



Instituto Superior de Economia e Gestão

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

DESDE 1911

MESTRADO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS

TRABALHO FINAL DE MESTRADO DISSERTAÇÃO

TÍTULOS DE CAPITALIZAÇÃO

JOSE SEBASTIÃO TEIXEIRA ESTEVES CANCELA DE ABREU

SETEMBRO – 2012

MESTRADO EM
CIÊNCIAS ATUARIAIS

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO

TÍTULOS DE CAPITALIZAÇÃO

JOSÉ SEBASTIÃO TEIXEIRA ESTEVES CANCELA DE ABREU

ORIENTAÇÃO:

JOÃO ANDRADE E SILVA

MARIA DE LOURDES CENTENO

SETEMBRO – 2012

Resumo

Os Títulos de Capitalização são um instrumento de captação de poupança popular no Brasil mas ignorado em Portugal.

A dissertação de mestrado que apresentamos pretende dar a conhecer este produto financeiro explorando a sua componente de aleatoriedade, componente esta que o aproxima tecnicamente do conceito de seguro e motiva a utilização de técnicas de cálculo financeiro e actuarial.

O tema que abordamos consiste numa forma de remuneração alternativa para a poupança, que alia o pagamento de juros e a participação em sorteios.

Tratamos, portanto, de um produto semelhante a um depósito a prazo comum mas cuja remuneração é parcialmente fixa, através dos juros, e parcialmente variável, através da participação em sorteios.

O estudo a que nos propusemos pretende, numa abordagem prática, aferir sobre a viabilidade económica de um produto com estas características ser comercializado num mercado que poderia ser o mercado Português. Para este efeito, analisámos a performance de uma empresa fictícia que inicia a comercialização de Títulos de Capitalização recorrendo para tal a um modelo estocástico que utiliza a simulação.

Palavras-chave: Títulos de Capitalização, Simulação, Poupança, Sorteio, Solvência.

Abstract

“Títulos de Capitalização” are a financial product well known in Brazil but unknown in Portugal.

In this master thesis we intended to present this product exploiting mainly its component of randomness, the one that technically fits in the concept of insurance and motivates the use of financial and actuarial calculations.

The product we studied forms an alternative way to remunerate savings that combines the payment of interests and a participation in lotteries for its clients. Therefore, we are dealing with a product similar to a term deposit that pays partially through fixed income payment (interests) and the other part only eventually (lotteries).

Here you can find one practical approach to address the economic value of this product which characteristics are settled to be similar to other products you can find in a market that could be for instance the Portuguese one. In order to achieve this goal, we tested the performance of a fictitious company that starts selling this product. Such a task led us to design a stochastic model that makes use of simulation.

Keywords: “Títulos de Capitalização”, Simulation, Savings, Lottery, Solvency.

ÍNDICE

1- Introdução	1
2- O que são Títulos de Capitalização?	3
3- O Modelo	5
3.1- Apresentação da metodologia	6
3.2- Apresentação do modelo (simulação horizontal)	7
3.2.1- Movimentos de carteira	9
3.2.2- Movimentos financeiros	11
3.2.3- Capitais próprios	18
3.2.4- Avaliação de investimentos	19
3.3- Apresentação do modelo (Simulação Vertical)	20
3.4- Risco Global de Sorteios	21
3.5- Capital Inicial	21
4- Parametrização (casos de teste)	23
4.1- Parametrização do produto	23
4.2- Parametrização da carteira	26
4.3- Parametrização de mercado	28
4.4- Parametrização de avaliação do negócio	31
5- Análise de Resultados	32
6- Considerações finais	37
Referências Bibliográficas	40
Lista de Símbolos	41
Anexos	43

1- Introdução

A dissertação de mestrado que apresentamos pretende dar a conhecer um instrumento financeiro de captação de poupança, popular no Brasil, mas ignorado em Portugal.

Este produto é conhecido no Brasil por *Títulos de Capitalização* e é esta a nomenclatura que reproduzimos ao longo do trabalho.

A opção por este tema teve por base a nossa convicção de que existe mercado para este produto em Portugal e que o sucesso dos Títulos de Capitalização brasileiros é passível de ser replicado para o mercado português, se redesenhados e ajustados quer à nossa escala quer às nossas condições de mercado.

De entre os aspectos que haveria a discutir, nomeadamente jurídicos (Cavalcanti, 2009), apenas nos propomos a estudar a sua componente técnica e os contextos de mercado em que a sua introdução seria **economicamente viável**.

O nosso estudo pretende responder a duas questões em simultâneo:

- 1- Que tipo de Títulos de Capitalização estudamos, porquê, e quais as suas características?
- 2- Como aferir a sua viabilidade económica?

Para responder as questões que se levantam, apresentamos um caso de estudo em que recorreremos à simulação para aferir sobre a sua viabilidade económica.

O estudo que se segue divide-se em 5 capítulos:

- No segundo, apresentamos uma visão generalista dos Títulos de Capitalização brasileiros.
- No terceiro, apresentamos o modelo e os pressupostos assumidos.

- No quarto, apresentamos e justificamos a parametrização do modelo, parametrização esta que se pretende ajustada à realidade Portuguesa.
- No quinto, apresentamos a nossa leitura da viabilidade económica dos Títulos de Capitalização que resultam da aplicação da parametrização (capítulo 4) ao modelo (capítulo 3).
- No sexto, a par de algumas observações sobre o que desenvolvemos nesta dissertação, incluímos também alguns tópicos, relacionados com o tema desta dissertação, que gostaríamos de ter abordado mas que não nos foi possível quer por limitação de tempo (e espaço), quer por limitação de meios informáticos.

Esperamos que esta dissertação seja apenas um primeiro estudo sobre esta matéria, pois muito mais há a testar, quer através da aplicação do modelo que apresentamos quer através de possíveis variações.

2- O que são os Títulos de Capitalização?

Os Títulos de Capitalização são tipicamente um instrumento de captação de poupança, semelhante a um depósito a prazo, mas que alia uma forma de remuneração de capital clássica, através do pagamento de juros, a uma remuneração de carácter eventual, através da participação em sorteios periódicos. Consistem na captação temporária, a prazo, de montantes monetários cuja remuneração é feita, total ou parcialmente, através da participação em sorteios. Esta participação em sorteios é o elemento comum a todos os Títulos de Capitalização ao contrário do que acontece com a restituição total do montante investido e com o pagamento de juros, ambos facultativos.

Segundo a legislação Brasileira, os Títulos de Capitalização comercializáveis são distinguidos em várias modalidades [1], das quais destacamos 3:

- 1- Modalidade Tradicional: cujo objectivo é restituir ao titular na maturidade, no mínimo, o valor total por ele investido sendo a componente de sorteios adicional.
- 2- Modalidade Popular: cujo objectivo é propiciar a participação do titular em sorteios sem que haja devolução integral dos valores pagos. Estão previstos valores de resgate mínimos.
- 3- Modalidade incentivo: se estiver vinculada a um evento promocional de um qualquer produto. Nesta modalidade, os clientes são empresas que, para o efeito de um evento promocional, cedem o direito a participar em sorteios aos seus clientes.

[1] Conforme estabelecido na circular que regula o sector emitida pelo ministério da economia do Brasil: "CIRCULAR SUSEP N° 365, de 27 de maio de 2008." . A circular "*Estabelece normas para elaboração, operação e comercialização de títulos de capitalização.*"

De certa maneira, os Títulos de Capitalização estão entre um título de investimento, quando não há restituição de capital obrigatório, e um título de crédito, quando a componente de sorteios é suplementar à restituição do montante investido. Em Carvalho *et al* (2006) podemos encontrar uma análise mais detalhada quer dos conceitos quer dos principais Títulos de Capitalização comercializados no Brasil. Já Amador (2002), apresenta uma narrativa interessante da história deste produto no Brasil que, segundo o próprio, na página 17, é responsável por conseguir captar “(...) as pequenas poupanças populares e transformá-las em grandes massas de reservas”.

A existência da componente de álea é a razão pela qual o organismo supervisor é o mesmo que também tutela os seguros, no caso do Brasil, a Superintendência de Seguros Privados (SUSEP).

3- O Modelo

Os Títulos de Capitalização, nas modalidades já identificadas, apresentam uma grande variedade de formas, adaptáveis praticamente a todo o tipo de aforradores/investidores. De entre esta diversidade de “formas de construção”, decidimos optar por um caso específico e desenhar um modelo que explorasse a sua viabilidade económica. Este estudo é, acima de tudo, uma abordagem prática propondo uma forma de pensar a viabilidade económica conjuntamente com uma tentativa de projectar este produto no mercado Português.

A realização deste estudo foi em boa medida beneficiada pela utilização de um software informático, o R software, que permitiu o cálculo simulatório com uma eficácia surpreendente. Através da escrita da linguagem de programação, que juntamos em anexo (anexo C), foi-nos possível “entrar na pele” de uma empresa que comercializa os Títulos de Capitalização nos moldes definidos e aferir sobre o seu risco e retorno ao longo de uma simulação de sucessivos períodos de actividade. O código de programação e a simulação são elementos centrais neste trabalho pelo que se aconselha ver Chambers (2009) para se entender a estrutura e funções típicas de um código em R e Sokolowski & Banks (2009) para a compreensão do conceito de simulação e as suas aplicações.

O presente capítulo destina-se a apresentar o caso de estudo, defender a abordagem adoptada para o modelo e justificar os pressupostos assumidos.

A exposição que se segue abrange vários temas e muitas vezes com relação entre si, o que nos obrigou a maiores cuidados. Nesse âmbito, optámos por dividir a apresentação

das temáticas em vários subcapítulos, os quais, sempre que necessário, foram divididos em secções.

3.1 Apresentação da metodologia

O modelo foi desenhado de forma a conseguir descrever o comportamento do capital e do pagamento de dividendos de uma empresa que inicia a comercialização de Títulos de Capitalização ao longo de sucessivos períodos, pois é o “trajecto” destes elementos ao longo do tempo que decide sobre se este produto cria ou destrói valor económico.

