



Lisbon School  
of Economics  
& Management  
Universidade de Lisboa

**MESTRADO EM  
MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO  
ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO  
PROJETO**

**ALOCAÇÃO DE NAVIOS EM PORTOS  
MARÍTIMOS: APLICAÇÃO DE  
METAHEURÍSTICAS**

**BERNARDO EMANUEL SILVESTRE RODRIGUES DE BRITO  
PATRÍCIO**

**ORIENTAÇÃO:**

PROFESSOR DOUTOR FILIPE MANUEL GONÇALVES RODRIGUES

OUTUBRO-2023

## Agradecimentos

A realização do presente trabalho não seria possível sem o contributo de algumas pessoas às quais eu expresso o meu sincero “Obrigado!”.

Primeiramente, quero agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Filipe Rodrigues, que desde o primeiro dia demonstrou disponibilidade e uma enorme vontade de ajudar. Obrigado pelo voto de confiança, sem o seu apoio seria muito difícil alcançar esta etapa.

À minha mãe por acreditar sempre nas minhas capacidades, pelo apoio constante e por permitir que consiga alcançar todos os meus objetivos. Obrigado por me ensinares a nunca desistir, a lutar por todos os nossos sonhos e a ultrapassar as barreiras mais complicadas da vida. Um obrigado nunca vai chegar para demonstrar toda a minha gratidão.

Aos meus irmãos por todos os conselhos dados, pela paciência e por celebrarem as minhas vitórias como se fossem deles. Obrigado por tudo o que fizeram e fazem por mim.

Aos meus avós por todo o apoio dado e por me permitirem concretizar os meus objetivos.

À Carolina pela paciência, por todo o apoio durante a realização deste trabalho e por nunca duvidar das minhas capacidades. Obrigado pelos conselhos, desabafos e por toda a alegria que colocas na minha vida.

Ao meu pai e aos meus avós maternos que sempre foram e continuarão a ser os meus pilares.

## Resumo

A alocação de navios nos cais marítimos é uma das principais tarefas do processo de gestão de um porto marítimo. Por essa razão, o número de estudos relacionados com o problema de alocação de navios aumentou drasticamente nos últimos anos. A resolução deste problema permite ao porto marítimo melhorar a eficiência de utilização do seu cais, a satisfação dos clientes e aumentar o rendimento do próprio porto, conduzindo assim a um aumento da sua competitividade. Tendo em conta que o problema de alocação de navios do tipo contínuo é considerado um problema *NP*-difícil, foram tidas em consideração três heurísticas construtivas que, dada uma sequência de inserção, inserem os navios no diagrama tempo-espço que representa graficamente qualquer solução admissível do problema de alocação de navios. Duas dessas heurísticas, *Upper Allocation* e *Intermedium Allocation*, foram desenvolvidas com base na tradicional heurística *Bottom-Left*. Apesar das heurísticas construtivas desenvolvidas permitirem obter rapidamente uma solução admissível para o problema de alocação de navios e, em particular, a heurística *Upper Allocation* melhorar os resultados obtidos pela heurística tradicional *Bottom-Left*, estas não possuem parâmetros aleatórios que permitam obter diferentes soluções. Posto isto, foram desenvolvidas duas metaheurísticas, a *Squeaky Wheel Optimization* e a *Tabu Search with Full Memory*, cujo principal objetivo consiste em obter melhores soluções através da construção de diferentes sequências de inserção. Com base nos resultados computacionais obtidos, concluiu-se que a metaheurística *Tabu Search with Full Memory* apresentou melhores resultados do que a metaheurística *Squeaky Wheel Optimization*, quer para instâncias de pequena e média dimensão quer para instâncias de maior dimensão.

**Palavras-chave:** Problema de alocação de navios; *SWO*; *Tabu Search*; *Bottom-Left*; metaheurística

## Abstract

The allocation of ships to maritime quays is considered one of the main tasks in the management process of a seaport. As a result, the number of studies related to the berth allocation problem has therefore drastically increased. Solving this problem allows the seaport to improve the efficiency of its quay utilisation, improve customer satisfaction and increase the income of the port itself, thus leading to an increase on its competitiveness. Bearing in mind that the berth allocation problem is considered NP-hard, three constructive heuristics were considered with the aim of, given an insertion sequence, inserting the ships into the time-space diagram that graphically represents any feasible solution to the berth allocation problem. Two of the heuristics, Upper Allocation and Intermedium Allocation, were developed based on the traditional Bottom-Left heuristic. Although the constructive heuristics developed make it possible to quickly obtain a feasible solution to the berth allocation problem and, in particular, the Upper Allocation heuristic improves the results obtained by the traditional Bottom-Left heuristic, they do not have random parameters that allow different solutions to be obtained. That said, two metaheuristics were developed, Squeaky Wheel Optimisation and Tabu Search with Full Memory, whose main objective is to obtain better solutions by constructing different insertion sequences. Based on the computational results, it was concluded that the Tabu Search with Full Memory metaheuristic obtained better results than the Squeaky Wheel Optimisation metaheuristic, both for small and medium instances and for larger instances.

**Keywords:** Berth Allocation Problem; *SWO*; *Tabu Search*; *Bottom-Left*; metaheuristic

# Índice

Agradecimentos .....	i
Resumo .....	ii
Abstract .....	iii
Índice.....	iv
Glossário.....	v
Índice de Tabelas .....	vi
Índice de Figuras.....	vi
1. Introdução.....	1
2. Revisão da Literatura .....	4
3. Formulação matemática do problema .....	7
4. Heurísticas construtivas.....	10
4.1 Heurística <i>Bottom-Left</i> .....	10
4.2 Heurística <i>Upper Allocation</i> .....	12
4.3 Heurística <i>Intermedium Allocation</i> .....	14
5. Metaheurísticas .....	17
5.1. Metaheurística <i>Squeaky Wheel Optimization</i> .....	17
5.2. Metaheurística <i>Tabu Search with Full Memory</i> .....	20
6. Resultados Computacionais.....	23
6.1. Resultados das Heurísticas Construtivas .....	23
6.2 Metaheurística <i>SWO</i> .....	26
6.2.1 Testes de calibração .....	26
6.2.1 Resultados.....	28
6.3 Metaheurística <i>TSFM</i> .....	30
6.4 Instâncias de maior dimensão .....	32
6.4.1 Resultados.....	33
7. Conclusão .....	38
Referências Bibliográficas .....	40

## **Glossário**

TFM: Trabalho Final de Mestrado

BAP: Berth Allocation Problem

SWO: Squeaky Wheel Optimization

TS: Tabu Search

TSFM: Tabu Search with Full Memory

BL: Bottom-Left

FCFS: First Come First Served

UA: Upper Allocation

IA: Intermedium Allocation

## Índice de Tabelas

Tabela 1. Pseudocódigo da heurística Bottom-Left.....	10
Tabela 2. Características dos navios da instância.....	11
Tabela 3. Pseudocódigo da heurística Upper Allocattion.....	13
Tabela 4. Pseudocódigo da heurística Intermedium Allocation.....	15
Tabela 5. Características dos navios do exemplo da heurística SWO.....	18
Tabela 6. Pseudocódigo da etapa de priorização da metaheurística SWO.....	19
Tabela 7. Pseudocódigo da etapa de comparação da metaheurística Tabu Search with Full Memory.....	21
Tabela 8. Tempo de espera médio obtido pelas heurísticas construtivas para cada grupo de instâncias.....	24
Tabela 9. Valor das métricas para as heurísticas construtivas.....	26
Tabela 10. Tempo de espera médio obtido pela metaheurísticas SWO para cada probabilidade.....	27
Tabela 11. Tempo de espera médio obtido pela metaheurística SWO para cada grupo de instâncias.....	29
Tabela 12. Valor das métricas para metaheurística SWO.....	30
Tabela 13. Tempo de espera médio obtido pela metaheurística TSFM para cada grupo de instâncias.....	31
Tabela 14. Valor das métricas para metaheurística TSFM.....	32
Tabela 15. Resultados do primeiro teste computacional com M=168 e J=35.....	33
Tabela 16. Resultados do segundo teste computacional com M=336 e J=35.....	34
Tabela 17. Resultados do terceiro teste computacional com M=500 e J=20.....	35
Tabela 18. Resultados do quarto teste computacional com M=336 e J=20.....	36

## Índice de Figuras

Figura 1. Tipologia do cais marítimo.....	4
Figura 2. Diagrama tempo-espaço.....	7
Figura 3. Solução obtida pela Heurística Bottom-Left.....	11
Figura 4. Solução obtida pela heurística Upper Allocation.....	13
Figura 5. Solução obtida pela heurística Intermedium Allocation.....	16
Figura 6. Ciclo da metaheurística SWO.....	17
Figura 7. Ciclo da metaheurística TSFM.....	20
Figura 8. Gráfico da evolução do melhor tempo de espera por número de iterações.....	28

## 1. Introdução

No decorrer dos últimos anos, os navios têm vindo a desempenhar um papel essencial no comércio internacional. Todos os dias, os navios partem e atracam em portos marítimos, permitindo o fornecimento de uma grande variedade de mercadorias. Segundo Correcher et al. (2019), o desenvolvimento da engenharia naval, o aumento da capacidade de armazenamento dos contentores e a melhoria das instalações portuárias permitiram um maior fluxo de mercadorias. Contudo, este desenvolvimento colocou uma maior pressão nos portos marítimos, devido ao aumento da competitividade existente entre eles.

Tendo em consideração o panorama descrito anteriormente, a alocação de navios nos cais marítimos passou a ser considerada uma das principais tarefas do processo de gestão de um porto marítimo. Segundo Moorthy and Teo (2006), a utilização eficiente de um cais é imperativa quer para melhorar a satisfação dos clientes, quer para aumentar o rendimento do próprio porto, conduzindo assim a um aumento da sua competitividade.

O problema de alocação de navios (sigla em inglês, BAP – *Berth Allocation Problem*) tem sido tema de debate desde meados dos anos 90, período em que surgiram os primeiros estudos relacionados com o problema em questão. Desde então tem-se verificado um aumento significativo do número de publicações sobre o assunto (Buhrkal et al., 2011). Segundo Correcher et al. (2019), o problema de alocação de navios consiste na atribuição de uma posição do cais e de um horário de atracagem específicos a cada navio, tendo em conta determinados objetivos como minimizar o tempo de serviço ou o tempo de espera. A alocação de navios é considerada um dos problemas mais críticos que os portos marítimos enfrentam, uma vez que tem em consideração muitos fatores tais como as características do porto, as dimensões dos navios, as previsões de chegada dos navios, as condições climatéricas, entre outros. A tipologia do cais é um dos principais atributos que diferencia os tipos de problemas de alocação de navios existentes, podendo ser contínuo ou discreto.

O problema em estudo no presente Trabalho Final de Mestrado (TFM) é do tipo contínuo, uma vez que este provoca uma melhor utilização do cais do porto marítimo, apesar de ser mais complexo comparativamente ao tipo discreto (Rodrigues and Agra, 2022). O problema de alocação de navios num cais do tipo contínuo é considerado um problema *NP*-difícil, isto é, um problema para o qual não existe um algoritmo capaz de determinar a solução ótima em tempo polinomial. Na impossibilidade de usar métodos exatos para determinar soluções ótimas para instâncias de maior dimensão, diversos autores têm proposto diferentes algoritmos heurísticos que, por norma, funcionam da seguinte forma: inicialmente obtém-se uma sequência de inserção e, dada essa

sequência, os navios são inseridos no diagrama tempo-espço, que representa graficamente qualquer solução admissível do problema de alocação de navios, com recurso a uma heurística construtiva de inserção. Posteriormente, a sequência de inserção é alterada para tentar obter uma melhor solução, e o processo repete-se (Rodrigues, 2023). A heurística construtiva *Bottom-Left* (*BL*) é frequentemente utilizada nos problemas de alocação de navios, ((Arango et al., 2011), (Cheimanoff et al., 2022), (Chen and Zeng, 2018), entre outros) e consiste na alocação dos navios o mais cedo possível e nas primeiras posições do diagrama tempo-espço. As principais vantagens desta heurística construtiva são a sua simplicidade e facilidade de implementação. Contudo, o facto da heurística *Bottom-Left* alocar os navios nas primeiras posições do diagrama faz com que as últimas posições tendam a não ser ocupadas pelos navios, o que poderia permitir uma diminuição do seu tempo de espera. Neste sentido, no presente TFM foram desenvolvidas duas heurísticas construtivas com base na heurística *Bottom-Left*. A primeira é denominada de *Upper Allocation* e tende a alocar os navios nas últimas posições do cais, dada uma qualquer sequência de inserção. A segunda heurística é a *Intermedium Allocation* e segue um raciocínio idêntico ao da heurística *Upper Allocation*, mas privilegiando a alocação em posições mais intermédias.

