

MESTRADO EM
MÉTODOS QUANTITATIVOS
PARA A DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO ELABORADO PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE

UM PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE NAVIOS NUM PORTO
CONSIDERANDO INCERTEZA

TOMÁS ALVES DA SILVA

ORIENTAÇÃO:

PROFESSOR DOUTOR FILIPE MANUEL GONÇALVES RODRIGUES

OUTUBRO - 2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família pelo apoio constante e compreensão pela ausência em alguns momentos familiares ao longo deste período de elaboração do Trabalho Final de Mestrado.

Em segundo lugar, agradeço a todos os professores que me acompanharam ao longo do meu percurso académico e que me suscitaram interesse pelas áreas de estudo abrangidas neste trabalho.

Gostaria também de agradecer a todos os meus amigos que me apoiaram e incentivaram ao longo desta fase exigente.

Por fim, mas de todo não menos importante, agradeço ao meu orientador, Doutor Filipe Manuel Gonçalves Rodrigues, pelo apoio e acompanhamento constante e próximo durante todo este processo.

RESUMO

A gestão portuária precisa de ser otimizada para que o porto seja competitivo a nível global e para que seja feita a correta utilização dos recursos disponíveis. Assim, é estudado neste trabalho o problema de alocação de navios a posições de atracação do cais de um porto.

As operações realizadas num porto têm a si associadas muita incerteza, uma vez que podem surgir acontecimentos inesperados decorrentes, por exemplo, da ação humana, de eventos da natureza, entre outros fatores. Assim, a incerteza tem de ser tida em conta quando estamos perante este tipo de problemas. Para estudá-los, são utilizadas a otimização robusta e a programação estocástica.

Foi utilizada a metaheurística Algoritmo Genético com operadores diferentes dos tradicionais tendo sido esta implementada em VBA. Para perceber a qualidade das soluções obtidas, é apresentada uma análise dos resultados no final do trabalho. Através da mesma, conclui-se que os resultados obtidos estão de acordo com o esperado e que, com base nas várias métricas utilizadas, estamos perante resultados de boa qualidade.

Palavras-chave: Algoritmo Genético; *Berth Allocation Problem*; Gestão Portuária; Otimização estocástica e robusta; Incerteza.

ABSTRACT

Port management needs to be optimized for the port to be globally competitive and for the correct use of available resources. Thus, in this work, the problem of allocating ships to berthing positions at a port's pier is studied.

The operations carried out in a port are associated with a lot of uncertainty since unexpected events may arise, for example, from human action, from natural events, among other factors. Thus, uncertainty must be considered when we are facing this type of problem. To study them, robust optimization and stochastic programming are used.

The Genetic Algorithm metaheuristic was used with operators different from the traditional ones, and it was implemented in VBA. To understand the quality of the solutions obtained, an analysis of the results is presented at the end of the work. Based on that, we may conclude that the results obtained are in accordance with expectations and, based on several metrics used, they are of good quality.

Keywords: Genetic Algorithm; Bert Allocation Problem; Port Management; Stochastic and robust optimization; Uncertainty.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	ii
ABSTRACT.....	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE TABELAS	vii
GLOSSÁRIO	viii
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	3
3. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA EM ESTUDO	5
3.1. Formulação do BAP determinístico	6
3.2. Formulação do BAP considerando incerteza	8
4. VISÃO GERAL DOS ALGORITMOS GENÉTICOS.....	13
5. ALGORITMO GENÉTICO (CASO DETERMINÍSTICO).....	17
5.1. Representação dos indivíduos	17
5.2. Leitura dos dados do problema	18
5.3. Verificação de existência de sobreposição espacial.....	18
5.4. Construção da população inicial	19
5.4.1. Construção da matriz de precedências temporais	20
5.5. Cálculo da aptidão.....	22
5.6. Cruzamento	23
5.7. Mutação.....	24
6. ALGORITMO GENÉTICO (CONSIDERANDO INCERTEZA)	26
7. ANÁLISE DE RESULTADOS.....	27
7.1. Resultados preliminares	28
7.1.1. Calibração dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3	29
7.1.2. Calibração dos parâmetros c_4 e c_5	31
7.1.3. Calibração da dimensão da população e do número máximo de iterações a realizar.....	32

7.1.4. Calibração do número de cenários adicionais	33
7.2. Resultados do AG (caso determinístico).....	35
7.3. Resultados do AG (considerando incerteza)	37
8. CONCLUSÕES.....	40
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
ANEXOS	46
Anexo A. Pseudocódigo do Procedimento Global do Algoritmo Genético.....	46
Anexo B. Resultados preliminares	49

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 - Ilustração de uma solução do problema em estudo.....	5
FIGURA 2 - Exemplos de posicionamentos de um par de navios (i,j)	8
FIGURA 3 - Fluxograma de um Algoritmo Genético (baseado em Rodrigues, 2015).....	14
FIGURA 4 - Representação codificada de um indivíduo da população (para uma instância com $V = 5$).....	17
FIGURA 5 - Representação decodificada de um indivíduo da população (para uma instância com $V = 5$).....	18
FIGURA 6 - Exemplos de sobreposição espacial de dois navios.....	19
FIGURA 7 - Processo de construção da população inicial.....	20
FIGURA 8 - Processo de construção da matriz de precedências temporais.....	21
FIGURA 9 - Evolução da matriz de precedências temporais (para uma instância com $V = 5$).....	23
FIGURA 10 - Cruzamento de indivíduos com um vetor de posições de dimensão par (à esquerda) e com outro de dimensão ímpar (à direita).....	24
FIGURA 11 - Representação de uma solução gerada antes do processo de mutação.....	25
FIGURA 12 - Representação de uma solução gerada após o processo de mutação.....	25
FIGURA 13 - Representação gráfica da média das melhores aptidões encontradas em cada instância de calibração.....	34

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA I: Valores ótimos de todas as potenciais instâncias de calibração (obtidos pelo CPLEX).....	28
TABELA II: Valores das métricas utilizadas na escolha dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3	30
TABELA III: Valores das métricas utilizadas na escolha dos parâmetros c_4 e c_5	30
TABELA IV: Valores das métricas utilizadas na escolha da dimensão da população	32
TABELA V: Valores das métricas utilizadas na escolha do número máximo de iterações	33
TABELA VI: Resultados e valores das métricas associados à escolha do número de cenários adicionais	34
TABELA VII: Valores das métricas utilizadas na análise dos resultados do AG determinístico	36
TABELA VIII: Valores das métricas utilizadas na análise dos resultados do AG que considera incerteza (programação estocástica)	38
TABELA IX: Valores das métricas utilizadas na análise dos resultados do AG que considera incerteza (otimização robusta).....	38
TABELA B. I: Resultados obtidos na escolha dos melhores valores para os parâmetros c_1 , c_2 e c_3	49
TABELA B. II: Resultados obtidos na escolha dos melhores valores para os parâmetros c_4 e c_5	51
TABELA B. III: Resultados obtidos na escolha da dimensão da população	52
TABELA B. IV: Resultados obtidos na escolha do número máximo de iterações.....	53
TABELA B. V: Resultados e valores das métricas associados à escolha da semente	54

GLOSSÁRIO

AG – Algoritmo Genético

BAP – *Berth Allocation Problem*

BACAP – *Berth Allocation and quay Crane Assignment Problem*

BACASP – *Berth Allocation and quay Crane Assignment and Scheduling Problem*

VBA – *Visual Basic for Applications*

1. INTRODUÇÃO

Quando se está perante a gestão de um porto, são várias as preocupações que se têm que ter em conta, nomeadamente, o processo de atracagem dos navios no cais. Caso este não seja feito de forma ponderada, é provável que se gerem atrasos. Atrasos esses que se poderão propagar nas operações seguintes e, provavelmente, nas operações realizadas noutros portos. Isto acontece porque a alocação de navios é a primeira de todas as operações associadas a um navio num porto. Assim, é imperativo mitigar esses atrasos com uma gestão eficaz logo no primeiro nível de operações. Este problema de geração de atrasos decorre do facto do cais do porto ter um comprimento limitado, pelo que não é possível que todos os navios atraquem no momento exato em que chegam ao porto.

Segundo Moorthy e Teo (2006), a otimização da alocação dos navios é crucial para definir a competitividade de um porto na rede global de transporte marítimo. Isto justifica-se pelo facto de uma alocação eficiente significar uma maior satisfação por parte dos clientes e uma menor sobreutilização dos recursos disponíveis, o que se traduz em maiores lucros para os portos.

O problema que permite determinar as secções do cais onde o navio vai estar atracado e o momento em que isso acontece é conhecido na literatura como *Berth Allocation Problem* (BAP), tal como referem Rodrigues e Agra (2022). Nos primeiros estudos sobre este problema apenas era considerado o caso determinístico (no qual todos os parâmetros são considerados conhecidos e fixos). Ou seja, não eram tidos em conta acontecimentos inesperados. Contudo, estudos determinísticos - apesar de importantes - não espelham a realidade e por isso a incerteza neste problema foi apenas considerada em estudos mais recentes.

Este Trabalho Final de Mestrado aborda o BAP primeiramente numa perspetiva determinística e depois numa perspetiva de incerteza. Neste último caso, os tempos de chegada dos navios ao porto são incertos e o problema é modelado através de programação estocástica e otimização robusta. Para a resolução deste problema é proposta a utilização da metaheurística Algoritmo Genético (AG), que foi implementada em *Visual Basic for Applications* (VBA). Este trabalho tem como objetivo criar um AG em que os operadores (métodos que permitem originar novas soluções) sejam particularmente definidos para o caso da incerteza.

O presente trabalho encontra-se dividido em 8 Capítulos. No Capítulo 2, é apresentada uma revisão da literatura relevante para o tema em estudo. No Capítulo 3, é apresentado o problema em estudo e respetivas formulações (para os casos determinístico e incerto). No Capítulo 4, é descrito o Algoritmo Genético na sua forma geral. Nos Capítulos 5 e 6, descreve-se o AG especificamente desenvolvido para o problema em estudo. No Capítulo 7, são exibidos os resultados e algumas observações decorrentes da sua análise. Por fim, no Capítulo 8, são referidas as principais conclusões do estudo e possíveis direções de investigação futuras.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Neste Capítulo será referida a literatura que está relacionada com os temas em estudo: BAP considerando incerteza e AG. Esta análise já foi realizada num artigo de Rodrigues e Agra (2022), pelo que a revisão de literatura aqui apresentada é baseada no mesmo e a ele deve ser referenciada.

O primeiro artigo onde foi estudado o *Berth Allocation Problem* com incerteza foi apresentado por Moorthy e Teo, em 2006. Ao longo de 15 anos (até 2021) foram publicados 66 artigos que abordam o BAP e outros dois problemas mais complexos, BACAP e BACASP (nas versões onde a incerteza é tida em conta). Além de considerarem a alocação dos navios, estes dois últimos problemas consideram também, respetivamente, a alocação de gruas aos navios e a alocação e escalonamento das gruas aos navios. É referido que mais de metade do total de artigos foram publicados entre 2016 e 2021, o que indica que uma boa parte da literatura sobre este tema é recente. Da totalidade destes artigos, 55% são relacionados com o BAP (havendo uma prevalência maior na literatura deste tipo de problema relativamente ao conjunto dos problemas BACAP e BACASP). Uma possível justificação desta prevalência é o facto de o BAP ser um problema NP-difícil que se torna ainda mais complexo quando combinado com outros problemas, como acontece no BACAP e no BACASP.

As várias abordagens utilizadas na resolução deste tipo de problemas dividem-se em programação estocástica, otimização robusta, modelos determinísticos e modelos de programação *fuzzy*. Dos artigos considerados, cerca de 20% utilizam modelos determinísticos, 48% programação estocástica e 25% modelos de otimização robustos. Estes três modelos são aqueles nos quais se focou o trabalho desenvolvido.

É apresentada também uma vasta lista de métodos que foram utilizados para resolver este tipo de problemas. Os métodos mais comuns são *simulated annealing* (Tan e He, 2021), Algoritmos Genéticos (Wu e Miao, 2020), algoritmos de pesquisa local (Guldogan et. al, 2012), simulação de Monte Carlo (Han et. al, 2010), heurísticas de inserção (Lv et. al, 2020), *squeaky wheel optimization* (Li et. al, 2015), *sample average approximation* (Mohammadi e Forghani, 2019) e *rolling horizon* (Rodrigues e Agra, 2021). De um modo geral, as metaheurísticas são os métodos que foram mais utilizados (55% do total dos artigos). Os Algoritmos Genéticos são utilizados em 19% dos 66 artigos e, por essa razão, serão descritos os artigos onde se utiliza esta metodologia. Em cerca de 57% dos mesmos,

o problema estudado é o BAP - Zhou et. al (2006), Golias (2011), Guldogan et. al (2012), Golias et. al (2014), Alsoufi et. al (2016), Jia et. al (2020) e Wu e Miao (2020, 2021). Nos restantes artigos estuda-se o BACAP, chegando-se à conclusão que os Algoritmos Genéticos não são utilizados para resolver problemas do tipo BACASP, no universo dos artigos considerados. Quanto à metodologia utilizada em cada artigo referente ao BAP, observaram-se várias situações tais como: utilizar apenas o Algoritmo Genético, combinar o Algoritmo Genético com outro método e utilizar o Algoritmo Genético para obter *inputs* para um outro método. No caso particular deste trabalho, o problema considerado é o BAP e será utilizado somente o Algoritmo Genético, porém, com operadores diferentes dos tradicionais de modo que o seu ajustamento ao problema em estudo seja maximizado.

Lambora et. al (2019) enuncia que os Algoritmos Genéticos têm uma grande capacidade de aplicabilidade em diversos contextos, nomeadamente, Otimização, Tomada de Decisões, *Machine Learning*, Robótica, entre outros. Assim, conclui-se que os Algoritmos Genéticos são aplicados a uma grande variedade de problemas e não se cingem a problemas do tipo do BAP/BACAP/BACASP.

Este tipo de algoritmos surgiu na década de 60 e foram criados por John Holland, um professor da Universidade de Michigan. Holland pretendeu criar modelos que fossem passíveis de implementação em computador e que refletissem o processo de seleção natural dos indivíduos (Mitchell, 1996). Os Algoritmos Genéticos estão inseridos na classe dos algoritmos evolucionários. Estes algoritmos pretendem usar operações que têm por base os processos associados à evolução natural, tais como herança, mutação, seleção e cruzamento, para obter soluções aproximadas para um determinado problema. Além disso, os Algoritmos Genéticos são baseados num conjunto de cálculos independentes indexados a probabilidades. Esta estratégia pretende simular a seleção natural dos melhores indivíduos em gerações consecutivas (Kumar et. al, 2010).

3. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA EM ESTUDO

O problema em estudo, *Berth Allocation Problem*, consiste em alocar vários navios com comprimentos diferentes a um cais contínuo (discretizado em várias secções) e de dimensão fixa. Isto é, determinar para um conjunto de navios (que vão chegando ao porto ao longo de um determinado horizonte temporal) a posição e o instante de atracagem de cada navio.