A empresa inicia-se com um determinado “Capital Social” cujo montante deve garantir a sua solvência. Esta empresa incorre em duas categorias de risco diferenciáveis: o risco de mercado e o risco de sorteio. Em termos práticos, ambos têm como resultado eventuais prejuízos ou até a insolvência mas a origem é diferente. Podemos definir risco de mercado, como o risco de que o retorno dos activos não corresponda ao esperado e risco de sorteio como sendo a possibilidade do custo com o pagamento de prémios em sorteios ser superior ao que é esperado. O modelo atribui uma clara prevalência ao risco de sorteio pois é esta a característica diferenciadora dos Títulos de Capitalização. Apesar de também termos abordado a hipótese de introduzir algum “ruído” nas taxas de retorno dos activos, o que permitiria a análise do risco de mercado, optámos por não o incluir pois, fazê-lo, traria implicações indesejáveis ao fazer a confrontação de cenários, não permitindo com clareza a distinção dos resultados quando comparamos carteiras com dimensões diferentes.

Como o modelo simula a performance financeira da empresa ao longo de um número consecutivo de períodos, chamámos a este processo “**simulação horizontal**”; por outro lado, repete estes mesmos passos as vezes que entendermos, dando origem às réplicas, o

que designámos por “**simulação vertical**”. A junção destes dois processos permite-nos uma avaliação adequada do negócio.

A “simulação horizontal” assenta no cálculo recursivo, ou seja, o processo de simulação vai recorrer a uma situação anterior e acrescenta novos factos, como por exemplo a entrada de novos clientes. Este processo repete-se mas os resultados são guardados. Deste modo, a compreensão das noções de “momento” e “período” são de extrema importância. Entendemos por período o intervalo entre um momento inicial e um momento final.

3.2-Apresentação do modelo (simulação horizontal)

Aspectos introdutórios

Os Títulos de Capitalização estudados são um produto financeiro que a empresa disponibiliza no mercado e são subscritos mediante o pagamento de um valor monetário. Este valor é designado **valor de carregamento** e deve ser pago em datas programadas ao longo da **vigência** do Título sob pena do Título ser **cancelado**.

O valor investido pelo subscritor do Título é reavido na maturidade acrescido de juros (**juro garantido**). No entanto, o cliente pode solicitar o **resgate** total antecipadamente, e apenas total, desde que esteja ultrapassado um **período de carência** mas sujeitando-se a uma **penalização**.

Sobre os pagamentos efectuados pelo subscritor vencem-se juros e ainda se proporciona a possibilidade de recebimento de prémios através da participação em **sorteios semanais**, como forma de remuneração adicional ao **juro garantido**.

O processo de simulação que designámos por simulação horizontal pretende replicar a performance financeira de uma empresa que comercialize Títulos de Capitalização ao longo de várias semanas. **O indicador de tempo, em semanas de actividade da empresa é designado** por “*i*” e a razão pela qual os cálculos se efectuam semanalmente

deve-se à necessidade de avaliar a performance da carteira após a realização dos sorteios. **O espaço temporal designado por período equivale a uma semana.**

A participação nos sorteios implica a atribuição de **um número da sorte** a cada Título, número este que é a referência para a eventual atribuição de um prémio de sorteio ao Título. O número é atribuído ao Título aquando da subscrição e permanece afecto ao Título até à altura do seu resgate.

O modelo pressupõe que o negócio se inicia sem clientes. A primeira contagem de clientes é feita no fim da primeira semana de funcionamento. Em cada período distinguimos 3 acontecimentos diferentes: movimentos de carteira, movimentos financeiros e o registo dos Capitais Próprios acumulados. Os movimentos de carteira resultam da entrada e saída de clientes. Os movimentos financeiros consistem nos fluxos monetários que podem resultar de recebimentos de clientes, de consumo em custos de gestão ou do pagamento de resgates, prémios de sorteios ou dividendos aos accionistas.

Por forma a avaliar a capacidade de solvência do negócio é ainda registado no final de cada período o valor dos Capitais Próprios.

Os movimentos de carteira e financeiros, repartem-se intra-período em 2 momentos, o momento inicial e o momento final. No momento inicial ocorrem as entradas de novos clientes e os recebimentos do valor de carregamento. No momento final ocorrem os pagamentos de prémios de sorteio, a saída de clientes, o pagamento dos resgates e dos custos de gestão, os ganhos com o retorno dos investimentos e, se cumpridas algumas condições, são ainda pagos os dividendos aos accionistas (os detentores do Capital Social).

Os Capitais Próprios são registados no final de cada período sendo que, na semana zero existe o primeiro registo: o capital investido pelos accionistas que designamos por Capital Inicial.

Comecemos por apresentar como se processam os movimentos de carteira:

3.2.1 - Movimentos de carteira

A dimensão da carteira a cada momento é o resultado da permanência, da entrada e saída de clientes e é um factor determinante para a evolução do negócio.

A carteira encontra-se “vazia” na semana zero.

A carteira no final da semana i é composta por n_i Títulos de Capitalização, cada um dos quais é caracterizado por 2 elementos: o período em que foi subscrito e o número para sorteio que lhe foi atribuído. Seja então C_i uma matriz de n_i linhas e duas colunas:

$$C_i = \{(m_t, s_t), t = 1, 2, \dots, n_i\} \quad (3.1)$$

com

C_i Carteira no final do período i

n_i Número de Títulos presentes na carteira no final do período i

m_t Período em que o t -ésimo título presente em i foi subscrito

s_t Número de sorteio atribuído ao t -ésimo título presente em i

O período $i+1$ inicia-se com um reforço da carteira C_i dada a entrada de novos Títulos.

Para cada entrada, regista-se o seu período de ocorrência ($i+1$), definimo-lo como m_i , e atribui-se-lhe o número para sorteios (s_i). A carteira no início do período $i+1$ é portanto formada por n_i Títulos somados ao número de novas entradas. Obtemos assim a carteira para sorteio em $i+1$ que designamos por C_{i+1}^* . Os Títulos em C_{i+1}^* são os participantes do sorteio de $i+1$.

Imediatamente posterior ao sorteio, recalcula-se a carteira para o final do período, C_{i+1} , que é obtida eliminando de C^*_i os Títulos que foram objecto de resgate.

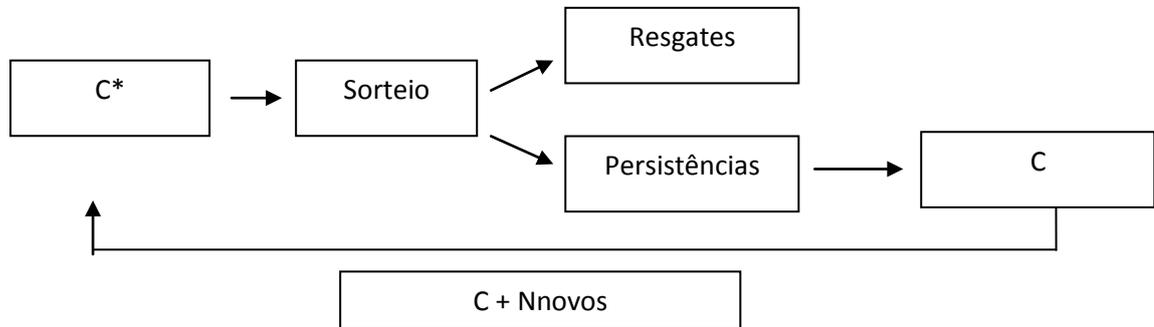


Fig.1–Movimentos de carteira

C^*_i Carteira no início do período ou da semana i

$Nnovos_i$ Número de novos clientes no período i . Consiste numa variável aleatória que define o número de entradas.

O modelo prevê que quer o número de entradas quer o número de saídas, em cada período, é um acontecimento aleatório de forma a evitar-se que a formação da carteira seja estanque. Assim, decidiu-se atribuir ao padrão de entradas de novos clientes uma distribuição de Poisson de média constante que lhe confere um comportamento relativamente estável. No que respeita às saídas, supusemos que a saída ou não de um Títulos segue uma distribuição de Bernoulli com parâmetro θ cujo comportamento é constante entre o fim do período de carência e a maturidade:

$$X_t = \begin{cases} 1 & \text{apólice } t \text{ é resgatada} \\ 0 & \text{apólice } t \text{ não é resgatada} \end{cases} \quad X_t \sim Ber(\theta_{i-m_t})$$

$$\theta_{i-m_t} = \begin{cases} 0 & i - m_t = 0, \dots, \text{carência} - 1 \\ 1 - ps^{1/(\text{maturidade}-1)} & i - m_t = (\text{carência}, \text{carência} + 1, \text{carência} + 2, \dots, (\text{maturidade} - 1)) \\ 1 & i - m_t = \text{maturidade} \end{cases} \quad (3.2)$$

Onde

ps Percentagem de Títulos entrados em que, em termos médios, permanece na carteira no final da sua vigência (designado por persistência).

$i - m_t$ Antiguidade do t -ésimo título em carteira

3.2.2- Movimentos financeiros

Os Títulos de Capitalização que apresentamos são um produto financeiro e a entidade que os comercializa age no pressuposto de que consegue otimizar a gestão dos seus activos e obter retorno suficiente nas suas aplicações a fim de permitir o cumprimento das suas obrigações para com os clientes e ainda possibilitar a distribuição de dividendos. Assim, um dos elementos centrais do modelo é o retorno na aplicação dos seus activos. O modelo assume que a taxa de retorno dos activos é fixa e capitaliza-se semanalmente. Seja r a taxa de retorno dos capitais da seguradora.

Para além desta taxa, existe igualmente a taxa de juro que se garante aos clientes, também ela capitalizada semanalmente. Designamos esta taxa por “taxa garantida”. Seja rg a taxa de juro garantida sobre as entregas dos clientes

Importa referir que todos os cálculos de âmbito financeiro incluídos no modelo utilizaram o método de capitalização discreto assumindo que um ano é composto por 52 semanas, a única unidade de tempo considerada. A utilização deste método justifica-se pela coerência do próprio modelo que, como veremos, utiliza apenas métodos de cálculo discretos.

O modelo ignora a existência de impostos.

Modelação dos Recebimentos

Os recebimentos ocorrem de 4 em 4 períodos e, como já referido, este movimento é efectuado no momento inicial do período. O período de entrada de um novo Título **situa** o primeiro recebimento. Ao longo desta exposição também designamos os recebimentos

de clientes por “carregamentos” uma vez que são uma condição necessária para manutenção do Título em carteira.