Apesar das heurísticas construtivas desenvolvidas permitirem obter rapidamente uma solução admissível para o problema de alocação de navios e, em particular, a heurística *Upper Allocation* melhorar os resultados obtidos pela heurística tradicional *Bottom-Left*, estas não possuem parâmetros aleatórios que permitam obter diferentes soluções. Posto isto, no presente TFM foram desenvolvidas duas metaheurísticas, a *Squeaky Wheel Optimization* e a *Tabu Search with Full Memory*, cujo principal objetivo consiste em obter melhores soluções através da construção sistemática de diferentes sequências de inserção. Ambas as metaheurísticas funcionam com base no ciclo Construir/Analisar/Priorizar, sendo que dada uma sequência de navios, é construída uma solução admissível com recurso a uma heurística construtiva e, de seguida, a solução é analisada de forma a encontrar os navios com maior tempo de espera. Posteriormente, procede-se à priorização, que consiste na obtenção de uma sequência de inserção em que os navios com maior tempo de espera tendem a ocupar as primeiras posições da sequência, e repete-se este processo durante um número máximo de iterações. Contudo, quando finalizada a etapa de priorização dos navios, na metaheurística *Tabu Search with Full Memory* é efetuado um passo adicional que consiste na comparação da nova sequência de inserção gerada com as sequências geradas nas iterações anteriores, uma vez que a metaheurística *Tabu Search with Full Memory* tem como base a metaheurística *Tabu Search* onde o regresso a soluções visitas anteriormente tende a ser evitado, com recurso à denominada lista *tabu*.

Este TFM encontra-se então dividido da seguinte forma. A secção seguinte corresponde à revisão da literatura onde é efetuada uma análise dos estudos de diversos autores, tendo como principal foco os relacionados com problemas de alocação do tipo contínuo e os que recorreram à utilização de metaheurísticas e heurísticas construtivas relacionadas com as que foram utilizadas neste trabalho. Na secção seguinte, são descritas ao pormenor as heurísticas construtivas utilizadas, incluindo os seus pseudocódigos e exemplos da sua aplicação. De seguida, é efetuada a descrição das metaheurísticas utilizadas para obter melhores soluções através da geração de novas sequências de inserção. Na secção seguinte, são apresentados os resultados dos testes computacionais efetuados, em particular os das heurísticas construtivas e das metaheurísticas. Por último, são apresentadas as principais conclusões retiradas do trabalho realizado.

## 2. Revisão da Literatura

De acordo com o tipo de cais existente, o problema de alocação de navios pode ser contínuo ou discreto, o que exige diferentes abordagens de resolução (Schepler et al., 2019). Num contexto de um terminal portuário discreto, o cais encontra-se dividido num determinado número fixo de berços de atracagem independentes, sendo que cada um só pode alocar no máximo um navio num determinado momento e cada navio é alocado em apenas um berço. No caso da tipologia contínua, um navio pode ocupar qualquer posição do cais, desde que respeite as dimensões de segurança com outros navios e não ultrapasse o limite do cais (Imai et al., 2003). A figura seguinte representa ambos os casos, de forma a facilitar a compreensão e diferenciação de ambos.

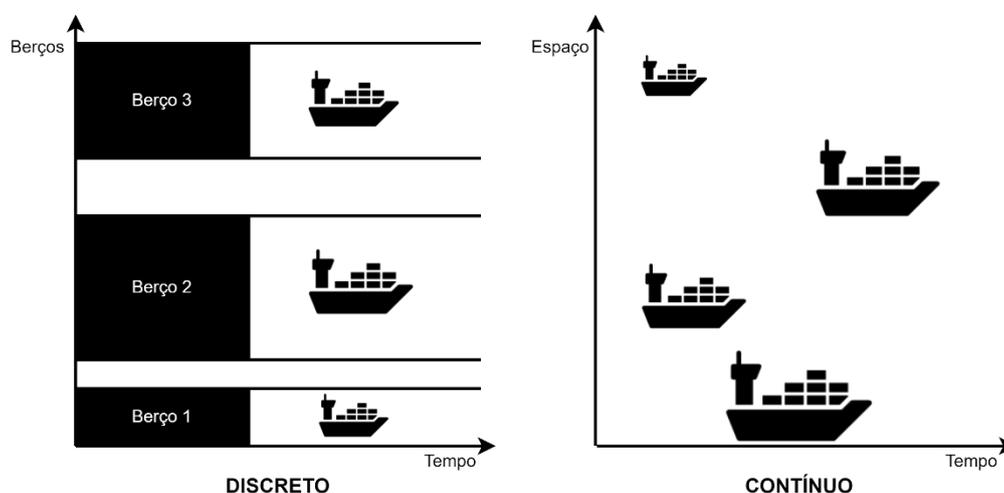


Figura 1. Tipologia do cais marítimo

A revisão da literatura vai ter um enfoque maior sobre o tipo contínuo, uma vez que este é o tipo de problema em estudo no presente TFM. Diversos autores tiveram em consideração a alocação de navios em cais contínuos, como por exemplo, Lim (1998), Guan et al. (2002), Wang et al. (2007), Guan and Cheung (2004), Park and Kim (2002), entre outros.

Lim (1998) tinha como objetivo minimizar os custos associados ao tempo de espera dos navios, partindo do princípio de que, uma vez atracado, o navio não se deslocaria para qualquer outra posição do cais antes da sua partida, e seguindo o princípio de alocação por ordem de chegada, *First Come First Served (FCFS)*. Guan et al. (2002) desenvolveram uma heurística com o objetivo de minimizar o tempo total de serviço dos navios, isto é, o tempo desde que os navios chegaram ao porto até que partiram. Tendo em consideração o mesmo objetivo, Guan and Cheung (2004) desenvolveram um método de pesquisa sistemático denominado de *tree search* que tem como objetivo encontrar a solução ótima, sendo este constituído por nós que se encontram interligados por ramos, onde cada um representa uma solução. Sendo este um problema de

minimização, uma vez que os nós estão organizados hierarquicamente, se um nó apresentar um valor superior ao valor da solução do nó anterior, então este pode ser eliminado. Wang et al. (2007) efetuaram o mesmo processo de resolução, mas com o objetivo de minimizar o custo de penalização para os navios rejeitados, sendo que um navio era rejeitado quando não existia um berço de atracagem disponível para ele poder atracar. Imai et al. (2001) desenvolveram uma heurística baseada numa relaxação Lagrangiana de forma a diminuir os custos nos portos do Japão. Park and Kim (2002) utilizaram o método de otimização *sub-gradient* e a metaheurística *simulated annealing* como ferramentas de resolução do problema.

No presente TFM foram desenvolvidas duas heurísticas construtivas que têm como base os princípios da heurística construtiva *Bottom-Left (BL)*. Neste contexto, os seguintes autores utilizaram a respetiva heurística como forma de resolução do problema.

Na investigação realizada por Arango et al. (2011), o foco concentrou-se na alocação de navios no porto marítimo de Sevilha com o objetivo de reduzir o tempo total de serviço. Como forma de resolução deste problema, foi utilizada uma formulação matemática e, seguidamente, uma heurística baseada num algoritmo genético. O algoritmo genético tinha incorporada a heurística construtiva *BL*, de modo que os navios eram alocado o mais cedo possível e nos primeiros berços do cais marítimo. Cheimanoff et al. (2022) adotaram uma heurística denominada por *Local Search* que tinha como base a heurística construtiva *BL*. No artigo elaborado por Chen and Zeng (2018) o objetivo consistia em minimizar simultaneamente o custo de transporte associado à distância entre o armazém e o berço de atracagem do navio e o custo de penalização pelo atraso de cada navio. Como forma de resolução, foi desenvolvida uma heurística baseada num algoritmo genético e na heurística construtiva *BL*. Através dos resultados obtidos, os autores concluíram que o modelo desenvolvido reduz o custo operacional total e fornece um método eficiente para planejar as operações de alocação.

No que diz respeito às metaheurísticas, no presente TFM foram utilizadas a *Squeaky Wheel Optimization (SWO)* e a *Tabu Search (TS)* com o objetivo de obter melhores soluções, através da geração de diferentes sequências de inserção. Os seguintes autores recorreram também a estas metaheurísticas como forma de resolução. Joslin and Clements (1999) foram os primeiros autores que descreveram uma abordagem de otimização que designaram de *SWO*. Nesta metaheurística, é utilizado um algoritmo para construir uma solução inicial que, posteriormente, é analisada de forma a encontrar novas soluções que são suscetíveis de melhorar o valor da função objetivo. Segundo Kováč (2017) a metaheurística *SWO* é utilizada por vários autores como instrumento de resolução de instâncias de grande escala, uma vez que ela obtém uma nova solução, deslocando os navios de valor mais elevado para as primeiras posições da sequência. Imai et al. (2003)

estudaram a importância da priorização dos navios como forma de resolução do problema. Os autores recorreram a uma heurística baseada num algoritmo genético e concluíram que a atribuição de berços tendo como base a prioridade de cada navio é de elevada importância para os operadores portuários que trabalham num ambiente de concorrência. Lv et al. (2020) estudaram estratégias reativas que se focavam na resolução de problemas de alocação de navios após uma perturbação no porto, sendo necessário o ajuste da posição e do tempo de atracagem dos navios. Os autores recorreram à metaheurística *SWO* devido ao facto de ser fundamental atribuir prioridades aos navios de forma a não se verificarem atrasos. Umang et al. (2013) utilizaram um algoritmo baseado na metaheurística *SWO*, tendo sido efetuadas experiências em instâncias com dados reais para testar e validar a eficiência do algoritmo. A solução inicial foi obtida com recurso à regra *FCFS*, e no final de cada iteração é calculada a classificação de cada navio com base no seu tempo de serviço. Posteriormente, o algoritmo desloca os navios com maior tempo de serviço para o início da lista de prioridades como forma de reduzir o tempo total de serviço.

No que diz respeito à metaheurística *TS* esta foi proposta por Glover (1993). Esta metaheurística segue um procedimento de pesquisa local que consiste na exploração de novas soluções, sendo que o regresso a soluções “visitadas” anteriormente é evitado pela utilização da denominada lista tabu. Qin et al. (2009) tiveram em consideração as restrições relativas a janelas temporais para o tempo de serviço dos navios e o tempo disponível do porto. Como forma de resolução, foi desenvolvida uma heurística baseada na *TS*. Adicionalmente foram realizadas oito experiências computacionais que mostraram que o algoritmo proposto é adaptável a instâncias reais e que demonstraram que este pode fornecer orientações úteis no processo de tomada de decisão na alocação de navios.

### 3. Formulação matemática do problema

Na presente seção, é apresentada a formulação matemática do problema de alocação de navios do tipo contínuo. Na figura seguinte pode-se observar um diagrama tempo-espaço que pode ser utilizado para representar a solução deste tipo de problema.