Usualmente, o número de navios que chega ao porto é elevado e, portanto, como o cais é limitado, não é geralmente possível que todos sejam servidos no instante exato em que chegam. Isto significa que alguns navios vão ter de esperar no porto até que as posições para atracação estejam livres para poderem atracar. Cada navio tem um *deadline* associado, que corresponde ao tempo máximo desejável para o final das operações de carga e descarga. Quando o congestionamento no porto é elevado, poderá haver alguns navios que não conseguirão cumprir este *deadline*, pelo que se gera um atraso correspondente à diferença entre o instante em que o navio efetivamente terminou a sua operação e o *deadline* associado. Assim sendo, é importante encontrar uma solução onde se obtenha o menor atraso total possível associado ao conjunto de navios que chegam ao porto. Se esta solução não refletir uma alocação dos navios devidamente planeada e otimizada, poderão gerar-se atrasos nas atividades subsequentes e, possivelmente, nas atividades de outros portos.

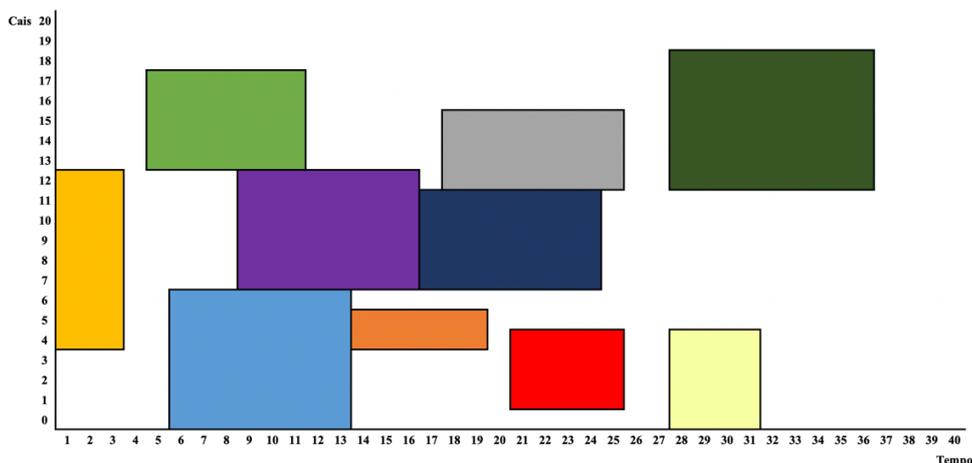


FIGURA 1 - Ilustração de uma solução do problema em estudo.

A solução associada a este tipo de problema pode ser ilustrada num diagrama como mostra a Figura 1, onde se representam as posições para atracação no eixo vertical e os

instantes temporais no eixo horizontal. Cada navio é representado por um retângulo em que a altura equivale ao comprimento do navio e o comprimento corresponde ao tempo da sua operação. Através da inspeção visual do diagrama acima, pode-se constatar que o navio cinzento só pode ser servido depois dos navios amarelo, verde claro e roxo. Estes correspondem aos navios que iniciam as suas operações antes do mesmo e que têm sobreposição espacial com esse navio, ou seja, que ocupam pelo menos uma mesma posição do cais ao longo do tempo. Adicionalmente, observa-se também que não existe folga temporal entre o tempo de fim da operação do navio azul claro e o tempo de início da operação do navio laranja pelo que um atraso no navio azul claro causa obrigatoriamente um atraso no navio laranja.

3.1. Formulação do BAP determinístico

Tendo por base a formulação apresentada por Guan e Cheung (2004), descreve-se abaixo a formulação do BAP determinístico utilizada neste projeto.

Considere-se um conjunto $N = \{1, \dots, V\}$ de V navios heterógenos, um horizonte temporal de M instantes temporais e um cais contínuo dividido em $L + 1$ posições para atracar: $\{0, \dots, L\}$.

Cada navio $i \in N$ tem associado um tempo (período) estimado de chegada a_i , um *deadline* imposto para o tempo de fim da sua operação d_i , um tempo estimado da operação (descarregamento e/ou carregamento), designado por h_i e medido em termos de número de períodos, e um comprimento fixo l_i medido em termos do número de posições do cais.

Existem três principais conjuntos de variáveis de decisão neste problema, definidos para cada navio $i \in N$, nomeadamente, a posição para atracar no cais x_i , o tempo (período) de início da operação y_i e, ainda, z_i que correspondem ao atraso em relação ao *deadline* imposto para cada navio $i \in N$ para o tempo de fim da sua operação. Além destas variáveis, foram considerados outros dois conjuntos de variáveis binárias, de forma a estabelecer precedências entre os navios, tanto em termos espaciais como temporais, respetivamente, θ_{ij}^x e θ_{ij}^y para cada $i, j \in N: i \neq j$. A variável θ_{ij}^x assume o valor 1 se o navio $i \in N$ estiver posicionado no cais completamente abaixo do navio $j \in N$ e a variável

θ_{ij}^y toma o valor 1 se o navio $j \in N$ iniciar a sua operação depois do navio $i \in N$ ser servido.

Assim, pode-se formular o BAP determinístico da seguinte forma:

$$\min \sum_{i \in N} z_i \quad (1)$$

$$s. a. \quad x_i + l_i \leq L + 1, \quad i \in N, \quad (2)$$

$$x_i + l_i \leq x_j + (L + 1)(1 - \theta_{ij}^x), \quad i, j \in N, i \neq j, \quad (3)$$

$$y_i + h_i \leq y_j + (M + 1)(1 - \theta_{ij}^y), \quad i, j \in N, i \neq j, \quad (4)$$

$$\theta_{ij}^x + \theta_{ji}^x + \theta_{ij}^y + \theta_{ji}^y \geq 1, \quad i, j \in N, i \neq j, \quad (5)$$

$$y_i \geq a_i, \quad i \in N, \quad (6)$$

$$y_i + h_i \leq M + 1, \quad i \in N, \quad (7)$$

$$z_i \geq y_i + h_i - 1 - d_i, \quad i \in N, \quad (8)$$

$$x_i \in \mathbb{Z}_0^+, \quad i \in N, \quad (9)$$

$$y_i, z_i \in \mathbb{Z}_0^+, \quad i \in N, \quad (10)$$

$$\theta_{ij}^x, \theta_{ij}^y \in \{0, 1\}, \quad i, j \in N, i \neq j. \quad (11)$$

A função objetivo (1) minimiza a soma dos atrasos em relação aos *deadlines* impostos para o tempo de fim das operações de todos os navios. As restrições (2) impedem que algum navio ocupe uma posição no cais que não exista. As restrições (3) asseguram que a primeira posição ocupada por um navio que está acima de outro no cais é superior à última posição ocupada por esse navio. As restrições (4) asseguram que o tempo de início de um navio que inicia a sua operação após outro navio é superior ao tempo de fim da operação desse navio. As restrições (5) garantem que não há nem sobreposição espacial nem temporal dos navios. Observe-se a Figura 2 para uma melhor compreensão destas restrições e das variáveis binárias envolvidas.

No primeiro exemplo (à esquerda), as quatro variáveis binárias ($\theta_{ij}^x, \theta_{ij}^y, \theta_{ji}^x$ e θ_{ji}^y) são iguais a zero porque existe sobreposição dos retângulos que representam os navios i e j , ou seja, nenhum dos navios está completamente abaixo do outro nem nenhum deles é servido depois do outro terminar as suas operações. Esta situação não pode acontecer, correspondendo a um posicionamento incorreto dos navios. No exemplo do meio, a variável θ_{ij}^y toma o valor 1, sendo que as restantes são iguais a zero. No último exemplo

(à direita), somente a variável θ_{ij}^x assume o valor 1 e as outras variáveis binárias tomam o valor zero. Estes dois últimos casos correspondem a posicionamentos válidos dos navios (porque não existe sobreposição dos retângulos), verificando-se a condição enunciada nas restrições (5). Assim, verifica-se que estas restrições garantem que não existe sobreposição dos retângulos que representam os navios i e j e que o seu posicionamento é efetuado corretamente.

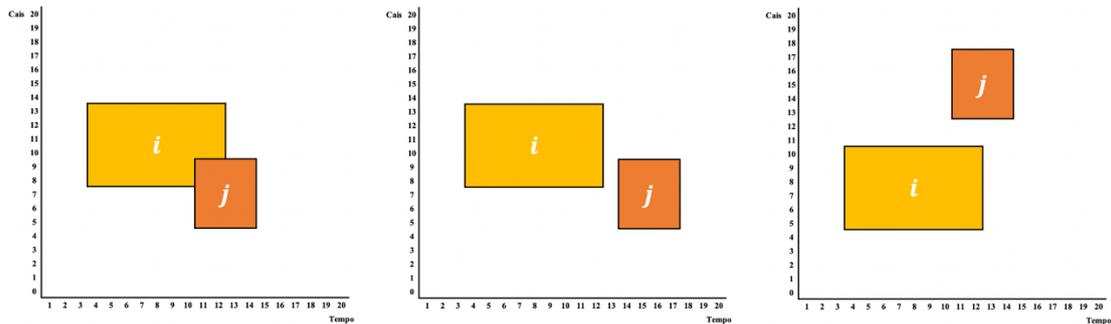


FIGURA 2 - Exemplos de posicionamentos de um par de navios (i, j).

As restrições (6) certificam que o tempo de início da operação de um navio é igual ou superior ao tempo estimado de chegada ao porto. As restrições (7) impõe que nenhum navio termine a sua operação depois do horizonte temporal. As restrições (8) em conjunto com as restrições (10) determinam que o atraso em relação ao *deadline* imposto para o fim da operação de um navio é igual a zero se a soma $y_i + h_i - 1 - d_i$ for negativa ou igual ao valor da soma se esta for não negativa. Por exemplo, se o navio chega no instante 10 e se o tempo da sua operação for igual a 5 períodos, os períodos em que o navio está no porto são 10, 11, 12, 13 e 14, ou seja, o último período temporal onde o navio é operado é o instante 14. As restrições (9) e (10) definem as variáveis inteiras e as restrições (11) definem as variáveis binárias.

3.2. Formulação do BAP considerando incerteza

Previamente foi apresentado o modelo determinístico para o BAP que se caracteriza pelos tempos estimados de chegada dos navios ao porto serem conhecidos e serem assumidos como os efetivamente observados. É fácil perceber que esta linha de pensamento não espelha a realidade, pelo menos na maioria dos casos, uma vez que é muito comum que os navios se atrasem devido a diversos fatores. Conclui-se, por isso,

que os tempos de chegada dos navios aos portos são potencialmente incertos. Assim, podemos concluir que o modelo determinístico é útil para perceber como funciona, a um nível mais básico, o processo de alocação de navios num porto, mas que é insuficiente nos processos de tomada de decisão por não ter em conta a incerteza (Alves e Delgado, 1997). Deste modo, serão utilizadas duas abordagens distintas para lidar com a incerteza: programação estocástica e otimização robusta.

Na programação estocástica assume-se que a distribuição de probabilidades dos parâmetros incertos, que neste caso são os tempos de chegada, é conhecida e, por isso, podemos definir o tempo de chegada do navio $i \in N$ como sendo a variável aleatória

$$A_i = \bar{a}_i + D_i, \quad D_i \sim \mathbb{P},$$

onde \bar{a}_i é o tempo de chegada determinístico do navio $i \in N$ e D_i é a variável aleatória com distribuição conhecida \mathbb{P} que define o atraso no tempo de chegada do navio $i \in N$. Caso um navio chegue mais cedo que o previsto, este terá de aguardar para atracar pois, no melhor caso, o tempo de início da sua operação será igual ao tempo de chegada determinístico (a variável D_i assume o valor zero). Assim, verifica-se que os tempos de chegada gerados nunca serão inferiores aos tempos de chegada determinísticos, para cada navio. A programação estocástica tem como objetivo otimizar o valor esperado de uma função aleatória, que neste caso é a soma dos atrasos em relação aos *deadlines*, isto é

$$\min E_{\mathbb{P}} \left[\sum_{i \in N} Z_i \right],$$

onde Z_i é a variável aleatória que representa o atraso do navio $i \in N$ em relação ao *deadline*. Porém, este valor esperado não é, em geral, computacionalmente tratável (isto é, pode não ser possível obter-se uma expressão matemática para o mesmo) pelo que iremos utilizar um modelo aproximado discretizado onde consideramos um número finito de cenários. Cada um destes cenários é um vetor de dimensão V com o tempo de chegada de cada navio $i \in N$. Assim, o conjunto de cenários é definido como: $\Omega_E = \{a^1, a^2, \dots, a^{|\Omega_E|}\}$, onde $a^\omega = (a_1^\omega, a_2^\omega, \dots, a_V^\omega)$ e a_i^ω representa o tempo de chega do navio $i \in N$ no cenário $\omega \in \Omega_E$. A utilização deste conjunto de cenários permite efetuar a seguinte aproximação

$$\min E_{\mathbb{P}} \left[\sum_{i \in N} Z_i \right] \approx \min \left(\frac{1}{|\Omega_E|} \times \sum_{\omega \in \Omega_E} \sum_{i \in N} z_i^{\omega} \right),$$

onde z_i^{ω} é o atraso em relação ao *deadline* do navio $i \in N$ para o tempo de fim da sua operação no cenário $\omega \in \Omega_E$ e $|\Omega_E|$ representa a cardinalidade do conjunto de cenários Ω_E .

Esta aproximação é justificada pela Teoria das Probabilidades que garante que para um número de cenários suficientemente elevado a média amostral converge para o verdadeiro valor médio.

Por outro lado, na otimização robusta assume-se que a distribuição de probabilidade dos tempos de chegada não é conhecida e que os tempos de chegada dos navios variam num conjunto de incerteza. Neste trabalho considera-se um dos conjuntos de incerteza mais frequentemente usados na literatura, conhecido como *Box uncertainty set* e definido como:

$$\Omega_I = \{a^{\omega} : a_i^{\omega} = \bar{a}_i + [\hat{a}_i \delta_i], \quad 0 \leq \delta_i \leq 1, \quad i \in N\},$$

onde \bar{a}_i é o tempo de chegada determinístico do navio $i \in N$, \hat{a}_i é o atraso máximo permitido para o tempo de chegada do navio $i \in N$ e $[\cdot]$ impõe que o atraso associado a um determinado cenário $\omega \in \Omega_I$ seja um valor inteiro, o que se justifica por estarmos a considerar um BAP com tempo discreto. O conjunto de incerteza define um número de cenários finito, mas extremamente elevado. Por exemplo, se fixarmos $\hat{a}_i = 5$ obtemos valores de atrasos para os tempos de chegada do navio i compreendidos entre 0 e 5 instantes temporais (6 valores distintos) e se, ao mesmo tempo, considerarmos uma instância com 5 navios, obtemos um total de $6^5 = 7776$ cenários. É impraticável trabalhar com um número de cenários tão elevado e, por essa razão, iremos considerar apenas alguns desses cenários. Assim, o conjunto de cenários usado é definido como:

$$\Omega_R = \{a^1, a^2, \dots, a^{|\Omega_R|}\}, \text{ onde } a^{\omega} = (a_1^{\omega}, a_2^{\omega}, \dots, a_n^{\omega}).$$

Os modelos matemáticos utilizados para o BAP estocástico (discretizado) e robusto são modelos de dois estados. A decisão sobre a escolha das variáveis de cada um dos

estados é influenciada pelos aspetos onde se pretende estudar o impacto da incerteza. Neste caso, foi escolhido o espetro temporal. Se todas as variáveis fossem de segundo estado haveria uma imensa desorganização no porto, não sendo por isso essa metodologia aconselhável. Deste modo, as posições do cais onde os navios podem atracar representam as variáveis de 1.º estado (não dependem da incerteza) que são calculadas antes de se ter em conta a incerteza nos tempos de chegada. Por sua vez, os tempos de início da operação de cada navio são as variáveis de 2.º estado (ajustáveis à incerteza) que têm em conta os tempos de chegada incertos. Assim, como as variáveis y_i são variáveis de 2.º estado, as variáveis z_i que descrevem o atraso em relação ao *deadline* imposto para cada navio são obrigadas a serem também variáveis de 2.º estado, uma vez que são dependentes das variáveis y_i . Estes dois conjuntos de variáveis podem ser redefinidos da seguinte forma (considerando-se Ω como um conjunto de cenários genérico, onde $\Omega = \{\Omega_E, \Omega_R\}$):

y_i^ω = tempo de início das operações no navio $i \in N$ quando o cenário $\omega \in \Omega$ ocorre.

z_i^ω = atraso em relação ao *deadline* imposto para o navio $i \in N$ quando o cenário $\omega \in \Omega$ ocorre.