O que define a semana de pagamento é a antiguidade do título em carteira $(i - m_t)$. Se esta for 0 ou múltiplo de 4, então o subscritor é chamado a efectuar o carregamento do Título.

$$\text{Receb}_i = \left(\sum_{t=1}^{n_i} p \times I((i - m_t) \bmod 4 = 0) \right) + N_{\text{novos}_i} \times p \quad (3.3)$$

Com

p Valor a ser pago pelos subscritores periodicamente. Designámos p por “**valor de carregamento**”, é fixo e todos os subscritores pagam o mesmo valor por Título. Trata-se de um pagamento obrigatório. O incumprimento terá como consequência o resgate automático do título.

$I(z)$ Função indicatriz - devolve o valor 1 se a condição z for verdadeira e 0 se a condição for falsa.

$\text{mod}(n)$ O resto da divisão inteira por n .

Modelação dos Pagamentos

A saída de capitais tem quatro origens distintas: custos comerciais e administrativos, resgates, prémios em sorteio e pagamento de dividendos a accionistas.

$$\text{Pagam}_i = \text{Custos}_i + \text{Resgates}_i + \text{Pagsorteio}_i + \text{Div}_i \quad (3.4)$$

Os cálculos relativos a estas 4 fontes de saída de capitais são agora abordados pela ordem apresentada.

Modelação dos Pagamentos - Custos

As despesas de aquisição e administrativas são custeadas no momento final do período e consistem numa percentagem do montante pago pelos clientes.

$$Custos_i = c \times Receb_i \quad (3.5)$$

Com

c Valor percentual fixo que se mantém ao longo da vigência do contrato. Trata-se de uma hipótese simplificadora.

Modelação dos Pagamentos – Resgates

Os movimentos financeiros que resultam da ocorrência de resgates apenas se verificam quando um cliente abandona a carteira, isto é, o modelo apenas considera resgates totais. Os montantes envolvidos nas operações de resgate que ocorrem num determinado período têm por base de cálculo o que se designou por reserva matemática. A reserva matemática de um cliente consiste no montante por ele investido acrescido do juro garantido. Assim, é uma função cujas variáveis são o período em que ocorre o resgate e o período de subscrição do cliente, ou seja, a antiguidade do cliente em carteira. Contudo, a este montante pode ainda ser aplicada uma penalização, também ela função da “antiguidade em carteira”.

Começemos por ilustrar como se processa o cálculo do valor de resgate para um cliente.

Cálculo do valor de Resgate

A saída por resgate foi já introduzida aquando da apresentação dos movimentos de carteira. Neste tópico abordamos o movimento financeiro subjacente a esta saída. O valor do resgate é função da “antiguidade em carteira” do título ($i - m_t$) e consiste no remanescente após aplicada a taxa de penalização à reserva matemática.

$$resgates_i = \sum_{t=1}^{n_i} X_t \times vr_t \quad (3.6)$$

Com

X_t Variável de Bernoulli que determina se a t-ésima apólice permanece ou sai da carteira

vr_t Valor do resgate da t-ésima apólice

O valor de resgate de resgate é por seu turno obtido depois de aplicar uma penalização à reserva matemática:

$$vr_t = rm_{i-m_t} \times (1 - pn_{i-m_t}) \quad (3.7)$$

A reserva matemática consiste no valor entregue pelos clientes através dos carregamentos efectuados capitalizados semanalmente ao juro garantido.

$$rm_{i-m_t} = p \times \sum_{j=0}^{\text{int}((i-m_t)/4)} \left(1 + \frac{rg}{52}\right)^{i-m_t+1-4j} \quad (3.8)$$

Com

$\text{int}(z)$ Função que devolve a parte inteira de um número

Cálculo da penalização

Quando um resgate ocorre num período anterior ao termo do período de vigência do Título, pode haver lugar a uma **penalização**. A dimensão da penalização depende da antiguidade do Título. Abaixo introduzimos os três conceitos chave para a apresentação do método de cálculo utilizado:

Sesperado – Corresponde ao valor esperado dos custos semanais com sorteios. Este valor é fixo e transversal a todos os Títulos pois todos os Títulos têm a mesma probabilidade de ser sorteados e concorrem aos mesmos prémios.

fr_{i-m_t} – Fundo de resgate – Consiste num cálculo auxiliar. O que designamos por fundo de resgate funciona de forma semelhante a um depósito à ordem com débitos e créditos, cujos débitos são as entregas periódicas do cliente e juros e os créditos devem-se ao pagamento de custos de gestão e do custo esperado com os sorteios (*Sesperado*). O Fundo de resgate assume igualmente que as entregas de clientes ocorrem de 4 em 4 períodos e no início do período, que a taxa *IRR* (que

apresentamos de seguida) e que os restantes movimentos ocorrem no fim do período.

$$fr_{i-m_t} = \sum_{j=0}^{i-m_t} p \times I(j \bmod 4 = 0) \times \left(1 + \frac{IRR}{52}\right)^{i-m_t+1-j} - (c \times p \times I(j \bmod 4 = 0) + Sesperado) \times \left(1 + \frac{IRR}{52}\right)^{i-m_t-j} \quad (3.9)$$

IRR – Taxa de esforço – consiste na taxa de retorno que aplicada ao fundo de resgate permitiria alcançar o montante da reserva matemática na maturidade ($rm_{maturidade}$). O cálculo é equivalente ao da *internal rate of return*.

$$\begin{aligned} rm_{maturidade} &= fr_{maturidade} \\ &= \sum_{j=0}^{maturidade-1} p \times I((j-1) \bmod 4 = 0) \times \left(1 + \frac{IRR}{52}\right)^{(maturidade-j)} - (c \times p \times I((j-1) \bmod 4 = 0) + Sesperado) \times \left(1 + \frac{IRR}{52}\right)^{maturidade-j-1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

A taxa de esforço, *IRR*, obteve-se recorrendo a um cálculo iterativo. Uma vez obtida, aplicamos a taxa ao fundo de resgate. Obtemos assim o valor que efectivamente é devolvido ao cliente que resgata. A transformação em taxa faz-se da seguinte forma:

$$pn_{i-m_t} = 1 - \frac{fr_{i-m_t}}{rm_{i-m_t}} \quad (3.11)$$

O método adoptado pretende que a ocorrência de um resgate antecipado seja penalizada mas de uma forma suavizada. Para esta componente do modelo foram ponderados outros métodos de cálculo para o valor dos resgates. De entre os métodos pensados, destacamos a devolução integral da reserva matemática, o que significaria não considerar a existência de penalizações e que consubstanciaria um custo acrescido sobre a empresa. Noutro extremo, a devolução de, somente, o que designámos por fundo de resgate capitalizado à taxa garantida. Esta alternativa seria altamente penalizadora para o cliente e, na nossa opinião, beneficiaria desajustadamente a empresa. A alternativa considerada parece-nos a mais equilibrada.

Pagamento de sorteios

I. Organização dos sorteios

Os sorteios acontecem semanalmente. Em cada sorteio é retirado um número de 6 dígitos, cada um de 0 a 9 e que designamos por número sorteado. Este número é a referência para o eventual pagamento de prêmios de sorteio. Cada título de Capitalização tem um, e só um, número alocado (s) igualmente de 6 dígitos (cada dígito está compreendido entre 0 e 9) e é atribuído no início da vigência, acompanhando o título até o seu resgate. Denominamos este número de “número da sorte” e o que vai definir a atribuição de prêmios é a sua correspondência, numa determinada medida, com o “número sorteado”.

II. Análise individual do risco de sorteio

A participação em sorteios habilita o cliente a receber prêmios e é sobre a “habilitação” e os “prêmios” que agora nos ocupamos.

O modelo possibilita a existência de até 3 prêmios em sorteio, sendo possível considerar até nenhum, bastando para tal igualar a zero o valor dos prêmios. Como já referido, a eventual atribuição de prêmios tem por referência o “número sorteado” que é o resultado de uma tiragem aleatória de 6 dígitos (assuma-se que o número sorteado é Y_i).

O cliente será então contemplado com um prêmio se:

- 1) Se o número de sorte de um cliente for exactamente igual a Y_i então paga-se o montante destinado ao 1º prêmio (m_1)
- 2) Se os últimos 4 dígitos do número da sorte de um cliente corresponderem aos últimos 4 dígitos de Y_i este ganhará o 2º prêmio (m_2)
- 3) Se os últimos 3 dígitos do número de sorte de um cliente corresponderem aos últimos 3 dígitos de Y_i este ganhará o 3º prêmio (m_3)

Desta forma, as probabilidades de ocorrência surgem naturalmente:

	Casos favoráveis	Casos possíveis	Probabilidades
1º Prémio	1	1000000	0,0001%
2º Prémio	99	1000000	0,0099%
3º Prémio	900	1000000	0,0900%

Tabela I

Os prémios são não cumulativos, por exemplo, quem ganha o primeiro prémio não ganha nenhum dos outros.

Estabelecida a forma como se processam os sorteios, falta introduzir o método adoptado para o cálculo dos montantes em prémios. Depois de determinar este montante de acordo com o método que se segue, a sua repartição pelo 1º, 2º e 3º prémios será feita de forma arbitrária (veja-se o subcapítulo 4.1)

O método adoptado para determinar o valor esperado do sorteio leva em conta um novo elemento, uma taxa de juro de um depósito a prazo “concorrente no mercado” de igual maturidade e também de entregas periódicas. Fixada esta taxa, o modelo vai calcular qual o valor que os Títulos de Capitalização teriam de entregar semanalmente na forma de “dividendo” a um cliente do depósito concorrente de modo a persuadi-lo a subscrever o Título de Capitalização. Obtido o “dividendo”, encaramo-lo como o prémio de risco que deve ser entregue por via dos sorteios. Desta forma estamos a assumir que os clientes são neutros ao risco. O prémio de risco corresponde ao valor esperado dos resultados do sorteio e foi acima definido como *Sesperado*.

$$dc_{maturidade}(rc) = rm_{maturidade} + Sesperado \times \sum_{j=1}^{maturidade} \left(1 + \frac{rg}{52}\right)^{maturidade-j} \quad (3.12)$$

Com

$dc_{maturidade}$ Valor do depósito concorrente na maturidade

rc Taxa de juro anual do depósito concorrente

$$Sesperado = \frac{dc_{maturidade}(rc) - rm_{maturidade}}{\sum_{j=1}^{maturidade} \left(1 + \frac{rg}{52}\right)^{maturidade-j}} \quad (3.13)$$

Dividendo (Div)

A última fonte de saída de capital da empresa destina-se ao pagamento de dividendos.

