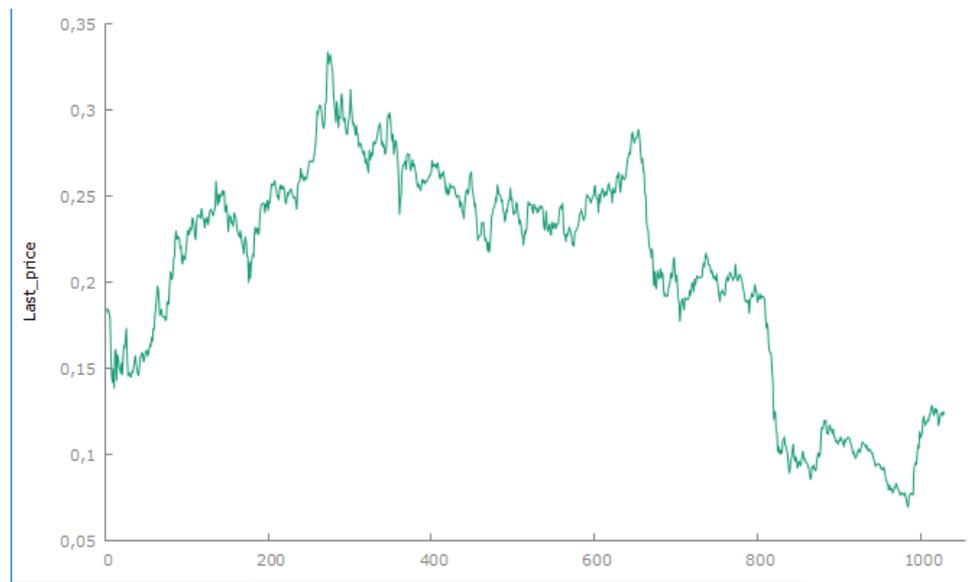


FIGURA 4: Cotações diárias de fecho do Millennium BCP

Observando a figura 5, é possível concluir que os resíduos apresentam uma volatilidade elevada. Pelo teste de autocorrelação (ACF) realizado, é possível verificar a existência de uma tendência, o que significa que os resíduos estão correlacionados e a série é não estacionária.

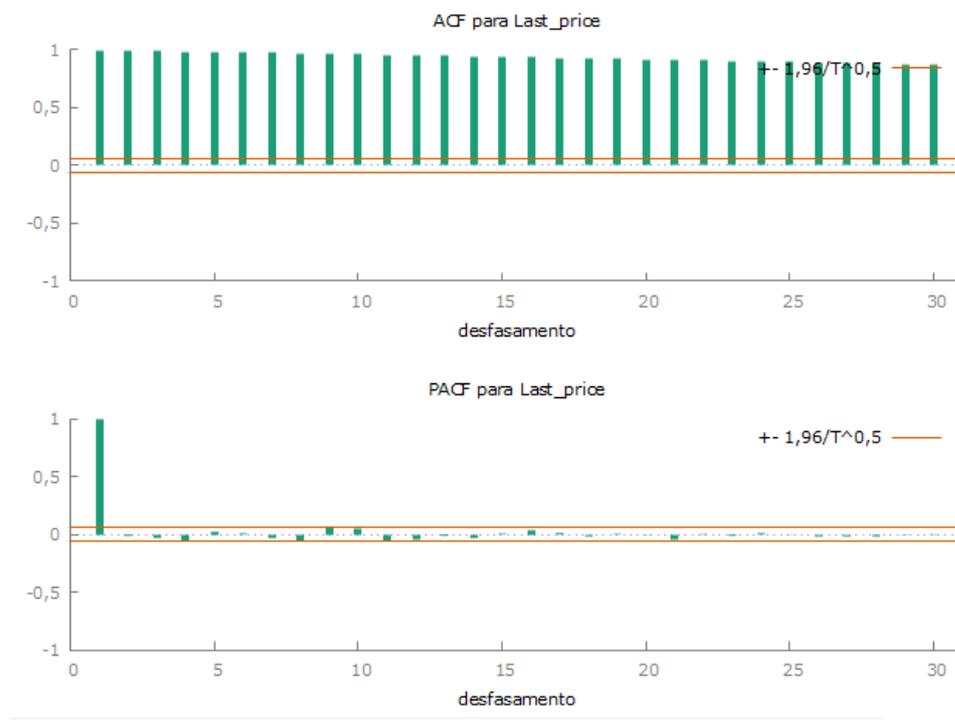


FIGURA 5:ACF e PACF do "last price" antes da transformação

Assim, e com o objetivo de retirar a tendência tornou-se necessário realizar uma transformação Box Cox nos dados em análise. Esta transformação usa os dados existentes, transformando-os numa nova variável, na qual a variância é constante (Silva, 2018).

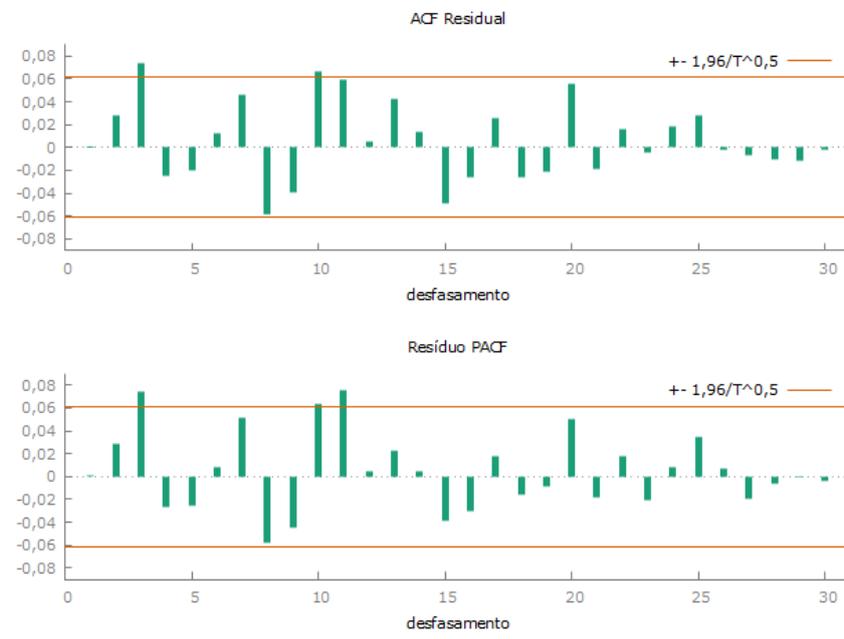


FIGURA 6:ACF e PACF após transformação

Deste modo, após modelar-se a série temporal, a tendência foi eliminada, como se pode verificar na figura 6 e de acordo com a representação gráfica, os resíduos parecem não estar correlacionados. Como os valores do ACF estão dentro dos limites do intervalo de confiança, a hipótese nula não é rejeitada, e conseqüentemente, não há evidencia estatística para afirmar que existe correlação entre os dados.

Na maioria dos casos são as primeiras diferenças logarítmicas que tornam a série estacionária. Após a transformação de Box-Cox, os dados ficaram estacionários, visto que apenas alguns valores ultrapassam os limites estabelecidos, sendo que estes acabaram por ser ignorados na modelagem em questão.