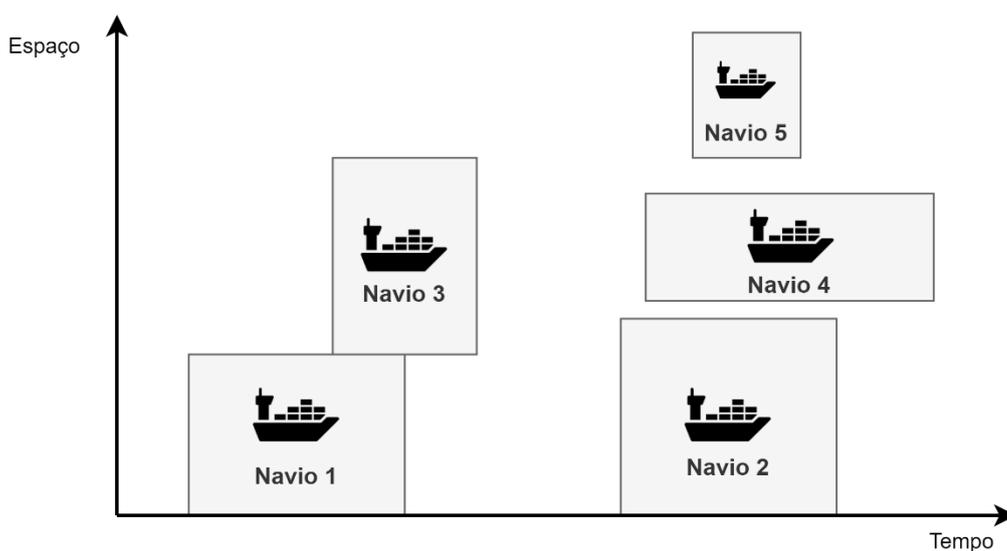


Figura 2. Diagrama tempo-espaço

No eixo das abcissas encontra-se representada a variável tempo, enquanto o eixo das ordenadas representa a variável espaço. No diagrama, cada retângulo corresponde a um navio cujo comprimento diz respeito ao intervalo de tempo compreendido entre a hora de atracagem e de partida e cuja altura corresponde ao tamanho do navio. No que diz respeito ao comprimento, as coordenadas da esquerda e da direita indicam o início e o fim do tempo de manuseamento, respetivamente.

O diagrama tempo-espaço é uma representação gráfica de qualquer solução admissível do problema de alocação de navios. A solução ótima para este problema pode ser obtida através da formulação matemática apresentada nesta secção.

No presente TFM, teve-se em consideração um porto marítimo constituído por um conjunto de berços,  $B = \{0, \dots, J\}$ , e instantes temporais,  $T = \{1, \dots, M\}$ . No que diz respeito aos navios, considerou-se um conjunto,  $V = \{1, \dots, N\}$ , constituído por  $N$  navios. Cada navio tem associados os seguintes parâmetros: o comprimento, representado por  $L_k$ , a hora de chegada,  $A_k$ , e o tempo de manuseamento,  $H_k$ . O objetivo é determinar a posição de atracagem,  $b_k$ , e hora de atracagem,  $t_k$ , de cada navio por forma a minimizar a soma do tempo de espera de todos os navios, sendo por isso estas as variáveis principais do problema.

Adicionalmente, de forma a garantir que não existam sobreposições de navios, são consideradas duas variáveis binárias para estabelecer uma relação temporal e espacial entre eles. Por um lado, a variável  $x_{kl}$  assume o valor 1 quando o navio  $l$  atraca depois do navio  $k$  ter partido, criando assim uma relação temporal. Por outro lado, temos a variável  $y_{kl}$  que assume o valor 1 se o navio  $l$  atraca numa posição inferior à da posição de atracagem do navio  $k$ .

O problema de alocação de navios pode ser então modelado através da formulação matemática (Agra e Rodrigues, 2022):

$$\text{Min } \sum_{k=1}^N t_k - A_k \quad (1)$$

$$\text{s.a. } x_{lk} + x_{kl} + y_{lk} + y_{kl} \geq 1, \quad k, l \in V: k \neq l \quad (2)$$

$$x_{lk} + x_{kl} \leq 1, \quad k, l \in V: k \neq l \quad (3)$$

$$y_{lk} + y_{kl} \leq 1, \quad k, l \in V: k \neq l \quad (4)$$

$$b_k \geq b_l + L_l + (J + 1) * (y_{kl} - 1), \quad k, l \in V: k \neq l \quad (5)$$

$$b_k \leq J - L_k, \quad k \in V \quad (6)$$

$$t_l \geq t_k + H_k + (M + 1) * (x_{kl} - 1), \quad k, l \in V: k \neq l \quad (7)$$

$$t_k \geq A_k, \quad k \in V \quad (8)$$

$$t_k, b_k \geq 0, \quad k \in V \quad (9)$$

$$x_{kl}, y_{kl} \in \{0, 1\}, \quad k, l \in V: k \neq l \quad (10)$$

A função objetivo (1) consiste na minimização da soma do tempo de espera dos navios, correspondendo à diferença entre a hora de atracagem e a hora de chegada. Os três primeiros conjuntos de restrições (2)-(4) garantem que não existem sobreposições de navios no porto, quer a nível temporal quer a nível espacial. As restrições (2) definem que pelo menos uma das variáveis binárias têm de assumir o valor 1. No caso da variável  $x_{lk}$  significa que o navio  $k$  atraca depois do navio  $l$  ter partido, sendo que no caso da variável  $x_{kl}$  o pensamento é idêntico, mas a ordem dos navios troca. No que diz respeito à variável  $y_{kl}$ , significa que o navio  $l$  atraca numa posição inferior à do navio  $k$ , sendo que o raciocínio mantém-se para a variável  $y_{lk}$ , mas trocando a ordem dos navios. Contudo, as restrições (3) e (4) restringem as restrições anteriores. Nas restrições (3), caso a variável  $x_{lk}$  assumo o valor de 1, então a variável  $x_{kl}$  vai assumir o valor 0. Uma vez que caso o navio  $k$  só atraque depois do navio  $l$  ter partido, não é racional assumir que o navio  $l$  só pode atracar depois do navio  $k$  ter partido, ou seja, que a variável  $x_{kl}$  assumo o valor 1. No que diz respeito às restrições (4), o raciocínio é idêntico, mas em termos de espaço, uma vez que as variáveis  $y_{lk}$  e  $y_{kl}$  impedem a sobreposição dos navios a nível espacial. Caso o navio  $k$  atraque em alguma posição

abaixo do navio  $l$  ( $y_{lk} = 1$ ), então não é possível que o navio  $l$  atraque abaixo do navio  $k$  ( $y_{kl} = 1$ ). As restrições (5) definem que caso o navio  $l$  seja alocado abaixo do navio  $k$ , isto é, caso a variável  $y_{kl}$  seja igual a 1, então a posição de atracagem do navio  $k$  tem de ser superior à posição de atracagem do navio  $l$  mais o tamanho do navio  $l$ . As restrições (6) definem o domínio da variável  $b_k$ , significando que a posição de atracagem do navio  $k$  é inferior à diferença entre o número de berços e o tamanho do respetivo navio. No que diz respeito às restrições (7), o tempo de atracagem do navio  $l$  tem de ser superior à soma do tempo de atracagem mais o tempo de manuseamento do navio  $k$ , assumindo que o navio  $l$  só é atracado quando o navio  $k$  partir do porto, isto é, se a variável  $x_{kl}$  assumir o valor de 1. As restrições (8) garantem que a hora de atracagem é superior à hora de chegada. As restrições (9) definem o domínio das variáveis  $b_k$  e  $t_k$ . Por fim, as restrições (10) definem as variáveis  $x_{kl}$  e  $y_{kl}$  como binárias.

## 4. Heurísticas construtivas

A formulação matemática apresentada na secção anterior permite obter a solução ótima do problema de alocação de navios. Contudo, quando se têm em consideração instâncias de maior dimensão, pode demorar demasiado tempo para o fazer. Na presente secção é apresentada uma descrição pormenorizada de três heurísticas construtivas usadas para obter rapidamente soluções admissíveis para o problema com vista a minimizar o tempo de espera dos navios.

### 4.1 Heurística *Bottom-Left*

A primeira heurística construtiva utilizada é a denominada *Bottom-Left (BL)* e consiste na alocação de navios o mais cedo possível e nas primeiras posições do cais marítimo, tendo como base uma determinada sequência de inserção de navios.

O pseudocódigo da heurística *BL* é descrito na tabela seguinte. Para tal, considera-se uma matriz *Diagrama* cujas linhas correspondem às posições de atracagem e as colunas aos instantes temporais, sendo que todas as entradas desta matriz têm o valor zero no início da heurística. Adicionalmente, o vetor *sequência* representa os navios ordenados tendo em consideração uma qualquer sequência pré estabelecida.

Heurística <i>Bottom-Left</i>
Input: <i>sequência</i>
1. Para cada navio $k \in \textit{sequência}$
2. Para cada instante temporal $i \in [A_k, M - H_k]$
3. Para cada posição $j \in [0, J - L_k]$
4. Se $\textit{Diagrama}(p, q) = 0$ , para $p \in [i, i + H_k]$ e $q \in [j, j + L_k]$
5. $\textit{Diagrama}(p, q) = k$ , para $p \in [i, i + H_k]$ e $q \in [j, j + L_k]$
6. $t_k = i$ e $b_k = j$
7. Voltar à etapa 1
Output: Posição e instante de atracagem dos navios: $b_k$ e $t_k$

Tabela 1. Pseudocódigo da heurística *Bottom-Left*

Para cada navio  $k$  é verificado se as entradas do *Diagrama* compreendidas entre a hora de chegada e a de partida e entre a primeira posição do Diagrama e o tamanho do navio se encontram disponíveis para se proceder à alocação do navio (Passo 4). Em caso afirmativo, o navio é alocado nessas posições (Passo 5). Caso contrário, o algoritmo continua a percorrer as posições do *Diagrama* até encontrar um conjunto de posições disponíveis. No passo 6, é guardada a hora e a



que, na sua hora de chegada, as primeiras oito posições do cais se encontravam já ocupadas pelo navio 1. Segundo a heurística *BL*, quando as primeiras posições do cais não se encontram disponíveis tenta-se alocar o navio no mesmo período temporal, mas em posições de atracagem superiores. Posto isto, o tempo de espera do navio 2 foi nulo. No caso do navio 3, o raciocínio é idêntico ao do navio 2. Na hora de chegada desse navio, as posições de atracagem 14 a 20 eram as únicas disponíveis, tendo por isso o navio 3 sido alocado na posição 14. No que diz respeito ao navio 4, no instante temporal 10 (hora de chegada) as primeiras oito e as últimas quatro posições do cais encontravam-se disponíveis para atracar. Contudo, o tamanho do navio 4 não permite a sua alocação em nenhum desses locais. Neste sentido, o navio 4 só foi alocado nas primeiras nove posições do cais no instante temporal 14, logo a seguir à hora de partida do navio 2, fazendo com que o navio tenha um tempo de espera de 4 unidades temporais. Por último, na hora de chegada do navio 5 ambos os intervalos de posições disponíveis eram inferiores ao tamanho do navio. Neste sentido, o navio 5 foi alocado na posição 9 e no instante temporal 20, registando assim um tempo de espera de 3 unidades temporais. No que respeita à soma do tempo de espera de todos os navios, a heurística *BL* registou um total de 7 unidades temporais.

#### 4.2 Heurística *Upper Allocation*

O facto da heurística *Bottom-Left* alocar os navios nas primeiras posições do diagrama tempo-espaço faz com que tanto as últimas posições como as intermédias tendam a não ser ocupadas pelos navios, o que poderia permitir uma eventual diminuição do tempo total de espera. Neste sentido, na presente subsecção são apresentadas as duas heurísticas que foram desenvolvidas com base na heurística *Bottom-Left*.

A primeira heurística desenvolvida é a heurística construtiva *Upper Allocation (UA)* que consiste na alocação dos navios nas últimas posições do cais dada uma qualquer sequência de navios. Contudo, esta alocação para um determinado navio  $k$  implica o cumprimento da seguinte condição:

*“Existir algum navio com a hora de chegada compreendida entre a hora de chegada e a de partida do navio  $k$  que consiga ser alocado abaixo dele.”*

O pseudocódigo da heurística *UA*, considerando a mesma matriz *Diagrama* usada na descrição do *BL*, encontra-se descrito na seguinte tabela.



