



Lisbon School  
of Economics  
& Management  
Universidade de Lisboa

MESTRADO  
MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO ECONÓMICA E  
EMPRESARIAL

TRABALHO FINAL DE MESTRADO  
TRABALHO DE PROJETO

ESCALONAMENTO DA LIGA PORTUGAL BWIN 2022/2023

PEDRO MIGUEL MARTINS LIMA

ORIENTAÇÃO :

PROFESSORA DOUTORA MARIA CÂNDIDA VERGUEIRO MONTEIRO  
CIDADE MOURÃO

PROFESSORA DOUTORA LEONOR ALMEIDA LEITE SANTIAGO PINTO

DOCUMENTO ESPECIALMENTE ELABORADO PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE

OUTUBRO 2023

## Resumo

Na presença de qualquer torneio é necessário fazer o escalonamento do mesmo, por outras palavras, é necessário que haja a definição da ordem dos jogos a realizar. O principal objetivo deste trabalho final de mestrado é realizar o escalonamento da Liga Portugal *Bwin*, a 1ª divisão masculina do futebol profissional português, para a época desportiva 2022/2023.

O escalonamento em estudo tem de obedecer às condicionantes presentes nos regulamentos da organização que tutela a competição, a Liga Portugal. Estas condicionantes surgem com o propósito de promover a igualdade entre as equipas, melhorar a logística e assegurar a segurança de todos os envolvidos num jogo de futebol.

Para resolver o problema identificado formalizou-se um modelo de programação linear inteira que permite obter uma solução ótima. Para tal, o modelo foi implementado no *Excel* tendo sido de seguida utilizados softwares como o *Open Solver* e o *CPLEX*. Recorreu-se ao *CPLEX*, uma vez que o *Open Solver* se mostrou incapaz de gerar soluções com a função objetivo definida. De facto, quer as dimensões do modelo quer o elevado número de soluções alternativas, para o objetivo identificado, dificultaram a resolução do modelo, que não cedeu nem mesmo à tentativa de correr o modelo em duas partes.

A função objetivo do modelo é composta por várias parcelas, como por exemplo, o número de jogos consecutivos em casa (ou fora), que se pretendem minimizar. Torna-se então possível analisar as diferentes parcelas individualmente. Estes valores permitiram uma comparação entre a solução que foi praticada na época desportiva correspondente e as soluções obtidas através do modelo. Através desta comparação foi possível perceber que a solução obtida através do *CPLEX* além de obter melhores valores para a maior parte dos objetivos definidos, apresenta ainda um valor global menor.

**Palavras-chave:** Escalonamento, Programação Linear Inteira, Futebol, 1ª liga portuguesa

## Abstract

In the presence of any tournament, it is necessary to develop a schedule, in other words, it is necessary to define the order of the matches to be played. The main aim of this final master's thesis is to develop the schedule for the Liga Portugal *Bwin*, the men's 1st division of Portuguese professional soccer, for the 2022/2023 season.

The scheduling under study must comply with the conditions laid down in the regulations of the organization that oversees the competition, Liga Portugal. These conditions are designed to promote equality among teams, improve logistics and ensure the safety of everyone involved in a soccer match.

The problem identified was solved by a developed integer linear programming model, which was able to obtain an optimal solution. The model was implemented in Excel and then the softwares *Open Solver* and *CPLEX* were used. *Open Solver* proved incapable of generating solutions with the defined objective function. In fact, both the dimension of the model and the large number of alternative solutions for the identified objective made it difficult to solve the model, even when it was broken into two parts.

The model's objective function is made up of several parts, such as the number of consecutive home (or away) games to be minimized. It is then possible to analyze the different parts individually. These values allowed a comparison between the solution that was practiced in the corresponding sporting season and the solutions obtained through the model. This comparison lead to the conclusion that the solution obtained through *CPLEX*, not only obtained better values for most of the defined objectives, but also a lower overall value.

**Keywords:** Scheduling, Integer Linear Programming, Football, Portuguese 1st league

# ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| Resumo.....   | i  |
| Abstract .....  | ii |
| Agradecimentos .....  | iv |
| 1. Introdução.....  | 1  |
| 2. Definição e Enquadramento do Problema de Escalonamento de uma Liga ..... | 3  |
| 3. Modelo de Programação Linear .....                                       | 9  |
| 3.1. Definições.....  | 9  |
| 3.2. Formalização do Modelo.....  | 14 |
| 4. Metodologia.....   | 17 |
| 5. Resultados .....   | 21 |
| 6. Conclusões .....   | 26 |
| 7. Referências Bibliográficas .....   | 29 |

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, o meu enorme obrigado à Professora Doutora Maria Cândida Mourão e à Professora Doutora Leonor Pinto, orientadoras deste Trabalho Final de Mestrado, quer pelos conhecimentos transmitidos e sugestões dadas bem como pela dedicação e disponibilidade que sempre demonstraram ao longo destes meses.

Ao ISEG, por ter sido casa ao longo destes cinco anos.

À minha família, que mesmo longe nunca deixaram de me apoiar e mostrar que acreditavam em mim.

Aos meus amigos que, por vezes sem saberem, sempre estiveram lá para mim mesmo quando nem tudo corria bem.

Por fim, aos meus pais, que sempre acreditaram em mim e sempre me deram a liberdade e confiança para fazer aquilo que eu considerava melhor para o meu futuro. Sem eles nada disto seria possível.

# 1. Introdução

No final de uma edição de uma liga de futebol, há equipas que são campeãs, há equipas que se qualificam para as competições europeias, há equipas que são despromovidas e, por consequência, há equipas que são promovidas ao escalão máximo. Este conjunto de fatores faz com que uma edição da liga dificilmente seja exatamente igual a uma das anteriores. Assim, torna-se necessária a atualização anual das regras que compõem o escalonamento dos jogos antes de cada edição da liga. Estas regras incluem um conjunto de restrições que são aplicadas ao escalonamento, e vão desde, por exemplo, a proibição de dois ou mais jogos simultâneos numa mesma cidade até pares de equipas que não se podem defrontar em determinadas jornadas. Estas regras (condicionantes) podem ser encontradas nos regulamentos da organização que tutela a liga, a Liga Portugal.

O presente trabalho surgiu com o intuito de resolver o problema do escalonamento do principal campeonato português de futebol, a Liga Portugal *Bwin*, relativo à época de 2022/2023. Sendo a área do desporto, particularmente a do futebol, um dos meus principais interesses foi fácil a escolha do tema. Este trabalho permitiu-me assim aprofundar conhecimentos adquiridos ao longo do Mestrado, e aplicá-los numa das minhas áreas de interesse.

Para resolver o problema em questão foi elaborado um modelo de Programação Linear Inteira (PLI), tendo como principal objetivo produzir uma solução ótima, ou seja, uma solução em que fossem cumpridas todas as restrições e atingido o objetivo definido. Inicialmente, pretendia-se utilizar apenas o software *Open Solver*, mas, devido à complexidade do modelo formulado, e à incapacidade do mesmo em gerar soluções admissíveis, foi necessário encontrar alternativas, o que fez com que também fosse utilizado o software *CPLEX*. Posteriormente, para uma melhor observação dos resultados foi também desenvolvido um processo em *Visual Basic for Applications (VBA)*, que automatizou a tarefa de extrair os resultados obtidos pelos softwares. Estes foram então escritos numa folha de Excel, em forma matricial, em que cada matriz identifica os jogos de uma jornada.

Este documento está estruturado em seis capítulos. No próximo capítulo, o segundo, é feita uma revisão bibliográfica sobre os temas abordados e enquadrado o problema em estudo. Primeiro, é definido o problema de escalonamento no geral, sendo depois feita

uma transposição para o mundo desportivo. Abordam-se os tipos de torneios mais utilizados mundialmente, com uma maior incidência no modelo utilizado em Portugal. Analisam-se também os tipos de restrições mais comuns nos campeonatos bem como alguns objetivos que estão presentes na altura de elaborar os escalonamentos.