Note-se que todas as variáveis de 1.º estado (x_i , θ_{ij}^x e θ_{ij}^y) detêm a mesma definição que na secção anterior. Posto isto, estamos em condições de apresentar as formulações do BAP estocástico e robusto. Começemos pelo modelo estocástico ($\Omega = \Omega_E$):

$$\min \left(\frac{1}{|\Omega|} \times \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{i \in N} z_i^\omega \right) \quad (12)$$

s. a. (2), (3), (5), (9), (11)

$$y_i^\omega + h_i \leq y_j^\omega + (M + 1)(1 - \theta_{ij}^y), \quad i, j \in N, i \neq j, \omega \in \Omega, \quad (13)$$

$$y_i^\omega \geq a_i^\omega, \quad i \in N, \omega \in \Omega, \quad (14)$$

$$y_i^\omega + h_i \leq M + 1, \quad i \in N, \omega \in \Omega, \quad (15)$$

$$z_i^\omega \geq y_i^\omega + h_i - 1 - d_i, \quad i \in N, \omega \in \Omega, \quad (16)$$

$$y_i^\omega, z_i^\omega \in \mathbb{Z}_0^+, \quad i \in N, \omega \in \Omega. \quad (17)$$

A função objetivo (12) minimiza a média da soma dos atrasos dos navios no conjunto dos cenários Ω . A descrição das várias restrições é idêntica à apresentada no modelo determinístico do BAP e por isso é omitida.

A formulação do BAP robusto é muito similar à do BAP estocástico, apenas diferindo na função objetivo e na adição de uma nova restrição, sendo a seguinte ($\Omega = \Omega_R$):

$$\min \lambda \tag{18}$$

$$s. a. \quad (2), (3), (5), (9), (11), (13) - (17)$$

$$\lambda \geq \sum_{i \in N} z_i^\omega, \quad \omega \in \Omega. \tag{19}$$

A função objetivo (18) e as restrições (19) garantem que o valor da nova variável auxiliar λ é igual à maior soma dos atrasos de todos os navios no conjunto dos cenários em Ω (ou seja, pretende-se minimizar a soma dos atrasos de todos os navios no pior cenário $\omega \in \Omega$). Mais uma vez, a descrição das várias restrições é idêntica à apresentada no modelo determinístico do BAP e por isso é omitida.

Em suma, no contexto deste problema, a programação estocástica tem como objetivo otimizar o atraso total médio dos navios enquanto que a otimização robusta visa otimizar o atraso total dos navios assumindo que o pior cenário de chegada dos navios ocorre.

4. VISÃO GERAL DOS ALGORITMOS GENÉTICOS

De acordo com Whitley (1994), os Algoritmos Genéticos pertencem a um conjunto de modelos computacionais inspirados pela teoria da evolução introduzida por Charles Darwin em 1859. Darwin enuncia que um indivíduo tem tendência a sobreviver ao longo do tempo se possuir características que melhor se adequem ao meio em que está inserido. Consequentemente, é esperado que este tipo de indivíduos transmita mais vezes para outras gerações essas mesmas características, incorporadas no seu código genético, através da formação de novos indivíduos. Logo, a longo prazo, espera-se que existam mais indivíduos provenientes dos indivíduos mais aptos e que possuam as suas características comparativamente aos indivíduos menos aptos. Este procedimento foi denominado por seleção natural e explica a razão pela qual as melhores características são transmitidas de geração em geração com o propósito de existir uma evolução positiva na aptidão dos indivíduos relativamente ao meio que os envolve (Darwin, 1859).

Estes algoritmos são um caso particular dos algoritmos evolucionários que utilizam operadores que pretendem assemelhar-se à biologia evolutiva. Segundo Mitchell (1996), o seu aparecimento nos anos 60 deve-se a John Holland, especialista em ciências computacionais. O autor dos Algoritmos Genéticos pretendeu adaptar este processo de seleção natural a modelos que pudessem ser resolvidos computacionalmente e que poderiam vir a ser utilizados para resolver problemas de vários domínios. Kumar et. al (2010) afirmam que estes algoritmos têm sido utilizados na resolução de problemas complexos nas áreas da biologia, engenharia, ciência da computação e ciências sociais.

Em seguida será apresentada a estrutura geral dos Algoritmos Genéticos, porém, é necessário apresentar previamente a terminologia utilizada nesta metaheurística para uma melhor compreensão da mesma.

Uma vez que são algoritmos inspirados na biologia evolutiva, a sua terminologia está muito relacionada com essa sua origem. Partindo desta premissa, define-se como *população* um subconjunto de soluções admissíveis de um problema. Este subconjunto de soluções pode sofrer processos de codificação e descodificação. Quando as soluções se apresentam codificadas designam-se por *chromossomas* e quando estão descodificadas são denominadas por *indivíduos* (Mitchell, 1996). Ao longo do trabalho estes dois últimos conceitos são usados indistintamente. Aquando do processo de combinação de soluções

(*progenitores*) presentes numa determinada população são geradas novas soluções (*descendentes*). Sempre que existem alterações na população, provocadas pela substituição de indivíduos nela presentes por alguns ou, em casos raros, por todos os descendentes, a população alterada constitui uma nova *geração* (Rodrigues, 2015). Finalmente, a qualidade de cada uma destas soluções corresponde à sua *aptidão*.

A estrutura geral dos Algoritmos Genéticos pode ser esquematizada num fluxograma como o que se apresenta em seguida na Figura 3.



FIGURA 3 - Fluxograma de um Algoritmo Genético (baseado em Rodrigues, 2015).

Sucintamente, os Algoritmos Genéticos pretendem modificar um conjunto inicial de soluções admissíveis, dando origem a novas soluções e preservando-se tendencialmente as que possuem maior aptidão. Este processo é repetido várias vezes, assim sendo, as várias populações são diferentes umas das outras e espera-se que a média da aptidão dos cromossomas que as compõem seja cada vez mais elevada. Assim, acredita-se que quando se avança de geração em geração existe uma aproximação à solução ótima do problema em estudo (Kumar et. al, 2010).

Observa-se que são necessários alguns operadores durante o funcionamento do Algoritmo Genético: um que permita avaliar a qualidade (aptidão) dos vários elementos da população, outro que defina os cruzamentos entre indivíduos com a finalidade de se obterem outros e, ainda, um outro que cause alterações (mutações) aos cromossomas. Procede-se, então, a uma explicação mais detalhada do método de funcionamento dos Algoritmos Genéticos.

O primeiro passo num Algoritmo Genético passa por construir uma população inicial que é constituída por diversas soluções para o problema que se está a estudar. Em Rodrigues (2015) é referido que não existe um valor mais aconselhável que outro para a dimensão da população, um parâmetro muito importante neste tipo de algoritmos. Por um lado, quanto maior a dimensão da população maior será a variedade de soluções encontradas, esperando-se uma maior probabilidade de se encontrarem soluções próximas da ótima. Por outro lado, se este parâmetro tomar um valor muito elevado, o esforço computacional exigido será também muito elevado, o que pode inviabilizar o sucesso do algoritmo. Caso seja possível aplicar o algoritmo, a execução do mesmo demorará muito tempo e por isso a convergência será mais lenta. Assim, a escolha da dimensão da população deve traduzir um equilíbrio entre estes dois fatores (diversidade de soluções na população e esforço computacional aceitável).

O passo seguinte é determinar um método de avaliação da aptidão dos indivíduos da população. Comumente é considerado que o valor da função objetivo do problema para cada solução (indivíduo) determina a sua aptidão. Esta métrica pode ou não influenciar se essa solução é utilizada para dar origem a novas soluções, utilizando-se métodos aleatórios ou métodos com uma lógica subjacente (não aleatórios) para essa seleção. Os métodos aleatórios enumerados mais frequentemente na literatura são o Método da Roleta Russa e o Método do Torneio (Sivanandam, 2007), que se caracterizam pelo facto da probabilidade de seleccionar um indivíduo para o cruzamento ser proporcional ao valor da sua aptidão, privilegiando-se a escolha dos indivíduos mais aptos.

Após encontrar os progenitores, é necessário determinar a forma como estes se vão cruzar e dar origem a novos indivíduos. É habitual considerarem-se as soluções na sua forma codificada (cromossomas), que são representadas por vetores (e/ou matrizes), quando se efetua o cruzamento de indivíduos. Existem várias técnicas descritas na literatura que descrevem o cruzamento dos indivíduos, destacando-se o Método Uniforme, o Método do Ponto Único, o Método dos Dois Pontos e, o caso geral destes dois últimos, o Métodos dos K Pontos (Sivanandam, 2007).

Tendo-se obtido os cromossomas dos descendentes, estes podem ainda ser alterados caso sofram um processo de mutação. Este processo provoca uma alteração parcial desses cromossomas. Habitualmente utiliza-se o método do Ponto Único de Mutação (Coley, 1997) que consiste em seleccionar aleatoriamente uma posição do vetor associado ao

cromossoma de um indivíduo e atribuir-lhe um novo valor, gerado aleatoriamente. Porém, este não é o único método existente, sendo apresentada uma vasta lista de métodos alternativos em Sivanandam (2007).

O próximo passo corresponde a calcular a aptidão dos novos indivíduos para que, através da avaliação da sua aptidão e da dos seus progenitores, se decida qual a população a ser utilizada na próxima geração. Deste modo, como a dimensão da população deve manter-se inalterada ao longo de todas as gerações, terá de se decidir sobre os indivíduos a eliminar (descendentes e/ou progenitores). São propostas na literatura algumas técnicas para se proceder a esta seleção: seleção aleatória, seleção dos indivíduos mais aptos e seleção de todos os descendentes e apenas uma parte dos seus progenitores (Sivanandam, 2007).

Finalmente, são definidos critérios que definem a necessidade de repetição de todos os procedimentos anteriormente descritos. Em Kumar et. al (2010) são enunciados alguns critérios de paragem: número fixo de gerações (iterações) alcançado, tempo de execução, inalteração da melhor aptidão, etc. Quando o critério de paragem é satisfeito, seleciona-se o indivíduo com maior aptidão entre todos os indivíduos da população atual e este será a melhor solução encontrada para o problema.

Para concluir, Yang et. al (2014) afirmam que qualquer metaheurística, nas quais se incluem os Algoritmos Genéticos, tem como componentes principais a intensificação e a diversificação, duas estratégias discordantes. Intensificação significa melhorar a solução atual o mais possível, focando-se em procurar novas soluções numa região particular do espaço de soluções. Por oposição, a diversificação procura gerar soluções diferentes, de forma a explorar a totalidade do espaço de soluções e não restringir a procura de novas soluções a uma pequena região desse espaço. É fácil perceber que estas componentes são intrínsecas aos operadores enunciados ao longo da descrição dos Algoritmos Genéticos. Por exemplo, no cruzamento de dois indivíduos dá-se foco à intensificação enquanto na mutação o princípio da diversificação é aquele que prevalece.

5. ALGORITMO GENÉTICO (CASO DETERMINÍSTICO)

Neste Capítulo será descrita a aplicação do Algoritmo Genético ao BAP, no caso determinístico. Devido à extensão do pseudocódigo do procedimento global do Algoritmo Genético, este encontra-se no Anexo A.

5.1. Representação dos indivíduos

Cada um dos indivíduos da população, após a codificação, será caracterizado por um vetor com as primeiras posições dos cais onde cada navio vai atracar e por uma matriz de precedências temporais que indica a ordem pela qual os navios serão alocados ao longo do tempo. Esta é uma matriz binária e o significado dos valores nela presentes são apresentados de seguida para uma melhor percepção das relações que estabelece. Se na interseção da linha i com a coluna j a matriz de precedências apresentar o valor 1, isto indica que o navio j começa a sua operação antes do navio i . Quando tal não acontece, o valor apresentado é igual a 0.

Recorrendo-se a um exemplo concreto associado a uma instância composta por 5 navios, um indivíduo (tanto na sua forma codificada como decodificada) pode ser representado nas Figuras 4 e 5, respetivamente.

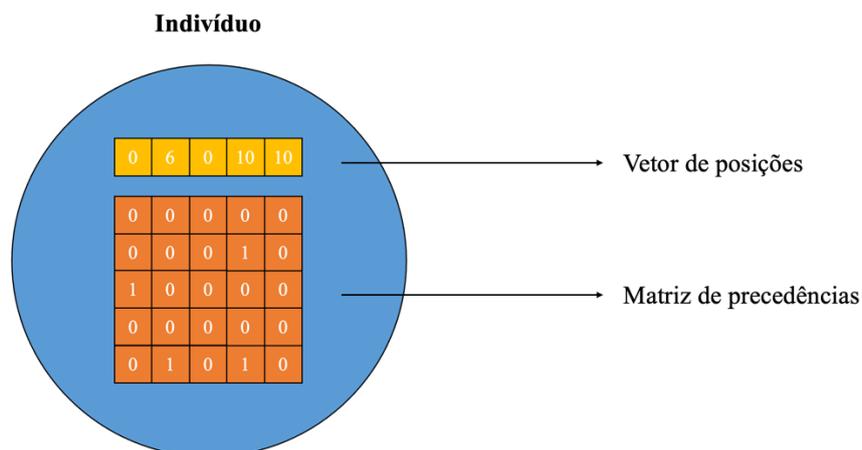


FIGURA 4 - Representação codificada de um indivíduo da população (para uma instância com $V = 5$).