O navio 1 foi alocado nas últimas posições do cais devido à hora de chegada do navio 2 estar compreendida entre a sua hora de chegada e de partida e ao facto do navio 1 ser alocado nas posições de cima permitir ao navio 2 ser alocado abaixo dele. Apesar de ambas as condições referidas anteriormente também se aplicarem ao navio 2, quando comparado com o navio 3, este foi alocado nas posições iniciais do cais uma vez que as últimas se encontravam já ocupadas pelo navio 1. Segundo a heurística *UA*, caso as últimas posições do cais não se encontrem disponíveis, o navio é alocado segundo o princípio da heurística *BL*, ou seja, o mais cedo possível e nas primeiras posições do cais. No que diz respeito ao navio 3, este foi alocado na posição 6 pois seguiu a heurística *BL*. Apesar da hora de chegada do navio 4 estar compreendida entre a hora de chegada e de partida do navio 3, as últimas posições do cais no instante temporal 8 estavam ocupadas pelo navio 1. No caso do navio 4, o facto do navio 5 cumprir a restrição da hora de chegada e as últimas posições do cais se encontrarem disponíveis, fez com que o navio 4 fosse alocado na posição 12. Por último, o navio 5 foi alocado 1 instante temporal depois da sua hora de chegada devido ao seu tamanho ser superior ao intervalo de posições disponíveis na hora de chegada. Assim, o navio 5 foi alocado logo a seguir ao navio 4 partir. Em suma, a heurística *UA* registou um tempo total de espera de 1 unidade temporal.

#### 4.3 Heurística *Intermedium Allocation*

Posteriormente, foi desenvolvida a heurística *Intermedium Allocation (IA)* que segue um raciocínio idêntico ao da heurística *UA*. Contudo, em vez do navio ser alocado nas últimas posições do cais, este é alocado logo acima do navio seguinte. Por exemplo, caso o navio  $l$ , sendo  $l \in [k + 1, N]$ , consiga ser alocado abaixo do navio  $k$ , este último passa a ser alocado nas posições disponíveis imediatamente a seguir às necessárias para alocar o navio  $l$ .

Na tabela seguinte encontra-se descrito o pseudocódigo da heurística *IA*.

### Heurística *Intermedium Allocation*

Input: *sequência*

1. Para cada navio  $k \in \textit{sequência}$
2. Para cada instante temporal  $i \in [A_k, M - H_k]$
3. Para cada posição  $j \in [0, J - L_k]$
4. Se  $\textit{Diagrama}(p, q) = 0$ , para  $p \in [i, i + H_k]$  e  $q \in [j, j + L_k]$
5. Para cada navio  $s \in [k + 1, N]$ , com  $A_k \leq A_s \leq A_k + H_k$
6. Se a alocação do navio  $k$  nas posições  $[L_s+1, L_s + 1 + L_k]$  for possível e permitir ao navio  $s$  ser alocado nas primeiras posições do cais
7.  $\textit{Diagrama}(p, q) = k$ , para  $p \in [i, i + H_k]$  e  $q \in [L_s+1, L_s + 1 + L_k]$
8.  $t_k = i$  e  $b_k = L_s+1$
9. Voltar à etapa 1
10. Caso contrário
11.  $\textit{Diagrama}(p, q) = k$ , para  $p \in [i, i + H_k]$  e  $q \in [j, j + L_k]$
12.  $t_k = i$  e  $b_k = j$
13. Voltar à etapa 1

Output: Posição e instante de atração dos navios:  $b_k$  e  $t_k$

Tabela 4. Pseudocódigo da heurística *Intermedium Allocation*



## 5. Metaheurísticas

As heurísticas construtivas descritas na secção anterior permitem obter rapidamente uma solução admissível para o problema de alocação de navios mesmo em instâncias de grande dimensão. Contudo, com o objetivo de diversificar as soluções obtidas vamos considerar um determinado conjunto de fatores aleatórios. Por essa razão, na presente secção são apresentadas metaheurísticas utilizadas para resolver o problema de alocação de navios cujo objetivo consiste na obtenção de melhores soluções, através da geração de diferentes sequências de inserção.

### 5.1. Metaheurística *Squeaky Wheel Optimization*

A primeira metaheurística é designada por *Squeaky Wheel Optimization (SWO)* e funciona com base no princípio Construir/Analisar/Priorizar, tal como ilustrado na Figura 6 (Joslin and Clements, 1999). [Construir] Dada uma sequência de navios, é construída uma solução admissível com recurso a uma heurística construtiva. [Analisar] De seguida, a solução é analisada de forma a encontrar os navios com maior tempo de espera. [Priorizar] Por último, procede-se à priorização que consiste na obtenção de uma nova sequência de inserção em que os navios com maior tempo de espera tendem a ocupar as primeiras posições da sequência. Todo este processo é efetuado sucessivamente durante um número máximo de iterações.

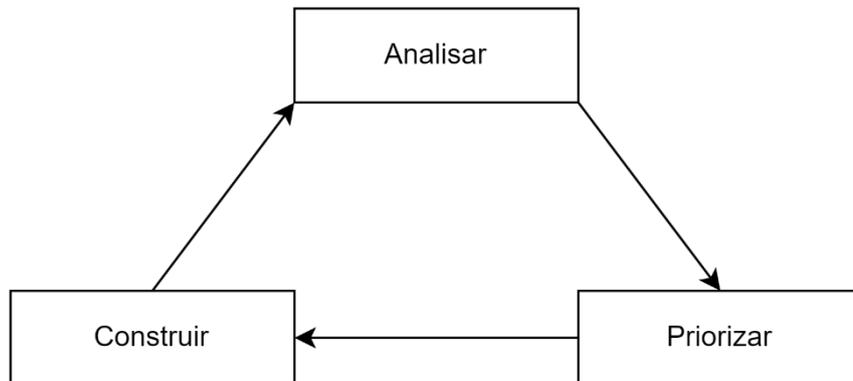


Figura 6. Ciclo da metaheurística SWO

Após obter a solução na fase de construção, procede-se à análise dos navios, de onde resulta o cálculo de uma probabilidade para cada navio  $k \in V$  que depende do seu tempo de espera. A seguinte fórmula ilustra o cálculo efetuado:

$$Prob_k = \frac{t_k - A_k}{\sum_{i=1}^N (t_i - A_i)}$$

A etapa de priorização consiste na obtenção de uma nova sequência de inserção com base na probabilidade calculada anteriormente. Para tal, os navios são percorridos um a um por ordem crescente da hora de chegada. Nesta fase, cada navio  $k \in N$  vai ser comparado com os restantes navios que tenham hora de chegada compreendida entre a sua hora de chegada e de partida. Identificados os navios que cumpram esta condição, efetua-se a comparação entre as probabilidades de cada um. Na sequência inicial os navios encontram-se ordenados de tal forma que o navio 1 está colocado na 1ª posição, o navio 2 na 2ª e assim sucessivamente. Assim sendo, ao comparar as probabilidades de dois navios, o navio com maior probabilidade troca de posição com o navio com menor probabilidade, se este último aparecer primeiro na sequência. Por exemplo, caso o navio 1, que se encontra inicialmente na 1ª posição, tenha uma probabilidade de 30% e o navio 2 uma probabilidade de 50%, então o navio 2 troca de posição na sequência com o navio 1.

Para ilustrar a obtenção de uma nova sequência de inserção, foram tidos em consideração cinco navios cujas características se encontram na Tabela 5.

Navio	Hora de chegada $A_k$	Tempo de manuseamento $H_k$	Probabilidade $Prob_k$
1	1,0	9,0	25,0%
2	4,0	10,0	45,0%
3	6,0	12,0	20,0%
4	18,0	8,0	10,0%
5	22,0	9,0	0,0%

Tabela 5. Características dos navios do exemplo da heurística SWO

O processo começa com a análise do navio 1 verificando-se que os navios 2 e 3 são os que possuem hora de chegada compreendida entre a sua hora de chegada e de partida. De seguida é efetuada a comparação dos navios 1 e 2 e conclui-se que o navio 2 possui uma probabilidade superior à do navio 1, logo, ambos trocam de posições. Isto é, o navio 2 é colocado na primeira posição da sequência enquanto o navio 1 é colocado na posição 2. Posteriormente, realiza-se a comparação do navio 1 com o navio 3 e verifica-se que a probabilidade do navio 3 é inferior à do navio 1, pelo que ambos permanecem nas mesmas posições, o navio 1 na posição 2 e o navio 3 na posição 3. No que diz respeito ao navio 2, o único que cumpre a condição da hora de chegada é o navio 3, visto que o navio 1 já foi analisado, logo efetua-se a comparação das probabilidades de ambos. Como o navio 2 regista uma probabilidade superior à do navio 3, estes não trocam de

posição uma vez que o navio 2 já se encontra colocado primeiro na sequência de inserção do que o navio 3. Relativamente ao navio 3, nenhum dos restantes navios regista uma hora de chegada compreendida entre a sua hora de chegada e de partida. Por último, o navio 4 vai ser comparado com o navio 5 uma vez que este cumpre a condição relativa à hora de chegada. Como a probabilidade do navio 4 é superior à do navio 5 e o navio 4 já aparece em primeiro na sequência que o navio 5, então os dois navios permanecem nas mesmas posições. Assim sendo, os navios ficariam então ordenados da seguinte maneira: {2, 1, 3, 4, 5}.

Por não ter qualquer mecanismo aleatório, este processo conduz sempre à mesma solução, o que pode impedir a obtenção de uma melhor solução. Assim sendo, durante o processo de comparação das probabilidades, satisfeitas as condições que permitem a troca de posições dos navios é estabelecida uma probabilidade  $\theta$  (superior a 50%) para a realização dessa troca. No exemplo descrito anteriormente, não foi tida em consideração esta probabilidade de forma a facilitar a compreensão do processo base. Contudo, na seguinte tabela é descrito o pseudocódigo completo relativo à etapa de priorização da metaheurística *SWO*.

Etapa de priorização da metaheurística <i>SWO</i>
Input: valor de $\theta$ e sequência (1, 2, ..., N)
1. Para cada navio $k \in [1, N - 1]$
2. Para cada navio $j \in [k + 1, N]$ , com $A_k \leq A_j \leq A_k + H_k$
3. Se $Prob_k \geq Prob_j$
4. Se o navio $j$ aparecer primeiro na sequência de inserção que o navio $k$
5. Gerar $r \in U [0,1]$
6. Se $r \leq \theta$
7. O navio $k$ troca com o navio $j$
8. Se $Prob_k < Prob_j$
9. Se o navio $k$ aparecer primeiro na sequência de inserção que o navio $j$
10. Gerar $r \in U [0,1]$
11. Se $r \leq \theta$
12. Os navios $k$ e $j$ permanecem nas mesmas posições
Output: nova sequência

Tabela 6. Pseudocódigo da etapa de priorização da metaheurística *SWO*

Para cada navio  $k$  é comparada a probabilidade entre o mesmo e os restantes navios cuja hora de chegada esteja compreendida entre a sua hora de chegada e de partida. Se o navio  $k$  apresentar uma probabilidade maior e, em simultâneo, estiver colocado primeiro na sequência de inserção

que o navio em comparação, então ambos permanecem nas mesmas posições. No caso do navio  $k$  apresentar uma probabilidade maior e estar colocado na sequência de inserção numa posição posterior à do navio em comparação, então existe uma probabilidade  $\theta$  de ambos trocarem. Se a probabilidade do navio  $k$  for inferior à do navio em comparação e, simultaneamente, estiver em primeiro na sequência de inserção, existe uma probabilidade de  $\theta$  de ambos trocarem de posições. Caso contrário, isto é, se o navio  $k$  tiver uma probabilidade inferior, mas estiver colocado na sequência de inserção numa posição posterior à do navio em comparação, ambos permanecem nas mesmas posições.

## 5.2. Metaheurística *Tabu Search with Full Memory*

Adicionalmente foi implementada uma metaheurística *Tabu Search with Full Memory* (*TSFM*) que tem como base a metaheurística *Tabu Search* (*TS*), onde o regresso a soluções “visitadas” anteriormente tende a ser evitado com recurso à utilização da denominada lista *tabu* (Burke and Kendall, 2014). A *TSFM* diverge da *SWO* no que diz respeito ao processo da geração de sequências de inserção, uma vez que a *TSFM* verifica se a sequência gerada é diferente das geradas nas iterações anteriores e, caso isso não se verifique, efetua alterações na mesma. Note-se que a *SWO* cria sucessivamente novas sequências sem ter em consideração as geradas anteriormente. Na figura seguinte encontra-se ilustrado o ciclo da metaheurística *TSFM*.