O primeiro modelo a ser testado foi o Modelo Auto-regressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal (SARIMA) (1,0,1)x(1,0,1), como se pode observar na figura 7, e considera a existências de ciclos. A significância individual de cada parâmetro deve ser analisada com a realização de um teste de hipóteses, o que requer estas sejam definidas numa primeira fase, para que o teste a ser utilizado seja efetuado posteriormente, sendo

que, as conclusões dependem no nível de significância considerado, 5% (valor padronizado), o que permite a construção de intervalos de confiança. Para a análise da significância dos parâmetros, o teste *t-student* foi usado. As hipóteses consideradas são: $H_0: \beta_i=0$; $H_1: \beta_i \neq 0$

```

Funções calculadas: 116
Cálculos de gradientes: 24

Modelo 3: ARMAX, usando as observações 1-1029
Estimado usando AS 197 (máxima verosimilhança (ML) exacta)
Variável dependente: Last_price
Erros padrão baseados na Hessiana

```

	coeficiente	erro padrão	z	valor p	
const	0,237108	0,0466217	5,086	3,66e-07	***
phi_1	1,52124	0,131462	11,57	5,73e-031	***
phi_2	-0,523505	0,130913	-3,999	6,36e-05	***
theta_1	-0,508011	0,133985	-3,792	0,0001	***
theta_2	0,0374142	0,0339314	1,103	0,2702	
time	-8,71145e-05	6,91386e-05	-1,260	0,2077	

Média var. dependente	0,207087	D.P. var. dependente	0,063744
Média de inovações	0,000081	D.P. das inovações	0,004572
R-quadrado	0,994854	R-quadrado ajustado	0,994834
Log. da verosimilhança	4081,559	Critério de Akaike	-8149,117
Critério de Schwarz	-8114,563	Critério Hannan-Quinn	-8136,002

	Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR				
Raiz 1	1,0048	0,0000	1,0048	0,0000
Raiz 2	1,9011	0,0000	1,9011	0,0000
MA				
Raiz 1	2,3887	0,0000	2,3887	0,0000
Raiz 2	11,1893	0,0000	11,1893	0,0000

FIGURA 7: Modelo SARIMA (1,0,1)(1,0,1)

Neste caso, todas as variáveis incluídas, com a exceção da tendência temporal, são significativas, pelo que o modelo deve ser estimado sem esta variável. Desta forma, foi testado um novo modelo.

O novo modelo testado foi o SARIMA (1,0,1)(1,0,0) e verificou-se que todas as variáveis consideradas são significativas, uma vez que o *p-value* é inferior ao nível de significância, havendo evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula, como se pode observar na figura 8.

```

Funções calculadas: 138
Cálculos de gradientes: 29

Modelo 4: ARMA, usando as observações 1-1029
Estimado usando AS 197 (máxima verosimilhança (ML) exacta)
Variável dependente: Last_price
Erros padrão baseados na Hessiana

      coeficiente   erro padrão     z     valor p
-----
const      0,189728     0,0380853    4,982  6,30e-07 ***
phi_1      1,84728         0,364038     5,074  3,89e-07 ***
phi_2     -0,847834         0,362914    -2,336  0,0195 **
theta_1   -0,824760         0,391467    -2,107  0,0351 **

Média var. dependente  0,207087  D.P. var. dependente  0,063744
Média de inovações    1,25e-06  D.P. das inovações    0,004575
R-quadrado             0,994844  R-quadrado ajustado   0,994834
Log. da verosimilhança 4080,589  Critério de Akaike    -8151,179
Critério de Schwarz   -8126,497  Critério Hannan-Quinn -8141,811

      Real Imaginária  Módulo  Frequência
-----
AR
  Raiz 1      1,0037   0,0000   1,0037   0,0000
  Raiz 2      1,1751   0,0000   1,1751   0,0000
MA
  Raiz 1      1,2125   0,0000   1,2125   0,0000
-----

```

FIGURA 8: Modelo SARIMA (1,0,1)(1,0,0)

O critério de Akaike tem um valor muito negativo, o que é considerado favorável, dado que quanto menor o seu valor, melhor é o modelo. Contudo, o modelo foi estimado sem a componente cíclica, e o modelo escolhido foi o ARIMA (1,0,1), como é possível observar na figura 9. Observando o critério de Akaike é possível concluir que o modelo será o mais ajustado dos 3 modelos aos dados, uma vez que é o que tem menor valor.

```

Funções calculadas: 36
Cálculos de gradientes: 7

Modelo 6: ARMA, usando as observações 1-1029
Estimado usando AS 197 (máxima verosimilhança (ML) exacta)
Variável dependente: Last_price
Erros padrão baseados na Hessiana

```

	coeficiente	erro padrão	z	valor p
const	0,186064	0,0405655	4,587	4,50e-06 ***
phi_1	0,997169	0,00195994	508,8	0,0000 ***
theta_1	0,0199708	0,0304948	0,6549	0,5125

Média var. dependente	0,207087	D.P. var. dependente	0,063744
Média de inovações	-2,68e-06	D.P. das inovações	0,004580
R-quadrado	0,994834	R-quadrado ajustado	0,994829
Log. da verosimilhança	4079,628	Critério de Akaike	-8151,256
Critério de Schwarz	-8131,511	Critério Hannan-Quinn	-8143,762

	Real	Imaginária	Módulo	Frequência
AR				
Raiz 1	1,0028	0,0000	1,0028	0,0000
MA				
Raiz 1	-50,0731	0,0000	50,0731	0,5000

FIGURA 9:Modelo ARIMA (1,0,1)

4.2.3 Modelo escolhido

Tendo em consideração os modelos considerados e comparando os diferentes AIC, o modelo com menor valor é o ARIMA (1,0,1), pelo que foi o selecionado para ajustar os dados em questão, ou seja, para moldar a volatilidade dos dados. Assim, este modelo será aplicado aos dados em estudo para obter a volatilidade.

4.3 Resultados

Neste subcapítulo serão discutidos os resultados. Assim, depois de escolhido o modelo, ARIMA (1,0,1), procedeu-se à aplicação do mesmo para o cálculo da volatilidade e ao cálculo do modelo Merton para cada uma das distâncias, DD e DC, de forma a perceber se alguma das distâncias poderia ser considerada melhor.

Para a obtenção do cálculo de ambas as distâncias foi necessário trabalhar os dados, uma vez que não foi possível extrair através da Bloomberg todos a informação quantitativa necessária. Deste modo, o cálculo do capital próprio, V_E , foi obtido pela multiplicação do preço das ações, *last price*, com o número de ações de cada dia.

O valor do passivo, como referido anteriormente, foi calculado através do passivo de curto prazo mais metade do passivo a longo prazo. Esta fórmula foi usada por simplificação, devido à dificuldade em obter o valor do passivo em cada dia.

Os valores do passivo de curto e longo prazo foram extraídos da base de dados, embora seja disponibilizados apenas trimestralmente, pelo que o valor do passivo apenas difere a cada 3 meses.

De seguida, através da soma do valor do passivo com o valor do capital próprio foi obtido o valor dos ativos. O cálculo da volatilidade foi realizado tendo por base os resultados do modelo escolhido e a equação 13, $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i y_{t-i}^2$. Deste modo, A volatilidade dos ativos foi calculada através da expressão $\sigma_A = 0,18664 + 0,997169 * last\ price^2$. De realçar que foi utilizado o *last price* do momento anterior, ou seja, para a volatilidade do segundo dia foi utilizado o *last price* do dia um.