O pagamento dos dividendos aos accionistas foi estabelecido para acontecer anualmente, isto é, em periodicidades múltiplas de 52 semanas. Para tal, o modelo recorre ao cálculo do que denominámos de **resultado antes de imposto**.

$$Div_i = \max(RAI_i, 0) \quad (3.14)$$

Ou seja, o dividendo apenas ocorre se houver resultados positivos para distribuir

$$RAI_i = ((U_{i-1} + Receb_i) \times (1 + \frac{r}{52}) - U_0 - RM_i - Custos_i - Pagsorteio_i - Resgates_i) \times I (i \bmod 52 = 0) \quad (3.15)$$

Com

U_i Montante em Activos no período i

RM_i Reserva Matemática da Carteira no período i (apresentado abaixo)

Retorno dos investimentos

O último movimento de âmbito financeiro consiste no registo do retorno sobre os investimentos efectuados pela empresa. Este retorno é assumido como sendo uma percentagem fixa, também reflectido semanalmente, e incide sobre o montante total de recursos monetários em gestão pela empresa que, em cada período, é composto pelos Activos do período anterior e pelos recebimentos do período em causa. Algebricamente:

$$Retorno_i = (U_{i-1} + Receb_i) * \frac{r}{52} \quad (3.16)$$

3.2.3- Capitais próprios

Uma vez efectuados os cálculos financeiros do período i importa conhecer o impacto destes movimentos nos Capitais da empresa. Considerar os Capitais tem como objectivo último aferir a capacidade de solvência da empresa mas permite-nos igualmente constatar se (e quando) os accionistas recuperam o investimento efectuado.

A função que nos permite aceder ao capital disponível em cada período é a função determinante para avaliar a probabilidade de insolvência em que a empresa incorre. A empresa estará insolvente quando o capital for inferior ou igual a zero.

Os Capitais da empresa são o resultado da seguinte operação:

$$\text{Capital}_i = U_i - \text{RM}_i \quad (3.17)$$

Isto é, a diferença entre os Activos e os Passivos do período. Onde:

$$U_i = (U_{i-1} + \text{Receb}_i) \times \left(1 + \frac{r}{52}\right) - \text{Pagam}_i \quad (3.18)$$

Com

U_0 Capital inicial da empresa

O Passivo é composto por uma única rubrica, o somatório das reservas matemáticas da carteira. Este montante indica o montante dos activos que pertence aos clientes em cada período.

$$\text{RM}_i = \sum_{t=1}^{n_i} \text{rm}_t \quad (3.19)$$

3.2.4- Avaliação do investimento

Uma vez descrito o modelo, definiram-se quatro indicadores que visam proporcionar a avaliação do negócio. São eles um indicador de solvência, o valor actualizado líquido (VAL), o período em que ocorre a recapitalização da empresa e o dividendo médio. O primeiro apenas vai responder se em algum dos períodos considerados, o capital (capital_i) é inferior a zero, o que significa a insolvência. O segundo, o VAL, vai confrontar o investimento inicial efectuado (U_0) com os dividendos pagos (Div_i) descontados a uma taxa de desconto (td), permitindo uma avaliação sobre a eventual criação de valor económico (se positivo) para os investidores (ver Adams *et al*, 2003).

Definido um horizonte de N semanas, tem-se:

$$VAL = -U_0 + \sum_{j=1}^N \frac{Div_j}{\left(1 + \frac{td}{52}\right)^j} \quad (3.20)$$

O terceiro indicador, regista o período em que o montante em Capitais Próprios da empresa regressa ao nível do Capital Inicial, ou seja, o período em que ocorre a **recapitalização** da empresa após os capitais próprios terem atingido o mínimo.

Por último, é calculada a média do dividendo pago ao longo dos períodos considerados.

Este valor é apresentado em percentagem do Capital Inicial.

3.3- Apresentação do modelo (Simulação Vertical)

Os processos que definimos acima permitem simular a performance do caso de estudo ao longo de N períodos. No entanto, uma simulação, por si só, não nos permite concluir sobre o risco do negócio. De forma a proporcionar esta análise, o modelo vai repetir a simulação horizontal e obter um número significativo de réplicas (NR).

A obtenção de réplicas permite avaliar o risco de sorteio inerente ao negócio que depende dos pressupostos e da parametrização assumida. O modelo vai utilizar a informação obtida para o cálculo de quatro indicadores de risco: a probabilidade de insolvência, através da ponderação do número de casos de insolvência pelo número total de réplicas efectuadas, a variância do VAL, permitindo uma acepção do risco da criação de valor económico, o “percentil 90” da semana em que ocorre a recapitalização da empresa, ou seja, o período em que o dinheiro investido pelos accionistas é recuperado pela empresa com 90% de probabilidade e, por último, a média do dividendo médio, apenas com o intuito de se observar a dimensão média dos *cash-flows* esperados através de dividendos.

Outros indicadores poderiam ser utilizados, mas estes pareceram-nos suficientes para aferir da viabilidade do produto quando avaliado pelo prisma da empresa.

3.4- Risco global de sorteio

Aquando da apresentação dos pagamentos em sorteios, foi analisado o risco de sorteio por Título, ou seja, os prêmios e as probabilidades de sorteio que assistem individualmente a cada Título. Designámos esse risco por risco individual de sorteio mas, do ponto de vista global, o risco de sorteio pode ser agravado se à empresa não couber o direito a decidir sobre qual o número de sorte a atribuir a cada Título ou se o fizer de forma ineficiente.

No campo do risco global de sorteio, o risco está na atribuição do número de sorte. Para a empresa, o cenário evitável consiste em entregar o mesmo “risco” a mais de um Título. Desse modo, houve que definir um algoritmo que procedesse à “dissipação” dos números de sorte dos Títulos em carteira. Contudo, a simples atribuição de números aleatoriamente, mesmo que sem reposição, não se aconselha pois este método negligencia o risco do 2º e 3º prémio (os números da sorte 202505 e 954505 são diferentes mas expõe a empresa a pagar dois 3ºs prêmios).

A política de atribuição do número da sorte adoptada no modelo implica (considerando que o número de sorte têm como ordem de grandeza as centenas de milhar) a atribuição de números consecutivos desde que se ocupem prioritariamente os números de sorte que vagaram por via de resgate no período anterior. O algoritmo revela-se eficiente uma vez que, sendo a terminação do número diferente, existe a garantia que o número no seu todo é também diferente.

3.5- Capital Inicial

O modelo contempla um exercício de limitação da probabilidade de insolvência. O que se pretende com este exercício é conhecer o capital que deve ser investido pelos accionistas para que a probabilidade de Insolvência seja inferior a um valor predefinido. Para além disso, pretende-se que o capital investido não seja excessivo, apenas o

essencial que garanta, com um limite razoável, a solvência da empresa e, assim, maximizar o dividendo por unidade de capital investido.

Este exercício é introduzido na linguagem de programação e funciona conforme mostra o seguinte diagrama:

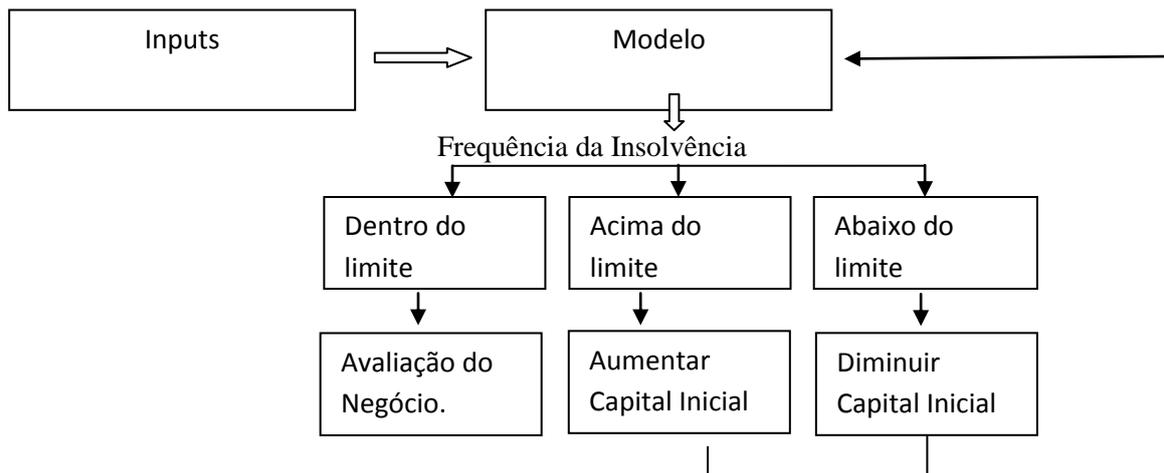


Fig 2-Método de definição do Capital inicial

4- Parametrização (casos de teste)

Neste capítulo vamos expor e justificar os parâmetros que introduzimos no modelo e cujos resultados discutimos no capítulo seguinte.

A parametrização do modelo, é feita em 4 áreas: parametrização do produto, de carteira, de mercado e de avaliação do negócio. A parametrização do produto consiste na parametrização dos elementos que formam os Títulos de Capitalização que vamos testar no modelo (as características do produto), a parametrização da carteira vai assumir dimensões de carteira diferentes permitindo-nos avaliar o risco e retorno para cada uma das carteiras testadas, a parametrização do mercado consiste na definição do retorno financeiro (que assumimos fixo ao longo do tempo) necessário de forma a tornar os produtos estudados sustentáveis no tempo. A parametrização da avaliação do negócio assenta na definição do limite máximo da probabilidade de insolvência e na definição da taxa de desconto a aplicar sobre os dividendos futuros, o que nos permite aceder a um indicador do valor económico dos casos testados.

4.1- Parametrização do produto

Preço - Em matéria de preço, a nossa decisão recaiu exclusivamente sobre o valor de 25€ porque se pretende que este valor seja baixo de forma a torná-lo acessível, ou seja, num *produto de massas*. Com efeito, quanto maior a carteira menor o risco de sorteio.