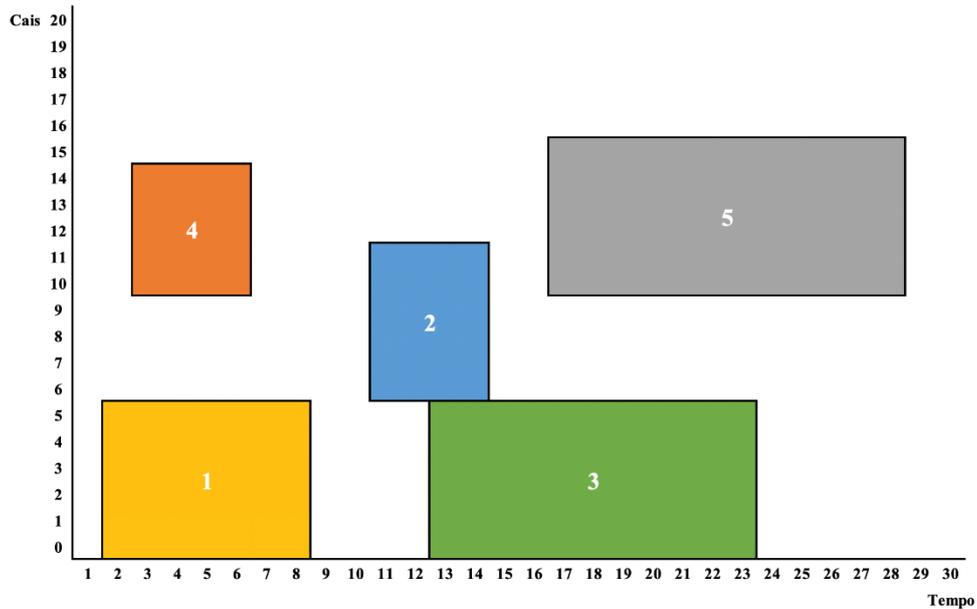


FIGURA 5 - Representação descodificada de um indivíduo da população (para uma instância com $V = 5$).

5.2. Leitura dos dados do problema

No início do Algoritmo Genético são guardados os dados associados ao problema em estudo, nomeadamente, o número de navios, o comprimento do cais, a dimensão da população e os parâmetros associados a cada navio (comprimento, tempos estimados de chegada e de operação e *deadline* imposto para a sua partida). A notação utilizada na secção 3.1. será aquela que se irá considerar daqui em diante.

5.3. Verificação de existência de sobreposição espacial

Esta função é utilizada em vários procedimentos e permite verificar se existem dois navios a ocupar, pelo menos, uma posição do cais comum em instantes do tempo diferentes. As condições que descrevem as diversas situações onde existe sobreposição espacial, entre um par de navios $i \in N$ e $j \in N$, são as seguintes:

- $x_j \leq x_i + l_i - 1 \leq x_j + l_j - 1$
- $x_i \leq x_j + l_j - 1 \leq x_i + l_i - 1$

Estas condições significam que para existir sobreposição espacial a última posição de um navio tem de estar entre a primeira e última posições do outro navio ou ser igual a pelo menos uma delas. Assim, para uma melhor compreensão das condições enunciadas, apresentam-se na Figura 6 os dois casos que as ilustram.

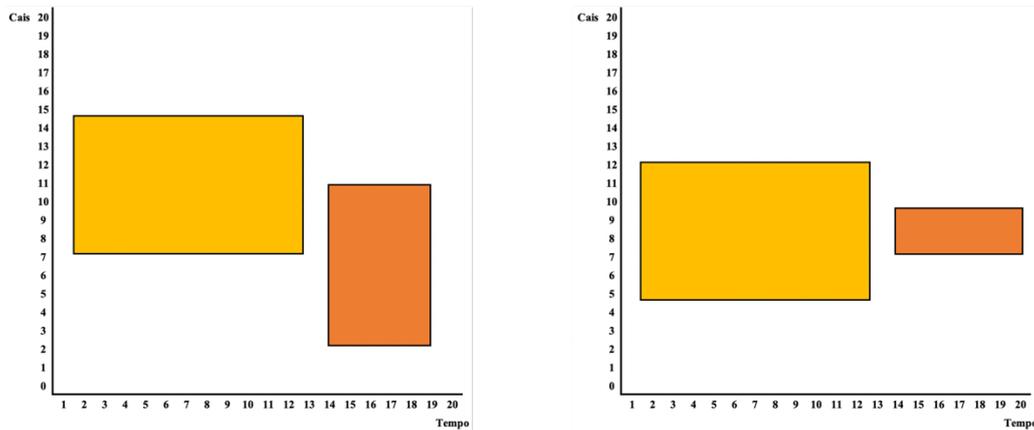


FIGURA 6 - Exemplos de sobreposição espacial de dois navios.

5.4. Construção da população inicial

A construção do conjunto de soluções admissíveis do problema que constitui a população inicial foi influenciada pelos tempos estimados de chegada dos navios ao porto. Considerando uma lista dos navios ordenados por ordem crescente dos seus tempos de chegada, estes são comparados dois a dois, sendo que em cada comparação são usados os dois primeiros navios da lista. De acordo com a diferença entre os seus tempos de chegada e um limite (c_1) para esse valor, é definida a probabilidade de um navio ser alocado espacialmente primeiramente que um outro (c_2 ou c_3). Considerando um número pseudoaleatório gerado (entre 0 e 1) e a probabilidade determinada pelo método anterior (k), é escolhido um dos navios para ser alocado no cais, sendo que o que não foi escolhido permanece na lista ordenada. A posição do cais escolhida para ser atribuída a um determinado navio é aquela que está o mais abaixo possível. Assim, começa-se por alocar o primeiro navio na posição 0 (zero) e continua-se nas posições acima enquanto a soma dos comprimentos dos navios já alocados não exceder a dimensão do cais. Quando esta é excedida, o processo volta a repetir-se, começando novamente na posição 0, até que todos

os navios tenham sido alocados. O fluxograma presente na Figura 7 exhibe o processo de construção dos vetores de posições para cada indivíduo da população inicial.

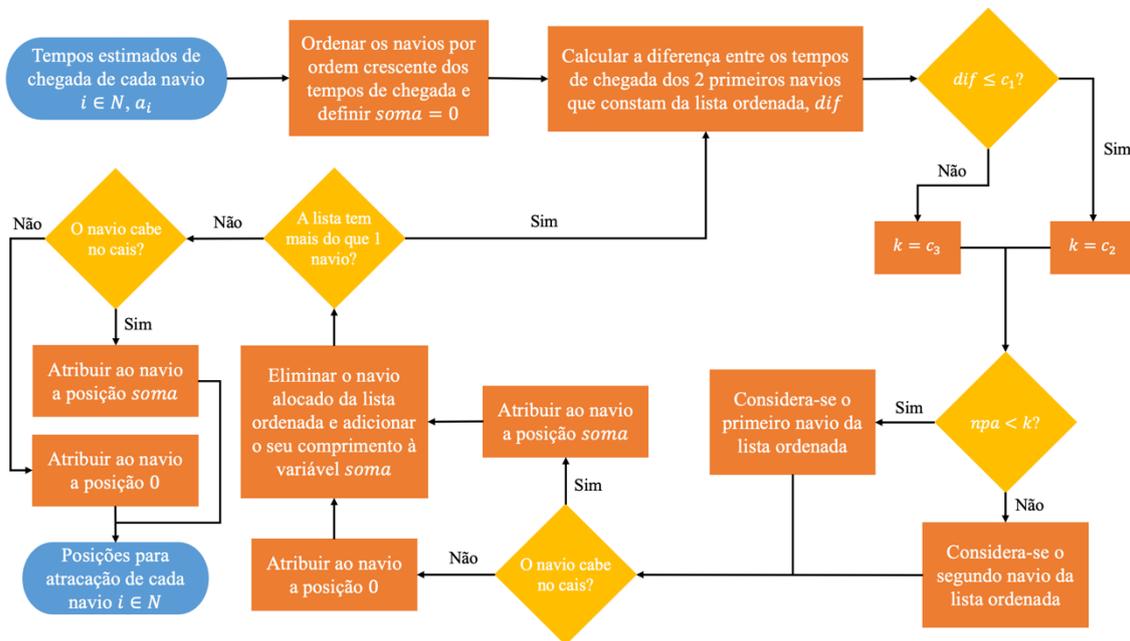


FIGURA 7 - Processo de construção da população inicial.

Foram utilizados três parâmetros que influenciam o processo anteriormente enunciado. Estes podem ser definidos como:

c_1 = limite utilizado para definir a probabilidade de um navio ser posicionado em primeiro lugar em relação a outro, em termos espaciais, tendo em conta a diferença entre os seus tempos de chegada.

c_2 = probabilidade de, entre dois navios, ser atribuída, em primeiro lugar, uma posição no cais para atracar ao navio com menor tempo de chegada, caso a diferença entre os tempos de chegada dos dois navios seja igual ou inferior a c_1 .

c_3 = probabilidade de, entre dois navios, ser atribuída, em primeiro lugar, uma posição no cais para atracar ao navio com menor tempo de chegada, caso a diferença entre os tempos de chegada dos dois navios seja superior a c_1 .

5.4.1. Construção da matriz de precedências temporais

Após ser obtido o vetor de posições associado a cada indivíduo, é necessário construir a matriz que estabelece as relações de precedências temporais entre os navios. Neste

processo começa-se por ordenar os navios por ordem crescente dos tempos de chegada e compará-los em grupos de 2 navios, começando-se a análise pelos navios com menores tempos de chegada. De acordo com a probabilidade de seleção de um navio (c_4) e o número pseudoaleatório gerado, é escolhido um navio para integrar uma nova lista ordenada dos navios pelos tempos de início de operação. Esta lista representa a ordem pela qual os navios irão ser servidos. Quando esta nova lista está completa, analisa-se cada um dos navios nela presentes. Nessa análise, verifica-se se existe sobreposição espacial entre um navio (i) e os que iniciam a sua operação antes dele (j). Caso exista, a matriz de precedências temporais assume o valor 1 na célula correspondente à interseção entre a linha i e coluna j . Observe-se a Figura 8 que esquematiza o processo anteriormente descrito.

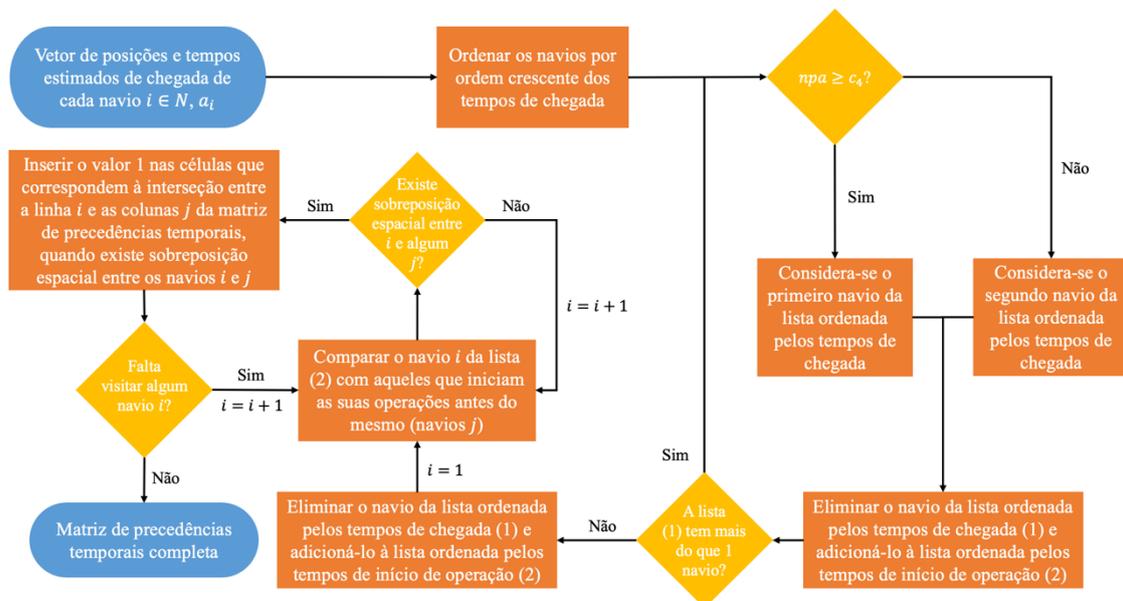


FIGURA 8 - Processo de construção da matriz de precedências temporais.

Para escolher qual dos navios da lista ordenada pelos tempos de chegada irá integrar a nova lista ordenada que define a ordem pela qual os navios são servidos foi utilizado um parâmetro c_4 . Este pode ser definido como a probabilidade do navio com maior tempo de chegada ser escolhido (para ser alocado primeiro) que o que tem menor tempo de chegada.

5.5. Cálculo da aptidão

O cálculo da aptidão é baseado nos tempos de início de operação de cada navio. Assim, o início desta secção descreve o processo do cálculo dos tempos de início de operação.

O procedimento apresentado a seguir dá origem aos tempos de início da operação de cada navio (variáveis y_i), tendo em conta as precedências temporais estabelecidas na matriz de precedências, os tempos estimados de chegada de cada navio e o vetor de posições.

Utilizando-se uma cópia da matriz de precedências, começa-se então por calcular os tempos de início de operação dos navios que não têm nenhum outro a iniciar a sua operação antes deles. Esses navios serão aqueles cuja soma da correspondente linha da matriz de precedências é igual a zero. Isto significa que não há nenhum navio que inicie a sua operação antes destes. O tempo de início de operação destes navios é igual ao seu tempo estimado de chegada, isto é, $y_i = a_i$.

Após terem sido calculados os tempos de início de operação de todos esses primeiros navios, as colunas da matriz de precedências associadas a estes navios são igualadas a zero. Ao fazer isto irão existir novos navios com a soma da linha da matriz de precedências correspondente igual a zero, ou seja, navios que não têm nenhum navio posicionado antes deles, a não ser eventualmente algum dos já considerados. Para esses novos navios, é então calculado o tempo de início da operação da seguinte forma. É selecionado o valor máximo entre o tempo estimado de chegada do navio e o instante temporal imediatamente a seguir ao tempo de fim de operação do navio que - de entre todos os que estão sobrepostos espacialmente com o navio em questão e são servidos antes dele - termina mais tarde a sua operação:

$$y_i = \max \left\{ a_i, \max_{j \in G} \{ y_j + h_j \} \right\},$$

onde G é o conjunto dos navios que têm sobreposição espacial com o navio $i \in N$ e que são servidos antes dele.

Calculados os tempos de início de operação para estes navios, as colunas da matriz de precedências a eles associadas são igualadas a zero e o processo repete-se até que sejam calculados os tempos de início de operação para a totalidade dos navios (V).

De modo a que melhor se visualize as alterações na cópia da matriz de precedências temporais, tomando por base a matriz apresentada na Figura 4, serão apresentadas as várias fases da mesma ao longo deste processo na Figura 9.