O terceiro capítulo encontra-se dividido em duas partes. Na primeira são definidos os índices, os conjuntos e todas as variáveis necessárias à formulação do modelo. É também nesta parte que são apresentadas todas as restrições que compõem o escalonamento, bem como os objetivos que se pretendem cumprir. Na segunda parte, é apresentado o modelo de programação linear inteira desenvolvido, sendo explicadas quer a função objetivo, quer todas as restrições incluídas.

A metodologia é apresentada no quarto capítulo. Neste, explica-se como se procedeu para a resolução do problema no *Open Solver* do Excel e analisa-se também o procedimento em *VBA* referido anteriormente.

No quinto capítulo analisam-se os resultados obtidos. São apresentados os resultados gerados pelo *Open Solver* e pelo *CPLEX*, e faz-se também uma análise comparativa com o escalonamento real, ou seja, aquele que foi utilizado na época desportiva correspondente.

No sexto e último capítulo, são apresentadas as principais conclusões e são indicados pontos de trabalho futuro.

## 2. Definição e Enquadramento do Problema de Escalonamento de uma Liga

O escalonamento (Pinedo, 2016) é um processo de tomada de decisão usado no dia-a-dia de vários tipos de indústrias de produção ou de serviços. O processo de escalonamento é responsável pela alocação dos recursos a tarefas de maneira a otimizar os vários objetivos que possam ser delineados para as mesmas. Os recursos podem tomar várias formas e funções diferentes. Estes podem ser máquinas numa fábrica, pessoal num sistema de turnos, viaturas para a distribuição de produtos, etc. À semelhança dos recursos, também as tarefas e os objetivos podem ser muito diferentes entre si. Minimizar o número de máquinas em funcionamento simultâneo de maneira a garantir a produção ou maximizar o número de encomendas processadas num determinado tempo, são dois exemplos de objetivos, bem diferentes, em que o processo de escalonamento pode ser utilizado.

Tal como os exemplos referidos anteriormente, também o mundo do desporto profissional é um grande negócio a nível mundial. Gerir uma liga profissional requer, por exemplo, a negociação com empresas de transmissão dos jogos, a contratação de árbitros para os jogos, a manutenção e promoção da imagem da liga e o escalonamento dos jogos (Kostuk & Willoughby, 2012).

O problema de escalonamento de jogos surge sempre que existe um torneio. Quer seja um torneio oficial, quer seja um torneio entre amigos, é sempre exigida uma planificação dos jogos do mesmo. Por sua vez, esta deve ser elaborada tendo em conta as regras definidas para o torneio em questão e com o intuito de ser o mais justa e equilibrada para todos os intervenientes.

O número de equipas que constitui um torneio, a geografia que caracteriza o país de onde o mesmo é originário ou os costumes dessas regiões são vários dos fatores tidos em conta na escolha do formato e do sistema a adotar.

A título ilustrativo, nas competições americanas, tais como a NBA (*National Basketball Association*) e a MLS (*Major League Soccer*) utiliza-se, em geral, o sistema de conferências. Neste formato as equipas são divididas, principalmente, através da sua posição geográfica em duas conferências, a Conferência Este e a Conferência Oeste



(Whitworth, 2015). As equipas iniciam a competição realizando os jogos maioritariamente contra as outras equipas da sua conferência, havendo, no entanto, algumas exceções de jogos inter-conferências, ou seja, entre equipas de conferências diferentes. Após esta fase, as equipas que terminem nas melhores posições nas suas conferências entram na fase de *playoffs*. Os *playoffs* consistem num jogo (ou num conjunto de jogos) em que apenas uma das equipas em jogo avança, ou seja, passa à eliminatória seguinte, sendo a outra eliminada. Este processo é repetido até que apenas uma equipa de cada conferência continue em competição. As duas equipas são declaradas campeãs da sua conferência e enfrentam-se de maneira a decidir o campeão nacional para a época em questão.

Outro tipo de formato que surge em competições desportivas é, por exemplo, o usado na *Champions League*, uma competição que reúne as 32 melhores equipas da Europa (Zambom-Ferraresi et al., 2017). Nesta competição as equipas são divididas em grupos de quatro equipas, cada uma joga duas vezes contra as restantes do seu grupo, uma vez em casa (no seu estádio) e outra vez fora (no estádio da equipa adversária). Nesta fase, equipas do mesmo país não podem ser colocadas no mesmo grupo. No final de cada jogo são atribuídos três pontos à equipa vencedora ou um ponto a cada equipa no caso de empate. As duas primeiras equipas de cada grupo avançam para a fase das eliminatórias. No primeiro jogo desta fase, além de se manter a impossibilidade de jogos entre equipas do mesmo país não é permitido também que sejam emparelhadas duas equipas que tenham sido apuradas pelo mesmo grupo. Nesta fase, cada eliminatória consiste em dois jogos, um em casa e outro fora, avançando para a próxima fase a equipa que obtiver o melhor resultado no agregado dos dois jogos. Quando apenas restarem duas equipas, estas disputam a final num só jogo, realizado num estádio decidido previamente ao início da competição, de maneira a determinar o vencedor da mesma.

Uma diferença entre este formato e o das conferências, apresentado anteriormente, é que enquanto no formato das conferências uma equipa da conferência Este só pode defrontar uma equipa da conferência Oeste na final, no da *Champions League*, a partir do momento em que apenas estão oito equipas em competição, qualquer equipa pode defrontar uma das restantes.

Nos principais campeonatos europeus, sendo este o grupo em que se enquadra o campeonato em estudo neste trabalho, utiliza-se, maioritariamente, o formato Round Robin.

Os torneios com o formato *Round Robin* (Henz, 1999) são caracterizados por cada equipa jogar contra todas as outras equipas um determinado número fixo de vezes. Se cada equipa defronta as restantes apenas uma vez durante a competição este torneio é designado por *Single Round Robin* enquanto se defrontar cada equipa duas vezes é chamado de *Double Round Robin*. Este tipo de formato é utilizado em competições com número par de equipas (Ribeiro, 2012). Contudo, se o número de equipas for ímpar é adicionada uma equipa fictícia e aquela que seja emparelhada com a fictícia descansa na jornada em questão, enquanto as restantes disputam normalmente os seus jogos.

Na grande generalidade dos torneios com o formato *Double Round Robin*, os jogos são divididos em duas fases, em que a segunda é um espelho da primeira. Assim, a ordem dos jogos mantém-se, mas a equipa que joga em casa na primeira fase passa a jogar fora na segunda e vice-versa.

O processo de escalonamento dos jogos determina então não só o emparelhamento das equipas, mas também as instalações onde os mesmos se realizam. Em geral, os jogos são alocados às instalações de uma das equipas presentes nesse jogo, sendo a equipa com as instalações responsáveis pela realização do jogo chamada de “a equipa que joga em casa”, enquanto “a equipa que joga fora” é a que se desloca às instalações do adversário.

Idealmente, num torneio de formato *Double Round Robin*, pretender-se-ia que uma equipa jogasse alternadamente entre casa e fora ao longo de todo o torneio. No entanto, este cenário nem sempre é possível. Perante tal facto, um dos principais objetivos no escalonamento de um torneio deste tipo será minimizar as quebras (Henz et al., 2004), ou seja, o número de vezes que uma equipa joga, em jornadas consecutivas, na condição de visitada ou na condição de visitante. Não podendo este valor ser zero, pretende-se ainda que seja igualmente repartido por todas as equipas.