Prazo - A duração do contrato é sobretudo uma decisão comercial uma vez que as restantes variáveis podem ser ajustadas, sendo possível contemplar qualquer duração.

Neste estudo, apenas vamos considerar 2 prazos possíveis: 104 semanas (2 anos) e 260 semanas (5 anos). Destes, o prazo de 5 anos é aquele que assume as remunerações, quer

em juros acumulados quer em sorteios, mais atractivas mas, no entanto, o prazo de 2 anos é porventura o mais interessante do ponto de vista comercial.

Custos - Os valores para a componente de custos de gestão que pretendemos reflectir no nosso estudo são de dois tipos: custos de aquisição e custos de administração. No modelo apenas considerámos custos variáveis uma vez que não seria possível assumir valores para custos fixos com fundamento. Esta opção tem influência, por omissão, nos resultados obtidos mas considerámos que a existência de custos variáveis era suficiente para prosseguir com o nosso trabalho e que os impactos que assim negligenciamos, têm um efeito reduzido para carteiras de dimensões médias.

Em matéria de custos variáveis optámos por considerar 3% para ambos os prazos pois os valores totais parecem-nos apropriados tendo em conta as dimensões das carteiras médias consideradas.

Taxa Garantida e Custos com Sorteios - Apresentado o preço e os prazos testados, optámos por uma taxa garantida de 1% para o produto a 5 anos e uma taxa de 0.25% para o produto a 2 anos, ambas taxas anuais nominais e capitalizadas semanalmente. Para além destas taxas de juro, assumimos que as taxas concorrentes, ou seja, as taxas de juro dos depósitos com que os Títulos de Capitalização pretendem rivalizar e que, como mostrámos, serve de base para o cálculo dos custos com sorteios, oferece um juro nominal anual de 3% para o produto a 5 anos e 2.25% para o produto a 2 anos, ambas também capitalizadas semanalmente. Desta forma, mantivemos a quota de sorteio em 2% para ambos os prazos embora a componente de poupança seja superior no de maior maturidade. Como revelamos na tabela que se segue (assinalado com um asterisco), se mantivessemos as condições do produto a 5 anos para o produto a 2 anos, este tornar-se-ia demasiado oneroso.

Títulos de Capitalização	taxa garantida	taxa concorrente	E(sorteio)	IRR
5 anos	1%	3%	0,33 €	4,33%
2 anos	0,25%	2,25%	0,13 €	5,25%
2 anos*	1%	3%	0,13 €	5,99%

Tabela II

Prêmios em Sorteio Obtido o valor esperado dos sorteios para cada maturidade houve que repartir esse montante e destiná-lo aos respectivos prêmios. A percentagem atribuída a cada um teve como referencial o próprio resultado em termos de prêmios semanais e que considerámos suficientemente atractivos:

Títulos de Capitalização	1º Prémio	2º Prémio	3º Prémio
%E(sorteio)	15%	25%	60%

Tabela III

Para além da razão apontada, houve uma ideia que esteve subjacente à atribuição destas percentagens. A ideia, que é uma filosofia comum no âmbito das lotarias, defende que se deve atribuir um valor alto ao primeiro prémio de modo a proporcionar-se o “sonho” e atribuir um valor baixo mas de ocorrência frequente, de modo a preservar as esperanças de se alcançar o “sonho”, evitando a desmoralização.

Os parâmetros utilizados para o cálculo do valor dos prêmios semanais foram já introduzidos pelo que nos é possível apresentá-los:

Maturidade	2 anos	5 anos
1ºprémio	19.751,97 €	49.651,07€
2ºprémio	332,52 €	835,88 €
3ºprémio	87,79 €	220,67 €

Tabela IV

Período de Carência apesar da possibilidade de o incluir estar prevista no modelo, optámos por não o fazer. Com efeito, apenas consideramos no modelo custos variáveis e portanto a inclusão deste elemento não traz vantagens do ponto de vista técnico. Aliás, a sua inclusão não nos permitiria assumir que os resgates também englobam os Títulos cancelados por falta de pagamento.

Penalização por resgate antecipado os elementos que compõem o cálculo das penalizações a aplicar sobre um resgate estão já apresentados pelo que, neste tópico,

apenas apresentamos as respectivas taxas graficamente. No anexo A as taxas de penalização estão discriminadas.

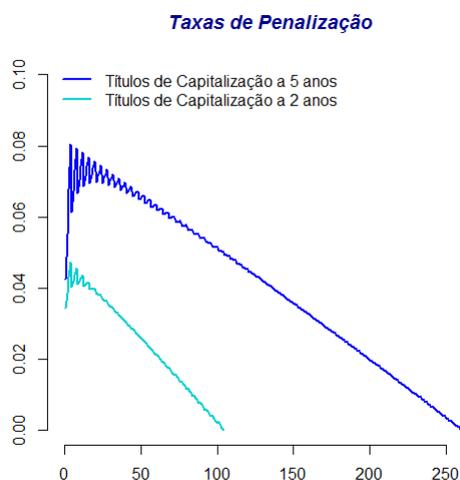


Fig. 3-Taxas de penalização desde a subscrição do Título até a maturidade

4.2- Parametrização da carteira

A dimensão da carteira é um elemento fundamental quando se pretende a mitigação do risco. Com efeito, podemos considerar que se o modelo for aplicado a uma carteira com exactamente 1.000.000 de Títulos, o risco de sorteio é nulo pois o primeiro prémio ocorre sempre, o segundo prémio ocorre sempre 99 vezes e o terceiro sempre 900 vezes. No entanto, podemos supor que em Portugal esta situação dificilmente ocorreria e que quaisquer pressupostos sobre esta matéria são subjectivos por natureza.

A aplicação do modelo vai pressupor para valores médios, semanais, de novos clientes três valores para cada um dos produtos testados. Para o produto a 5 anos testamos para o parâmetro λ (média da distribuição de Poisson) os valores 150, 500 e 1000 e para o produto a 2 anos, que supomos teria uma maior adesão, os valores 500, 1000 e 2000. No que respeita às saídas por resgate assumimos para o parâmetro que denominámos persistência, (ps) o valor 0.3 para ambas as maturidades, com base no nosso contacto

com a realidade deste mercado no Brasil. Os Títulos de Capitalização Brasileiros apresentam um padrão de saídas, por resgate antecipado, muito elevado. A justificação comum é, por um lado, as características do público-alvo, uma população de menores rendimentos e com pouca disciplina de poupança e, por outro, a existência de um factor de “perda de fé” relacionado com o recebimento de prémios em sorteios. O valor assumido significa que, em média, a percentagem de Títulos que atinge a maturidade é de apenas 30%.

Em qualquer um dos casos estudados observam-se duas fases distintas no que respeita à dimensão da carteira ao longo dos períodos de actividade da empresa considerados: uma primeira fase de crescimento do número de Títulos em carteira e posteriormente uma fase de estabilização, o que é natural dado termos assumido o mesmo comportamento para cada Título.

Esta situação tem reflexos directos em alguns movimentos financeiros da empresa que, conseqüentemente, também conhecem o período de estabilização. Assim, tornou-se relevante distinguir esta fase de maturidade da empresa. Considerámos, por simplificação, que a maturidade se alcança a metade dos períodos considerados (a semana 500) e designámo-la por “fase de **equilíbrio**”. Dado que se analisa o efeito agregado de variáveis aleatórias como são as entradas de novos clientes e as saídas por resgate, e cientes da relevância destes factores para a performance financeira da empresa, importa conhecer a variabilidade de cada um dos 6 tipos de carteiras testados durante esta **fase de equilíbrio**. A tabela abaixo apresenta algumas das estatísticas relevantes e apresentamos os histogramas em anexo (anexo B).

Dimensão média da Carteira em equilíbrio							
Títulos de Capitalização a 5 anos				Títulos de Capitalização a 2 anos			
E(novos clientes)	150	500	1000	E(novos clientes)	500	1000	2000
média	22538,83	75113,61	150233,92	média	29771,19	59537,50	119073,01
desvio padrão	89,88	170,63	231,71	desvio padrão	69,11	96,34	139,73
coeficiente de variação	0,40%	0,23%	0,15%	coeficiente de variação	0,23%	0,16%	0,12%

Tabela V

4.3- Parametrização de mercado

O modelo prevê duas origens de receita: ganhos com penalizações sobre resgates antecipados e ganhos nos mercados financeiros.

Os ganhos nos mercados financeiros constituem a receita principal e são o resultado da aplicação de uma taxa de juro, que assumimos fixa, sobre os activos da empresa.

A nossa escolha para taxa de juro recaiu sobre o valor 5.5% para ambos os prazos. A razão porque o fizemos deve-se a termos verificado que, para o produto a 2 anos, uma taxa de juro de 5%, como se demonstra no gráfico que se segue que descreve a trajetória do Capital Social, tornaria o produto ruinoso. De facto, observando a taxa interna de rentabilidade na tabela II, verificamos que corresponde às expectativas, não obstante considerarmos agora a existência do capital social, também ele remunerado, e a existência de aleatoriedade no pagamento de sorteios.



Fig.4-Trajectória do capital por carteira testada. Títulos de Capitalização a 2 anos

A observação dos gráficos acima, permite-nos concluir sobre dois aspectos da maior relevância relacionados com a dimensão da carteira e que se verifica em todos os casos testados: quanto maior a carteira, maior a necessidade de capital para assegurar a

solvência da empresa e, também quanto maior a carteira, mais homogêneo se torna o trajecto do capital.

Nos Títulos de Capitalização a 5 anos, uma taxa de remuneração de 4.5% seria o suficiente para se verificar a recapitalização da empresa. Contudo, como se pode observar nos gráficos abaixo, a recapitalização seria lenta e a empresa incapaz de pagar dividendos atractivos.