A tendência, μ , foi calculada através de uma variação em relação ao ano anterior dos valores dos ativos líquidos médios, valores estes retirados dos relatórios e contas da instituição em estudo. De salientar que todas estas variáveis são iguais tanto para a DD como para a DC. Assim, a diferença para o cálculo de ambas as distâncias incide apenas no factor λ , como já referido anteriormente. Os valores usados no modelo e os valores obtidos nas distâncias, DD e DC, podem ser vistos no anexo I.

Na figura abaixo observam-se os valores do modelo Merton para a DD. Nesta é possível concluir que o seu valor varia e que, comparativamente com 2017, 2020 é período com valores mais distantes de *default*. Não obstante, é de salientar que este foi um ano de irregularidades face ao impacto da pandemia sentida a nível global, gerando não só descidas das cotações, pela expectativa da recessão impactar significativamente no risco de crédito e, por sua vez, nas imparidade.

Em suma, a média da DD, está a 29,50 desvios padrões dos ativos para entrar em *default* no período selecionado.

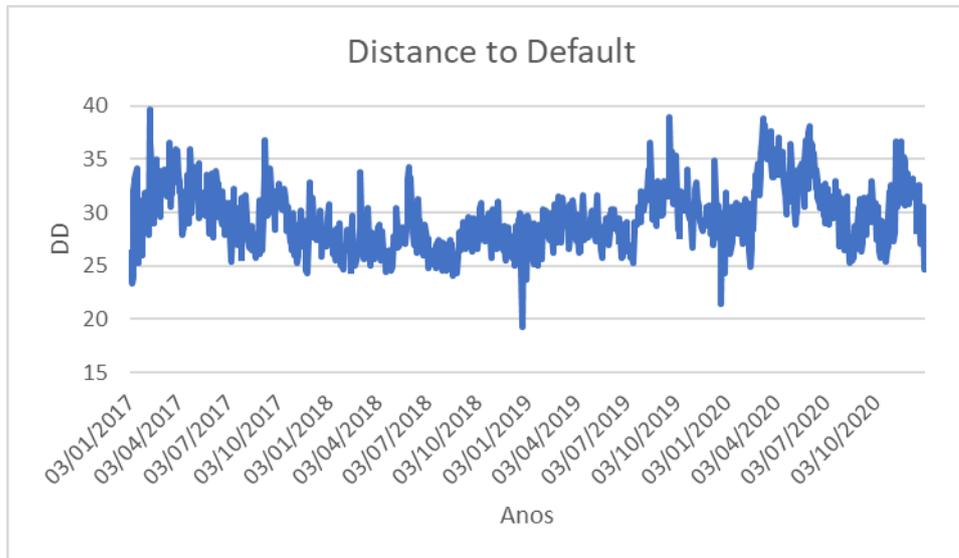


FIGURA 10: *Distance to Default*

Na figura seguinte é possível observar-se o gráfico da DC, verificando-se uma grande semelhança com o gráfico da DD. Como no caso da DD, também na DC se pode verificar que durante o ano de 2020 foi o momento em que o banco esteve mais longe de *default* e que o valor mais baixo foi atingido em Dezembro de 2018. No entanto, é possível afirmar que, nos dados em estudo, o banco esteve sempre longe do *default*. Uma outra indicação de estabilidade, em relação ao *default*, pode ser vista pelo valor do SREP, observando o valor do pilar 2, que foi igual em três dos quatro anos em análise, mais concretamente 2,25%. Esta estabilidade é também visível na análise de ambas as figuras, uma vez que nas duas medidas, a distância em relação ao *default* também quase que não sofre alterações (em média a DC está a 29,40 desvios padrões dos ativos para entrar em *default*, um valor ligeiramente inferior ao da DD).

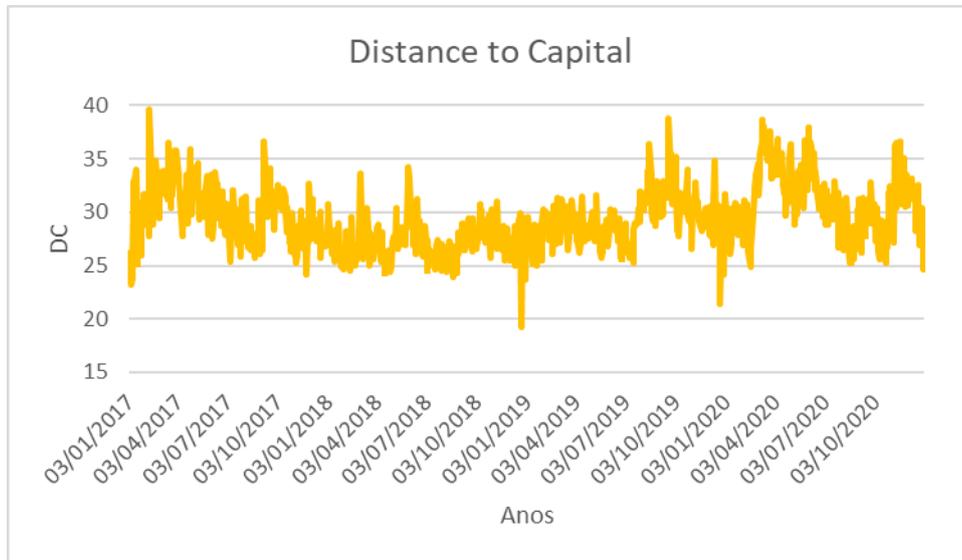


FIGURA 11: *Distance to Capital*

A grande semelhança entre ambas as distâncias é justificada pela à diferença entre ambas as fórmulas ser apenas no fator λ , sendo todas as outras variáveis iguais em ambas as distâncias, dado que ambas são calculadas tendo por base a equação (8). Enquanto na DD, $\lambda=1$, na DC, $\lambda=1/(1-SREP)$, como demonstrado anteriormente. Quando calculado o fator λ para a DC, este foi muito ligeiramente superior a 1, o que acaba por justificar que ambas as distâncias sejam muito semelhantes, como é possível observar pelas figuras 10 e 11, em separado, e na figura 12 em simultâneo.

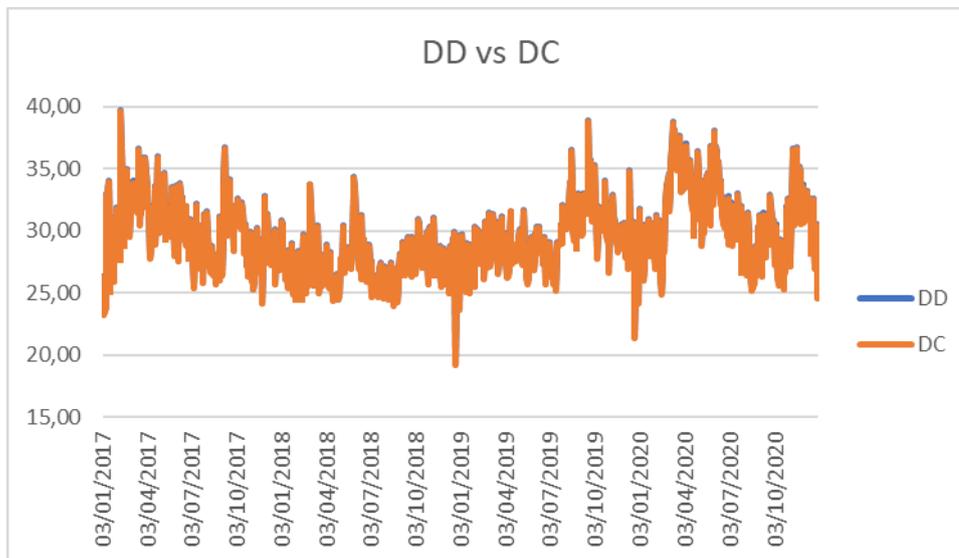


FIGURA 12:DD vs DC

Quando realizado o gráfico que junta os valores de DD e DC, não são observadas diferenças significativas pela diferença menor entre os valores, pelo que se encontra em anexo a amostra dos cálculos de ambas as distâncias.