Ao contrário de um torneio *Double Round Robin* em que cada equipa joga obrigatoriamente duas vezes contra cada uma das restantes, uma em casa e outra fora, num torneio de *Single Round Robin*, em que cada par de equipas só se defronta uma vez, há que ter em atenção o número de jogos em casa (e fora). Assim, é importante

tentar, também, que haja igualdade entre o número de jogos em casa e fora para todas as equipas.

Os jogos em casa são uma grande vantagem para as equipas (Pollard, 1986) em termos de apoio do público. Os adeptos da casa conseguem dar ânimo aos seus jogadores e ao mesmo tempo provocar desconforto nos jogadores adversários. Adicionalmente, é também uma vantagem a nível físico uma vez que além de evitar a viagem para o campo adversário, há, por exemplo, uma maior familiaridade com as instalações que vão encontrar, quer em termos do recinto desportivo, do balneário ou mesmo das condições climáticas, como a temperatura, a altitude ou a humidade.

Assim, não seria justo permitir que uma equipa faça um número significativamente maior de jogos em casa que algumas das restantes equipas, uma vez que consistiria numa clara vantagem para essa equipa.

Além de minimizar as quebras e de garantir o maior equilíbrio possível entre o número de jogos em casa e fora, há ainda outros critérios que se podem considerar. Um será, por exemplo, minimizar as distâncias percorridas por cada equipa (Trick, 2011).

Uma vez que a maioria das equipas tem a sua própria localização e as suas próprias infraestruturas, a localização do estádio das equipas (Durán et al., 2021) pode consistir num problema em torneios de *Single Round Robin*. Este tópico tem mais importância em países com uma maior área geográfica, pois pode dar-se o caso de uma equipa ter que se deslocar a todos os estádios que ficam a uma maior distância e que receba as equipas que se encontram mais perto, ficando penalizada. É então importante que, na altura do escalonamento dos jogos, seja tido em conta este aspeto tentando que o escalonamento seja o mais igualitário possível em termos de distâncias percorridas.

Um quarto objetivo consiste em minimizar os *carry over effects* (Goossens & Spieksma, 2012). Isto é, evitar que uma equipa realize uma sequência de jogos contra equipas de elevada dificuldade. Num campeonato, mesmo começando todas as equipas ao mesmo nível, é possível prever as equipas que têm uma maior probabilidade de acabar nos lugares cimeiros, e, por consequência, os jogos contra essas equipas serem considerados mais difíceis. Assim, pretende-se que uma equipa tenha os jogos contra as equipas teoricamente mais difíceis intercalados com os restantes. Esta abordagem visa evitar longas séries de derrotas de uma equipa, o que poderia ser muito prejudicial animicamente, pondo em causa o restante do seu campeonato. Também a nível físico

pode revelar-se prejudicial, uma vez que um jogo contra uma equipa mais forte é fisicamente mais exigente, em comparação com a maioria dos jogos contra equipas teoricamente mais fracas.

Por outro lado, na altura de fazer o escalonamento dos jogos, há uma série de obstáculos que complicam a sua elaboração, e que levam a variadas restrições.

Um dos fatores que pode influenciar o escalonamento dos jogos e que não está diretamente implicado com o desporto, é a questão dos direitos televisivos. Devido aos direitos televisivos dos jogos das ligas serem detidos por empresas, alguns jogos não podem ser realizados na mesma jornada (Ribeiro & Urrutia, 2012). Isto deve-se ao facto de existir um “*prime time*”, ou seja, uma hora do dia em que há mais interesse do público em assistir a determinado jogo sendo assim mais rentável para as empresas que o transmitem. Caso o escalonamento ditasse que haveria mais do que um jogo entre equipas fortes nessa jornada, ou as pessoas teriam de escolher um dos jogos para ver, ou então um deles não seria transmitido nesse “*prime time*”, o que não seria do agrado dos responsáveis pelas transmissões televisivas.

As medidas de segurança impõem também restrições no escalonamento dos jogos. A pedido das forças de segurança, não é aconselhável haver em simultâneo jogos em estádios da mesma cidade (Durán et al., 2021). Tal, origina uma sobrecarga policial nesses dias que, além de poder ser impraticável por falta de agentes, pode também levar a confrontos entre adeptos de equipas rivais, nos casos em que os estádios são próximos.

Adicionalmente, o escalonamento das competições nacionais deve ter em conta também as competições internacionais que algumas das equipas têm que disputar (Schelling et al., 2021). Uma vez que alguns clubes não têm apenas jogos nas competições nacionais, representando a sua liga e a sua federação em competições continentais ou intercontinentais, é da responsabilidade da organização que dirige a liga tentar proteger estas equipas. Assim, devem ser evitados jogos teoricamente mais difíceis no campeonato nacional em semanas “*cirúrgicas*”, ou seja, semanas que antecedem ou sucedem a jogos destas competições.

Há ainda a considerar que alguns estádios são alvo de melhorias nas suas infraestruturas no período da pausa do campeonato, e, por vezes as obras não terminam antes do início do campeonato. Nesse sentido, surgem imposições para que essas equipas iniciem o

campeonato a jogar fora (Durán et al., 2007). Assim, dá-se mais algum tempo para que as obras sejam finalizadas, tentando evitar que a equipa tenha de disputar um dos seus jogos em casa num estádio emprestado.

Por vezes são também definidas restrições que visam ajudar economicamente certas regiões. Em alguns países, como por exemplo no Chile, é identificado um conjunto de equipas localizadas em áreas de maior interesse turístico (Durán et al., 2007). Tenta-se, na medida do possível, que estas equipas recebam uma das equipas maiores, ou seja com uma massa adepta maior, numa fase inicial do campeonato, coincidindo com a época do Verão. Dá-se assim uma outra atratividade à região e contribui-se para a economia da mesma.

### 3. Modelo de Programação Linear

#### 3.1. Definições

De maneira a resolver o problema definido pode-se formalizar um modelo de programação linear inteira que nos permita obter uma solução ótima, ou seja, uma solução em que sejam satisfeitas todas as restrições. Para a elaboração do mesmo, é imperativo definir conceitos, como se apresenta de seguida.

#### Definição de Índices e de Conjuntos

De modo a identificar as equipas que compõem cada jogo, define-se  $E = \{1, \dots, 18\}$  o conjunto de equipas, como representado na Tabela 1. No jogo  $(i, j)$ , os índices  $i, j \in E$  representam, respetivamente, as equipas que jogam na condição de visitada (casa) e de visitante (fora).

*Tabela 1- Índices relativos a cada Equipa*

| <b>Índice</b> | <b>Equipa</b>         | <b>Índice</b> | <b>Equipa</b>       |
|---------------|-----------------------|---------------|---------------------|
| <b>1</b>      | <b>Casa Pia AC</b>    | <b>10</b>     | <b>GD Chaves</b>    |
| <b>2</b>      | <b>Boavista FC</b>    | <b>11</b>     | <b>Marítimo M.</b>  |
| <b>3</b>      | <b>Estoril Praia</b>  | <b>12</b>     | <b>Portimonense</b> |
| <b>4</b>      | <b>FC Arouca</b>      | <b>13</b>     | <b>Rio Ave FC</b>   |
| <b>5</b>      | <b>FC Famalicão</b>   | <b>14</b>     | <b>Santa Clara</b>  |
| <b>6</b>      | <b>FC P. Ferreira</b> | <b>15</b>     | <b>SL Benfica</b>   |
| <b>7</b>      | <b>FC Vizela</b>      | <b>16</b>     | <b>SC Braga</b>     |
| <b>8</b>      | <b>FC Porto</b>       | <b>17</b>     | <b>Sporting CP</b>  |
| <b>9</b>      | <b>Gil Vicente FC</b> | <b>18</b>     | <b>Vitória SC</b>   |

O conjunto  $J = \{8,15,16,17,18\} \subset E$  é composto pelas equipas que constituem o grupo das cinco equipas com melhor classificação média nas últimas três temporadas.