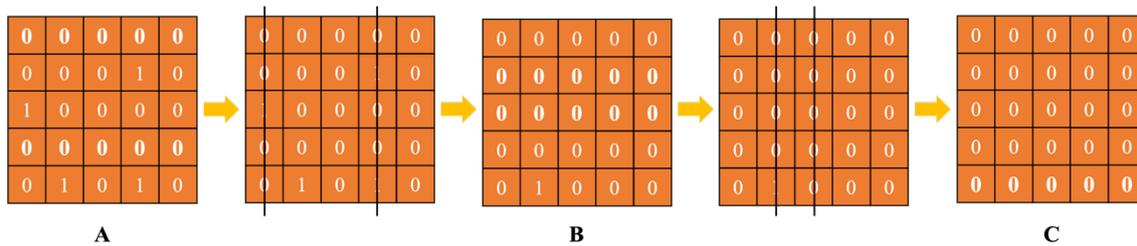


FIGURA 9 - Evolução da matriz de precedências temporais (para uma instância com $V = 5$).

Numa primeira fase (A), as únicas linhas da matriz onde a sua soma é igual a zero são as correspondentes aos navios 1 e 4. Assim, o tempo de início de operação destes navios é $y_1 = a_1$ e $y_4 = a_4$. Após igualar a zero as colunas 1 e 4, verifica-se numa segunda fase (B) que os navios para os quais é agora possível calcular os seus tempos de início de operação são o 2 e o 3. Para estes navios, o cálculo é efetuado como $y_2 = \max\{a_2, y_4 + h_4\}$ e $y_3 = \max\{a_3, y_1 + h_1\}$, dado que os navios 4 e 1 precedem os navios 2 e 3, respetivamente. Por fim (C), depois de serem igualadas a zero as colunas 2 e 3, verifica-se que a soma da linha 5 já é igual a zero e por isso procede-se ao cálculo do tempo de início de operação do navio 5. Neste caso, o tempo de início é obtido da seguinte forma: $y_5 = \max\{a_5, \max\{y_2 + h_2, y_4 + h_4\}\}$, uma vez que o navio 5 é precedido pelos navios 2 e 4.

Após calcular o tempo de início da operação de cada navio, é então calculada a aptidão de cada indivíduo que corresponde ao valor da função objetivo do BAP no caso determinístico. Considera-se como melhor aptidão aquela que apresenta o menor valor (dado que esta representa a soma dos atrasos dos navios).

5.6. Cruzamento

Para efetuar o cruzamento dos indivíduos, utilizou-se o Método Aleatório para escolher os progenitores e o Método do Ponto Único para definir as secções dos cromossomas dos progenitores que irão fazer parte do cromossoma do descendente gerado, considerando-se primeiramente apenas o vetor com as posições do cromossoma.

Contudo, neste último método não se gerou um número aleatório para escolher o ponto de divisão dos cromossomas, tendo sido definido que cada progenitor deveria contribuir igualmente com a sua informação genética, dividindo-se por isso o material genético dos progenitores ao meio. Nos casos em que a dimensão do vetor das posições é ímpar, é utilizada mais uma posição do vetor do segundo progenitor, comparativamente ao primeiro. Observe-se a Figura 10.

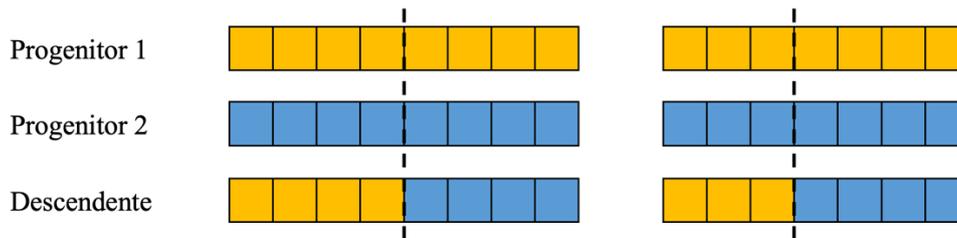


FIGURA 10 - Cruzamento de indivíduos com um vetor de posições de dimensão par (à esquerda) e com outro de dimensão ímpar (à direita).

Note-se que neste processo de cruzamento é definido primeiramente apenas o vetor das posições de atracagem dos navios para cada descendente. Após a obtenção desse vetor, é então calculada a matriz de precedências temporais para o descendente gerado, conforme explicado na Subsecção 5.4.1., e a sua aptidão, conforme a Secção 5.5. descreve. Cada um dos descendentes e o progenitor com melhor valor de aptidão são selecionados para integrar a população da geração seguinte. Além disso, se a dimensão da população for um número ímpar, escolhe-se no início um indivíduo da população que não será utilizado para os cruzamentos e que integrará automaticamente a população da geração seguinte.

5.7. Mutação

Note-se que na descrição do funcionamento geral dos Algoritmos Genéticos se prevê que a mutação apenas ocorra nos descendentes. Porém, considerou-se que a mutação poderia ocorrer para todos os elementos de uma certa população pois dado o contexto do problema e, conseqüentemente, a forma como a mutação está implementada (alocar mais cedo o navio que apresenta um maior atraso em relação ao *deadline* imposto para o fim da sua operação) interessa que a mutação ocorra para todos os indivíduos. O processo de

mutação pode também ocorrer na vida adulta de um indivíduo pelo que a hipótese considerada tem validade em termos biológicos.

Neste procedimento é utilizado o parâmetro c_5 que é definido como a probabilidade de um indivíduo não sofrer uma mutação. Assim, cada indivíduo só é mutado se o número pseudoaleatório gerado for superior a c_5 .

Para a mutação foi utilizada a parte dos cromossomas que corresponde às matrizes de precedências temporais e procurou-se trocar as precedências entre o navio com pior atraso e o navio que está imediatamente antes desse com o propósito de diminuir este atraso. O navio que está imediatamente antes do que tem o pior atraso é aquele que inicia a sua operação mais tarde, entre todos os que estão sobrepostos espacialmente com o navio com pior atraso e que iniciam a operação antes do mesmo.

Em termos práticos, suponha-se que antes do processo de mutação a solução associada a um determinado indivíduo é a que se apresenta na sua forma descodificada na Figura 11. Sabe-se que o navio com pior atraso é o navio representado a azul claro.

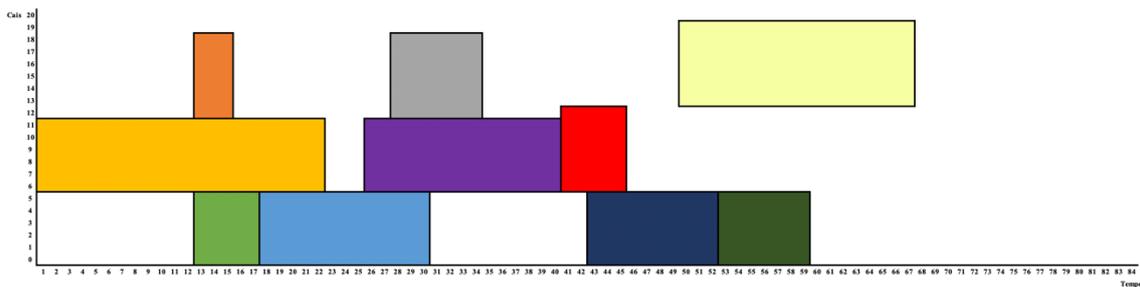


FIGURA 11 - Representação de uma solução gerada antes do processo de mutação.

Assim, a mutação irá provocar a troca de posição do navio a azul claro com o navio a verde claro, ajustando-se os tempos de início das suas operações, como se pode observar na Figura 12.

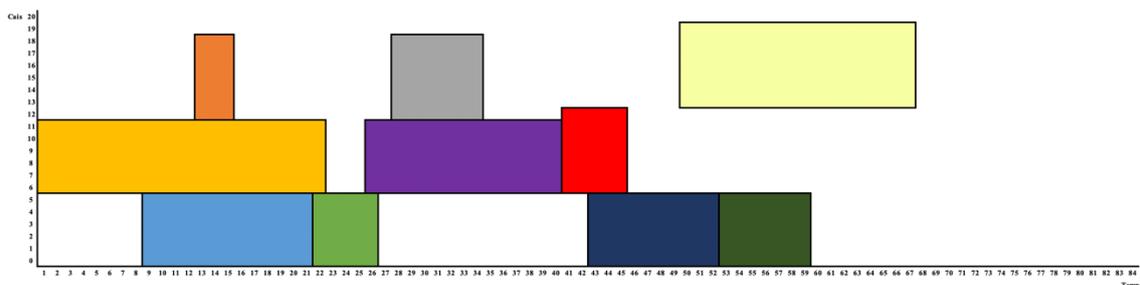


FIGURA 12 - Representação de uma solução gerada após o processo de mutação.

6. ALGORITMO GENÉTICO (CONSIDERANDO INCERTEZA)

Quando consideramos o BAP nos casos em que a incerteza é tida em conta (programação estocástica e otimização robusta) as alterações aos procedimentos/funções apresentados no Capítulo anterior são em número reduzido. Posto isto, neste Capítulo iremos apenas referir essas alterações, decorrentes da consideração de vários cenários.

Os processos que sofreram modificações mais proeminentes são aqueles que estão associados ao cálculo dos tempos de início de operação dos navios e da aptidão dos indivíduos e à mutação dos indivíduos.

O cálculo dos tempos de início de operação de cada navio é efetuado para cada cenário, seguindo-se a metodologia enunciada previamente (Secção 5.5.). Relativamente ao cálculo da aptidão, este depende se estamos a considerar o caso estocástico ou o caso robusto. Na programação estocástica a aptidão de um indivíduo corresponde à média das aptidões desse indivíduo em cada um dos cenários, enquanto que na otimização robusta a aptidão é igual à pior aptidão encontrada no conjunto dos cenários considerados.

Quanto ao processo de mutação, durante a aplicação do Algoritmo Genético aos casos onde se considera incerteza, chegou-se à conclusão que seria mais benéfico considerar uma versão melhorada da condição para encontrar o navio que está imediatamente antes do navio com pior atraso, em cada cenário. Assim, será utilizada esta versão, que abrange um maior número de casos. Escolhe-se então o navio que acaba a sua operação mais tarde, de entre aqueles que simultaneamente estão sobrepostos espacialmente com o navio com pior atraso e que acabam a sua operação antes do navio com pior atraso iniciar a sua. Mais uma vez, a consideração do caso estocástico ou robusto influencia o modo como se efetua a mutação dos indivíduos. Caso se considere a programação estocástica, o navio com pior atraso é aquele que apresenta um atraso médio maior, isto é, o navio com maior média dos atrasos verificados em cada cenário para esse navio. Para se identificar o navio que vai trocar de precedências com o navio com maior atraso, verifica-se, em cada cenário, qual o navio que está imediatamente antes do navio com maior atraso desse cenário e escolhe-se aquele que é mais frequentemente o navio que está imediatamente antes. No caso da otimização robusta, consideram-se o navio com pior atraso e aquele que está imediatamente antes desse, no pior cenário (cenário onde o indivíduo possui a pior aptidão encontrada).

7. ANÁLISE DE RESULTADOS

Para implementar o Algoritmo Genético desenvolvido foi utilizada a linguagem de programação *Visual Basic for Applications*. O computador utilizado durante a experiência computacional realizada tem um processador Intel® Core™ i3-1005G1 e memória RAM de 8GB.

O conjunto de dados considerado corresponde a um conjunto de instâncias reais referentes a um porto em Portugal e estão disponíveis *online*¹. No conjunto das instâncias, o número de navios varia entre 6 e 15 e, para cada número de navios, existem 10 instâncias distintas, obtendo-se um total de 100 instâncias. Cada uma destas instâncias tem informação sobre os tempos estimados de chegada dos navios ao porto, os tempos estimados de operação dos navios e o comprimento de cada navio. O *deadline* imposto para o término da operação de cada navio foi definido como dependente do tempo da operação do navio, tendo sido calculado como $d_i = a_i + h_i + F \times h_i$. A constante F representa a tolerância necessária para que os navios não sejam obrigados a iniciar a operação assim que chegam ao porto, sendo que foi utilizada uma tolerância igual a 0,2. São ainda considerados um cais contínuo de dimensão igual a 20 (com 21 posições para atracação) e um horizonte temporal de 84 instantes temporais. Cada um destes instantes temporais corresponde a um período de 2 horas, o que significa que o horizonte temporal observado totaliza 168 horas, isto é, o tempo correspondente a uma semana completa.

O conjunto das instâncias foi dividido em dois subconjuntos: instâncias de calibração e instâncias de teste. As primeiras foram utilizadas para calibrar o algoritmo e correspondem a um total de 10 instâncias, tendo sido escolhidas com base no valor ótimo de cada uma, no caso determinístico. Para encontrar o valor ótimo das instâncias recorreu-se ao *software* IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (versão 20.1.0), doravante referido como CPLEX. Assim, foram escolhidas as duas instâncias com pior valor ótimo de cada conjunto de instâncias de dimensão igual a 6, 7, 8, 9 e 10 navios, sendo esta uma medida da complexidade das instâncias. Em caso de empate foi escolhida arbitrariamente uma das instâncias de entre as que possuem o mesmo valor ótimo. Se uma instância possui um valor ótimo diferente de zero, significa que não foi possível respeitar todos os

¹ <http://sweet.ua.pt/aagra/>

deadlines fixados. Isto pode acontecer por chegarem ao porto muitos navios num determinado intervalo de tempo, pelos tempos de operação dos navios serem muito elevados, entre outros fatores. Deste modo, se o Algoritmo Genético é capaz de produzir uma solução boa para estas instâncias, onde o congestionamento no porto é maior, espera-se que também o conseguirá fazer para instâncias mais simples. Assim, escolhe-se este critério para a seleção das instâncias de calibração com o intuito do Algoritmo Genético utilizado ser capaz de obter as melhores soluções possíveis. Observando-se a Tabela I constata-se que do processo de seleção das instâncias de calibração resultaram as instâncias 6_5, 6_7, 7_2, 7_9, 8_1, 8_4, 9_6, 9_8, 10_3 e 10_4. Os tempos de execução foram inferiores a um segundo, pelo que não foram tidos em conta nesta decisão.

TABELA I: Valores ótimos de todas as potenciais instâncias de calibração (obtidos pelo CPLEX).

6	1	0	7	1	0	8	1	0	9	1	0	10	1	0
	2	0		2	2		0	2		1	2		0	
	3	0		3	0		3	0		3	0		3	1
	4	0		4	0		4	1		4	0		4	3
	5	0		5	0		5	0		5	0		5	0
	6	0		6	0		6	0		6	1		6	0
	7	0		7	0		7	0		7	0		7	0
	8	0		8	0		8	0		8	2		8	1
	9	0		9	0		9	0		9	0		9	0
	10	0		10	0		10	0		10	1		10	0

Em relação às instâncias de teste, estas correspondem ao total das 50 instâncias de dimensões 11, 12, 13, 14 e 15 navios e foram usadas para avaliar a eficácia do algoritmo.

7.1. Resultados preliminares

Numa primeira fase, é necessário encontrar os valores mais adequados para os parâmetros c_1 a c_5 , definidos ao longo do Capítulo 5, pois serão eles que irão ditar o modo de funcionamento dos operadores genéticos implementados no VBA. Deste modo, serão testados 3 valores para c_1 (3, 5 e 7), 2 valores para c_2 (0.5 e 0.7), 2 valores para c_3 (0.5, 0.8), 3 valores para c_4 (0.15, 0.25 e 0.35) e 3 valores para c_5 (0.7, 0.8 e 0.9).