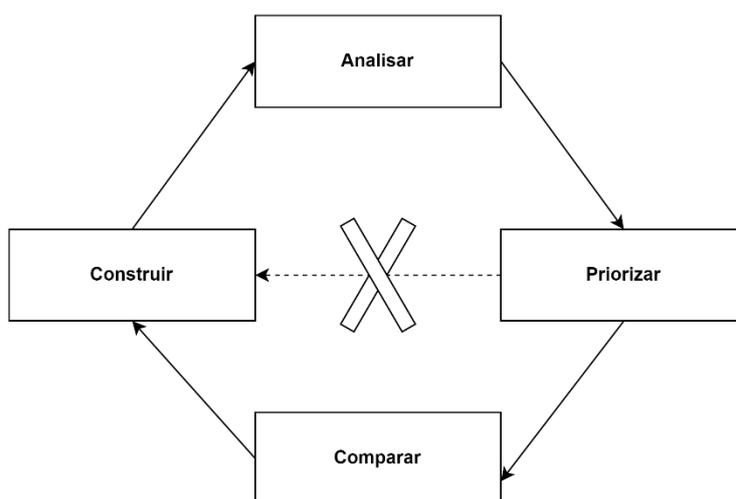


Figura 7. Ciclo da metaheurística *TSFM*

O processo de construção, análise e priorização da metaheurística *TSFM* é idêntico ao da *SWO*, isto é, após obter a solução na etapa de construção procede-se à análise dos navios, para calcular uma probabilidade que depende do tempo de espera de cada navio, e, posteriormente, efetua-se a priorização dos navios que consiste na obtenção de uma nova sequência de inserção

com base nessa probabilidade. Na *SWO* finalizada esta etapa procedia-se à construção de uma nova solução, contudo na metaheurística *TSM* existe um passo adicional que consiste na comparação da nova sequência de inserção com todas as sequências geradas nas iterações anteriores. No caso de esta não ser igual a nenhuma das anteriores, então procede-se à construção de uma nova solução (tal como no *SWO*), caso contrário é obtida uma nova sequência fazendo trocas na sequência obtida. O facto da nova sequência de inserção ser comparada com todas as sequências geradas anteriormente e não apenas com algumas das últimas sequências geradas originou o nome *Full Memory* dado à metaheurística em questão.

O processo de obtenção de uma nova sequência tem como base uma probabilidade gerada aleatoriamente pelo algoritmo. Isto é, caso a sequência gerada seja igual a uma das sequências anteriores, então o algoritmo gera uma probabilidade  $\Theta$  e para verificar em qual dos seguintes grupos ela se insere e em função disso efetua uma troca de navios.

- **Grupo 1:** inferior a 30%, inclusive;

Regra: Troca do navio da posição 1 com o navio da posição 2.

- **Grupo 2:** compreendida entre 30% e 70%, inclusive;

Regra: Troca do navio da posição 3 com o navio da posição 4.

- **Grupo 3:** compreendida entre 70% e 100%.

Regra: Troca do navio da posição 5 com o navio da posição 6.

Na tabela seguinte é possível observar o pseudocódigo relativo à etapa de comparação da metaheurística *TSM*, sendo  $n$  a iteração atual e  $seq_i$  a sequência obtida na iteração  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

Etapa de comparação da metaheurística <i>Tabu Search with Full Memory</i>	
Input: $seq_n$	
1.	Para cada $i \in [1, n-1]$
2.	Se $seq_n = seq_i$
3.	Gerar $r \in U [0,1]$
4.	Se $r \leq 0,3$
5.	O navio da posição 1 da $seq_n$ troca com o navio da posição 2
6.	Se $0,3 < r \leq 0,7$
7.	O navio da posição 3 da $seq_n$ troca com o navio da posição 4
8.	Se $r > 0,7$
9.	O navio da posição 5 da $seq_n$ troca com o navio da posição 6
Output: Nova sequência $seq_n$	

Tabela 7. Pseudocódigo da etapa de comparação da metaheurística *Tabu Search with Full Memory*

Tendo em consideração uma sequência inicial, em cada iteração  $n$  é efetuada a comparação entre a sequência de inserção da respectiva iteração e as anteriores  $n-1$ , [Passo 2]. Caso seja igual a alguma delas é verificado em qual dos três grupos a probabilidade gerada aleatoriamente pelo algoritmo se enquadra, [Passos 4, 6, 8]. Determinado o grupo, procede-se à troca de posições de forma a obter uma nova sequência, [Passos 5, 7, 9].

## 6. Resultados Computacionais

Na presente secção são apresentados os resultados computacionais das três heurísticas construtivas e das duas metaheurísticas descritas nas secções anteriores. Todos os resultados foram obtidos com recurso ao software *FICO Xpress Optimizer* com as opções *default* num computador com processador CPU AMD Ryzen 5 5500U com 8GB de RAM.

De forma a resolver o problema de alocação de navios, foram utilizados dois conjuntos de instâncias. O primeiro é o mesmo utilizado em Rodrigues et al. (2021) e é constituído por 100 instâncias divididas em 10 grupos, sendo cada um composto por instâncias com o mesmo número de navios, o primeiro 6 e o último 15. Para este primeiro conjunto, o horizonte temporal é 168 unidades temporais e o cais marítimo possui um total de 21 berços de alocação. O segundo conjunto foi gerado aleatoriamente e é composto por 60 instâncias de maior dimensão divididas em 6 grupos, sendo que o primeiro é constituído por 30 navios e o último por 80.

No que diz respeito ao tempo de manuseamento dos navios nos dois conjuntos de instâncias, este foi calculado com base nas seguintes variáveis: quantidade de carga a transportar por cada navio,  $Q_k$ , e taxa de descarga do navio, tendo sido utilizada a seguinte fórmula de cálculo (Agra and Rodrigues, 2022):

$$H_k = \frac{Q_k}{\text{taxa} * 2}$$

Na Secção 6.1 são apresentados os resultados obtidos pelas heurísticas construtivas nos testes computacionais efetuados, sendo as heurísticas comparadas entre si e com a solução ótima obtida pela formulação matemática apresentada na Secção 3. Na Secção 6.2, são apresentados os testes de calibração efetuados na metaheurística *SWO* e os respetivos resultados. Na secção 6.3, são apresentados os valores da metaheurística *TFSM*. Por fim, na Secção 6.4, são apresentados os resultados das metaheurísticas para as instâncias de maior dimensão.

### 6.1. Resultados das Heurísticas Construtivas

Como descrito na Secção 4, foram desenvolvidas três heurísticas construtivas, *BL*, *UA* e *IA*, com o objetivo de minimizar a soma do tempo total de espera dos navios. Nesta secção, é analisado o desempenho destas três heurísticas para o primeiro conjunto de instâncias cujo número de navios varia entre 6 e 15. Na Tabela 8 encontram-se os valores médios das soluções obtidas por cada heurística para cada grupo de 10 instâncias e os valores médios das soluções ótimas obtidas com recurso à formulação matemática descrita na Secção 3.

$N$	Valor ótimo	$BL$	$UA$	$IA$
6	2,5	4,1	2,7	3,2
7	3,2	5,5	3,9	7,4
8	3,4	5,2	3,6	5,9
9	3,6	3,9	4,6	9,0
10	4,6	6,6	5,2	8,2
11	6,8	13,1	8,7	14,9
12	12,2	19,0	16,7	21,9
13	8,9	15,7	16,1	20,1
14	21,9	37,8	33,2	37,5
15	14,8	26,8	22,5	28,6
Média	8,2	13,8	11,7	15,7

Tabela 8. Tempo de espera médio obtido pelas heurísticas construtivas para cada grupo de instâncias

Os valores apresentados na tabela anterior demonstram que a heurística  $UA$  é a que apresenta a média do tempo total de espera inferior, registrando o valor de 11,7, sendo que quando comparada com a heurística base,  $BL$ , esta geralmente melhora o valor das soluções obtidas. Os valores médios das soluções obtidas pela  $UA$  são inferiores aos da  $BL$  em quase todos os grupos de instâncias, com exceção dos grupos constituídos por 9 e 13 navios. Por sua vez, a heurística  $IA$  registra o valor médio mais elevado, 15,7, piorando assim os resultados da heurística  $BL$ . Ao nível dos grupos de instâncias, a heurística  $IA$  apenas registou valores inferiores aos da  $BL$  nos grupos compostos por 6 e 14 navios.

A fim de aperfeiçoar a comparação das heurísticas foram utilizadas duas métricas adicionais. A primeira é o *gap* que mede a proximidade entre o valor da solução admissível obtida por cada heurística e o valor da solução ótima, sendo calculado da seguinte forma:

$$GAP = \frac{(Valor da solução admissível da heurística - Valor da solução ótima)}{Valor da solução ótima} \times 100$$

A segunda métrica utilizada, introduzida em Rodrigues et al. (2021), é designada por *Signal Metric*,  $S_N$ , e compara as soluções das heurísticas  $UA$  e  $IA$  com as obtidas pela  $BL$ , tendo como principal objetivo verificar se as soluções frequentemente melhoram, pioram ou são as mesmas. Tendo em consideração o valor das soluções obtidas pelas heurísticas  $BL$  ( $Z_{i,N}^{BL}$ ),  $UA$  ( $Z_{i,N}^{UA}$ ) e  $IA$

$(Z_{i,N}^{IA})$ , para cada instância  $i \in \{1, \dots, 10\}$  composta por um determinado número de navios,  $N \in \{6, \dots, 15\}$ , é determinado o valor do parâmetro  $H_{i,N}$ . Representando por  $Z_{i,N}^X$  o valor da solução obtida pela heurística X, sendo  $X \in \{UA, IA\}$ , o valor de  $H_{i,N}$  é dado por:

$$H_{i,N} = \begin{cases} 1, & \text{se } Z_{i,N}^X < Z_{i,N}^{BL} \\ -1, & \text{se } Z_{i,N}^X > Z_{i,N}^{BL} \\ 0, & \text{se } Z_{i,N}^X = Z_{i,N}^{BL} \end{cases}$$

Se  $H_{i,N}$  assumir o valor 1, então a solução obtida pela heurística X é melhor do que a solução obtida pela heurística BL. Caso contrário, o parâmetro assume o valor -1. Por último, se as soluções apresentarem o mesmo valor, então  $H_{i,N} = 0$ . Determinado o valor do  $H_{i,N}$ , é então calculada a métrica  $S_N$  para cada grupo de 10 instâncias compostas por  $N$  navios,

$$S_N = \sum_{i=1}^{10} H_{i,N}$$

O valor de  $S_N$  varia entre -10 e 10 e representa a diferença entre o número de vezes em que a heurística X obtém melhores resultados do que os da heurística BL e o número de vezes em que o oposto ocorre. Caso  $S_N$  assuma o valor 10, então a heurística X obteve sempre melhores resultados do que a heurística BL, contudo, caso aconteça o inverso, então  $S_N = -10$ . No caso de  $S_N$  ser superior a 0, então a heurística X obteve melhores resultados um maior número de vezes do que o número de vezes em que a heurística BL obteve melhores resultados.

Na seguinte tabela são apresentados os *gaps* e os valores da *Signal Metric* para as instâncias consideradas.

<i>N</i>	<i>GAP</i>			<i>Signal Metric</i>	
	<i>BL</i>	<i>UA</i>	<i>IA</i>	<i>UA</i>	<i>IA</i>
6	64,0%	8,0%	28,0%	2,0	1,0
7	71,9%	21,9%	131,3%	4,0	-2,0
8	52,9%	5,9%	73,5%	3,0	0,0
9	8,3%	27,8%	150,0%	-1,0	-7,0
10	43,5%	13,0%	78,3%	3,0	-3,0
11	92,7%	27,9%	119,1%	2,0	-3,0
12	55,7%	36,9%	79,2%	2,0	-2,0
13	76,4%	80,9%	125,8%	1,0	-6,0
14	72,6%	51,6%	71,2%	2,0	0,0
15	81,1%	52,0%	93,2%	3,0	0,0
Média	68,1%	43,1%	91,3%	2,1	-2,2

Tabela 9. Valor das métricas para as heurísticas construtivas

Da Tabela 9 é possível concluir que a heurística *UA* apresenta um *GAP* médio total de 43,1% em relação à solução ótima, enquanto a heurística *BL* apresenta um *GAP* de 68,1% e, por fim, a heurística *IA* um *gap* de 91,3%. Ao comparar as heurísticas *UA* e *IA* com a heurística *BL* é notório que a heurística *UA* geralmente melhora as soluções da heurística *BL* uma vez que apresenta uma *Signal Metric* média positiva de 2,1. Por outro lado, a heurística *IA* tende a piorar as soluções, registando uma *Signal Metric* de -2,2. Neste sentido, para a construção de soluções nas metaheurísticas consideradas foi utilizada a heurística construtiva *UA*. É importante realçar que as heurísticas construtivas registaram tempos computacionais inferiores a um segundo para todos os conjuntos de instâncias, pelo que esses tempos não são aqui apresentados.