O conjunto  $Q = \{8,9,15,16,17,18\} \subset E$  é composto pelas equipas que, pelo rendimento da época anterior, se qualificaram para as competições europeias.

O conjunto  $I = \{11,14\} \subset E$  é composto pelas equipas que pertencem às Regiões Autónomas da Madeira e dos Açores.

Com o intuito de identificar a jornada a que corresponde cada jogo entre duas equipas utiliza-se o índice  $k$ . Apesar de a liga ser composta por 34 jornadas, este índice apenas tomará valores entre 1 e 17. Isto porque as jornadas 18 a 34, serão o espelho das jornadas iniciais de 1 a 17, ou seja, se na jornada 1 o calendário determinar que a equipa  $i$  recebe a equipa  $j$ , obrigatoriamente na jornada 18 a equipa  $j$  terá de receber a equipa  $i$ .

O conjunto  $K$  das jornadas inclui as 17 primeiras jornadas. Considera-se também a jornada 18 nas restrições para impor a primeira correspondência, entre a jornada 1 e a 18, respeitando as restantes regras impostas. Assim, o índice de uma jornada é  $k \in \{18\} \cup K$  ( $K = \{1, \dots, 17\}$ ).

### Definição de Variáveis

Considerando todos os índices apresentados acima, é possível definir o conjunto de variáveis que nos darão a informação pretendida, incluindo as equipas presentes nos jogos alocados a cada jornada.

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in E \text{ joga em casa com a equipa } j \in E \text{ na jornada } k \in K \cup \{18\} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in E \text{ defrontar duas equipas de } J \text{ nas jornadas consecutivas } k \text{ e } k + 1, k \in K; \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$c_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in E \text{ jogar em casa nas jornadas consecutivas } k \text{ e } k + 1, k \in K; \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$C$  – majorante para o número de jornadas consecutivas que uma equipa joga em casa durante as primeiras 18 jornadas;

$$f_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in E \text{ jogar fora nas jornadas consecutivas } k \text{ e } k + 1, k \in K; \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$F$  – majorante para o número de jornadas consecutivas que uma equipa joga fora durante as primeiras 18 jornadas;

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in E \text{ defrontar duas equipas de } Q \text{ em jornadas consecutivas } k \text{ e } k + 1, k \in K; \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$u_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in E \text{ defrontar duas equipas de } I \text{ nas jornadas consecutivas } k \text{ e } k + 1, k \in K. \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## Objetivos

Pretende-se, na medida do possível, evitar que:

- 1) a mesma equipa dispute consecutivamente (em casa ou fora) jogos com equipas do grupo das cinco que nas três épocas desportivas antecedentes tenham tido melhor classificação média, identificadas no conjunto  $J = \{8, 15, 16, 17, 18\}$ 
  - a. FC Porto (8) - 17,67 pontos
  - b. Sporting CP (15) - 17,00 pontos
  - c. SL Benfica (16) - 16,33 pontos
  - d. SC Braga (17) - 15,00 pontos
  - e. Vitória SC (18) - 12,00 pontos

Para simplificar, este objetivo designa-se por “Top 5”, tendo sido definidas as variáveis  $z_{ik}$ ;

- 2) a mesma equipa realize jogos em casa ou fora em duas jornadas consecutivas.  
Para formular estes objetivos que designaremos por “Casa” e “Fora”, foram definidas as variáveis  $c_{ik}$  e  $f_{ik}$ , respetivamente;
- 3) a mesma equipa tenha duas deslocações consecutivas às Regiões Autónomas da Madeira e dos Açores.  
Para formular este objetivo, que designaremos por “Ilhas”, foram definidas as variáveis  $u_{ik}$ ;
- 4) um clube que dispute um jogo com uma equipa participante nas competições europeias (UEFA Champions League ou UEFA Europa League/UEFA Europa Conference League) dispute o jogo da jornada imediatamente seguinte novamente com um clube participante nessas mesmas competições.  
Para formular este objetivo, que designaremos por “Europa”, foram definidas as variáveis  $y_{ik}$ .



A Tabela 2 resume a informação relevante relativa aos objetivos.

*Tabela 2- Designação e Identificação dos Objetivos*

| Designação do objetivo | Função definida | Objetivo  |
|------------------------|-----------------|---|
| Top 5                  | $\sum z_{ik}$   | Evitar jogos consecutivos com equipas do Top 5                                  |
| Casa                   | $\sum c_{ik}$   | Evitar jogos em casa em jornadas consecutivas                                   |
| Fora                   | $\sum f_{ik}$   | Evitar jogos fora em jornadas consecutivas                                      |
| Ilhas                  | $\sum u_{ik}$   | Evitar deslocações consecutivas às ilhas  |
| Europa                 | $\sum y_{ik}$   | Evitar jogos consecutivos contra equipas participantes em competições europeias |

### **Restrições**

Como referido, foram identificadas pela liga, para a época 2022/23, as seguintes restrições:

- (I) - A segunda metade da competição terá de ser um espelho da primeira.
- (II) - Por solicitação das Forças de Segurança as seguintes equipas não poderão jogar simultaneamente em casa ou fora, na mesma jornada (se uma joga em casa a outra, obrigatoriamente, terá de jogar fora):
  - a. Benfica (15) e Sporting CP (17)
  - b. FC Porto (8) e Boavista (2)
  - c. Sporting Braga (16) e V. Guimarães (18)
  - d. Gil Vicente (9) e Famalicão (5).
- (III) - Nas jornadas 6, 9, 11, 21, 24, 28 e 32 não poderá haver jogos entre equipas da UEFA Champions League e UEFA Europa League/UEFA Europa

Conference League, identificadas no conjunto *Q* (FC Porto - 8, Gil Vicente FC - 9, SL Benfica - 15, SC Braga - 16, Sporting CP - 17 e Vitória SC - 18).

Como a segunda metade terá de ser o espelho da primeira, e só se consideram no modelo as primeiras 18 jornadas, há que considerar estas restrições para as jornadas 6, 9 e 11 (que é também espelho da 28) e também para as jornadas 4 (espelho da 21), 7 (espelho da 24) e 15 (espelho da 32).

- (IV) - Nas primeiras quatro jornadas, as equipas participantes nas fases de qualificação para competições europeias (Gil Vicente FC - 9, SL Benfica - 15 e Vitória SC - 18) não podem jogar com as equipas das ilhas, conjunto *I* (casa e fora).
- (V) - Nas primeiras quatro jornadas, as equipas participantes nas fases de qualificação para competições europeias (Gil Vicente FC - 9, SL Benfica - 15 e Vitória SC - 18) não podem jogar com as cinco equipas que, nas três épocas desportivas antecedentes, tenham tido melhor classificação média, identificadas no conjunto *J* (Top 5).
- (VI) - Na jornada 1 o Casa Pia AC (1) e o Marítimo Madeira (11) jogam na qualidade de visitante.
- (VII) - Cada equipa joga exatamente uma vez por jornada.
- (VIII) - Duas quaisquer equipas jogam entre si uma só vez nas 17 jornadas.