De seguida, e dado que apesar dos depósitos serem imediatamente exigíveis, a verdade é que mesmo os depósitos à ordem têm grande permanência nas instituições financeiras. Com o intuito de perceber se existiriam diferenças nos valores de DD e DC se parte do valor do passivo de curto prazo fosse considerado passivo de longo prazo, foi optado por considerar apenas 75% do valor do passivo de curto prazo obtido na extração dos dados da bloomberg, sendo os restantes 25% somados ao passivo de longo prazo. Esta divisão 75%-25% foi considerada por simplificação de resultados e o objetivo era perceber se existiria ou não mudanças no comportamento de ambas as distâncias (ver anexo II).

Na figura 13, é possível observar um comportamento exatamente igual ao comportamento sucedido na figura 12. Mesmo com a alteração efetuada e considerando apenas 75% como valor do passivo de curto prazo, os valores de DD e DC foram idênticos aos obtidos anteriormente. Este facto pode ser comprovado não só pela comparação de

ambas as figuras como também pela média obtidas em ambas as distâncias. Em média a DD está a 30,06 desvios padrões dos ativos para entrar em *default*, enquanto que a DC está a 29,96 desvios padrões, sendo as médias quase iguais às obtidas anteriormente.

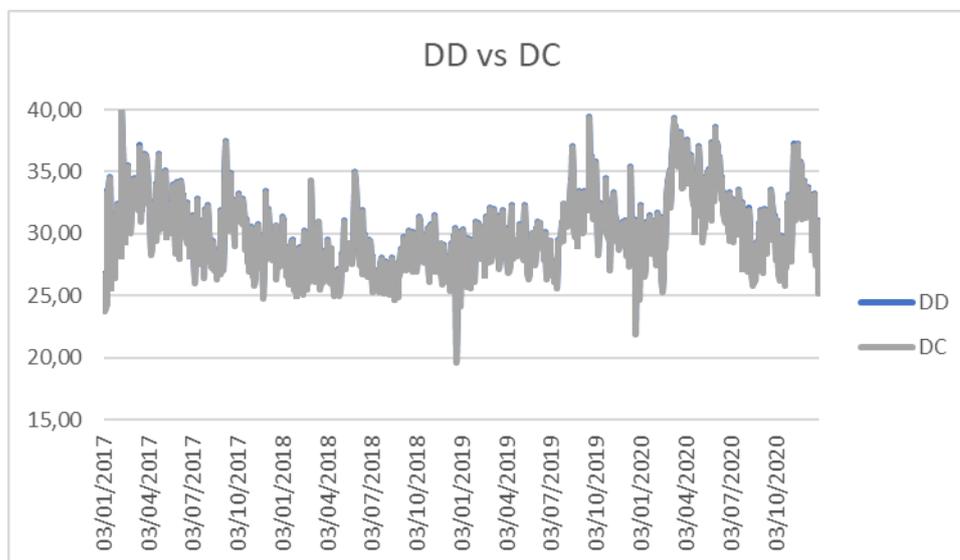


FIGURA 13: DD vs DC com o passivo de curto prazo alterado

Podemos concluir que esta alteração do valor do passivo de curto prazo e do passivo de longo prazo não teve um impacto dado que os valores foram idênticos.

É ainda possível afirmar que em ambas as hipóteses os valores do modelo Merton foram sempre mais baixos quando calculados com recurso à DC, apesar da diferença ser mínima, o que corrobora a ideia de Chan-Lau & Sy (2006), que também afirmam que em períodos de tranquilidade é provável que o valor de DC seja menor do que DD.

Em suma, os resultados obtidos sugerem que o banco esteve significativamente distante da possibilidade de *default*, atendendo a que as medidas, DD e DC, estiveram consideravelmente superiores a zero. No entanto, de forma subtil é observável uma redução das medidas ao longo do trajeto, facto justificável pelo início pandémico e da instabilidade financeira sentida.

5. CONCLUSÃO

A falência dos bancos e as suas consequências ocupam um lugar de destaque na atualidade, revelando-se de suma importância a supervisão e regulamentação dos bancos neste sentido.

Existem diversas formas de monitorização da solvência bancária, no entanto, os indicadores de mercado, como DD e DC, são referências de excelência, sendo o DD o indicador mais comumente utilizado.

Tendo em conta o objetivo inicial do presente trabalho, foi calculado o risco de crédito de um banco nacional, o Millennium BCP, recorrendo ao cálculo dos indicadores DD e DC. Pode afirmar-se que ambas as medidas têm um desempenho semelhante e que, apesar de ser incorporado um indicador de correção, que tem em consideração os diferentes níveis de capitalização na DC, este não influenciou o resultado. No entanto, o período de estabilidade no horizonte em análise não permite aferir a real necessidade e fiabilidade da incorporação de um indicador de correção, como defendem Chan-Lau e Sy (2006).

Tendo sido obtidos resultados similares, torna-se fundamental destacar o papel dos modelos de supervisão, como o PCA e SREP, e a importância que estes têm para um maior controlo da solvência dos bancos de forma a evitar eventuais *defaults*. Por esta razão, torna-se relevante implementar um maior controlo sobre as instituições financeiras para que estas cumpram os requisitos mínimos estabelecidos.

Como limitações encontradas na parte prática destaca-se a reduzida amostra, o que não permite evidenciar a real vantagem da utilização dos indicadores, nem mesmo identificar qual dos modelos poderá ser melhor para prever o *default* de um banco.

Para futuros trabalhos recomenda-se uma maior amostra de instituições financeiras, utilização de mais bancos cotados em bolsa, e um horizonte temporal que envolva períodos de crise económica, como por exemplo a crise que aconteceu em 2008, para uma melhor percepção do impacto que uma ação regulatória poderá ter no cálculo da solvabilidade de uma instituição financeira, e assim decidir qual a distância a ser utilizada.