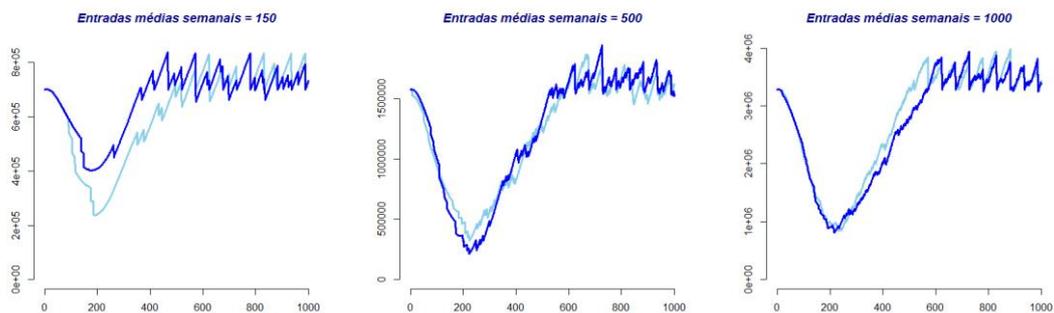


Fig.5-Trajectória do capital por carteira testada. Títulos de Capitalização a 5 anos

Optámos então pela mesma rentabilidade para ambos os prazos o que permite uma melhor comparação do valor económico dos dois produtos.

O gráfico abaixo, que se pretende apenas ilustrativos, representa um caso de potencial sucesso. Trata-se de uma simulação do produto a 2 anos mas para o efeito que se pretende, podemos generalizar para qualquer um dos produtos e carteiras testadas:

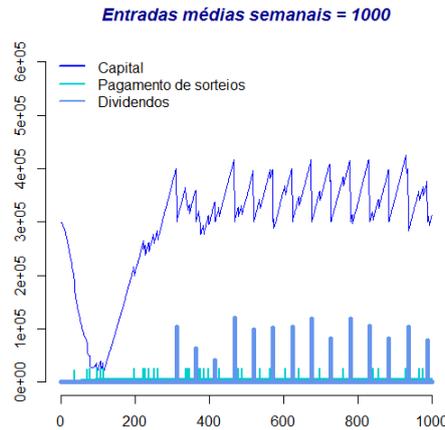


Fig.6-Exemplo: Trajectória do capital, Dividendos e Pagamento de prémios em Sorteios

A análise da “trajectória” do capital que a figura evidencia sugere 4 observações:

- 1- por volta da semana 104 (260 no produto a 5 anos) dá-se o ponto de inflexão, ou seja, aproximadamente na semana 100 o retorno dos “Activos” começa a ser suficiente para fazer face às obrigações para com os clientes a ao consumo em custos de gestão.
- 2- por volta da semana 400, verificou-se um anormal desembolso de prémios em sorteio que culminou num pagamento de dividendos bastante inferior àquilo que seria de esperar tendo em conta o padrão que veio a verificar
- 3- o negócio conhece um período de estabilização mas no qual se observam movimentos também eles relativamente estabilizados e o motivo a que se deve é o pagamento de dividendos
- 4- um retorno anual de 5,5% (capitalizado semanalmente) nos mercados financeiros é suficiente para recapitalizar a empresa (mas os dividendos face ao risco podem não ser atractivos)

4.4- Parametrização da avaliação do negócio

A avaliação do negócio apenas é possível após concluído o processo de simulação. No entanto, o processo só termina se observada a regra que impõe um tecto máximo à probabilidade de insolvência. Optámos por um limite máximo de 2% o que significa que o processo de simulação termina (e recomeça com um “novo” capital inicial) sempre que este limite é ultrapassado.

No que respeita ao cálculo do Valor Actualizado Líquido pretende-se que a análise seja conservadora. Nesse âmbito, este cálculo pressupõe que existe um último dividendo pelo que não se assume que o negócio se perpetua e que, a acrescer a este pressuposto “conservador”, assume-se uma taxa de desconto de 5% que se considera elevada mas que se justifica dado a necessidade de se incluir um “spread de risco” associado ao risco de sorteio.

5- Análise de Resultados

O presente capítulo tem como objectivo aplicar a parametrização que acima definimos ao modelo desenhado. A nossa análise pretende aferir a viabilidade económica para diferentes carteiras aplicada a dois produtos: Títulos de Capitalização a 5 anos e Títulos de Capitalização a 2 anos.

Os resultados que apresentamos foram obtidos recorrendo à simulação de **1000 semanas** de actividade consecutivas da empresa e através da obtenção de **300 réplicas** deste primeiro processo de simulação. A simulação de 1000 semanas permite-nos observar a performance da empresa por cerca de 19 anos de actividade, possibilitando um número significativo de dividendos. No que respeita às réplicas, a opção por 300 deve-se à morosidade dos cálculos, a partir de computadores, tendo sido frequente “corridas” por mais de 48 horas.

Comecemos pelos Títulos de Capitalização a 5 anos:

Títulos de Capitalização a 5 anos			
Número médio semanal de novos clientes	150	500	1000
Rentabilidade	5,5%	5,5%	5,5%
Dimensão média da carteira no equilíbrio	22.539	75.114	150.234
Custos médios no equilíbrio	4.280 €	14.245 €	28.584 €
Capital Inicial	453.702 €	1.220.649 €	2.024.974 €
Probabilidade de insolvência	0,67%	0,33%	1,00%
VAL medio	1.313.989,31 €	4.511.700,88 €	9.136.341,94 €
VAL (desvio padrão)	143.499,76 €	247.550,67 €	335.852,68 €
Coeficiente de variação	10,92%	5,49%	3,68%
Recapitalização em anos (percentil 90)	5,63	5,46	5,48
Média do dividendo médio	49,28%	60,02%	71,83%
Média do Activo médio em equilíbrio	15.734.219 €	52.172.453 €	103.922.422 €

Tabela VI

Como podemos constatar na tabela acima, os testes efectuados aos Títulos de Capitalização a 5 anos revelaram-se muito lucrativos.

Começando por observar o Capital Social necessário para assegurar a solvência da empresa, verificamos que este é tanto maior quanto maior o número de entradas semanais de novos clientes. O consumo de Capital acontece sempre que a empresa não gera recursos suficientes para cobrir os custos de gestão, o juro que se garante aos clientes e os pagamentos em prémios de sorteio. Nos gráficos abaixo, apresentamos a trajectória do capital por volume médio de entradas de novos clientes. Como se observa, o efeito “dimensão da carteira” confere-lhe uma maior previsibilidade.

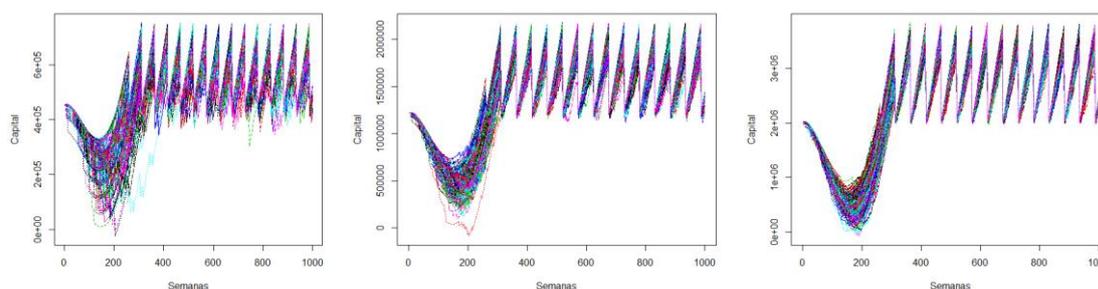


Fig.7-Trajectória do capital. Da esquerda para a direita por entrada média de novos clientes:150,500,1000

Outro aspecto a salientar está na **recapitalização** da empresa que dificilmente (ou nunca) acontecerá antes do 5º ano de actividade. Assim, podemos concluir que dificilmente haverá o pagamento de dividendos aos accionistas antes do 6º ano de actividade da empresa.

No que respeita aos dividendos, verificamos que a dimensão da carteira tem naturalmente um efeito positivo na libertação de dividendos quer em montante como em variabilidade:

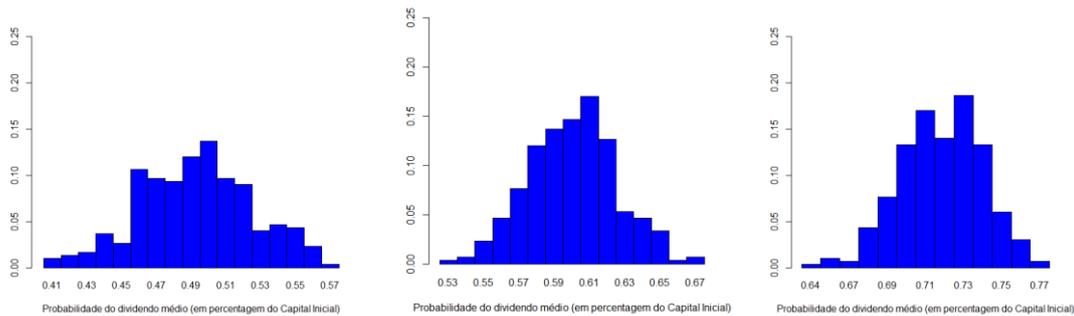


Fig.8-Histograma do Dividendo médio. Da esquerda para a direita por entrada média de novos clientes:150,500,1000

Por último, a observação do Valor Actualizado Líquido permite concluir que para qualquer uma das “carteiras” existe criação de valor económico para os investidores e que, como sustentam os histogramas abaixo, em nenhuma das simulações efectuadas se verificou o contrário.