### 3.2. Formalização do Modelo

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{18} \sum_{k=1}^{17} (z_{ik} + c_{ik} + f_{ik} + y_{ik} + u_{ik}) + F + C \quad (1)$$

sujeito a:

$$x_{ij18} = x_{ji1} \quad i, j \in E: i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 15}}^{18} x_{i15k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 17}}^{18} x_{17jk} \quad \wedge \quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 17}}^{18} x_{i17k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 15}}^{18} x_{15jk} \quad k \in K \quad (3a)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^{18} x_{i2k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 8}}^{18} x_{8jk} \quad \wedge \quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 8}}^{18} x_{i8k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^{18} x_{2jk} \quad k \in K \quad (3b)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 16}}^{18} x_{i16k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 18}}^{18} x_{18jk} \quad \wedge \quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 18}}^{18} x_{i18k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 16}}^{18} x_{16jk} \quad k \in K \quad (3c)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 5}}^{18} x_{i5k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 9}}^{18} x_{9jk} \quad \wedge \quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 9}}^{18} x_{i9k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 5}}^{18} x_{5jk} \quad k \in K \quad (3d)$$

$$\sum_{\substack{k=4,6,7, \\ 9,11,15}} \sum_{\substack{i,j \in Q \\ j \neq i}} x_{ijk} = 0 \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^4 \sum_{\substack{i=9,15,18 \\ i \neq j}} \sum_{j \in I} (x_{ijk} + x_{jik}) = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^4 \sum_{\substack{i=9,15,18 \\ i \neq j}} \sum_{j \in J} (x_{ijk} + x_{jik}) = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{i=2}^{18} x_{i1,1} = 1 \quad \wedge \quad \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 11}}^{18} x_{i11,1} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{18} x_{ijk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{18} x_{jik} = 1 \quad i \in E; k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} (x_{ijk} + x_{jik}) = 1 \quad i, j \in E; i \neq j \quad (9)$$

$$\sum_{j \in J \setminus \{i\}} (x_{ijk} + x_{ijk+1} + x_{jik} + x_{jik+1}) - z_{ik} \leq 1 \quad i \in E; k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{j \in E \setminus \{i\}} (x_{ijk} + x_{ijk+1}) - c_{ik} \leq 1 \quad i \in E; k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} c_{ik} \leq C \quad i \in E \quad (12)$$

$$\sum_{j \in E \setminus \{i\}} (x_{jik} + x_{jik+1}) - f_{ik} \leq 1 \quad i \in E \quad (13)$$

$$\sum_{k \in K} f_{ik} \leq F \quad i \in E \quad (14)$$

$$\sum_{j \in Q \setminus \{i\}} (x_{ijk} + x_{ijk+1} + x_{jik} + x_{jik+1}) - y_{ik} \leq 1 \quad i \in E; k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{j \in I \setminus \{i\}} (x_{ijk} + x_{ijk+1} + x_{jik} + x_{jik+1}) - u_{ik} \leq 1 \quad i \in E; k \in K \quad (16)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i, j \in E; k \in K \quad (17)$$

$$z_{ik}, c_{ik}, f_{ik}, y_{ik}, u_{ik} \in \{0,1\} \quad i \in E; k \in K \quad (18)$$

$$C, F \geq 0 \quad (19)$$

A função objetivo é composta por cinco parcelas, todas elas correspondem a um objetivo diferente, como resumido na Tabela 2 , pretendendo-se minimizar a soma total das mesmas.

As restrições (2) impõem a simetria entre as jornadas 1 e 18. Assim, se a equipa  $i$  receber a equipa  $j$  na jornada 1, a equipa  $j$  terá obrigatoriamente de receber a equipa  $i$  na jornada 18, como referido em I.

O conjunto de restrições (3) (definidos em II) tem como propósito não permitir que equipas com estádios próximos joguem em casa na mesma jornada, pelo que quando uma jogar em casa a outra terá que obrigatoriamente jogar fora, e vice-versa.

A imposição das equipas presentes em competições europeias não se poderem enfrentar nas jornadas 4, 6, 7, 9, 11 e 15 (III) está a ser cumprida pela restrição (4) uma vez que qualquer combinação entre estas equipas nessas jornadas está bloqueada com o valor zero da respetiva soma.

Na restrição (5) é bloqueada, através da fixação do valor zero, qualquer possibilidade de as equipas presentes nas fases de qualificação para as competições europeias defrontarem as equipas das ilhas nas quatro primeiras jornadas (como referido em IV).

À semelhança da restrição anterior, também na restrição (6) é bloqueado, uma vez mais através da fixação do valor zero, que as equipas presentes nas fases de qualificação para as competições europeias defrontem qualquer equipa do Top 5 (conjunto  $J$ ) (como indicado em V).

Nas restrições (7) obriga-se que as equipas que ainda não têm as suas instalações totalmente prontas, iniciem o campeonato a jogar fora (imposição VI).

Nas restrições (8) é garantido que qualquer equipa faz um e apenas um jogo por jornada, enquanto em (9) se garante que qualquer par de equipas, apenas se defronta uma vez em cada volta, referido em VII e VIII, respetivamente.

Nas restrições (10), (11), (13), (15) e (16) são definidas, respetivamente, as variáveis  $z_{ik}$ ,  $c_{ik}$ ,  $f_{ik}$ ,  $y_{ik}$  e  $u_{ik}$ .

As restrições (12) e (14) definem os majorantes para o número de vezes que uma equipa joga em jornadas consecutivas em casa e fora, respetivamente.

As restrições (17) e (18) surgem com o propósito de definir que as variáveis  $x_{ijk}$ ,  $z_{ik}$ ,  $c_{ik}$ ,  $f_{ik}$ ,  $y_{ik}$  e  $u_{ik}$  são variáveis binárias.

Por fim, a restrição (19) garante que os majorantes nunca poderão tomar valores negativos.

## 4. Metodologia

Com o propósito de implementar e resolver o modelo anteriormente apresentado, foi utilizado o Excel, recorrendo-se ao VBA e à ferramenta *Open Solver* (versão 2.9.3).

Em primeiro lugar foram introduzidas 18 matrizes quadradas de 18x18 células. Cada matriz está associada a uma jornada diferente, como ilustrado na Figura 1. As matrizes foram criadas com 18 colunas e 18 linhas de maneira a assegurar todas as combinações possíveis de jogos entre as 18 equipas, em cada jornada. Nas linhas representam-se os números respetivos ao índice  $i$  (equipa que joga em casa) e nas colunas os números respetivos ao índice  $j$  (equipa que joga fora).

| Jornada 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| i/j       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 1         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 2         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 3         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 4         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 5         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 6         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 7         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 8         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 9         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 10        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  |
| 11        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 12        | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 13        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 14        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 15        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 16        | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 17        | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 18        | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |

Figura 1 - matriz representativa da jornada 1

Com o objetivo de facilitar e assim tornar mais rápido identificar os pares que se defrontam em cada jornada, são sinalizadas, através do *Conditional Formatting*, a azul as células com o número um, ou seja, as células que informam que aquela combinação corresponde a um jogo na jornada em questão. Assim, pela Figura 1, sabe-se que na jornada 1 se defrontam, por exemplo, as equipas 2 (Boavista FC) e 11 (Marítimo M.), sendo a equipa 2 a que joga em casa.

No entanto, apesar de esta opção tornar mais fácil perceber quais os jogos que se realizam em cada jornada, esta não nos permite identificar imediatamente qual o par de

equipas que se defronta. Isto acontece porque através das matrizes se obtém a informação dos índices das equipas que se defrontam, mas não imediatamente dos seus nomes.

Uma forma de resolver este problema pode ser, por exemplo, à medida que se consultam os índices das equipas que se defrontam em cada jornada, consultar-se também a Tabela 1 com as correspondências entre os índices e as equipas, identificando assim o jogo a realizar. No entanto, este processo seria demorado e pouco prático. Foi então desenvolvido um processo em VBA que automatiza esta tarefa de identificar as equipas que se defrontam em cada jornada, dada a solução do modelo.