## 6.2 Metaheurística *SWO*

Nesta subsecção é analisada a metaheurística *SWO*, sendo que a análise efetuada se encontra dividida em duas partes: testes de calibração (Secção 6.2.1) e resultados obtidos pela metaheurística (Secção 6.2.2).

### 6.2.1 Testes de calibração

Tal como descrito na Secção 5, durante a etapa de priorização a metaheurística *SWO* efetua a comparação entre os parâmetros dos navios e verifica se as condições que permitem a troca de

posições são cumpridas. Contudo, existe uma certa probabilidade  $\theta$  associada a esta etapa. Isto é, mesmo que as condições sejam cumpridas, a troca de posições tem uma probabilidade de ocorrer. De forma a perceber qual o valor mais adequado para essa probabilidade, foram testados os valores 70%, 75%, 80% e 85%. Para cada um destes valores, foi resolvido o problema de alocação de navios e registou-se o custo total da solução obtida.

Na tabela seguinte são apresentados os valores das soluções obtidas tendo em consideração os valores de probabilidade descritos anteriormente. Para a determinação destes, foi tida em consideração apenas a 1ª instância de cada um dos grupos.

Instância	Probabilidade $\theta$			
	70%	75%	80%	85%
6_1	2,5	2,5	2,5	2,5
7_1	3,2	3,2	3,2	3,2
8_1	3,5	3,5	3,5	3,5
9_1	4,5	4,5	4,5	4,7
10_1	4,7	4,7	5,0	4,7
11_1	7,9	7,9	7,8	8,1
12_1	12,4	12,4	12,8	13,6
13_1	10,5	10,5	10,0	12,1
14_1	23,5	23,5	24,8	24,6
15_1	16,9	16,9	17,1	17,9
Média	9,0	9,0	9,1	9,5

Tabela 10. Tempo de espera médio obtido pela metaheurísticas SWO para cada probabilidade

Com base nos resultados ilustrados na tabela anterior, é conclusivo que quando a metaheurística SWO assume uma probabilidade de 70% ou de 75% para as trocas de navios, os resultados obtidos são melhores. Com ambas as probabilidades, a média total do tempo de espera é de 9,0 unidades temporais, enquanto que com as probabilidades 80% e 85% se regista um tempo médio de 9,1 e 9,5 unidades temporais, respetivamente. Assim sendo, foi fixada uma probabilidade de 70% para as trocas na metaheurística SWO, sendo esse o valor considerado para a obtenção dos resultados apresentados daqui em diante.

A metaheurística SWO efetua as etapas de construção, análise e priorização durante um número máximo de iterações. Por forma a determinar o número de iterações a utilizar, foi analisada a evolução do melhor tempo total de espera obtido em função do número de iterações efetuadas. No gráfico seguinte é possível observar os resultados obtidos.

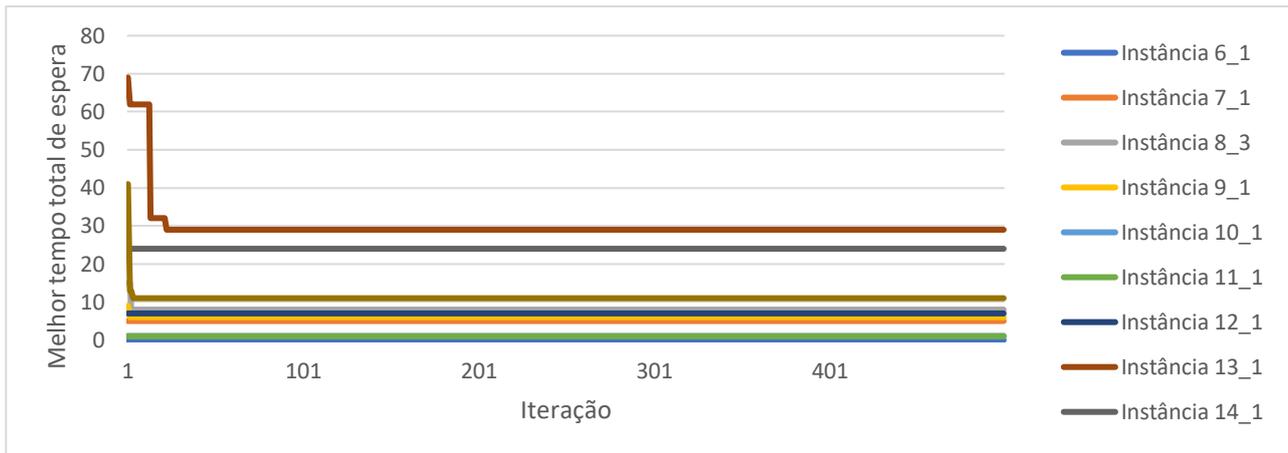


Figura 8. Gráfico da evolução do melhor tempo de espera por número de iterações

O gráfico anterior representa o melhor tempo total de espera obtido na 1ª instância de cada um dos grupos, tendo em consideração um total de 500 de iterações. No eixo das abcissas estão representadas as 500 iterações, enquanto que no das ordenadas é possível observar o melhor tempo total de espera. Cada linha representa a 1ª instância de cada grupo de instâncias. Analisando o gráfico, conclui-se que o melhor tempo de espera obtido tende a diminuir nas primeiras iterações do algoritmo e depois estabiliza. O conjunto de instâncias composto por 13 navios é o que registra uma maior diminuição do melhor valor da solução à medida que o número de iterações aumenta. Assim sendo, uma vez que em todos os casos as soluções foram melhoradas nas primeiras iterações, considera-se suficiente efetuar um total de 100 iterações, sendo por isso esse o valor utilizado daqui em diante.

### 6.2.1 Resultados

Tendo em consideração as conclusões das análises efetuadas anteriormente para os parâmetros da metaheurística *SWO*, vamos assumir uma probabilidade de 70% para as trocas, um número total de 100 iterações e a heurística construtiva *UA* como forma de alocação dos navios na fase de construção. Na tabela seguinte, é possível observar a média dos resultados para cada grupo de instâncias, obtida pela metaheurística *SWO*.

<i>N</i>	Valor ótimo	<i>UA</i>	<i>SWO</i>
6	2,5	2,7	2,5
7	3,2	3,9	3,7
8	3,4	3,6	3,5
9	3,6	4,6	3,9
10	4,6	5,2	5,2
11	6,8	8,7	8,6
12	12,2	16,7	16,2
13	8,9	16,1	12,6
14	21,9	33,2	31,0
15	14,8	22,5	22,3
Média	8,2	11,7	11,0

Tabela 11. Tempo de espera médio obtido pela metaheurística *SWO* para cada grupo de instâncias

Os valores apresentados na tabela anterior demonstram que a metaheurística *SWO* combinada com a heurística *UA* (coluna 4) apresenta uma média do tempo total de espera inferior ao que se obtém usando a heurística *UA* de forma isolada. A metaheurística *SWO* regista uma média do tempo total de espera de 11,0 unidades temporais, enquanto a heurística *UA* assume um valor de 11,7 unidades temporais. Conclui-se assim que a utilização da metaheurística *SWO* veio melhorar os resultados obtidos pela heurística construtiva *UA*. De destacar que os resultados da coluna três, obtidos com recurso unicamente à heurística construtiva *UA*, correspondem aos obtidos na primeira iteração da metaheurística *SWO*. Ao nível dos tempos computacionais, a metaheurística *SWO* registou tempos inferiores a 1 segundo para todos os conjuntos de instâncias.

Como referido na Secção 5, a metaheurística *SWO* pode incorporar diferentes heurísticas construtivas na sua fase de construção, pelo que foi efetuada a comparação dos resultados obtidos pela metaheurística *SWO* com a utilização da heurística *UA* e com a heurística *BL*. Para melhor comparar os resultados de ambas, foram utilizadas as métricas referidas anteriormente, mas com uma ligeira alteração na métrica *gap*. Em vez de se calcular a diferença entre o valor da solução admissível e o valor da solução ótima, procedeu-se ao cálculo da diferença entre o resultado obtido pela *SWO* com a utilização da heurística *UA* e o resultado obtido pela mesma metaheurística mas com a utilização da heurística *BL*. Neste sentido, o cálculo desta métrica é representado pela seguinte fórmula:

$$GAP = \frac{(SWO \text{ com utilização da heurística } UA - SWO \text{ com utilização da heurística } BL)}{SWO \text{ com utilização da heurística } BL} \times 100$$

Na Tabela 12 são apresentados os *gaps* e os valores da *Signal Metric* para as instâncias consideradas. O principal objetivo dessa tabela é verificar se o uso da heurística *UA* na metaheurística *SWO* permite obter melhores soluções do que as que se obtêm no caso de ser utilizada a heurística *BL*.

<i>N</i>	<i>GAP</i>	<i>Signal Metric</i>
6	-3,9%	1,0
7	-24,5%	3,0
8	-27,1%	3,0
9	-29,1%	2,0
10	-16,1%	1,0
11	-28,3%	2,0
12	-26,7%	4,0
13	-24,6%	4,0
14	-16,0%	3,0
15	-23,6%	4,0
Média	-22,0%	2,7

Tabela 12. Valor das métricas para a metaheurística *SWO*

Na Tabela 12 é notório que o uso da heurística *UA* na fase de construção da metaheurística *SWO* melhora a média do tempo total de espera comparativamente à utilização da heurística *BL*. Em qualquer um dos conjuntos de instâncias, o valor do *Signal Metric* é superior a 0, isto é, com a utilização da heurística *UA* obtiveram-se melhores resultados um maior número de vezes do que o número de vezes em que se obtiveram melhores resultados com a utilização da heurística *BL*. No que diz respeito ao *gap*, em todos os conjuntos de instâncias este assume um valor negativo, o que indica que os resultados obtidos com o uso da heurística *UA* foram melhores do que os obtidos com o uso da heurística *BL*. A média dos *gaps* no conjunto de instâncias consideradas registou um valor de -22,0%.

### 6.3 Metaheurística *TSM*

No que diz respeito à metaheurística *TSM*, a tabela seguinte apresenta a média dos resultados obtidos para cada grupo de instâncias, realçando que a presente metaheurística utiliza

também a heurística construtiva *UA* na fase de construção das soluções e fez um total de 100 iterações.

<i>N</i>	Valor ótimo	<i>UA</i>	<i>SWO</i>	<i>TSM</i>
6	2,5	2,7	2,5	2,5
7	3,2	3,9	3,7	3,9
8	3,4	3,6	3,5	3,6
9	3,6	4,6	3,9	4,0
10	4,6	5,2	5,2	5,0
11	6,8	8,7	8,6	7,7
12	12,2	16,7	16,2	15,0
13	8,9	16,1	12,6	14,2
14	21,9	33,2	31,0	28,1
15	14,8	22,5	22,3	19,4
Média	8,2	11,7	11,0	10,3

Tabela 13. Tempo de espera médio obtido pela metaheurística *TSM* para cada grupo de instâncias

Na Tabela 13 é notório que a metaheurística *TSM* combinada com a heurística *UA* apresenta uma média do tempo total de espera inferior ao que se obtém usando a heurística *UA* de forma isolada, sendo que ambas registam os valores de 11,7 e 10,3 unidades temporais, respetivamente. Comparativamente com a metaheurística *SWO*, esta também regista uma média do tempo total de espera inferior à da *SWO*, uma vez que a última apresenta um valor de 11,0 unidades temporais. Desta forma conclui-se que a utilização da metaheurística *TSM* veio melhorar os resultados obtidos pela heurística construtiva *UA* e pela metaheurística *SWO*. Ao nível dos tempos computacionais, a metaheurística *TSM* registou tempos inferiores a 1 segundo para todos os conjuntos de instâncias.