6.BIBLIOGRAFIA

- António, C. (2013). *Produtos, serviços e operações de uma instituição bancária*. (Relatório de estágio). Instituto Superior de Gestão.
- Antunes, M. (2011). *Os efeitos das variações das taxas de juro na volatilidade dos mercados bolsistas*. Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa.
- Arora, N., Bohn, J. & Zhu, F. (2005). Reduced Form vs. Structural Models of Credit Risk: A Case Study of Three Models. *Moody's KMV*, pp.1-39.
- Banco Central Europeu. O que é o SREP? [Em linha] Disponível em: <https://www.bankingsupervision.europa.eu/about/ssmexplained/html/srep.pt.htm>
- Banco de Portugal. Processo de análise e avaliação pelo supervisor (SREP) [Em linha] Disponível em: <https://www.bportugal.pt/micro-srep>
- Casimiro, C. (2014). *Structural Models in Credit Risk*. ISCTE Business School: Universidade de Lisboa.
- Chan-Lau, J. & Sy, A. (2006). Distance-to-Default in Banking: A Bridge Too Far? *IMF Working Paper*. 6, pp. 2-17.
- Crosbie, P. & Bohn, J. (2003). Modelling Default Risk. *Moody's KMV Company*.12(18). pp. 3-31.
- Elizalde, A. (2006). Credit Risk Models II: Structural Models. *CEMFI Working Paper 0606*, pp. 2-27.
- Federal Deposit Insurance Corporation (2015). Risk Management Manual of Examination Policies, pp.8.
- Kerry, W. (2019). Finding the Bad Apples in the Barrel: Using the Market Value of Equity to Signal Banking Sector Vulnerabilities. *IMF Working Paper*. 19(180), pp. 1-28.

- Knaup, M. & Wagner W.B. (2008). A Market Based Measure of Credit Quality and Banks' Performance During the Subprime Crisis. *Macroeconomics*. (35), pp. 1-31.
- Liu, Y., Papakirykos, E. and Yuan, M. (2004). Market Valuation and Risk Assessment of Canadian Banks. *Bank of Canada Working Paper*.2004-34, pp. 1-10.
- Lundström, J. & Sarmes, A. (2016). *The Exposure of the Nordic Banking Sector against Global Macroeconomic Factors*. School of Economic and Management Department of Economics: Lund University
- MacDonald,C. & Van Oordt,M. (2017). Using Market-Based Indicators to Assess Banking System Resilience. *Bank Of Canada: Financial System Review*, pp. 29-41
- Marques, A. (2017). *Desafios na previsão de séries temporais financeiras: o caso da taxa de câmbio EUR/USD*. ISCTE Business School: Universidade de Lisboa.
- Mendes, A. (2013). *Transição de Basileia II para o Basileia III*. Instituto Superior de Economia e Gestão: Universidade Técnica de Lisboa.
- Nieto,M. & Wall,L. (2006). Preconditions for a successful implementation of supervisors' prompt corrective action: is there a case for a banking standard in the EU?. *Federal Reserve Bank Of Atlanta*. 27, pp. 2-44.
- Pais, J. (2017). *Métodos de Previsão*. Faculdade de Economia: Universidade do Porto.
- Silva, S. (2018). *Análise de Tendências de Evolução dos Padrões de Mobilidade na Região do Algarve* (Dissertação de mestrado). Faculdade de Ciências: Universidade de Lisboa
- Souza, J. (2020). Credit Risk: Estimating Bank Default Models [Em linha]. Disponível em: <https://lamfo-unb.github.io/2020/05/26/Credit-Risk-Estimating-Bank-Default-Models/>.
- Thimm, A. (2013). *Assessing Default Risk of a Public Company: An Empirical Analysis on the Basis of Volkswagen AG*. Lancaster University.

Valášková, K. Gavlaková, P. & Dengov, V. (2014). Assessing Credit Risk by Moody's KMV Model. *2nd International Conference on Economics and Social Science*, pp. 40-44.



ANEXOS

Anexo I

Amostra de cálculo de DD e DC

Dates	last price	N° shares	V(E)	BS_ST_BORROW	BS_LT_BORROW	Debt (L)	V(A)	σ(A)	λ=DD	IC=1/(1-sr)	T	μ	DD	DC
02/01/2017	0,19	14 175 863	2 657 974,31	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	2 669 672,53	-	1	1,02	1	- 0,01	#VALUE!	#VALUE!
03/01/2017	0,18	21858 074	4 039 372,08	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	4 051 070,29	0,22	1	1,02	1	- 0,01	26,27	26,16
04/01/2017	0,18	21466 861	3 928 435,56	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	3 940 133,78	0,22	1	1,02	1	- 0,01	26,27	26,16
05/01/2017	0,18	19 149 932	3 521 672,49	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	3 533 370,71	0,22	1	1,02	1	- 0,01	25,85	25,74
06/01/2017	0,18	11 161 556	2 028 054,73	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	2 039 752,94	0,22	1	1,02	1	- 0,01	23,31	23,20
09/01/2017	0,18	12 798 666	2 294 800,81	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	2 306 499,03	0,22	1	1,02	1	- 0,01	23,96	23,85
10/01/2017	0,16	85 047 436	13 522 542,32	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	13 534 240,54	0,22	1	1,02	1	- 0,01	32,17	32,05
11/01/2017	0,15	88 339 503	12 862 231,64	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	12 873 929,85	0,21	1	1,02	1	- 0,01	32,98	32,86
12/01/2017	0,14	73 174 881	10 361 563,15	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	10 373 261,36	0,21	1	1,02	1	- 0,01	32,59	32,47
08/02/2017	0,15	29 565 533	4 316 567,82	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	4 328 266,03	0,21	1	1,02	1	- 0,01	27,90	27,79
09/02/2017	0,15	309 930 434	45 466 794,67	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	45 478 492,88	0,21	1	1,02	1	- 0,01	39,70	39,58
08/03/2017	0,16	61 009 575	9 462 585,08	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	9 474 283,30	0,21	1	1,02	1	- 0,01	31,79	31,67
09/03/2017	0,16	82 780 026	13 120 634,12	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	13 132 332,34	0,21	1	1,02	1	- 0,01	33,27	33,15
10/03/2017	0,16	98 679 959	15 788 793,44	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	15 800 491,66	0,21	1	1,02	1	- 0,01	33,97	33,86
13/03/2017	0,16	59 644 350	9 566 953,74	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	9 578 651,96	0,21	1	1,02	1	- 0,01	31,53	31,42
14/03/2017	0,16	66 428 748	10 455 884,94	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	10 467 583,15	0,21	1	1,02	1	- 0,01	31,93	31,82
15/03/2017	0,16	67 379 873	10 666 233,90	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	10 677 932,11	0,21	1	1,02	1	- 0,01	32,17	32,06
16/03/2017	0,16	57 902 509	9 339 674,70	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	9 351 372,92	0,21	1	1,02	1	- 0,01	31,50	31,38
17/03/2017	0,16	173 678 764	28 431 213,67	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	28 442 911,88	0,21	1	1,02	1	- 0,01	36,60	36,49
20/03/2017	0,16	49 560 424	8 078 349,11	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	8 090 047,33	0,21	1	1,02	1	- 0,01	30,56	30,44
21/03/2017	0,17	110 979 176	18 677 795,32	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	18 689 493,54	0,21	1	1,02	1	- 0,01	34,53	34,42
22/03/2017	0,17	65 439 995	10 823 775,17	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	10 835 473,39	0,21	1	1,02	1	- 0,01	31,70	31,59
23/03/2017	0,17	136 727 532	23 722 226,80	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	23 733 925,02	0,21	1	1,02	1	- 0,01	35,52	35,41
24/03/2017	0,17	83 669 282	14 407 850,36	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	14 419 548,58	0,22	1	1,02	1	- 0,01	32,76	32,65
27/03/2017	0,18	122 884 268	22 168 321,95	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	22 180 020,16	0,22	1	1,02	1	- 0,01	34,83	34,72
28/03/2017	0,19	168 821 266	31 333 226,97	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	31 344 925,18	0,22	1	1,02	1	- 0,01	35,95	35,84
29/03/2017	0,19	132 786 554	25 176 330,64	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	25 188 028,85	0,22	1	1,02	1	- 0,01	34,65	34,54
30/03/2017	0,20	162 124 474	32 084 433,40	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	32 096 131,62	0,22	1	1,02	1	- 0,01	35,50	35,39
31/03/2017	0,20	199 537 673	39 129 337,68	9 793,78	3 808,87	11698,22	39 141 035,89	0,23	1	1,02	1	- 0,01	35,88	35,77