O processo denominado de “jornadas” foi programado da forma presente na Figura 2.

```
Option Explicit

Dim jogos(1 To 18, 1 To 18) As Integer
Dim i As Integer
Dim j As Integer
Dim njogos As Integer
Dim njornadas As Integer

Sub jornadas()

For njornadas = 1 To 17
  For i = 1 To 18
    For j = 1 To 18

      Worksheets("Geral").Activate
      jogos(i, j) = Application.Cells(i + 4, j + 2 + (njornadas - 1) * 18)
      If jogos(i, j) = 1 Then
        njogos = njogos + 1
        Worksheets("Jornada" & njornadas).Activate
        Application.Cells(njogos + 5, 6) = i
        Application.Cells(njogos + 5, 8) = j
      End If
    Next j
  Next i
  If njogos = 9 Then
    njogos = 0
  End If
Next njornadas

End Sub
```

Figura 2- Processo "jornadas"

Assim, foram criadas 17 folhas de cálculo no Excel, uma para cada jornada. O principal objetivo deste programa é o de localizar os “1”s nas 17 matrizes da solução (jornadas 1

a 17), identificadores de que o jogo se realiza, e colocá-los nessas folhas, de maneira que cada jornada fique com a informação completa das equipas se defrontam.

De maneira que isto aconteça, o programa ao encontrar um “1” insere os índices ( $i$  e  $j$ ) respetivos a esse jogo, na folha de Excel previamente criada para esse feito, como ilustrado na Figura 3. Ao encontrar nove “1”s, o programa avança para a próxima matriz referente à próxima jornada, uma vez que cada jornada tem sempre nove jogos e, consequentemente, nove “1”s. Este ciclo mantém-se durante as 17 matrizes referentes às 17 jornadas com vista a obter todos os jogos realizados na primeira volta do campeonato.

| 1a jornada |   |    |
|------------|---|----|
| 2          | x | 11 |
| 4          | x | 14 |
| 7          | x | 18 |
| 9          | x | 6  |
| 10         | x | 15 |
| 12         | x | 5  |
| 13         | x | 8  |
| 16         | x | 3  |
| 17         | x | 1  |

*Figura 3- Jornada preenchida com os índices*

No entanto esta informação retirada das matrizes, apesar de já agrupada e mais simples de perceber, ainda só dá a informação dos índices das equipas que se defrontam em cada jornada e não dos nomes das mesmas.

Assim, o próximo passo será fazer, de forma automática, a correspondência de cada índice para o nome da equipa correspondente.

Com esse intuito, em cada folha referente a uma jornada foi adicionada uma tabela com um aspeto semelhante à primeira onde figuram os nomes das equipas que compõem cada jogo. Para fazer esta associação foi utilizada a função VLOOKUP do Excel, que faz a correspondência do número presente na Figura 3 com o número presente na Tabela 1 que tem as correspondências dos índices às equipas. Desta função resulta o nome da equipa correspondente a cada índice, ficando assim a informação reunida e de fácil leitura, acerca de todos os jogos que se realizam em cada jornada, como consta da Figura 4.



| 1a jornada |   |    | 1a Jornada     |   |                |
|------------|---|----|----------------|---|----------------|
| 2          | x | 11 | Boavista FC    | x | Marítimo M.    |
| 4          | x | 14 | FC Arouca      | x | Santa Clara    |
| 7          | x | 18 | FC Vizela      | x | Vitória SC     |
| 9          | x | 6  | Gil Vicente FC | x | FC P. Ferreira |
| 10         | x | 15 | GD Chaves      | x | SL Benfica     |
| 12         | x | 5  | Portimonense   | x | FC Famalicão   |
| 13         | x | 8  | Rio Ave FC     | x | FC Porto       |
| 16         | x | 3  | SC Braga       | x | Estoril Praia  |
| 17         | x | 1  | Sporting CP    | x | Casa Pia AC    |

*Figura 4- Jornada preenchida com os índices e respetivos nomes*

## 5. Resultados

Aproximadamente um mês antes de cada época desportiva começar ocorre uma cerimónia para definir os calendários para as competições de futebol profissionais portuguesas, entre elas a Liga Portugal Bwin, ou seja, a 1ª divisão portuguesa de futebol masculino. Assim, em julho de 2022 realizou-se o sorteio para a Liga Portugal Bwin relativo à época 2022/2023, a época em estudo.

Para que fosse possível comparar as soluções produzidas pelo modelo com o calendário real, isto é, o calendário efetivamente praticado nesta época, calculou-se o valor dos vários objetivos para este calendário, que constam da Tabela 3.

*Tabela 3 - Objetivos Solução Real*

| <b>Solução</b> | $\sum c_{ik}$<br><b>(Casa)</b> | $\sum f_{ik}$<br><b>(Fora)</b> | <b>C</b><br><b>(Máx. Casa)</b> | <b>F</b><br><b>(Máx. Fora)</b> | $\sum z_{ik}$<br><b>(Top 5)</b> | $\sum y_{ik}$<br><b>(Europa)</b> | $\sum u_{ik}$<br><b>(Ilhas)</b> | <b>FO</b> |
|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------|
| Real           | 16                             | 16                             | 2                              | 2                              | 0                               | 14                               | 0                               | 50        |

Pode-se observar que, até à jornada 18, em 16 ocasiões uma equipa joga em duas jornadas consecutivas em casa, sendo obviamente igual o número de jogos consecutivos fora. Relativamente aos majorantes calculados ( $C$  e  $F$ ), verifica-se que cada equipa tem no máximo duas jornadas consecutivas tanto em casa como fora.

Analisando os jogos com o grupo das cinco melhores equipas nas últimas três épocas (Top 5), vê-se que não ocorrem jogos consecutivos contra essas equipas. No entanto, o Objetivo Europa toma o valor 14, significando que por 14 ocasiões uma qualquer equipa joga consecutivamente contra equipas presentes nas competições europeias. Relativamente ao número de deslocações consecutivas às ilhas, este objetivo (Ilhas) é também atingido, uma vez que regista o valor zero.

Implementado o modelo de PLI no *Open Solver* não foi possível, devido à complexidade do mesmo, obter soluções admissíveis com a função objetivo definida e todas as restrições pretendidas. O facto de o modelo conter 7056 variáveis, com muitas soluções alternativas, revelou-se uma grande limitação, não tendo sido possível resolver o problema. Este número elevado de soluções alternativas explica-se devido à facilidade

em gerar novas soluções com ligeiras alterações. Por exemplo, se se proceder à troca de duas equipas que não estejam incluídas em nenhum dos conjuntos definidos e que joguem ambas em casa ou ambas fora pode-se gerar uma solução alternativa sem alterar significativamente o calendário nem os valores dos objetivos.

Assim, após inúmeras tentativas foi possível obter uma solução admissível com a seguinte função objetivo:

$$Max Z = \sum_{i=1}^{18} \sum_{k=1}^{17} (z_{ik} - c_{ik} - f_{ik}) - F - C \quad (20)$$

Com esta função pretende-se maximizar a diferença entre a soma das variáveis  $z_{ik}$  (Top 5) e o total de jogos consecutivos em casa e fora, subtraídos dos seus respetivos majorantes. Ou seja, apesar de maximizar os jogos consecutivos com o grupo Top 5, tenta-se minimizar os jogos consecutivos em casa e fora, o que, não sendo o ideal, revelou-se benéfico para o problema.

A Tabela 4 apresenta os valores dos objetivos para a solução do Open Solver com a função objetivo (20).

*Tabela 4- Objetivos Solução Open Solver*

| Solução            | $\sum c_{ik}$<br>(Casa) | $\sum f_{ik}$<br>(Fora) | $C$<br>(Máx. Casa) | $F$<br>(Máx. Fora) | $\sum z_{ik}$<br>(Top 5) | $\sum y_{ik}$<br>(Europa) | $\sum u_{ik}$<br>(Ilhas) | FO |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|----|
| <i>Open Solver</i> | 22                      | 22                      | 3                  | 3                  | 15                       | 28                        | 2                        | 95 |

Através de uma análise dos resultados da Tabela 4 pode-se, rapidamente, perceber que estes estão muito aquém dos valores obtidos na solução real.