Tal como na metaheurística *SWO* (Secção 6.2.1), na presente secção foi efetuada a comparação entre os valores obtidos pela metaheurística *TSM* com o uso da heurística construtiva *UA* e com o uso da heurística *BL*. Na seguinte tabela são apresentados os valores do *gap* e da *Signal Metric* para as instâncias consideradas.

<i>N</i>	<i>GAP</i>	<i>Signal Metric</i>
6	-35,9%	2,0
7	0,0%	0,0
8	4,6%	-1,0
9	-2,1%	0,0
10	2,8%	0,0
11	-7,2%	2,0
12	4,7%	-3,0
13	-2,7%	2,0
14	-1,8%	0,0
15	-7,6%	5,0
Média	-3,0%	0,7

Tabela 14. Valor das métricas para a metaheurística *TSM*

Da Tabela 14 é possível concluir que o uso da heurística *UA* na fase de construção de soluções da *TSM* melhora a média do tempo total de espera, quando comparada com a obtida com a utilização da heurística *BL*. No que diz respeito à *Signal Metric*, esta é igual ou superior a 0 em grande parte dos conjuntos de instâncias, com exceção dos grupos compostos por 8 e 12 navios, isto é, com a utilização da heurística *UA* obtiveram-se melhores resultados um maior número de vezes do que o número de vezes em que com a utilização da heurística *BL* se obtiveram melhores resultados. No que diz respeito ao *gap*, na grande maioria dos conjuntos de instâncias este assume um valor negativo, exceto nos conjuntos compostos por 8, 10 e 12 navios. A média dos *gaps* calculados registou um valor de -3,0%, o que indica que os resultados obtidos pelo *TSM* com o uso da heurística *UA* foram melhores do que os resultados obtidos pelo *TSM* com o uso da heurística *BL*.

#### 6.4 Instâncias de maior dimensão

Nesta seção são apresentados os resultados das metaheurísticas *SWO* e *TSM* para o segundo conjunto de instâncias composto por 60 instâncias divididas em 6 grupos, sendo que o primeiro é constituído por 30 navios e o último por 80. O objetivo é averiguar se as metaheurísticas conseguem obter bons resultados para instâncias de maior dimensão.

Com base no segundo conjunto de instâncias foram efetuados quatro testes computacionais para ambas as heurísticas, sendo que a diferença entre estes consiste na alteração do número de berços de alocação que constituem o cais marítimo e do horizonte temporal. O objetivo destas alterações é verificar como as metaheurísticas se comportam em função do número de berços e do horizonte temporal. Em cada teste computacional foram obtidos os resultados para ambas as metaheurísticas e para a formulação matemática (ver Secção 2). Tendo em consideração que se trata de um conjunto de instâncias de maior dimensão e que por isso a formulação matemática demora demasiado tempo a resolver o problema, foi fixado um tempo limite de 100 segundos por instância. Neste sentido, o resultado obtido ao fim de 100 segundos não é a solução ótima, mas sim o valor da melhor solução admissível até ao momento (*best solution*).

#### 6.4.1 Resultados

O primeiro teste computacional efetuado tem em consideração um horizonte temporal de 168 unidades temporais e um cais constituído por 35 berços de alocação. No que diz respeito à *Signal Metrics*, esta é calculada para a *TSM* tendo como referência a *SWO*. De destacar que em todos os testes foi calculado o *gap* entre os resultados obtidos por ambas as metaheurísticas, *TSM* e *SWO*, em relação à *best solution*, sendo representado pela seguinte fórmula:

$$GAP = \frac{(\text{Resultado da metaheurística} - \text{Best solution})}{\text{Best solution}} \times 100$$

Neste sentido, a tabela seguinte ilustra a média dos resultados obtidos para cada grupo de 10 instâncias por cada uma das metaheurísticas.

<i>N</i>	<i>Best Solution</i>	<i>SWO</i>	<i>Tempo SWO</i>	<i>GAP SWO</i>	<i>TSM</i>	<i>Tempo TSM</i>	<i>GAP TSM</i>	<i>Signal Metric</i>
30	2,3	3,5	0,3	52,2%	2,9	10,2	26,1%	3,0
40	6,1	9,3	0,5	52,5%	8,0	10,9	31,1%	6,0
50	43,8	53,7	1,1	21,5%	49,1	12,8	11,0%	5,0
60	108,4	91,6	1,7	-15,5%	89,9	13,4	-17,1%	4,0
70	525,7	245,0	11,3	-53,4%	246,7	17,00	-53,1%	2,0
80	964,0	542,9	16,0	-43,7%	540,4	25,9	-43,9%	0,0
Média	225,9	157,6	5,1	-43,0%	156,7	15,0	-43,0%	3,3

Tabela 15. Resultados do primeiro teste computacional com  $M=168$  e  $J=35$

Na tabela anterior é possível concluir que a metaheurística *TSM* é a que apresenta uma média do tempo total de espera inferior, registando o valor de 156,7 unidades temporais. Por outro lado,

a metaheurística *SWO* regista um total de 157,6 unidades temporais. A *Signal Metric*, que neste caso em particular é calculada para a *TFSM* tendo como referência a *SWO*, é igual ou superior a 0 em todos os conjuntos de instâncias e a média registou um valor de 3,3, o que significa que a metaheurística *TFSM* obteve melhores resultados que a *SWO* um maior número de vezes do que o número de vezes em que com a utilização da heurística *SWO* se obtiveram melhores resultados. Comparativamente aos valores da *best solution*, é possível concluir que ambas as metaheurísticas apresentam uma média do tempo total de espera inferior, uma vez que a *best solution* regista um total de 225,9 unidades temporais. Destacando que quanto maior o número de navios que compõem um grupo de instâncias, mais negativo é o *gap* entre os resultados médios das metaheurísticas *SWO* e *TFSM* e os da *best solution*. É notório que a metaheurística *TFSM* regista melhores resultados comparativamente aos do *SWO* e aos da *best solution*. É de salientar que as colunas quatro e sete apresentam os tempos computacionais, em segundos, de cada uma das metaheurísticas para todos os conjuntos de instâncias, sendo evidente que a *SWO* registou uma média total inferior à da *TFSM* uma vez que ambas apresentam 5,1 e 15,0 segundos, respetivamente. Uma vez que a *TFSM*, tal como referido na secção 5, possui um passo adicional que consiste na comparação da nova sequência de inserção com todas as sequências geradas anteriormente.

O segundo teste computacional assume o mesmo número de berços que o primeiro, 35, e um horizonte temporal de 336 unidades temporais. Neste teste, o objetivo é averiguar se para um horizonte temporal maior, se as metaheurísticas obtêm resultados melhores ou piores do que os obtidos pela formulação com tempo limite e, adicionalmente, verificar se a metaheurística *TFSM* obtém melhores resultados comparativamente à *SWO*. Na tabela seguinte são apresentadas as médias dos resultados para cada grupo de instâncias.

<i>N</i>	<i>Best Solution</i>	<i>SWO</i>	<i>Tempo SWO</i>	<i>GAP SWO</i>	<i>TFSM</i>	<i>Tempo TFSM</i>	<i>GAP TFSM</i>	<i>Signal Metrics</i>
30	2,3	2,9	1,0	26,1%	2,8	12,0	21,7%	1,0
40	6,2	8,5	1,4	37,1%	6,7	12,4	17,7%	6,0
50	32,6	41,4	2,4	27,0%	39,1	12,8	19,9%	5,0
60	80,9	83,5	3,3	3,2%	82,1	12,7	1,5%	3,0
70	376,3	270,2	5,4	-28,2%	269,7	12,7	-28,3%	6,0
80	932,6	538,4	8,0	-42,2%	534,7	17,5	-42,7%	4,0
Média	238,5	157,5	3,6	-34,0%	156,0	13,3	-35,0%	4,2

Tabela 16. Resultados do segundo teste computacional com  $M=336$  e  $J=35$

Na Tabela 16 verifica-se que a metaheurística *TSM* regista uma média do tempo total de espera inferior, assumindo o valor de 156,0 unidades temporais, representando um *gap* de -35,0% em comparação à *best solution*. Relativamente à metaheurística *SWO*, apesar de esta registar uma média do tempo total de espera superior à da *TSM*, o valor registado, 157,5 unidades temporais, é inferior aos da *best solution*. No que diz respeito à *Signal Metric*, verifica-se que esta assume valores superiores a 0, o que significa que a metaheurística *TSM* obteve melhores resultados um maior número de vezes do que o número de vezes em que com a utilização da heurística *SWO* se obteve melhores resultados. Com o aumento do horizonte temporal a metaheurística *TSM* continua a registar melhores resultados, contudo a *TSM* e a *SWO* registam uma redução da média do tempo total de espera. Salientando que a metaheurística *SWO* registou tempos computacionais, para todos os conjuntos de instâncias, inferiores aos registados pela *TSM*. A nível da média total, a metaheurística *TSM* apresentou uma média de 13,3 segundos, enquanto a *SWO* de 3,6 segundos.

O terceiro teste computacional tem em consideração um horizonte temporal de 500 unidades temporais e um cais constituído por 20 berços de alocação, ou seja, provocou-se uma diminuição do número de berços e um aumento do horizonte temporal. Na tabela seguinte encontra-se apresentada a média dos resultados para cada grupo de instâncias para cada uma das metaheurísticas.

<i>N</i>	<i>Best Solution</i>	<i>SWO</i>	<i>Tempo SWO</i>	<i>GAP SWO</i>	<i>TSM</i>	<i>Tempo TSM</i>	<i>GAP TSM</i>	<i>Signal Metric</i>
30	42,4	89,9	3,1	112,0%	73,0	12,0	72,2%	10,0
40	239,2	318,6	6,1	33,2%	262,9	14,4	9,9%	8,0
50	640,2	720,1	8,9	12,5%	631,2	18,1	-1,4%	10,0
60	1.611,7	1.416,7	17,4	-12,1%	1.279,8	24,00	-20,6%	10,0
70	3.378,3	2.633,5	9,7	-22%	2.410,0	27,8	-28,7%	6,0
80	5.486,2	3.883,8	15,4	-29,2%	3.639,9	35,5	-33,7%	10,0
Média total	2.271,1	1.794,5	10,1	-21,0%	1.644,8	22,0	-28,0%	9,0

Tabela 17. Resultados do terceiro teste computacional com  $M=500$  e  $J=20$

Tendo em consideração os valores reportados na Tabela 17, conclui-se que a metaheurística *TSM* apresenta uma média do tempo total de espera inferior à da metaheurística *SWO*, sendo que ambas assumem, respetivamente, os valores 1.794,5 e 1.644,8 unidades temporais. A *Signal Metric* regista um valor superior a 0 em todos os conjuntos de instâncias e uma média de 9,0,

significando que a metaheurística *TSMF* obteve resultados melhores um maior número de vezes do que o número de vezes que a *SWO* obteve melhores resultados. De destacar que na grande maioria dos grupos de instâncias esta métrica registou o valor 10,0, o que indica que metaheurística *TSMF* obteve sempre melhores resultados do que a metaheurística *SWO*. Comparativamente com os valores da *best solution* é possível concluir que ambas as metaheurísticas apresentam uma média do tempo total de espera inferior, uma vez que a *best solution* regista um total de 2.271,1 unidades temporais. Destacando que quanto maior o número de navios que compõem um grupo de instâncias, maior é o *gap* negativo entre os resultados médios das metaheurísticas *SWO* e *TSMF* e os da *best solution*, sendo notório que a metaheurística *TSMF* é a que regista melhores resultados comparativamente aos do *SWO* e aos da *best solution*. Destacando que a metaheurística *SWO* apresentou tempos computacionais inferiores aos da *TSMF* para todos os conjuntos de instâncias. Por um lado, a *SWO* registou uma média total de 10,1 segundos, enquanto por outro, a *TSMF* registou 22,0 segundos.

O quarto teste computacional assume o mesmo número de berços que o terceiro, 20, e um horizonte temporal de 336 unidades temporais. Na tabela seguinte encontra-se apresentada a média dos resultados para cada grupo de instâncias de cada uma das metaheurísticas.