Dates	last price	N° shares	V(E)	BS_ST_BORROW	BS_LT_BORROW	Debt (L)	V(A)	σ(A)	λ=DD	IC=1/(1-sr)	T	μ	DD	DC
30/03/2017	0,20	162 124 474	32 084 433,40	#N/A N/A	#N/A N/A	11698,22	32 096 131,62	0,22	1	1,02	1	- 0,01	35,50	35,39
31/03/2017	0,20	199 537 673	39 129 337,68	9 793,78	3 808,87	11698,22	39 141 035,89	0,23	1	1,02	1	- 0,01	35,88	35,77
03/04/2017	0,19	118 443 626	22 516 133,30	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	22 527 968,69	0,22	1	1,02	1	- 0,01	33,48	33,37
11/05/2017	0,23	59 066 525	13 307 688,08	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	13 319 523,47	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,47	29,37
12/05/2017	0,22	79 652 280	17 523 501,60	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	17 535 336,99	0,24	1	1,02	1	- 0,01	30,67	30,57
15/05/2017	0,22	60 134 204	13 271 618,82	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	13 283 454,21	0,23	1	1,02	1	- 0,01	29,80	29,69
16/05/2017	0,21	83 593 842	17 797 128,96	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	17 808 964,35	0,23	1	1,02	1	- 0,01	31,01	30,90
17/05/2017	0,21	75 915 642	15 965 059,51	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	15 976 894,90	0,23	1	1,02	1	- 0,01	30,99	30,89
18/05/2017	0,22	88 529 930	19 042 787,94	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	19 054 623,33	0,23	1	1,02	1	- 0,01	31,91	31,80
19/05/2017	0,21	58 616 848	12 561 530,53	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	12 573 425,91	0,23	1	1,02	1	- 0,01	29,83	29,73
22/05/2017	0,21	56 054 214	11 939 547,58	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	11 951 382,97	0,23	1	1,02	1	- 0,01	29,66	29,55
23/06/2017	0,23	59 314 790	13 725 442,41	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	13 737 277,79	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,00	28,90
26/06/2017	0,24	59 031 338	13 943 202,04	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	13 955 037,42	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,36	29,26
27/06/2017	0,24	44 902 605	10 574 563,48	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	10 586 398,86	0,24	1	1,02	1	- 0,01	27,94	27,84
28/06/2017	0,24	75 792 903	18 038 710,91	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	18 050 546,30	0,24	1	1,02	1	- 0,01	30,19	30,09
29/06/2017	0,23	96 538 726	22 512 830,90	#N/A N/A	#N/A N/A	11835,39	22 524 666,29	0,24	1	1,02	1	- 0,01	30,96	30,85
30/06/2017	0,24	56 270 973	13 263 068,34	9 849,37	3 972,03	11835,39	13 274 903,72	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,05	28,95
03/07/2017	0,24	87 198 488	20 971 236,36	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	20 982 860,86	0,24	1	1,02	1	- 0,01	30,88	30,78
04/07/2017	0,24	65 714 389	15 902 882,14	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	15 914 506,63	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,45	29,35
05/07/2017	0,24	64 376 886	15 585 644,10	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	15 597 268,59	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,28	29,18
06/07/2017	0,24	46 195 547	11 110 029,05	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	11 121 653,55	0,24	1	1,02	1	- 0,01	27,89	27,79
07/07/2017	0,24	25 012 749	5 973 044,46	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	5 984 668,96	0,24	1	1,02	1	- 0,01	25,44	25,34
10/07/2017	0,24	53 549 707	12 809 089,91	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	12 820 714,41	0,24	1	1,02	1	- 0,01	28,66	28,56
11/07/2017	0,24	50 500 271	12 216 015,55	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	12 227 640,05	0,24	1	1,02	1	- 0,01	28,44	28,34
12/07/2017	0,24	74 190 268	18 065 330,26	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	18 076 954,75	0,24	1	1,02	1	- 0,01	29,89	29,79
13/07/2017	0,26	126 520 949	32 743 621,60	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	32 755 246,10	0,25	1	1,02	1	- 0,01	32,22	32,12
14/07/2017	0,25	105 864 728	26 614 332,62	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	26 626 017,11	0,25	1	1,02	1	- 0,01	30,42	30,32
17/07/2017	0,24	87 878 082	21 486 191,05	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	21 497 815,54	0,25	1	1,02	1	- 0,01	30,02	29,92
18/07/2017	0,25	65 846 738	16 527 531,24	#N/A N/A	#N/A N/A	11624,49	16 539 155,73	0,25	1	1,02	1	- 0,01	29,37	29,27



Dates	last price	N° shares	V(E)	BS_ST_BORROW	BS_LT_BORROW	Debt (L)	V(A)	$\sigma(A)$	$\lambda=DD$	$\lambda(C)=1/(1-sr)$	T	μ	DD	DC
24/08/2020	0,10	15 703 067	1 618 986,21	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	1 629 828,25	0,20	1	1,02	1	0,07	25,75	25,64
25/08/2020	0,10	26 756 266	2 961 895,40	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 972 737,44	0,20	1	1,02	1	0,07	28,78	28,67
26/08/2020	0,10	16 988 011	1 938 675,92	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	1 949 517,96	0,20	1	1,02	1	0,07	26,64	26,53
27/08/2020	0,10	24 554 447	2 472 632,81	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 483 474,85	0,20	1	1,02	1	0,07	27,90	27,78
28/08/2020	0,10	18 691 775	1 886 000,10	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	1 896 842,14	0,20	1	1,02	1	0,07	26,57	26,45
31/08/2020	0,10	30 241 632	2 984 849,08	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 995 691,12	0,20	1	1,02	1	0,07	28,89	28,77
01/09/2020	0,10	40 056 631	3 885 493,21	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 896 335,25	0,20	1	1,02	1	0,07	30,30	30,18
02/09/2020	0,09	41 878 554	3 965 899,06	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 976 741,10	0,20	1	1,02	1	0,07	30,45	30,34
03/09/2020	0,09	36 638 868	3 418 406,38	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 429 248,42	0,20	1	1,02	1	0,07	29,76	29,65
04/09/2020	0,09	48 482 694	4 581 614,58	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	4 592 456,62	0,19	1	1,02	1	0,07	31,30	31,19
07/09/2020	0,09	18 618 693	1 759 466,49	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	1 770 308,53	0,19	1	1,02	1	0,07	26,38	26,26
08/09/2020	0,09	22 147 456	2 084 075,61	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 094 917,65	0,19	1	1,02	1	0,07	27,24	27,12
09/09/2020	0,09	31 138 657	2 945 716,95	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 956 558,99	0,19	1	1,02	1	0,07	29,02	28,90
10/09/2020	0,09	37 067 633	3 495 477,79	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 506 319,83	0,19	1	1,02	1	0,07	29,88	29,76
11/09/2020	0,09	51 288 337	4 718 527,00	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	4 729 369,04	0,19	1	1,02	1	0,07	31,42	31,31
14/09/2020	0,09	31 716 966	2 924 304,27	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 935 146,30	0,19	1	1,02	1	0,07	29,04	28,92
15/09/2020	0,09	25 896 569	2 364 356,75	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 375 198,79	0,19	1	1,02	1	0,07	27,95	27,83
16/09/2020	0,09	38 431 730	3 501 130,60	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 511 972,64	0,19	1	1,02	1	0,07	29,98	29,87
17/09/2020	0,09	36 451 603	3 371 773,28	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 382 615,32	0,19	1	1,02	1	0,07	29,79	29,68
18/09/2020	0,09	47 082 673	4 270 398,44	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	4 281 240,48	0,19	1	1,02	1	0,07	30,97	30,85
21/09/2020	0,09	53 385 973	4 644 579,65	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	4 655 421,69	0,19	1	1,02	1	0,07	31,45	31,33
22/09/2020	0,09	45 858 462	3 911 726,81	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 922 568,85	0,19	1	1,02	1	0,07	30,67	30,55
23/09/2020	0,08	44 188 189	3 707 389,06	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 718 231,10	0,19	1	1,02	1	0,07	30,44	30,32
24/09/2020	0,08	34 448 799	2 848 915,68	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	2 859 757,72	0,19	1	1,02	1	0,07	29,12	29,00
25/09/2020	0,08	75 142 886	5 951 316,57	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	5 962 158,61	0,19	1	1,02	1	0,07	32,96	32,84
28/09/2020	0,08	46 820 272	3 862 672,44	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 873 514,48	0,19	1	1,02	1	0,07	30,81	30,70
29/09/2020	0,08	38 187 058	3 039 689,82	#N/A N/A	#N/A N/A	10 842,04	3 050 531,85	0,19	1	1,02	1	0,07	29,49	29,37
30/09/2020	0,08	35 720 783	2 868 378,87	9 422,32	2 839,44	10 842,04	2 879 220,91	0,19	1	1,02	1	0,07	29,26	29,14