O número de jogos que o total das equipas faz em casa em jornadas consecutivas aumentou consideravelmente (de 16 para 22), aumentando, conseqüentemente, o número de jogos que o total das equipas faz consecutivamente fora, atingindo ambos o valor de 22.

O majorante para o número de jogos consecutivos em casa (fora) por cada equipa aumentou também, neste caso para o valor três (sendo dois no calendário real). Assim, nas primeiras 17 jornadas, pelo menos uma equipa joga consecutivamente em casa (e outra equipa joga consecutivamente fora) em três jornadas.

Os restantes objetivos, ao contrário dos anteriores, não foram tidos em conta na função objetivo. No calendário gerado por esta solução, o objetivo Top 5 regista o valor 15 que representa o número de jogos consecutivos entre uma qualquer equipa e duas equipas do Top 5. O objetivo Europa assume o valor 28, pelo que existem 28 vezes em que uma equipa defronta em duas jornadas consecutivas, duas equipas presentes nas competições europeias. O objetivo Ilhas atingiu apenas o valor dois, o que significa que apenas em dois pares de jornadas há equipas a fazer deslocações consecutivas às ilhas.

Uma vez que estes resultados ficaram muito aquém comparativamente aos do calendário real, decidiu-se dividir as 18 jornadas em duas partes. Mantendo-se a função objetivo usada na solução do *Open Solver* apresentada anteriormente, foram feitas as três experiências seguintes. Dividir as jornadas entre: i) 1-9 / 10-18; ii) 1-10 / 11-18; e iii) 1-11 / 12-18. A que obteve melhores resultados foi a que dividiu as jornadas entre duas partes, a primeira composta pelas primeiras dez jornadas e a segunda composta pelas restantes, da jornada 11 à 18. Correu-se o modelo para as primeiras dez jornadas e guardaram-se os resultados. De seguida, com esses resultados fixados, correram-se as jornadas seguintes de maneira a obter a totalidade das 18 jornadas.

Com essa alternativa, obtiveram-se os seguintes resultados listados na Tabela 5 :

*Tabela 5- Solução Open Solver (2 metades)*

| <b>Solução</b>                    | $\sum c_{ik}$<br><b>(Casa)</b> | $\sum f_{ik}$<br><b>(Fora)</b> | <b>C</b><br><b>(Máx. Casa)</b> | <b>F</b><br><b>(Máx. Fora)</b> | $\sum z_{ik}$<br><b>(Top 5)</b> | $\sum y_{ik}$<br><b>(Europa)</b> | $\sum u_{ik}$<br><b>(Ilhas)</b> | <b>FO</b> |
|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------|
| <i>Open Solver</i><br>(2 metades) | 18                             | 18                             | 2                              | 2                              | 17                              | 27                               | 1                               | 85        |

Através desta alternativa (Tabela 5), foi possível baixar, face à solução anterior ( Tabela 4) os valores dos Objetivos Casa e Fora, passando a registar em ambos os casos o valor de 18. Assim, o número de jogos consecutivos em casa (fora) passa de 22 da solução anterior para 18. À semelhança destes dois valores, os respetivos majorantes também

diminuíram para dois, o que traduz que com esta solução, no máximo, uma equipa apenas joga consecutivamente em casa (fora) por duas ocasiões ao longo das 18 jornadas.

Relativamente aos restantes objetivos, os resultados podem considerar-se idênticos aos da solução anterior. Existem 17 e 27 momentos em que uma equipa defronta consecutivamente duas equipas do Top 5 e duas equipas presentes nas competições europeias, respetivamente. Uma vez mais, o objetivo Ilhas atingiu um valor baixo, pois em apenas uma ocasião uma equipa tem duas deslocações consecutivas às regiões autónomas da Madeira e dos Açores. Estes resultados, idênticos aos da solução anterior, explicam-se devido ao facto de estes objetivos não terem sido incluídos na função objetivo (20) e, portanto, o seu valor não é tido em conta na otimização.

Dadas as dificuldades sentidas com o *Open Solver*, e devido ao facto de os resultados obtidos pelo mesmo não se aproximarem dos da solução praticada na época desportiva passada, foi necessário encontrar uma alternativa. A alternativa encontrada foi utilizar o software *CPLEX* (versão 20.1.0.0). O *CPLEX* (IBM Documentation, 2022) é um software utilizado para resolver problemas de otimização mais complexos, fornecendo soluções ótimas ou próximas do ótimo em tempos de execução mais razoáveis em comparação, por exemplo, com o *Open Solver*.

Introduzindo o modelo formulado, com a função objetivo (1), no software *CPLEX* obtiveram-se os valores dos objetivos registados na Tabela 6 (linha 2). Estes resultados foram obtidos ao fim de 12351 segundos (aproximadamente, 3 horas e meia) num computador (AMD Ryzen Threadripper 3960X (24 – core ) com 64 GB de memória RAM) com um *gap* de aproximadamente 86%, o que ainda assim revela que esta solução pode estar longe da ótima. Para uma mais fácil comparação decidiu-se repetir na Tabela 6 (linhas 3 e 4) os valores do Calendário Real (Tabela 3) e da melhor das soluções geradas pelo *Open Solver* (Tabela 5).

Tabela 6- Resumo das melhores soluções geradas

| Solução                           | $\sum c_{ik}$<br>(Casa) | $\sum f_{ik}$<br>(Fora) | $C$<br>(Max. Casa) | $F$<br>(Max. Fora) | $\sum z_{ik}$<br>(Top 5) | $\sum y_{ik}$<br>(Europa) | $\sum u_{ik}$<br>(Ilhas) | FO |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|----|
| <i>CPLEX</i>                      | 18                      | 18                      | 2                  | 2                  | 0                        | 3                         | 0                        | 43 |
| <i>Real</i>                       | 16                      | 16                      | 2                  | 2                  | 0                        | 14                        | 0                        | 50 |
| <i>Open Solver</i><br>(2 metades) | 18                      | 18                      | 2                  | 2                  | 17                       | 27                        | 1                        | 85 |

Através destes resultados verifica-se que, à semelhança da solução do *Open Solver* anterior, os valores dos objetivos Casa e Fora e dos majorantes  $C$  e  $F$  mantêm-se sendo de 18 e dois, respetivamente.

Relativamente aos restantes objetivos, agora incluídos na função objetivo, os resultados melhoram. Assim, o objetivo Top 5 é cumprido (assume o valor zero), o que indica que nas primeiras 18 jornadas nenhuma equipa joga consecutivamente contra duas equipas do conjunto das cinco equipas com melhor classificação média. À semelhança deste objetivo, também o objetivo Ilhas é atingido (valor zero), o que indica que nenhuma equipa, nas primeiras 18 jornadas faz duas deslocações consecutivas às regiões autónomas da Madeira e dos Açores. Apesar de não ser atingido, o objetivo Europa tem valor três, o que significa que apenas em três vezes existe uma equipa que disputa duas jornadas consecutivas contra equipas presentes nas competições europeias.

Através da Tabela 6 é possível analisar que a solução do *CPLEX* apresenta resultados muito competitivos face à solução *Real*. Apesar de registar valores um pouco superiores nos objetivos Casa e Fora (18 vs. 16), consegue uma grande redução no objetivo Europa (3 vs. 14) fazendo assim com que seja possível um valor na Função objetivo que melhora aquele verificado na solução *Real* (43 vs. 50).