<i>N</i>	<i>Best Solution</i>	<i>SWO</i>	<i>Tempo SWO</i>	<i>GAP SWO</i>	<i>TSMF</i>	<i>Tempo TSMF</i>	<i>GAP TSMF</i>	<i>Signal Metric</i>
30	42,5	91,3	3,2	114,8%	74,4	7,7	75,1%	10,0
40	245,4	319,4	6,3	30,2%	269,6	9,5	9,9%	8,0
50	620,7	721,8	10,5	16,3%	642,3	12,5	3,5%	10,0
60	1.518,1	1.420,3	17,3	-6,4%	1.281,5	16,9	-15,6%	10,0
70	3.391,7	2.641,7	23,8	-22,1%	2.444,6	20,7	-27,9%	8,0
80	4.936,3	3.977,0	18,9	-19,4%	3.641,7	27,5	-26,2%	10,0
Média total	1.792,4	1.816,0	13,3	-15,0%	1.656,0	15,8	-23,0%	9,3

Tabela 18. Resultados do quarto teste computacional com  $M=336$  e  $J=20$

A metaheurística *TSMF* regista uma média do tempo total de espera inferior, assumindo o valor de 1.656 unidades temporais e registando um *gap* negativo de -23,0% quando comparada com a média da *best solution*. Relativamente à metaheurística *SWO*, esta regista uma média do tempo total de espera superior à da *TSMF*, assumindo um valor de 1.816,0 unidades temporais, registando um *gap* de -15,0% comparativamente à média da *best solution*. No que diz respeito à

*Signal Metric*, verifica-se que esta assume em quase todos os grupos de instâncias o valor 10, o que significa que a metaheurística *TSM* obteve quase sempre melhores resultados que a metaheurística *SWO*. A média desta métrica para todos os grupos de instâncias é de 9,3. De destacar que a metaheurística *SWO* registou tempos computacionais, para quase todos os conjuntos de instâncias, inferiores aos registados pela *TSM*. A nível da média total, a *SWO* apresentou uma média de 13,3 segundos, enquanto a *TSM* de 15,8 segundos.

Os resultados obtidos nos testes computacionais demonstram que existe uma superioridade da metaheurística *TSM* em relação à metaheurística *SWO* em termos de otimização do tempo total de espera, sendo que a *TSM* registou uma média de tempo total de espera inferior em todos os testes. A *Signal Metric* também reforçou a superioridade da *TSM*, uma vez que a métrica indicou que esta obteve melhores resultados um maior número de vezes em comparação com a *SWO*, como evidenciado pelos valores superiores a zero frequentemente obtidos. Comparativamente com a *best solution*, ambas as metaheurísticas apresentaram médias de tempo total de espera inferiores, o que destaca a eficácia de ambas na resolução do problema de alocação de navios. No que diz respeito aos tempos computacionais, a *TSM* registou tempos superiores aos da *SWO* uma vez que, como explicado na secção 5, a metaheurística *TSM* possui um passo adicional que consiste na comparação da nova sequência de inserção com todas as sequências geradas nas iterações anteriores. Em suma, os resultados destes testes computacionais indicam que a metaheurística *TSM* é uma ferramenta de resolução sólida para otimizar o tempo total de espera comparativamente com a *SWO*, apesar de esta exigir mais recursos computacionais.

## 7. Conclusão

O problema de alocação de navios consiste na atribuição de uma posição do cais e de um horário de atracagem específicos a cada navio, tendo em conta determinados objetivos como minimizar o tempo de serviço ou o tempo de espera. A tipologia do cais é um dos principais atributos que diferencia os tipos de problema de alocação de navios existentes podendo ser contínuo ou discreto, sendo que o problema em estudo no presente TFM é do tipo contínuo. Como forma de resolução do problema, foi utilizado o diagrama espaço-tempo que representa graficamente uma qualquer solução admissível. Um dos principais passos para a obtenção de uma solução para o problema consiste na alocação dos navios no respetivo diagrama, tendo como base uma determinada sequência de inserção. A heurística construtiva *BL*, frequentemente estudada na literatura, foi a heurística base utilizada como forma de resolução do problema, tendo sido posteriormente desenvolvidas outras duas novas heurísticas (*UA* e *IA*) com o objetivo de colmatar algumas lacunas provocadas pela *BL*.

Com base nos testes computacionais realizados, a heurística construtiva *UA* foi a que apresentou uma média do tempo total de espera inferior comparativamente à média apresentada pelas heurísticas *BL* e *IA*. Por sua vez, a heurística *IA* registou o valor médio mais elevado, piorando assim os resultados da heurística *BL*. Foram usadas métricas com o objetivo de melhor comparar as heurísticas desenvolvidas, através das quais se concluiu que a heurística *UA* é a que apresenta um *gap* médio inferior, isto é, a heurística *UA* é a que regista valores mais próximos dos valores ótimos. Ao comparar as heurísticas *UA* e *IA* com a heurística *BL* é notório que a heurística *UA* geralmente melhora as soluções da heurística *BL* uma vez que apresenta uma *Signal Metric* média superior a 0, o que significa que a heurística *UA* obteve melhores resultados um maior número de vezes do que o número de vezes em que heurística *BL* obteve melhores resultados. Por outro lado, a heurística *IA* registou uma *Signal Metric* negativa, tendo assim o significado inverso.

No que diz respeito às metaheurísticas, foram desenvolvidas duas (*SWO* e *TSFM*) cujo objetivo consistia em obter melhores soluções através da geração de diferentes sequências de inserção. Em ambas as metaheurísticas utilizou-se a heurística construtiva *UA* como forma de alocação dos navios na fase de construção. Posteriormente, concluiu-se que esta utilização melhorou os resultados obtidos em relação aos que se obteriam com a utilização da heurística *BL* na fase de construção. A melhoria foi de 21,98% na metaheurística *SWO* e 3% na metaheurística *TSFM*. Comparando com os resultados obtidos pela heurística *UA* isolada, conclui-se que tanto a metaheurística *SWO* combinada com a heurística *UA* como a *TSFM* combinada com a heurística *UA* apresentam uma média do tempo total de espera inferior. Adicionalmente ambas as

metaheurísticas apresentaram uma média do tempo de espera total inferior à média da melhor solução admissível obtida pela formulação matemática com tempo limite de 100 segundos para o conjunto de instâncias de maior dimensão. Contudo, a metaheurística *TSM* foi a que obteve uma média do tempo total de espera inferior. É de salientar ainda que a metaheurística *SWO* registou, em todos os testes, tempos computacionais inferiores aos registados pela metaheurística *TSM*. Tendo em consideração o tempo limite de 100 segundos fixado para a formulação matemática, pode-se concluir que ambas as metaheurísticas demonstraram um nível de eficácia considerável, uma vez que obtiveram resultados melhores que os da formulação num período temporal bastante.

Em suma, a análise dos resultados obtidos revela a eficácia das estratégias adotadas para abordar o problema de alocação de navios do tipo contínuo. A heurística construtiva *UA* destacou-se como a opção mais eficiente, registando uma redução significativa da média do tempo total de espera dos navios em comparação com a heurística tradicional *BL*. Além disso, as metaheurísticas *SWO* e *TSM* combinadas com a heurística *UA* resultaram em melhorias substanciais, com a *TSM* a destacar-se como a alternativa mais eficaz.

## Referências Bibliográficas

- Agra, A., & Rodrigues, F. (2022). Distributionally robust optimization for the berth allocation problem under uncertainty. *Transportation Research Part B: Methodological*, 164, 1–24. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2022.07.009>
- Arango, C., Cortés, P., Muñuzuri, J., & Onieva, L. (2011). Berth allocation planning in Seville inland port by simulation and optimisation. *Advanced Engineering Informatics*, 25(3), 452–461. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2011.05.001>
- Buhrkal, K., Zuglian, S., Ropke, S., Larsen, J., & Lusby, R. (2011). Models for the discrete berth allocation problem: A computational comparison. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(4), 461–473. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2010.11.016>
- Burke, E. K., & Kendall, G. (Eds.). (2014). *Search Methodologies: Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques*. Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6940-7>
- Cheimanoff, N., Fontane, F., Nour Kitri, M., & Tchernev, N. (2022). Exact and heuristic methods for the berth allocation problem with multiple continuous quays in tidal bulk terminals. *Expert Systems with Applications*, 201, 117141. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117141>
- Chen, Z., & Zeng, Q. (2018). *Integrated Optimizing of Berth Allocation and Yard Space Assignment in Container Terminals* (08). ICIC International 学会. <https://doi.org/10.24507/icicelb.09.08.757>
- Correcher, J. F., Van den Bossche, T., Alvarez-Valdes, R., & Vanden Berghe, G. (2019). The berth allocation problem in terminals with irregular layouts. *European Journal of Operational Research*, 272(3), 1096–1108. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.07.019>
- Glover, F. (sem data). *TABU SEARCH FUNDAMENTALS AND USES*.

- Guan, Y. & Cheung, R.K. (2004). *The berth allocation problem: Models and solution methods*. 75–92.
- Guan, Y., Xiao, W.-Q., Cheung, R. K., & Li, C.-L. (2002). A multiprocessor task scheduling model for berth allocation: Heuristic and worst-case analysis. *Operations Research Letters*, 30(5), 343–350. [https://doi.org/10.1016/S0167-6377\(02\)00147-5](https://doi.org/10.1016/S0167-6377(02)00147-5)
- Imai, A., Nishimura, E., & Papadimitriou, S. (2001). The dynamic berth allocation problem for a container port. *Transportation Research Part B: Methodological*, 35(4), 401–417. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(99\)00057-0](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(99)00057-0)
- Imai, A., Nishimura, E., & Papadimitriou, S. (2003). Berth allocation with service priority. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(5), 437–457. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(02\)00023-1](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(02)00023-1)
- Joslin, D. E., & Clements, D. P. (1999). Squeaky Wheel Optimization. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 10, 353–373. <https://doi.org/10.1613/jair.561>
- Lim, A. (1998). The berth planning problem. *Operations Research Letters*.
- Ly, X., Jin, J. G., & Hu, H. (2020). Berth allocation recovery for container transshipment terminals. *Maritime Policy & Management*, 47(4), 558–574. <https://doi.org/10.1080/03088839.2020.1725672>
- Moorthy, R., & Teo, C.-P. (2006). Berth management in container terminal: The template design problem. *OR Spectrum*, 28(4), 495–518. <https://doi.org/10.1007/s00291-006-0036-5>
- Natař sa KOVA ř. (sem data). *SURVEY METAHEURISTIC APPROACHES FOR THE BERTH ALLOCATION PROBLEM*.
- Park, K.T., Kim, K.H.,. (2002). Berth scheduling for container terminals by using a sub-gradient optimization technique. 2002.

- Qin, J., Miao, L., Shi, F., & Chen, C. (2009). Model and algorithm for the berth allocation problem with time windows. *2009 Chinese Control and Decision Conference*, 4947–4950. <https://doi.org/10.1109/CCDC.2009.5194918>
- Rodrigues, F. (2023). Improved sequential insertion heuristics for berth allocation problems. *International Transactions in Operational Research*, itor.13369. <https://doi.org/10.1111/itor.13369>
- Rodrigues, F., & Agra, A. (2022). Berth allocation and quay crane assignment/scheduling problem under uncertainty: A survey. *European Journal of Operational Research*, 303(2), 501–524. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.12.040>
- Rodrigues, F., Agra, A., Hvattum, L. M., & Requejo, C. (2021). Weighted proximity search. *Journal of Heuristics*, 27(3), 459–496. <https://doi.org/10.1007/s10732-021-09466-0>
- Schepler, X., Absi, N., Feillet, D., & Sanlaville, E. (2019). The stochastic discrete berth allocation problem. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 8(4), 363–396. <https://doi.org/10.1007/s13676-018-0128-9>
- Umang, N., Bierlaire, M., & Vacca, I. (2013). Exact and heuristic methods to solve the berth allocation problem in bulk ports. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 54, 14–31. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2013.03.003>
- Wang, F., & Lim, A. (2007). A stochastic beam search for the berth allocation problem. *Decision Support Systems*, 42(4), 2186–2196. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2006.06.008>