Dates	last price	N° shares	V(E)	BS_ST_BORROW	BS_LT_BORROW	Debt (L)	V(A)	$\sigma(A)$	$\lambda=DD$	$\lambda(DC)=1/(1-srep)$	T	μ	DD	DC
24/11/2020	0,12	92 207 857	11 018 838,91	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	11 029 413,53	0,20	1	1,02	1	0,07	35,21	35,09
25/11/2020	0,12	85 951 111	10 520 415,99	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	10 530 990,61	0,20	1	1,02	1	0,07	34,70	34,58
26/11/2020	0,12	70 062 742	8 323 453,75	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	8 334 028,37	0,20	1	1,02	1	0,07	33,41	33,30
27/11/2020	0,12	39 821 095	4 667 032,33	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 677 606,95	0,20	1	1,02	1	0,07	30,67	30,56
30/11/2020	0,12	71 212 405	8 438 669,99	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	8 449 244,61	0,20	1	1,02	1	0,07	33,69	33,57
01/12/2020	0,12	42 149 007	5 015 731,83	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	5 026 306,45	0,20	1	1,02	1	0,07	31,04	30,93
02/12/2020	0,12	39 680 311	4 769 573,38	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 780 148,00	0,20	1	1,02	1	0,07	30,77	30,66
03/12/2020	0,12	40 889 088	4 894 423,83	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 904 998,45	0,20	1	1,02	1	0,07	30,86	30,74
04/12/2020	0,12	58 823 216	7 235 255,57	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	7 245 830,19	0,20	1	1,02	1	0,07	32,82	32,71
07/12/2020	0,12	45 600 786	5 640 817,23	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	5 651 391,85	0,20	1	1,02	1	0,07	31,45	31,34
08/12/2020	0,13	45 019 402	5 694 954,35	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	5 705 528,97	0,20	1	1,02	1	0,07	31,48	31,36
09/12/2020	0,13	64 305 519	8 276 120,30	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	8 286 694,32	0,20	1	1,02	1	0,07	33,21	33,10
10/12/2020	0,13	50 453 696	6 387 437,91	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	6 398 012,53	0,20	1	1,02	1	0,07	31,84	31,73
11/12/2020	0,12	60 402 601	7 429 519,92	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	7 440 094,54	0,20	1	1,02	1	0,07	32,68	32,56
14/12/2020	0,12	55 931 580	6 924 329,60	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	6 934 904,22	0,20	1	1,02	1	0,07	32,47	32,36
15/12/2020	0,13	42 863 989	5 418 326,60	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	5 428 901,22	0,20	1	1,02	1	0,07	31,22	31,11
16/12/2020	0,13	45 395 834	5 674 479,25	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	5 685 053,87	0,20	1	1,02	1	0,07	31,33	31,22
17/12/2020	0,13	24 204 993	3 059 511,12	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	3 070 085,74	0,20	1	1,02	1	0,07	28,35	28,24
18/12/2020	0,12	35 706 041	4 395 413,65	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 405 988,27	0,20	1	1,02	1	0,07	30,09	29,98
21/12/2020	0,12	61 421 114	7 161 701,89	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	7 172 276,51	0,20	1	1,02	1	0,07	32,64	32,52
22/12/2020	0,12	31 823 851	3 787 038,27	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	3 797 612,89	0,20	1	1,02	1	0,07	29,71	29,59
23/12/2020	0,12	32 555 314	3 975 003,84	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	3 985 578,46	0,20	1	1,02	1	0,07	29,86	29,75
24/12/2020	0,12	18 454 862	2 288 402,89	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	2 298 977,51	0,20	1	1,02	1	0,07	27,01	26,90
28/12/2020	0,12	32 933 875	4 083 800,50	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 094 375,12	0,20	1	1,02	1	0,07	29,82	29,70
29/12/2020	0,12	38 281 089	4 704 745,84	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 715 320,46	0,20	1	1,02	1	0,07	30,52	30,40
30/12/2020	0,13	33 615 563	4 205 306,93	#N/A N/A	#N/A N/A	10 574,62	4 215 881,55	0,20	1	1,02	1	0,07	30,00	29,89
31/12/2020	0,12	11 858 681	1 460 989,50	9 177,61	2 794,02	10 574,62	1 471 564,12	0,20	1	1,02	1	0,07	24,70	24,59

Ano	V	μ
2017	72 669 000 000	-0,0138
2018	73 419 000 000	0,0103
2019	79 590 000 000	0,0841
2020	84 859 000 000	0,0662



Anexo II

Amostra de cálculo de DD e DC (divisão 75%-25%)