## 6. Conclusões

O presente projeto teve como principal objetivo a construção de uma proposta de escalonamento para a principal liga profissional portuguesa de futebol, a Liga Portugal *Bwin*, relativo à época desportiva iniciada em 2022 e terminada em 2023.

Inicialmente, através da pesquisa bibliográfica, foi possível perceber um pouco melhor o mundo de desporto e o que o move e dinamiza. Por um lado, foi possível obter exemplos dos vários tipos de restrições que estão associadas ao escalonamento das ligas em vários países, a nível mundial, e perceber as suas razões. Por outro, foi possível observar quais os outros tipos de objetivos intrínsecos a um escalonamento, além de definir a ordem dos jogos para cada uma das equipas.

Para resolver o problema definido foi elaborado um modelo de Programação Linear Inteira que foi posteriormente implementado no *Excel*. O objetivo seria resolvê-lo exclusivamente através do *Open Solver*, mas tal não se revelou possível devido às limitações do mesmo. O facto de o modelo incluir muitas restrições e 7056 variáveis constituiu um problema, uma vez que o *Open Solver* não foi capaz de produzir nenhuma solução. Devido às limitações deste *software* e, embora tenha sido possível correr o modelo com a maior parte das restrições introduzidas, o mesmo não se verificou com a definição das variáveis incluídas na função objetivo. De facto, não foi, por exemplo, possível minimizar jornadas consecutivas em casa ou fora.

Outra das dificuldades encontradas ao longo da realização deste projeto prendeu-se com as restrições. Apesar de as mesmas serem públicas, algumas não se encontram definidas de forma clara e deixam dúvidas de interpretação. Deste modo, algumas decisões tomadas, embora parecendo as mais acertadas dentro do contexto do problema, podem fazer com que algumas das restrições consideradas não coincidam com as praticadas no sorteio realizado em julho de 2022.

Relativamente aos resultados, é possível comparar os resultados obtidos quer através do *Open Solver* como do *CPLEX* com o calendário praticado na época desportiva em estudo. Como expectado, devido às limitações do *software* e da necessidade de uma nova função objetivo em que fosse possível obter uma solução no *Open Solver*, constatou-se que as soluções assim geradas se encontram muito aquém daquelas

praticadas na realidade. De facto, o valor total da função objetivo da solução Real é 50, aumentando para 95 e 85, respetivamente, para as soluções encontradas com o modelo completo e com o modelo dividido em duas partes. É notório que, em todos os objetivos, as soluções obtidas através do *Open Solver* registam valores superiores aos objetivos encontrados na solução Real, com destaque para o Objetivo Europa e para os Objetivos Casa e Fora.

Ao contrário das anteriores, a solução obtida através do *CPLEX* apresentou resultados competitivos com os da solução Real, atingindo um valor melhor na globalidade de todos os objetivos. Apesar de a solução do *CPLEX* tomar valores um pouco superiores nos Objetivos Casa e Fora, esta consegue reduzir consideravelmente o valor registado no Objetivo Europa.

Futuramente, de maneira a melhorar o trabalho já elaborado, seria interessante automatizar todo o processo de introdução das restrições incluindo a utilização de um software mais potente, como, por exemplo, o *CPLEX*. Para os casos das equipas das mesmas cidades que não podem jogar simultaneamente em casa ou fora, pode ser elaborado um algoritmo em que apenas sejam introduzidos os nomes ou os índices destas equipas. Também para os casos de equipas que não se podem defrontar em determinadas jornadas, pode apenas ser necessário colocar as equipas pertencentes ao conjunto e às jornadas em questão. De maneira a acrescentar mais valor ao trabalho e aproximando-se ao procedimento atual na Liga Portugal, outra alternativa seria gerar um grande conjunto de escalonamentos possíveis, sendo posteriormente escolhido aleatoriamente um desses inúmeros escalonamentos gerados.

Uma vez contruída a base de um escalonamento é possível obter variadíssimas soluções. Basta para tal, por exemplo, proceder à troca de duas equipas que não tenham interferência direta com nenhuma das restrições, em uma qualquer jornada. Da mesma maneira que se se proceder à troca de todas as equipas a jogar em casa com todas as equipas a jogar fora, serão geradas soluções simétricas. Para reduzir o número de soluções simétricas alternativas pode-se, por exemplo, forçar que o índice da equipa que joga em casa, nas primeiras jornadas, seja inferior ao da que joga fora, sempre que forem possíveis os dois casos.



Considero assim que o objetivo a que me propus no início da elaboração deste projeto foi atingido. Através dos conhecimentos teóricos e práticos adquiridos ao longo destes dois anos de Mestrado, foi possível gerar várias soluções para este problema real.

## 7. Referências Bibliográficas

- Durán, G., Guajardo, M., Gutiérrez, F., Marengo, J., Sauré, D., & Zamorano, G. (2021). Scheduling the Main Professional Football League of Argentina. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, 51(5), 361–372.  
<https://doi.org/10.1287/inte.2021.1088>
- Durán, G., Guajardo, M., Miranda, J., Sauré, D., Souyris, S., Weintraub, A., & Wolf, R. (2007). Scheduling the Chilean Soccer League by Integer Programming. *Interfaces*, 37(6), 539–552. <https://doi.org/10.1287/inte.1070.0318>
- Goossens, D. R., & Spieksma, F. C. R. (2012). Soccer schedules in Europe: An overview. *Journal of Scheduling*, 15(5), 641–651.  
<https://doi.org/10.1007/s10951-011-0238-9>
- Henz, M. (1999, November). Constraint-based Round Robin Tournament Planning. In ICLP (pp. 545-557).
- Henz, M., Müller, T., & Thiel, S. (2004). Global constraints for round robin tournament scheduling. *European Journal of Operational Research*, 153(1), 92–101.  
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00101-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00101-2)
- IBM Documentation*. (2022, dezembro 9). <https://www.ibm.com/docs/pt-br/icos/22.1.1?topic=optimizers-users-manual-cplex>
- Kostuk, K. J., & Willoughby, K. A. (2012). A Decision Support System for Scheduling the Canadian Football League. *Interfaces*, 42(3), 286–295.  
<https://doi.org/10.1287/inte.1110.0561>
- Pinedo, M. L. (2016). *Scheduling*. Springer International Publishing.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-26580-3>

- Pollard, R. (1986). Home advantage in soccer: A retrospective analysis. *Journal of Sports Sciences*, 4(3), 237–248. <https://doi.org/10.1080/02640418608732122>
- Ribeiro, C. C. (2012). Sports scheduling: Problems and applications. *International Transactions in Operational Research*, 19(1–2), 201–226. <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2011.00819.x>
- Ribeiro, C. C., & Urrutia, S. (2012). Scheduling the Brazilian Soccer Tournament: Solution Approach and Practice. *Interfaces*, 42(3), 260–272. <https://doi.org/10.1287/inte.1110.0566>
- Schelling, X., Fernández, J., Ward, P., Fernández, J., & Robertson, S. (2021). Decision Support System Applications for Scheduling in Professional Team Sport. The Team's Perspective. *Frontiers in Sports and Active Living*, 3, 678489. <https://doi.org/10.3389/fspor.2021.678489>
- Trick, M. A. (2011). Sports Scheduling. Em P. van Hentenryck & M. Milano (Eds.), *Hybrid Optimization* (Vol. 45, pp. 489–508). Springer New York. [https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1644-0\\_15](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1644-0_15)
- Whitworth, L. (2015). *Competition strategy: The case of Major League Soccer. The «American Way or the European Highway»*. Coventry University.
- Zambom-Ferraresi, F., García-Cebrián, L. I., Lera-López, F., & Iráizoz, B. (2017). Performance Evaluation in the UEFA Champions League. *Journal of Sports Economics*, 18(5), 448–470. <https://doi.org/10.1177/1527002515588135>