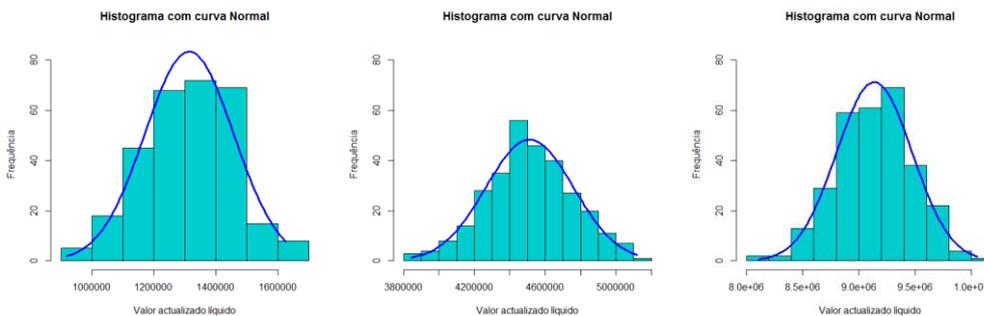


Fig.9-Histograma do VAL. Da esquerda para a direita por entrada média de novos clientes:150,500,1000

Títulos de Capitalização a 2 anos:

Títulos de Capitalização a 2 anos			
Número médio semanal de novos clientes	500	1000	2000
Rentabilidade	5,5%	5,5%	5,5%
Dimensão média da carteira no equilíbrio	29.771	59.538	119.073
Custos médios no equilíbrio	5.766 €	11.571 €	23.139 €
Capital Inicial	228.274 €	388.517 €	695.105 €
Probabilidade de insolvência	0,33%	0,33%	0,33%
VAL medio	104.387,62 €	213.168,93 €	469.216,47 €
VAL (desvio padrão)	68.599,55 €	93.808,08 €	121.904,46 €
Coefficiente de variação	65,72%	44,01%	25,98%
Recapitalização em anos (percentil 90)	6,75	6,77	6,60
Média do dividendo médio	20,08%	20,80%	22,68%
Média do Activo médio em equilíbrio	8.339.722 €	16.610.879 €	33.146.230 €

Tabela VI

Os Títulos de Capitalização a 2 anos testados são claramente menos lucrativos que os primeiros, no entanto, são menos exigentes do ponto de vista do capital necessário para assegurar a solvência da empresa (compare-se o último caso dos Títulos de Capitalização a 2 anos com o caso intermédio dos Títulos de Capitalização a 5 anos).

Os gráficos abaixo descrevem o trajecto do capital da empresa e cujo comportamento é semelhante ao dos Títulos de Capitalização a 5 anos.

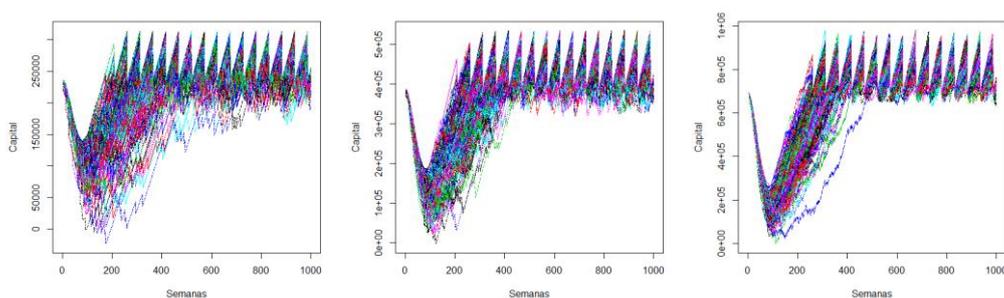


Fig.10-Trajectória do capital. Da esquerda para a direita por entrada média de novos clientes:500,1000,2000

Os dividendos deste produto são claramente inferiores ao do produto a 5 anos e ao contrário destes, o dividendo médio parece não acompanhar o efeito “carteira”

mantendo-se na casa dos 20% em todos os casos, pese embora se verifique naturalmente uma convergência para média crescente.

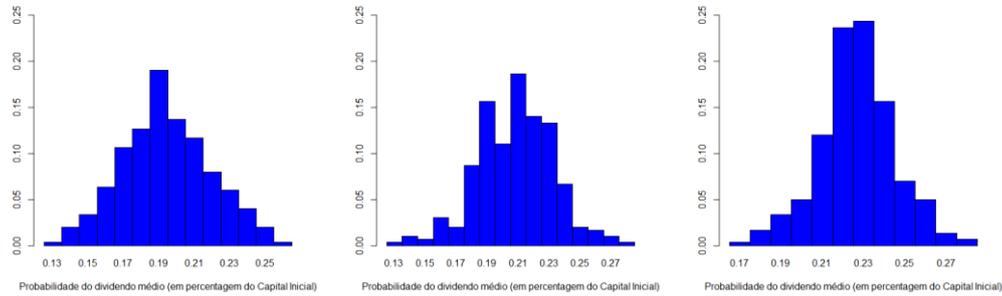


Fig.11-Histograma do Dividendo médio. Da esquerda para a direita por entrada média de novos clientes:500,1000,2000

No que respeita ao Valor Actualizado Líquido, verificamos que existe uma probabilidade de 9,3% e 1,3%, no primeiro e segundo caso respectivamente, do produto causar destruição de valor económico.

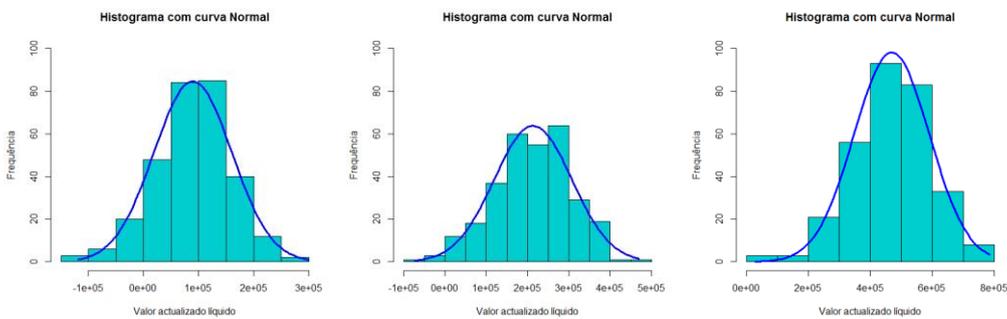


Fig.12-Histograma do VAL. Da esquerda para a direita por entrada média de novos clientes:500,1000,2000

Não obstante a situação agora retratada, parece-nos razoável afirmar que todos os cenários testados são convidativos à comercialização de Títulos de Capitalização.

6- Considerações finais

No capítulo final desta dissertação pretendemos explorar alguns pontos que consideramos relevantes salientar se pensarmos na possibilidade da introdução deste produto no mercado Português.

A dissertação que este capítulo encerra apenas pretende propor uma forma de pensar esta questão e a abordagem adoptada é apenas um exemplo daquilo que se pode (e deve) vir a testar.

Como primeiro aspecto a salientar, está em termos considerado que uma eventual empresa que comercialize Títulos de Capitalização apenas comercializaria um tipo de produto. Ora, este pressuposto é uma hipótese simplificadora. Os Títulos de Capitalização são, em regra, uma combinação de aforro e lotaria e, logo, permitem uma grande variedade de soluções. A combinação de vários produtos deve concorrer no sentido de preencher a mesma série de “números da sorte” e assim mitigar o risco de sorteio. No entanto, uma gama diversificada de Títulos de Capitalização obriga a uma gestão do risco de sorteio mais elaborada uma vez que, por exemplo, produtos de maturidade diferentes têm necessariamente padrões de resgate diferentes.

A respeito do esquema de carregamentos dos Títulos, o modelo pressupõe carregamentos periódicos de 25€. No entanto, podemos pensar tanto em outros preços de forma a cativar outro tipo de aforradores, como em um método de “pagamento único”, ou ainda numa combinação de ambos (prémio único e pagamentos periódicos). Esta última solução seria interessante e permitiria fazer face a maiores custos, por exemplo, de aquisição.

Na componente de prémios, existem também outras soluções interessantes, como por exemplo, sortear para 3º prémio “números da sorte” contribuindo com isso para a permanência dos Títulos em carteira. Outra hipótese neste âmbito seria a de diferenciar sorteios, habilitando ocasionalmente os clientes a prémios superiores. Uma outra solução seria a de associar os Títulos de Capitalização a, por exemplo, um crédito à habitação, habilitando o cliente à dedução automática de uma ou mais prestações.

A parametrização que testámos nesta dissertação impõe algumas observações sobre os elementos retorno dos activos, dividendos e custos de gestão.

Começando pelo último, é razoável assumir que uma quota-parte do montante destinado a custos de gestão deveria ser entregue à Santa Casa de Misericórdia pois em Portugal, e a exemplo do Brasil, seria a Santa Casa da Misericórdia a promotora dos sorteios (e porventura a principal parceira).

No que respeita aos pressupostos assumidos quanto ao retorno dos activos, apresentámos também uma hipótese simplificadora, que a taxa de retorno seria constante. Com efeito, este elemento é crucial em ordem a completar o estudo que iniciámos e só recorrendo a uma análise actuarial aos movimentos de caixa podemos concretizar se a taxa que assumimos é mais ou menos realistas.

Sobre a componente de dividendos, o modelo assume que estes apenas são pagos aos investidores quando o capital da empresa supera o capital inicialmente investido. No entanto, como verificámos em todos os casos testados, este pressuposto é claramente conservador a partir de determinada altura da “vida da empresa” (veja-se por exemplo a figura 6) uma vez que o capital se mantém predominantemente crescente (se dele excluirmos o efeito do pagamento de dividendos) após a primeira fase de decréscimo. A questão que então se coloca é saber qual o capital necessário para assegurar a solvência neste período de maturidade da empresa. Para realizar este estudo,

o elemento “carteira” ganha uma especial relevância pelo que se torna crucial realizar estudos a perturbações que nela possam existir quer perturbações ao nível de resgates como também por perturbações ao nível de entradas de novos clientes que, como concluímos no nosso estudo, afectam severamente o capital da empresa.

Apesar das limitações do modelo que acima exposemos, terminamos este trabalho de final de mestrado convencidos que os Títulos de Capitalização podem ganhar o seu lugar no mercado de poupança Português.

Referências Bibliográficas

Adams, A.A., Booth, P.M., Bowie, D.C. e Freeth, D.S. (2003). Investment Mathematics. Wiley

Amador, P. (2002). Capitalização – Uma história de prosperidade. Grupiara

Carvalho, M.E., Matias, R. e Silva, E.G. (2006). Capitalização: histórico, conceitos e perspectivas. Pires Santos – Funenseg

Cavalcanti, F.Q.B. (2007). Títulos de Capitalização. MP Editora

Chambers, J.M.(2009). Software for data analysis: Programming with R. Springer

Sokolowski, J.A. e Banks, C.M.(2009). Principles of Modeling and Simulation: A Multidisciplinary Approach. Wiley

Lista de símbolos

i Indicador de tempo medido em semanas

Movimentos de carteira

C_i Carteira no final do período ou da semana i

n_i Número de Títulos presentes na carteira no final do período i

m_t Momento em que o t -ésimo título presente em i foi subscrito

s_t Número de sorteio atribuído ao t -ésimo título presente em i

C^*_i Carteira no início do período ou da semana i

N_{novos_i} Número de novos clientes no período i . Consiste numa variável aleatória que define o número de entradas.