Procedeu-se à testagem em duas fases destes parâmetros:

1. Testar isoladamente o processo de construção da população inicial com os diferentes valores para os parâmetros c_1 , c_2 e c_3 , onde são consideradas 12 versões do algoritmo.
2. Com os melhores valores encontrados para c_1 , c_2 e c_3 , testar em conjunto os valores para c_4 e c_5 , que resulta em 9 versões do algoritmo.

Optou-se por esta opção metodológica pelo facto dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 apenas influenciarem a construção da população inicial, processo este que ocorre uma única vez ao longo do Algoritmo Genético (no início). Assim, partindo da melhor combinação de parâmetros para obtenção do ponto de partida do AG, testam-se os restantes parâmetros.

Na realização destes testes foi considerado o AG determinístico.

7.1.1. Calibração dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3

Nestes testes de calibração do algoritmo foram consideradas as seguintes constantes: uma semente para geração de números pseudoaleatórios igual a -5 e uma população de dimensão igual a 15 indivíduos.

Na Tabela B. I em anexo são apresentados os resultados detalhados para a Fase 1. Partindo desta tabela, foram definidas métricas globais para se avaliar a qualidade dos resultados obtidos para cada combinação de parâmetros. Para cada combinação de parâmetros, estas métricas são:

- i) o número de vezes que a combinação obteve o melhor valor para a melhor aptidão (número de células a verde);
- ii) média das melhores aptidões encontradas na população inicial de cada instância;
- iii) média das médias das aptidões encontradas na população inicial de cada instância;
- iv) média das piores aptidões encontradas na população inicial de cada instância.

TABELA II: Valores das métricas utilizadas na escolha dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 .

	$c_1 = 3$				$c_1 = 5$				$c_1 = 7$			
	$c_2 = 0.5$		$c_2 = 0.7$		$c_2 = 0.5$		$c_2 = 0.7$		$c_2 = 0.5$		$c_2 = 0.7$	
	$c_3 = 0.5$	$c_3 = 0.8$										
# melhor valor	12	7	10	15	12	10	10	12	12	9	11	11
Média das melhores aptidões	2,10	2,60	2,40	2,70	2,10	3,60	2,10	2,70	2,10	2,30	2,10	2,70
Média das médias das aptidões	15,94	15,42	15,71	13,42	15,94	15,85	15,98	14,42	15,94	16,55	15,19	15,01
Média das piores aptidões	49,40	61,80	47,60	59,40	49,40	47,60	61,20	61,00	49,40	49,00	59,60	64,30

TABELA III: Valores das métricas utilizadas na escolha dos parâmetros c_4 e c_5 .

	$c_1 = 3 \mid c_2 = 0.7 \mid c_3 = 0.8$								
	$c_4 = 0.15$			$c_4 = 0.25$			$c_4 = 0.35$		
	$c_5 = 0.7$	$c_5 = 0.8$	$c_5 = 0.9$	$c_5 = 0.7$	$c_5 = 0.8$	$c_5 = 0.9$	$c_5 = 0.7$	$c_5 = 0.8$	$c_5 = 0.9$
Média das melhores aptidões	2,30	2,30	2,30	2,30	2,30	2,30	2,30	2,30	2,30
Média das iterações	0,20	0,40	0,40	0,20	0,40	0,40	0,20	0,40	0,40

Os valores associados a estas métricas podem ser encontrados na Tabela II. Através da sua análise observamos que não existe nenhuma versão do algoritmo que seja absolutamente melhor em todos os critérios, de forma que não é possível escolher inequivocamente uma combinação dos parâmetros. Não se pretende escolher a versão onde as médias das melhores e piores aptidões exprimem os menores valores, pois, dessa forma, não existirá uma grande diversidade da população inicial (princípio da diversificação). Deste modo, sobram as métricas i) e iii).

Pretende-se então optar pela combinação de parâmetros onde a média das médias das aptidões é a menor, dado que, assim, pretendemos garantir que a população inicial contém à partida boas soluções e que, por isso, não temos como ponto de partida soluções catastróficas (princípio da intensificação). Adicionalmente, queremos também escolher a versão onde foi possível encontrar mais vezes o melhor valor para a melhor aptidão. Posto isto, a versão que reflete este pensamento é aquela onde $c_1 = 3$, $c_2 = 0.7$ e $c_3 = 0.8$.

7.1.2. Calibração dos parâmetros c_4 e c_5

Utilizando-se os melhores valores para c_1 , c_2 e c_3 , procedeu-se ao teste dos diferentes valores considerados para c_4 e c_5 . Nestes testes foi considerado um número máximo de iterações a realizar igual a 100, adicionalmente às constantes enunciadas na calibração dos parâmetros c_1 , c_2 e c_3 . Neste caso, as métricas utilizadas foram apenas a médias dos valores das melhores aptidões e a média dos números das iterações onde foram encontradas as melhores aptidões. Os resultados detalhados deste teste podem ser encontrados na Tabela B. II e os valores das métricas na Tabela III. Constata-se que a métrica relativa à melhor aptidão não permite decidir sobre a escolha de valor dos parâmetros pois apresenta o mesmo valor em todas as combinações. Por outro lado, podemos concluir que a escolha do parâmetro c_5 é clara, pois para cada valor de c_4 , o melhor valor da média das iterações acontece quando $c_5 = 0.7$. Mais concretamente, este valor é igual para cada c_4 , pelo que se escolheu arbitrariamente um valor de entre os três testados para este parâmetro (neste caso, $c_4 = 0.25$).

7.1.3. Calibração da dimensão da população e do número máximo de iterações a realizar

O próximo passo consistiu em escolher o melhor valor de entre os testados para a dimensão da população e o número máximo de iterações a realizar, por esta ordem.

Primeiramente, fixou-se o número máximo de iterações em 100 e consideraram-se vários valores para a dimensão da população (5, 15, 25, 50 e 100). Utilizando-se a melhor combinação de parâmetros encontrada anteriormente, isto é, $c_1 = 3$, $c_2 = 0.7$, $c_3 = 0.8$, $c_4 = 0.25$ e $c_5 = 0.7$, obtiveram-se os resultados que são apresentados na Tabela B. III. Para avaliar a qualidade dos resultados e tomar decisões foram utilizadas a média das melhores aptidões encontradas na população inicial, a média das melhores aptidões encontradas na última geração e a duração média do algoritmo, em minutos. Os resultados associados a cada um dos diferentes valores da dimensão da população são visíveis na Tabela IV. Assim, deduz-se que, quando a população tem uma dimensão de 100 indivíduos, as duas primeiras métricas utilizadas apresentam os menores valores, pelo que será esta a dimensão escolhida. Note-se que apesar do valor 100 ter associado o maior tempo de execução, esse tempo é muito reduzido.

TABELA IV: Valores das métricas utilizadas na escolha da dimensão da população.

	5	15	25	50	100
Média das melhores aptidões encontradas na população inicial	3,40	2,70	2,70	2,20	2,00
Média das aptidões finais	2,90	2,30	2,70	1,80	1,70
Duração média do algoritmo	00:00	00:00	00:02	00:04	00:08

Fixando-se a dimensão da população em 100 indivíduos, testou-se o algoritmo para diferentes valores do número máximo de iterações a realizar, nomeadamente, 0, 10, 25, 50, 100 e 300. Não se escolheu um valor superior a 300 porque a partir daí o computador deixa de ter memória suficiente para executar o algoritmo - erro de *overflow* no VBA. A Tabela B. IV detalha os resultados obtidos e a Tabela V sumaria os valores das métricas apresentadas na escolha da dimensão da população para os diferentes valores considerados.

TABELA V: Valores das métricas utilizadas na escolha do número máximo de iterações.

	0	10	25	50	100	300
Média das melhores aptidões encontradas na população inicial	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
Média das aptidões finais	2,00	1,70	1,70	1,70	1,70	1,70
Duração média do algoritmo	00:00	00:01	00:02	00:04	00:08	00:10

Posto isto, observa-se que a média das melhores aptidões encontradas na população inicial é igual em todos os casos (porque a população inicial é igual em todos os casos). Desta forma, na tomada de decisão, recorreu-se apenas à métrica associada à melhor aptidão final (mais uma vez, a duração média do algoritmo não influencia a decisão por se tratar de tempos reduzidos). Assim, verifica-se que a partir de 10 iterações o melhor valor para a métrica é encontrado. Optou-se por escolher 50 como o número máximo de iterações a realizar pois, dado que as instâncias de teste têm dimensão maior que as de calibração, a convergência para a solução ótima poderá ser mais lenta. Em contrapartida, não se escolheu um valor superior a 50 porque se prevê que, em instâncias maiores, o tempo de execução do algoritmo seja elevada com 100 ou 300 iterações.

7.1.4. Calibração do número de cenários adicionais

De modo a escolher o melhor valor para o número de cenários adicionais ao cenário determinístico, foi aplicado o Algoritmo Genético considerando incerteza (caso estocástico) às várias instâncias de calibração, considerando-se vários valores para o número de cenários (10, 25, 50, 100 e 200). Para gerar os cenários adicionais foi utilizada uma variável aleatória que descreve os atrasos adicionados aos tempos de chegada no caso determinístico. Esta variável aleatória segue uma distribuição uniforme discreta $U \sim (0,5)$, sendo por isso o atraso máximo de 5 períodos.

Com base na inspeção visual da Tabela VI e da Figura 13 que traduzem os resultados obtidos (melhor aptidão final encontrada e tempo de execução do algoritmo, em minutos, e respetivas médias), pode afirmar-se que parece existir uma estabilização da média das melhores aptidões finais quando se consideram 50 cenários adicionais. Utiliza-se este critério dado que uma estabilização desta média significa que um número maior de cenários não irá produzir alterações significativas na aptidão das melhores soluções

encontradas, pelo que se escolhe o menor número possível. Assim, garante-se também que o tempo de execução do algoritmo não é extremamente elevado.

TABELA VI: Resultados e valores das métricas associados à escolha do número de cenários adicionais.

	10		25		50		100		200	
6_5	2	00:04	3	00:07	3	00:08	3	00:20	3	00:48
6_7	2	00:02	3	00:05	3	00:09	3	00:22	3	00:41
7_2	6	00:04	7	00:08	7	00:17	7	00:27	7	00:59
7_9	3	00:03	3	00:07	4	00:11	4	00:21	4	00:46
8_1	6	00:05	6	00:10	9	00:18	10	00:35	10	01:15
8_4	6	00:05	6	00:10	7	00:17	7	00:35	7	01:05
9_6	13	00:06	14	00:13	15	00:22	15	00:40	14	01:28
9_8	7	00:06	8	00:15	9	00:21	9	00:41	9	01:17
10_3	9	00:08	10	00:18	10	00:27	9	00:46	10	01:30
10_4	14	00:08	15	00:19	16	00:24	15	00:48	15	01:30
Média	6,80	00:05	7,50	00:11	8,30	00:17	8,20	00:34	8,20	01:08

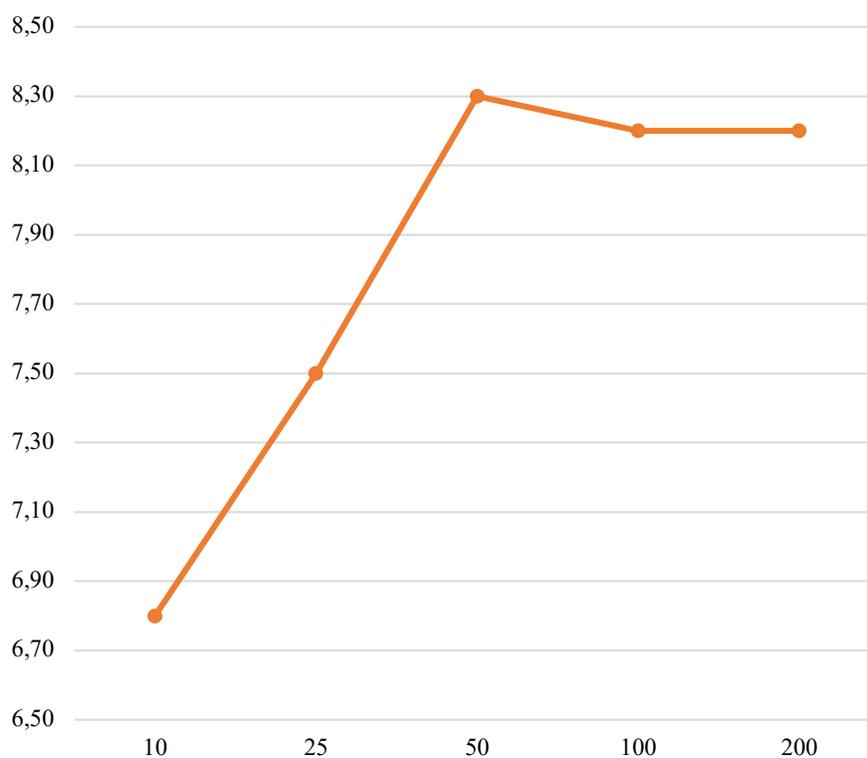


FIGURA 13 - Representação gráfica da média das melhores aptidões encontradas em cada instância de calibração.

7.2. Resultados do AG (caso determinístico)

Nos testes de *performance* do AG, aplicados a todas as instâncias de teste, foram considerados vários valores para a semente (-5, 0.5 e 1), sendo que a melhor aptidão final encontrada foi obtida através da escolha do melhor resultado de entre os apresentados com as três sementes. A este algoritmo deu-se o nome de Algoritmo Genético Múltiplo.

Os resultados decorrentes da aplicação deste algoritmo foram organizados por instâncias de igual dimensão e foram avaliados de acordo com as métricas descritas em seguida:

- i) a percentagem de melhores aptidões geradas que são iguais ao valor ótimo;
- ii) a percentagem de melhores aptidões que distam 3, 6, 9 e 12 instantes temporais do valor ótimo;
- iii) a média do valor ótimo;
- iv) a média das melhores aptidões encontradas na população inicial;
- v) a média das melhores aptidões finais encontradas;
- vi) a percentagem associada ao número de vezes em que a melhor aptidão final foi encontrada na população inicial;
- vii) a percentagem média de cruzamentos responsáveis pela melhoria da aptidão num determinado momento;
- viii) a percentagem média de descendentes que são melhores que os seus dois progenitores;
- ix) a percentagem média de descendentes que são melhores que pelo menos um dos seus progenitores;
- x) a percentagem média de mutações realizadas;
- xi) a percentagem média de mutações que deram origem à melhoria da aptidão num determinado momento;
- xii) o número médio de melhorias da aptidão ao longo da execução do algoritmo, em cada conjunto de instâncias de igual dimensão.

O tempo de execução do algoritmo não foi incluído nos resultados uma vez que o algoritmo forneceu a solução em poucos segundos, não sendo, por essa razão, relevante para a análise. Os valores obtidos para cada uma destas métricas podem ser observados na Tabela VII.

TABELA VII: Valores das métricas utilizadas na análise dos resultados do AG determinístico.