Dates	last price	Nº shares	V(E)	BS_ST_BORROW	75% st_borrow	BS_LT_BORROW	LT borrow+25%st	Debt (L)	V(A)	σ(A)	λ=DD	λ(DC)=1/(1-srep)	T	μ	(μ-0.5σ(A)²)T	σ(A)²(SORTT)	(DD) V(A)/AL	(DC) V(A)/AL	DD	DC
02/01/2017	0.1875	14175863	2 657 974	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	2 668 448	0.19	1	1.025	1	-0.0138	0.0382	0.22	254.77	254.77	26.77	26.66
03/01/2017	0.1848	21 858 074.00	4 039 372.08	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	4 049 846	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0382	0.22	386.66	377.38	26.77	26.66
04/01/2017	0.183	21 496 861.00	3 928 435.56	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	3 938 910	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0382	0.22	376.07	367.04	26.77	26.66
05/01/2017	0.1839	19 149 932.00	3 521 672.49	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	3 532 148	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0379	0.22	337.23	329.14	26.35	26.24
06/01/2017	0.1817	11 161 556.00	2 020 054.73	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	2 038 529	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0379	0.22	194.63	189.96	23.81	23.70
09/01/2017	0.1793	12 798 666.00	2 294 800.81	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	2 305 275	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0378	0.22	220.10	214.81	24.46	24.35
10/01/2017	0.159	85 047 436.00	13 522 542.32	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	13 533 016	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0378	0.22	1292.06	1261.05	32.67	32.56
11/01/2017	0.1456	68 339 503.00	12 962 231.64	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	12 972 706	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0361	0.21	1229.02	1199.52	33.50	33.39
12/01/2017	0.1416	73 174 861.00	10 361 563.15	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	10 372 037	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0353	0.21	990.27	968.50	33.12	33.00
28/02/2017	0.1507	57 122 456.00	8 608 354.12	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	8 618 828	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0353	0.21	822.88	803.13	32.22	32.11
01/03/2017	0.1567	90 773 372.00	14 224 187.39	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	14 234 661	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0356	0.21	1359.05	1326.43	34.40	34.28
02/03/2017	0.1569	68 212 179.00	10 702 490.89	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	10 712 965	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0360	0.21	1019.35	994.89	32.69	32.58
03/03/2017	0.159	71 335 088.00	11 342 278.99	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	11 352 753	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0360	0.21	1083.90	1057.89	33.01	32.89
06/03/2017	0.1555	84 316 315.00	13 384 135.93	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	13 374 610	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0361	0.21	1276.94	1246.29	33.68	33.57
07/03/2017	0.1535	103 383 333.00	15 869 341.62	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	15 879 816	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0361	0.21	1516.12	1475.73	34.52	34.41
08/03/2017	0.1551	61 009 575.00	9 462 595.08	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	9 473 059	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0357	0.21	904.44	882.73	32.31	32.20
09/03/2017	0.1585	82 780 026.00	13 200 634.12	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	13 131 108	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0358	0.21	1253.69	1223.60	33.79	33.68
10/03/2017	0.16	98 679 959.00	15 788 793.44	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	15 799 267	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0361	0.21	1508.43	1472.23	34.50	34.38
13/03/2017	0.1604	59 644 350.00	9 586 953.74	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	9 577 428	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0362	0.21	914.40	892.46	32.05	31.94
14/03/2017	0.1574	66 428 748.00	10 455 884.94	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	10 466 359	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0362	0.21	999.27	975.29	32.45	32.34
15/03/2017	0.1583	67 379 073.00	10 666 233.90	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	10 676 708	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0360	0.21	1019.35	994.89	32.69	32.58
16/03/2017	0.1613	57 902 509.00	9 339 674.70	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	9 350 149	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0361	0.21	892.70	871.28	32.02	31.91
17/03/2017	0.1637	173 678 674.00	28 431 213.67	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	28 441 688	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0363	0.21	2715.46	2650.29	37.12	37.01
20/03/2017	0.163	49 560 424.00	8 078 349.11	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	8 088 823	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0364	0.21	772.28	753.74	31.08	30.96
21/03/2017	0.1683	110 979 176.00	18 677 795.32	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	18 688 269	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0364	0.21	1784.25	1741.43	35.05	34.94
22/03/2017	0.1654	65 439 995.00	10 823 775.17	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	10 834 249	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0368	0.21	1034.40	1009.57	32.22	32.11
23/03/2017	0.1725	157 727 532.00	23 722 226.80	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	23 732 701	0.21	1	1.025	1	-0.0138	-0.0365	0.21	2285.87	2211.49	36.04	35.93
24/03/2017	0.1722	83 669 282.00	14 407 850.36	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	14 418 324	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0371	0.22	1376.58	1343.55	33.28	33.16
27/03/2017	0.1804	122 884 268.00	22 168 321.95	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	22 178 796	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0370	0.22	2178.51	2066.69	35.34	35.23
28/03/2017	0.1856	168 821 266.00	31 333 226.97	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	31 343 701	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0377	0.22	2992.53	2920.71	36.46	36.34
29/03/2017	0.1896	132 786 554.00	25 176 330.64	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	25 186 805	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0381	0.22	2464.00	2346.99	35.15	35.04
30/03/2017	0.1979	162 124 474.00	32 084 433.40	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	32 094 907	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0384	0.22	3084.25	2990.71	36.00	35.89
31/03/2017	0.1961	199 537 674.00	39 129 337.68	9793,781	7345,33575	3808,868	6257,31325	10 474	39 139 812	0.23	1	1.025	1	-0.0138	-0.0391	0.23	3736.86	3647.17	36.27	36.28
28/03/2017	0.1856	168 821 266.00	31 333 226.97	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	31 343 701	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0377	0.22	2992.53	2920.71	36.46	36.34
29/03/2017	0.1896	132 786 554.00	25 176 330.64	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	25 186 805	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0381	0.22	2470.00	2346.99	35.15	35.04
30/03/2017	0.1979	162 124 474.00	32 084 433.40	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	32 094 907	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0384	0.22	3084.25	2990.71	36.00	35.89
31/03/2017	0.1961	199 537 674.00	39 129 337.68	9793,781	7345,33575	3808,868	6257,31325	10 474	39 139 812	0.23	1	1.025	1	-0.0138	-0.0391	0.23	3736.86	3647.17	36.27	36.28
28/03/2017	0.1856	168 821 266.00	31 333 226.97	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	31 343 701	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0377	0.22	2992.53	2920.71	36.46	36.34
29/03/2017	0.1896	132 786 554.00	25 176 330.64	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	25 186 805	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0381	0.22	2470.00	2346.99	35.15	35.04
30/03/2017	0.1979	162 124 474.00	32 084 433.40	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	32 094 907	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0384	0.22	3084.25	2990.71	36.00	35.89
31/03/2017	0.1961	199 537 674.00	39 129 337.68	9793,781	7345,33575	3808,868	6257,31325	10 474	39 139 812	0.23	1	1.025	1	-0.0138	-0.0391	0.23	3736.86	3647.17	36.27	36.28
28/03/2017	0.1856	168 821 266.00	31 333 226.97	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	31 343 701	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0377	0.22	2992.53	2920.71	36.46	36.34
29/03/2017	0.1896	132 786 554.00	25 176 330.64	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	25 186 805	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0381	0.22	2470.00	2346.99	35.15	35.04
30/03/2017	0.1979	162 124 474.00	32 084 433.40	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	32 094 907	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0384	0.22	3084.25	2990.71	36.00	35.89
31/03/2017	0.1961	199 537 674.00	39 129 337.68	9793,781	7345,33575	3808,868	6257,31325	10 474	39 139 812	0.23	1	1.025	1	-0.0138	-0.0391	0.23	3736.86	3647.17	36.27	36.28
28/03/2017	0.1856	168 821 266.00	31 333 226.97	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	31 343 701	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0377	0.22	2992.53	2920.71	36.46	36.34
29/03/2017	0.1896	132 786 554.00	25 176 330.64	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 474	25 186 805	0.22	1	1.025	1	-0.0138	-0.0381	0.22	2470.00	2346.99	35.15	35.04
30/03/2017	0.1979	162 124 474.00	32 084 433.40	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	10 47												