	11	12	13	14	15
% aptidão = valor ótimo	60,00%	40,00%	50,00%	20,00%	0,00%
% aptidão - valor ótimo <= 3	80,00%	70,00%	70,00%	50,00%	30,00%
% aptidão - valor ótimo <= 6	80,00%	90,00%	80,00%	60,00%	60,00%
% aptidão - valor ótimo <= 9	80,00%	90,00%	100,00%	60,00%	70,00%
% aptidão - valor ótimo <= 12	80,00%	100,00%	100,00%	90,00%	80,00%
Média valor ótimo	1,30	1,00	1,20	4,10	2,10
Média aptidão final	5,00	3,80	3,80	9,80	9,30
Média melhor aptidão população inicial	7,70	6,90	7,80	18,10	13,20
% melhor aptidão população inicial = aptidão	60,00%	50,00%	30,00%	30,00%	40,00%
% média de cruzamentos com melhoria da aptidão	0,22%	0,21%	0,12%	0,05%	0,03%
% média de descendentes melhores que os 2 progenitores	18,51%	16,84%	18,11%	13,06%	18,23%
% média descendentes melhores que pelo menos 1 dos progenitores	58,57%	53,68%	56,72%	47,30%	57,58%
% média de mutações	27,51%	26,62%	28,55%	30,14%	30,30%
% média de mutações com melhoria da aptidão	0,04%	0,04%	0,20%	0,08%	0,02%
# médio de melhorias da aptidão	0,70	0,90	1,00	2,30	1,00

Através da análise desses valores podemos aferir que o número de vezes onde o valor ótimo é encontrado tende a diminuir com o aumento da dimensão das instâncias, sendo que o seu máximo é verificado nas instâncias de dimensão igual a 11 navios (onde em 6 das 10 instâncias o valor ótimo é encontrado) e o seu mínimo nas instâncias de 15 navios (nas quais nunca foi encontrado o valor ótimo). Na maioria das instâncias, a aptidão encontrada dista não mais do que 6 instantes temporais (12 horas) do valor ótimo, sendo que a percentagem de vezes que isto sucede diminuiu com o aumento da dimensão das instâncias, atingindo-se um mínimo de 60% de instâncias. Por outro lado, a grande maioria das instâncias não excede um atraso superior a 12 períodos (1 dia).

A média da melhor aptidão encontrada na população inicial foi sempre superior à média da melhor aptidão final encontrada, o que é um bom indicador do funcionamento do AG. Isto acontece porque a percentagem de soluções provenientes da população inicial que deram origem ao valor da aptidão final não é muito elevada. Por sua vez, a média do valor ótimo é consideravelmente superior à média da melhor aptidão encontrada, que se

deve a algumas instâncias mais complexas terem atingido valores para a aptidão final muito distantes do valor ótimo.

A percentagem média de cruzamentos que contribuíram para a melhoria da aptidão final é pequena e vai diminuindo com o aumento da dimensão das instâncias, o que se justifica pelo elevado e crescente número de cruzamentos efetuados. Através da percentagem média de descendentes melhores que os seus dois progenitores e melhores que pelo menos um deles constata-se que os descendentes gerados são de boa qualidade dado que estas representam, respetivamente, cerca de um quinto e um pouco mais que metade do total de descendentes gerados.

A percentagem média de mutações realizadas ronda os 30% nos vários conjuntos de instâncias, o que faz sentido uma vez que a probabilidade do processo de mutação ocorrer é igual a 30%. A percentagem média de mutações que originaram melhorias da aptidão final é também reduzida nos vários conjuntos de instâncias, tendo a mesma justificação dos cruzamentos.

Por fim, o número médio de melhorias da aptidão é mais ou menos igual nos vários casos, à exceção das instâncias de dimensão 13 onde é mais elevado, devido a só se terem realizado duas iterações e ter existido uma melhoria da aptidão para um valor igual a 0, originado a interrupção do algoritmo.

7.3. Resultados do AG (considerando incerteza)

Nesta secção serão apresentados os resultados do Algoritmo Genético que considera tempos de chega incertos, em ambos os casos estocástico e robusto. Os 50 cenários adicionais, comuns aos dois casos onde se considera incerteza ($\Omega_E = \Omega_R$), foram gerados de forma análoga à descrita anteriormente nos resultados preliminares.

Tendo por base a melhor aptidão final obtida após a aplicação do AG Múltiplo no caso determinístico para cada uma das 3 sementes (-5, 0.5 e 1), observou-se o número de vezes em que a aptidão encontrada com cada semente é igual à melhor aptidão final, no total das instâncias de teste. Através da Tabela B. V podemos verificar que foi com o valor da semente igual a 0.5 que a melhor aptidão final teve uma maior proveniência de resultados. Desta forma, será este o valor que será utilizado no AG considerando incerteza.

As métricas utilizadas são semelhantes às que foram usadas anteriormente. As principais diferenças são: o valor da aptidão passar a ser avaliado apenas com a média das melhores aptidões encontradas e a adição de uma nova métrica que traduz a duração média do algoritmo, em minutos. É importante lembrar que no caso estocástico a aptidão corresponde à média das aptidões verificada nos vários cenários e que no caso robusto é igual à aptidão do pior cenário.

Os valores das métricas de avaliação dos resultados obtidos com programação estocástica e a otimização robusta podem ser observados na Tabela VIII e na Tabela IX.

TABELA VIII: Valores das métricas utilizadas na análise dos resultados do AG que considera incerteza (programação estocástica).

	11	12	13	14	15
Média aptidão final	15,50	17,80	21,50	26,70	29,60
Média melhor aptidão população inicial	19,00	19,80	23,20	36,00	32,80
% melhor aptidão população inicial = aptidão	40,00%	40,00%	50,00%	0,00%	20,00%
% média de cruzamentos com melhoria da aptidão	0,04%	0,03%	0,01%	0,06%	0,03%
% média de descendentes melhores que os 2 progenitores	19,04%	17,88%	16,69%	16,59%	18,89%
% média de descendentes melhores que pelo menos 1 dos progenitores	57,57%	53,85%	58,83%	54,08%	54,63%
% média de mutações	30,98%	29,28%	29,66%	29,82%	30,80%
% média de mutações com melhoria da aptidão	0,01%	0,03%	0,02%	0,06%	0,06%
# médio de melhorias da aptidão	1,10	1,10	0,60	2,20	1,60
Duração média do algoritmo	00:50	01:03	01:09	01:15	01:42

TABELA IX: Valores das métricas utilizadas na análise dos resultados do AG que considera incerteza (otimização robusta)

	11	12	13	14	15
Média aptidão final	24,70	30,70	34,20	39,50	43,80
Média melhor aptidão população inicial	29,60	33,20	36,40	49,40	50,00
% melhor aptidão população inicial = aptidão	20,00%	40,00%	40,00%	10,00%	20,00%
% média de cruzamentos com melhoria da aptidão	0,05%	0,03%	0,01%	0,07%	0,03%

% média de descendentes melhores que os 2 progenitores	15,10%	13,67%	14,72%	15,43%	16,10%
% média de descendentes melhores que pelo menos 1 dos progenitores	51,55%	46,71%	50,48%	52,47%	50,10%
% média de mutações	28,37%	26,01%	27,85%	29,82%	29,67%
% média de mutações com melhoria da aptidão	0,01%	0,03%	0,03%	0,73%	0,07%
# médio de melhorias da aptidão	1,40	1,10	0,70	2,20	1,80
Duração média do algoritmo	00:50	01:07	01:26	01:10	01:30

A análise das métricas obtidas nos dois casos será feita em paralelo e serão apenas referidas as observações que sofreram alterações relativamente ao caso determinístico. Relativamente à média da melhor aptidão final encontrada e média da melhor aptidão encontrada na população inicial, verificamos que naturalmente a segunda é superior à primeira dado que a percentagem de soluções provenientes da população inicial que deram origem ao valor da aptidão final é reduzida e inferior a 100%, nos vários conjuntos de instâncias. Comparando com o caso determinístico, observam-se valores superiores para a média das melhores aptidões encontradas na população inicial, o que era expectável dado que a aptidão é a média das aptidões em cada cenário ou a pior aptidão do conjunto de cenários (isto justifica o facto desta métrica ser um valor superior no caso robusto relativamente ao caso estocástico). Além desta medida, também os valores da média do número de melhorias da aptidão são superiores aos valores apresentados no caso determinístico. Finalmente, a média dos tempos de execução do algoritmo apresenta uma tendência crescente com o aumento da dimensão das instâncias e estes são superiores aos verificados no AG determinístico, o que é normal pois o caso incerto é um problema de maior complexidade em termos de cálculos computacionais.

8. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como foco a otimização da alocação de navios a posições de um cais num porto. Considerando as diversas características dos navios e do porto, teve-se como objetivo obter a posição inicial para atracação de cada navio e o momento no qual o navio atraca de modo a poder-se efetuar um planeamento do funcionamento do porto. Este problema é conhecido como *Berth Allocation Problem* e foram utilizadas diversas metodologias: modelo determinístico, programação estocástica e otimização robusta. As últimas duas têm em conta a incerteza, concretamente, tempos de chegada incertos dos navios ao porto.

O problema em questão representa várias instâncias reais de um porto em Portugal. Para a resolução deste problema foi utilizada a metaheurística Algoritmo Genético que foi implementada no VBA.

Relativamente ao Algoritmo Genético, pretendeu-se criar operadores diferentes dos tradicionais que melhor se ajustassem ao problema em estudo, nomeadamente, os operadores que permitem construir a população inicial, cruzar e mutar os vários indivíduos da população. Para a construção da população inicial foram tidos em conta os tempos de chegada dos navios, dando-se prioridade quer na alocação temporal quer na alocação espacial àqueles que possuíssem um tempo de chega menor. No cruzamento foram gerados novos indivíduos com base nas posições iniciais para atracação dos seus progenitores. No processo de mutação foi considerada a matriz de precedências temporais, onde se procurou alocar mais cedo o navio que possuía o maior atraso. Neste processo foi proposta uma alteração ao funcionamento geral do AG, considerando-se que a mutação poderia ocorrer em todos os indivíduos e não apenas nos descendentes, procurando estudar-se um leque de soluções mais vasto. Foram escolhidos os melhores parâmetros que definem a ação de cada um dos operadores descritos.

Outra proposta que teve como efeito a obtenção de melhores soluções e a exploração de um conjunto mais vasto, foi a escolha da melhor solução obtida com o Algoritmo Genético com três sementes diferentes que são utilizadas para gerar números pseudoaleatórios ao longo do algoritmo, no caso determinístico. Dado o caráter aleatório dos Algoritmos Genéticos, esta hipótese teve um impacto muito positivo nos resultados obtidos. Nos casos em que a incerteza é considerada foi escolhida a semente que gerou mais vezes melhores soluções no caso determinístico.

Quanto aos resultados obtidos, e através das várias métricas utilizadas para a avaliação das soluções geradas, podemos constatar que existem ainda algumas instâncias onde as aptidões finais obtidas pelo AG são muito superiores ao valor ótimo. Este problema pode dever-se ao facto da mutação tender gerar soluções que convirjam para uma mesma solução. Além disso, o problema pode dever-se também ao facto de se escolher sempre o melhor dos progenitores no cruzamento dos indivíduos, o que pode levar à obtenção de indivíduos iguais aos já existentes na população. Por outro lado, importa reforçar que o tempo de execução do algoritmo é muito reduzido, o que é bastante positivo.

Para investigações futuras, propõe-se procurar melhorar ainda mais os operadores criados, de forma a refletirem ainda mais as características do problema em estudo. Por exemplo, considerar também os tempos de duração da operação de cada navio na construção da matriz de precedências temporais. Além disso, sugere-se também que seja feito um estudo de simulação de atrasos no início da operação dos navios e observar através do diagrama onde são representadas as soluções as consequências resultantes dessa ação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, R. e Delgado, C. *Processos estocásticos*, 1997. Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/71434/2/40417.pdf>
- Alsoufi, G., Yang, X. e Salhi, A. (2016). Robust berth allocation using a hybrid approach combining branch-and-cut and the genetic algorithm. *Computer Science*, 9668, pages 187–201, (Springer International Publishing).
- Coley D. (1997). *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. World Scientific Publishing Company.
- Darwin C. (1859). *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*. Disponível em: <http://hdl.loc.gov/loc.rbc/General.17473.1>
- Golias, M. (2011). A bi-objective berth allocation formulation to account for vessel handling time uncertainty. *Maritime Economics & Logistics*, 13, 419–441.
- Golias, M., Portal, I., Konur, D., Kaisar, E. e Kolomvos, G. (2014). Robust berth scheduling at marine container terminals via hierarchical optimization. *Computers & Operations Research*, 41, 412–422.
- Guan, Y. and Cheung, R. (2004). The berth allocation problem: models and solution methods. *OR Spectrum*, 26, 75–92.
- Guldogan, E. U., Bulut, O., e Tasgetiren, M. F. (2012). A dynamic berth allocation problem with priority considerations under stochastic nature. *Advanced Intelligent Computing Theories and Applications. With Aspects of Artificial Intelligence*, 74–82. Springer Berlin Heidelberg.

- Han, X., Lu, Z. e Xi, L. (2010). A proactive approach for simultaneous berth and quay crane scheduling problem with stochastic arrival and handling time. *European Journal of Operational Research*, 207(3), 1327 – 1340.
- Jia, S., Li, C.-L. e Xu, Z. (2020). A simulation optimization method for deep-sea vessel berth planning and feeder arrival scheduling at a container port. *Transportation Research Part B:Methodological*, 142, 174 – 196.
- Kumar, M., Husain, M., Upreti, N. e Gupta, D. *Genetic Algorithm: Review and Application* (2010). Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=3529843>
- Lambora, A., Gupta, K. e Chopra, K. (2019). *Genetic algorithm-A literature review. International conference on machine learning, big data, cloud and parallel computing (COMITCon)*, 380-384. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=8862255>
- Li, M. Z., Jin, J. G. e Lu, C. X. (2015). Real-time disruption recovery for integrated berth allocation and crane assignment in container terminals. *Transportation Research Record*, 2479(1), 49–59.
- Lv, X., Jin, J. G. e Hu, H. (2020). Berth allocation recovery for container transshipment terminals. *Maritime Policy & Management*, 47(4), 558–574.
- Mitchell M. (1996). *An Introduction to Genetic Algorithms*. The MIT Press.
- Mohammadi, M. e Forghani, K. (2019). Solving a stochastic berth allocation problem using a hybrid sequence pair-based simulated annealing algorithm. *Engineering Optimization*, 51(10), 1810– 1828.
- Moorthy, R. e Teo, C. (2006). Berth management in container terminal: the template design problem. *OR Spectrum*, 28, 495–518.

- Rodrigues, F. e Agra, A. (2021). An exact robust approach for the integrated berth allocation and quay crane scheduling problem under uncertain arrival times. *European Journal of Operational Research*, 295 (2), 499-516. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.03.016>
- Rodrigues, F. e Agra, A. (2022). A Berth allocation and quay crane assignment/scheduling problem under uncertainty: A survey. *European Journal of Operational Research*, 303 (2), 501-524. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.12.040>
- Rodrigues, F. (2015). *O Problema de Seleção de Fornecedores Para Vários Produtos Considerando Descontos de Quantidade* (Tese de Mestrado). Disponível em: <https://ria.ua.pt/bitstream/10773/16292/1/O%20problema%20de%20seleção%20de%20fornecedores%20para%20vários%20produtos%20considerando%20descontos%20de%20quantidade.pdf>
- Rodriguez-Molins, M., Ingolotti, L., Barber, F., Salido, M., Sierra, M., e Puente, J. (2014). *A genetic algorithm for robust berth allocation and quay crane assignment*. *Progress in Artificial Intelligence*, 2, 177–192.
- Shang, X., Cao, J. e Ren, J. (2016). A robust optimization approach to the integrated berth allocation and quay crane assignment problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 94, 44 – 65.
- Sivanandam S., Deepa S. (2007). *Introduction to Genetic Algorithms*. Springer.
- Tan, C. e He, J. (2021). Integrated proactive and reactive strategies for sustainable berth allocation and quay crane assignment under uncertainty. *Annals of Operations Research*.
- Whitley, D. (1994). A genetic algorithm tutorial. *Statistics and Computing*, 4, 65–85. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF00175354>

- Wu, Y. e Miao, L. (2020). A robust scheduling model for continuous berth allocation problem under uncertainty. *5th International Conference on Electromechanical Control Technology and Transportation (ICECTT)*, 43–49.
- Wu, Y. e Miao, L. (2021). An efficient procedure for inserting buffers to generate robust berth plans in container terminals. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 9.
- Yang, X. S., Deb, S., e Fong, S. (2014). Metaheuristic algorithms: optimal balance of intensification and diversification. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8(3), 977-983. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.12785/amis/080306>
- Zhen, L. e Chang, D.-F. (2012). A bi-objective model for robust berth allocation scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 63(1), 262–273.
- Zhou, P., Kang, H. e Lin, L. (2006). A dynamic berth allocation model based on stochastic consideration. *6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, 2, 7297–7301.

ANEXOS

*Anexo A. Pseudocódigo do Procedimento Global do Algoritmo Genético***Procedimento Global – Algoritmo Genético**

Input: número máximo de iterações do Algoritmo Genético (max_it), valores dos parâmetros c_1 a c_5 e semente

$best = 10000$

$best_temp = 10000$

Fixar a semente para a geração de números pseudoaleatórios

Call Ler_Dados

Call Gerar_Populacao

Para cada indivíduo da população $i \in [1, popsize]$

Call Criar_Matriz_Precedencias

Call Calcular_y_aptidao

Se Check_Solution = True

 Imprimir mensagem com o erro ocorrido

FimSe

FimPara

$menor = 10000$

Para cada indivíduo da população $i \in [1, popsize]$

Se aptidão do indivíduo $i > maior$

$maior =$ aptidão do indivíduo i

FimSe

Se aptidão do indivíduo $i < menor$

$menor =$ aptidão do indivíduo i

$n = i$

FimSe

$soma = soma +$ aptidão do indivíduo i

FimPara

$media = soma / popsize$

Imprimir mensagem com a melhor aptidão, média das aptidões e pior aptidão dos indivíduos da população inicial

$best =$ aptidão do indivíduo n

Guardar informações da melhor solução encontrada até ao momento (correspondentes ao indivíduo $n \in [1, popsize]$)

Para cada iteração $k \in [1, max_it]$

Call Cruzamento

Para cada indivíduo da população $i \in [1, popsize]$

Se Check_Solution = True

 Imprimir mensagem com o erro ocorrido

```

FimSe
FimPara
best_0 = best
Para cada indivíduo da população  $i \in [1, \text{popsize}]$ 
    Se  $best > \text{aptidão do indivíduo } i$ 
         $best = \text{aptidão do indivíduo } i$ 
         $n = i$ 
    FimSe
FimPara
Se  $best < best_0$ 
    Guardar informações da melhor solução encontrada até ao momento
    (correspondentes ao indivíduo  $n \in [1, \text{popsize}]$ )
     $improve = improve + 1$ 
     $cruz\_improve = cruz\_improve + 1$ 
    Guardar geração onde foi encontrada a melhor solução e valor da aptidão
FimSe
Call Mutacao
Para cada indivíduo da população  $i \in [1, \text{popsize}]$ 
    Se  $best\_temp > \text{aptidão do indivíduo } i$ 
         $best\_temp = \text{aptidão do indivíduo } i$ 
         $n = i$ 
    FimSe
FimPara
Se  $best\_temp < best$ 
    Guardar informações da melhor solução encontrada até ao momento
    (correspondentes ao indivíduo  $n \in [1, \text{popsize}]$ )
     $best = best\_temp$ 
     $improve = improve + 1$ 
     $mut\_improve = mut\_improve + 1$ 
    Guardar geração onde foi encontrada a melhor solução e valor da aptidão
FimSe
Se  $best = 0$ 
    Exit Para
FimSe
 $best\_temp = 10000$ 
FimPara
Se  $best \neq 0$ 
     $iteracoes = k - 1$ 
Senão
     $iteracoes = k$ 
FimSe
Se não for realizada nenhuma iteração

```

iteracoes = 0

FimSe

Se *iteracoes = 0*

percentagem_cruz = 0

percentagem_descendente = 0

Senão

percentagem_cruz = (cruz_improve/((m/2) × iteracoes)) × 100

percentagem_descendente = (descendente_best/((m/2) × iteracoes)) × 100)

FimSe

Se *mutacoes = 0*

percentagem_mut = 0

Senão

percentagem_mut = (mut_improve/mutacoes) × 100)

FimSe

Imprimir mensagem com as posições para atracar no cais de cada navio, a aptidão da melhor solução encontrada (melhor aptidão), o número de iterações efetuadas, a dimensão da população utilizada, a melhor aptidão encontrada na população inicial, o número total de cruzamentos efetuados, a percentagem de cruzamentos onde a melhor aptidão naquele momento resultou desta operação, a percentagem de descendentes melhores que os seus 2 progenitores, a percentagem de descendentes melhores que pelo menos 1 dos seus progenitores, o número total de mutações efetuadas, a percentagem de mutações onde a melhor aptidão naquele momento resultou desta operação, o número de vezes em que a melhor aptidão se alterou ao longo do algoritmo, as gerações onde isso aconteceu e respetivo valor da melhor aptidão e o tempo de execução do algoritmo

Call Imprimir_Solucao

Output: posições para atracar no cais de cada navio e tempos de início da operação para os mesmos navios, associados à melhor solução encontrada

Anexo B. Resultados preliminares

Em cada secção horizontal da tabela seguinte - correspondente a cada uma das instâncias de calibração - são apresentados o valor ótimo obtido pelo CPLEX (na segunda coluna) e a melhor aptidão, média das aptidões e pior aptidão (de cima para baixo) encontradas na população inicial para cada uma das combinações de parâmetros.

TABELA B. I: Resultados obtidos na escolha dos melhores valores para os parâmetros c_1 , c_2 e c_3 .

		$c_1 = 3$				$c_1 = 5$				$c_1 = 7$			
		$c_2 = 0.5$		$c_2 = 0.7$		$c_2 = 0.5$		$c_2 = 0.7$		$c_2 = 0.5$		$c_2 = 0.7$	
		$c_3 = 0.5$	$c_3 = 0.8$										
6_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		5	2,8	6,53	1,53	5	2,8	6,53	1,53	5	2,8	6,67	1,53
		21	10	21	9	21	10	21	9	21	10	21	9
6_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		3,93	3,33	3,93	3,33	3,93	0,8	6,2	3,33	3,93	0,8	6,47	3,33
		30	38	30	38	30	4	34	38	30	4	38	38
7_2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
		17,67	11,53	16,6	10,73	17,67	12,33	16,67	11,13	17,67	15,27	12,8	11,13
		56	36	56	36	56	36	56	36	56	50	42	36
7_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		6,87	6,73	5,4	4,2	6,87	6,73	5,4	4,2	6,87	7,27	4,53	4,6
		34	47	25	47	34	47	25	47	34	47	25	47

8_1	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3
		39,33	30,47	36,13	29,53	39,33	29,87	42,27	33,47	39,33	30,73	40	33,47
		87	185	87	185	87	102	185	185	87	102	185	185
8_4	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1
		14,53	17,6	13,27	11,33	14,53	16,93	14,27	11,47	14,53	17,73	12,07	11,73
		27	51	27	31	27	47	28	31	27	47	22	31
9_6	1	1	4	4	6	1	4	4	6	1	4	4	6
		12,53	13,73	14,67	15,13	12,53	15,2	13,6	17,33	12,53	16,47	13,6	22,27
		38	47	38	47	38	35	38	47	38	35	38	80
9_8	2	5	5	5	5	5	2	5	5	5	2	5	5
		22	23,27	23,27	15,73	22	23,73	19,87	15,73	22	26,2	19,73	15,73
		88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
10_3	1	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7	3	7
		10,93	13,93	13,4	13,33	10,93	15,67	11,67	13,33	10,93	16,8	10,93	13,6
		34	40	45	37	34	40	45	37	34	40	45	37
10_4	3	6	3	6	3	6	15	3	3	6	6	3	3
		26,6	30,8	23,87	29,33	26,6	34,4	23,33	32,67	26,6	31,4	25,13	32,67
		79	76	59	76	79	67	92	92	79	67	92	92

TABELA B. II: Resultados obtidos na escolha dos melhores valores para os parâmetros c_4 e c_5 .

			$c_1 = 3 \mid c_2 = 0.7 \mid c_3 = 0.8$								
			$c_4 = 0.15$			$c_4 = 0.25$			$c_4 = 0.35$		
			$c_5 = 0.7$	$c_5 = 0.8$	$c_5 = 0.9$	$c_5 = 0.7$	$c_5 = 0.8$	$c_5 = 0.9$	$c_5 = 0.7$	$c_5 = 0.8$	$c_5 = 0.9$
6_5	0	melhor aptidão	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6_7	0	melhor aptidão	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7_2	2	melhor aptidão	2	2	2	2	2	2	2	2	2
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7_9	0	melhor aptidão	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8_1	0	melhor aptidão	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8_4	1	melhor aptidão	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9_6	1	melhor aptidão	6	6	6	6	6	6	6	6	6
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9_8	2	melhor aptidão	5	5	5	5	5	5	5	5	5
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10_3	1	melhor aptidão	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		iteração	2	4	4	2	4	4	2	4	4
10_4	3	melhor aptidão	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		iteração	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA B. III: Resultados obtidos na escolha da dimensão da população.

			5	15	25	50	100
6_5	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0
6_7	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0
7_2	2	melhor aptidão pop. inicial	2	2	2	2	2
		melhor aptidão final	2	2	2	2	2
7_9	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0
8_1	0	melhor aptidão pop. inicial	5	3	3	0	0
		melhor aptidão final	5	3	3	0	0
8_4	1	melhor aptidão pop. inicial	2	1	1	1	1
		melhor aptidão final	1	1	1	1	1
9_6	1	melhor aptidão pop. inicial	6	6	6	4	4
		melhor aptidão final	6	6	6	4	4
9_8	2	melhor aptidão pop. inicial	5	5	5	5	5
		melhor aptidão final	5	5	5	5	2
10_3	1	melhor aptidão pop. inicial	8	7	7	7	5
		melhor aptidão final	4	3	7	3	5
10_4	3	melhor aptidão pop. inicial	6	3	3	3	3
		melhor aptidão final	6	3	3	3	3

TABELA B. IV: Resultados obtidos na escolha do número máximo de iterações.

			0	10	25	50	100	300
6_5	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0	0
6_7	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0	0
7_2	2	melhor aptidão pop. inicial	2	2	2	2	2	2
		melhor aptidão final	2	2	2	2	2	2
7_9	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0	0
8_1	0	melhor aptidão pop. inicial	0	0	0	0	0	0
		melhor aptidão final	0	0	0	0	0	0
8_4	1	melhor aptidão pop. inicial	1	1	1	1	1	1
		melhor aptidão final	1	1	1	1	1	1
9_6	1	melhor aptidão pop. inicial	4	4	4	4	4	4
		melhor aptidão final	4	4	4	4	4	4
9_8	2	melhor aptidão pop. inicial	5	5	5	5	5	5
		melhor aptidão final	5	2	2	2	2	2
10_3	1	melhor aptidão pop. inicial	5	5	5	5	5	5
		melhor aptidão final	5	5	5	5	5	5
10_4	3	melhor aptidão pop. inicial	3	3	3	3	3	3
		melhor aptidão final	3	3	3	3	3	3

TABELA B. V: Resultados e valores das métricas associados à escolha da semente.

		sementes			melhor aptidão semente = melhor aptidão AG Múltiplo (é igual a 1 se a igualdade se verifica; 0 no caso contrário)		
		-5	0.5	1	-5	0.5	1
11_1	0	0	0	0	1	1	1
11_2	1	1	1	1	1	1	1
11_3	0	0	3	0	1	0	1
11_4	0	0	0	0	1	1	1
11_5	3	3	3	3	1	1	1
11_6	17	17	20	17	1	0	1
11_7	2	2	2	2	1	1	1
11_8	3	7	3	3	0	1	1
11_9	24	34	24	31	0	1	0
11_10	0	0	0	0	1	1	1
12_1	6	6	6	6	1	1	1
12_2	4	4	5	4	1	0	1
12_3	12	12	17	12	1	0	1
12_4	3	3	3	11	1	1	0
12_5	0	0	0	0	1	1	1
12_6	9	9	9	9	1	1	1
12_7	4	4	4	4	1	1	1
12_8	0	0	0	0	1	1	1
12_9	0	1	0	0	0	1	1
12_10	0	0	0	0	1	1	1
13_1	15	19	15	15	0	1	1
13_2	1	1	1	1	1	1	1
13_3	1	11	1	11	0	1	0
13_4	0	0	0	2	1	1	0
13_5	4	4	4	7	1	1	0
13_6	6	10	8	6	0	0	1
13_7	0	0	0	0	1	1	1
13_8	3	3	6	4	1	0	0
13_9	8	13	8	13	0	1	0
13_10	0	0	0	2	1	1	0
14_1	8	8	17	8	1	0	1
14_2	18	18	20	18	1	0	1
14_3	11	16	11	11	0	1	1
14_4	0	0	0	0	1	1	1

14_5	11	11	11	20	1	1	0
14_6	3	4	8	3	0	0	1
14_7	24	24	28	26	1	0	0
14_8	1	4	1	1	0	1	1
14_9	15	15	15	15	1	1	1
14_10	7	7	7	7	1	1	1
15_1	17	17	17	17	1	1	1
15_2	8	8	8	10	1	1	0
15_3	10	11	10	11	0	1	0
15_4	8	11	8	11	0	1	0
15_5	8	8	8	8	1	1	1
15_6	9	9	13	12	1	0	0
15_7	21	21	25	25	1	0	0
15_8	7	7	7	7	1	1	1
15_9	4	6	4	4	0	1	1
15_10	1	1	1	1	1	1	1
Total					37	38	35