X_t Variável aleatória que determina se a t -ésima apólice permanece ou sai da carteira

ps Persistência - Indica, em termos médios, a percentagem de Títulos entrados em m_t que permanece em carteira no final da sua vigência.

$i - m_t$ Representa a antiguidade do t -ésimo título em carteira. Se pretendermos a antiguidade no momento final do período há que lhe somar 1

Movimentos financeiros

r Taxa de retorno dos capitais da seguradora.

rg Juro garantido sobre as entregas dos clientes

p Valor de carregamento - Valor a ser pago pelos subscritores periodicamente.

c Custos - percentagem a aplicar a p destinado a custos

vr_t Valor do resgate da t-ésima apólice

rm_{i-m_t} Reserva matemática do t-ésimo Título

pn_{i-m_t} Taxa de penalização do t-ésimo Título

Sesperado – Corresponde ao valor esperado dos custos semanais com sorteios.

fr_{i-m_t} Fundo de resgate

IRR Taxa de esforço

$dc_{maturidade}$ Valor do depósito concorrente na maturidade

rc Taxa de juro anual do depósito concorrente

Sorteios:

m_1	Valor monetário do 1º Prémio
m_2	Valor monetário do 2º Prémio
m_3	Valor monetário do 3º Prémio

Div_i Dividendo do período i entregue a accionistas

RAI_i Resultado operacional do exercício

Capitais Próprios

$Capital_i$ Montante em Capitais Próprios no período i

U_i Montante em Activos no período i

RM_i Reservas matemáticas da carteira

Avaliação de investimentos

VAL Valor Actualizado Líquido

Anexos

Anexo A

Títulos de Capitalização a 2 anos (penalizações)

Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.
1	3,43%	21	3,83%	41	3,01%	61	2,11%	81	1,18%	101	0,23%
2	3,86%	22	3,82%	42	2,97%	62	2,05%	82	1,11%	102	0,15%
3	4,30%	23	3,82%	43	2,92%	63	1,99%	83	1,04%	103	0,08%
4	4,73%	24	3,81%	44	2,88%	64	1,93%	84	0,97%	104	0,00%
5	4,04%	25	3,68%	45	2,84%	65	1,93%	85	0,99%		
6	4,21%	26	3,66%	46	2,79%	66	1,87%	86	0,92%		
7	4,38%	27	3,64%	47	2,74%	67	1,80%	87	0,85%		
8	4,55%	28	3,63%	48	2,69%	68	1,74%	88	0,78%		
9	4,12%	29	3,52%	49	2,66%	69	1,74%	89	0,80%		
10	4,20%	30	3,49%	50	2,61%	70	1,68%	90	0,73%		
11	4,28%	31	3,47%	51	2,55%	71	1,61%	91	0,66%		
12	4,37%	32	3,44%	52	2,50%	72	1,55%	92	0,58%		
13	4,06%	33	3,36%	53	2,48%	73	1,56%	93	0,61%		
14	4,10%	34	3,32%	54	2,42%	74	1,49%	94	0,54%		
15	4,14%	35	3,29%	55	2,37%	75	1,42%	95	0,46%		
16	4,18%	36	3,25%	56	2,31%	76	1,36%	96	0,39%		
17	3,96%	37	3,19%	57	2,30%	77	1,37%	97	0,42%		
18	3,97%	38	3,15%	58	2,24%	78	1,30%	98	0,34%		
19	3,98%	39	3,11%	59	2,18%	79	1,23%	99	0,27%		
20	4,00%	40	3,07%	60	2,12%	80	1,16%	100	0,20%		

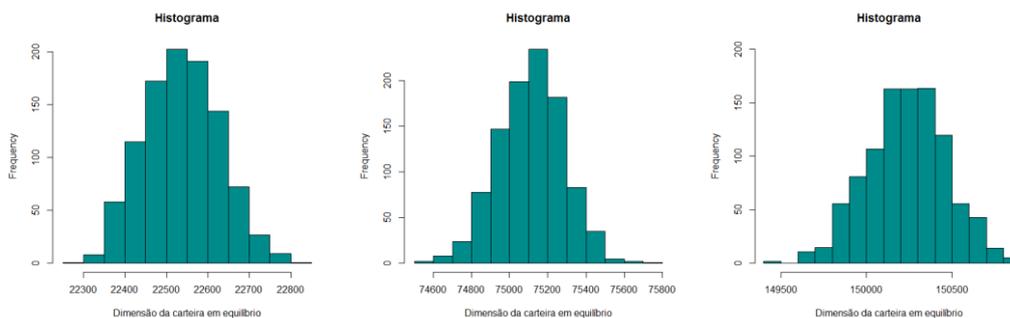
Títulos de Capitalização a 5 anos (penalizações)

Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.
1	4,26%	21	6,97%	41	6,68%	61	6,19%	81	5,63%	101	5,06%
2	5,52%	22	7,13%	42	6,74%	62	6,21%	82	5,64%	102	5,05%
3	6,78%	23	7,29%	43	6,80%	63	6,23%	83	5,64%	103	5,03%
4	8,05%	24	7,45%	44	6,86%	64	6,25%	84	5,64%	104	5,02%
5	6,12%	25	6,95%	45	6,59%	65	6,08%	85	5,52%	105	4,94%
6	6,73%	26	7,08%	46	6,64%	66	6,10%	86	5,52%	106	4,93%
7	7,33%	27	7,21%	47	6,69%	67	6,11%	87	5,52%	107	4,91%
8	7,93%	28	7,34%	48	6,74%	68	6,13%	88	5,52%	108	4,90%
9	6,67%	29	6,90%	49	6,49%	69	5,97%	89	5,41%	109	4,82%
10	7,05%	30	7,01%	50	6,53%	70	5,98%	90	5,40%	110	4,80%
11	7,43%	31	7,11%	51	6,57%	71	6,00%	91	5,40%	111	4,79%
12	7,81%	32	7,22%	52	6,61%	72	6,01%	92	5,40%	112	4,78%
13	6,88%	33	6,84%	53	6,39%	73	5,86%	93	5,29%	113	4,70%
14	7,15%	34	6,92%	54	6,43%	74	5,87%	94	5,28%	114	4,68%
15	7,42%	35	7,01%	55	6,46%	75	5,88%	95	5,28%	115	4,67%
16	7,69%	36	7,10%	56	6,49%	76	5,89%	96	5,27%	116	4,65%
17	6,96%	37	6,76%	57	6,29%	77	5,75%	97	5,17%	117	4,58%
18	7,16%	38	6,83%	58	6,32%	78	5,75%	98	5,16%	118	4,56%
19	7,37%	39	6,90%	59	6,35%	79	5,76%	99	5,16%	119	4,54%
20	7,57%	40	6,98%	60	6,37%	80	5,76%	100	5,15%	120	4,53%
Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.	Semana de resgate	% da reserva mat.
141	3,85%	161	3,23%	181	2,60%	201	1,96%	221	1,31%	241	0,66%
142	3,82%	162	3,20%	182	2,56%	202	1,92%	222	1,27%	242	0,62%
143	3,80%	163	3,17%	183	2,53%	203	1,89%	223	1,23%	243	0,58%
144	3,77%	164	3,14%	184	2,50%	204	1,85%	224	1,19%	244	0,53%
145	3,73%	165	3,10%	185	2,47%	205	1,83%	225	1,18%	245	0,53%
146	3,70%	166	3,07%	186	2,44%	206	1,79%	226	1,14%	246	0,49%
147	3,67%	167	3,04%	187	2,40%	207	1,76%	227	1,10%	247	0,44%
148	3,65%	168	3,01%	188	2,37%	208	1,72%	228	1,06%	248	0,40%
149	3,60%	169	2,98%	189	2,34%	209	1,70%	229	1,05%	249	0,40%
150	3,57%	170	2,95%	190	2,31%	210	1,66%	230	1,01%	250	0,35%
151	3,55%	171	2,91%	191	2,27%	211	1,63%	231	0,97%	251	0,31%
152	3,52%	172	2,88%	192	2,24%	212	1,59%	232	0,93%	252	0,27%
153	3,48%	173	2,85%	193	2,22%	213	1,57%	233	0,92%	253	0,27%
154	3,45%	174	2,82%	194	2,18%	214	1,53%	234	0,88%	254	0,22%
155	3,42%	175	2,79%	195	2,14%	215	1,50%	235	0,84%	255	0,18%
156	3,39%	176	2,75%	196	2,11%	216	1,46%	236	0,80%	256	0,13%
157	3,35%	177	2,73%	197	2,09%	217	1,44%	237	0,79%	257	0,13%
158	3,32%	178	2,69%	198	2,05%	218	1,40%	238	0,75%	258	0,09%
159	3,29%	179	2,66%	199	2,02%	219	1,37%	239	0,71%	259	0,04%
160	3,27%	180	2,63%	200	1,98%	220	1,33%	240	0,67%	260	0,00%

Anexo B: Dimensão da carteira em equilíbrio

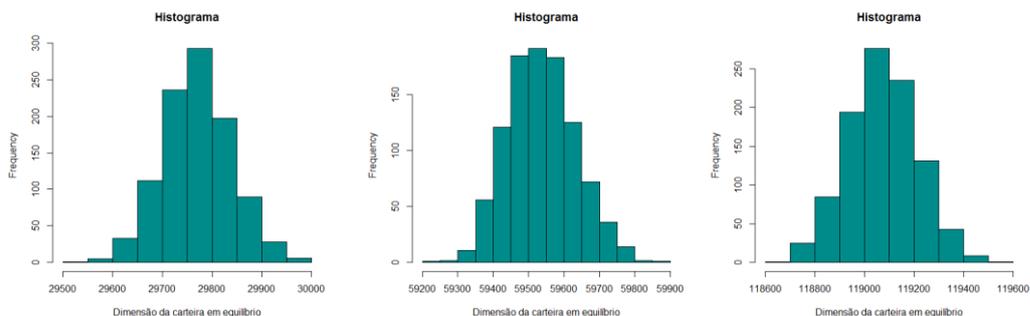
Procedeu-se à simulação de 1000 réplicas apenas da componente de carteira:

Títulos de Capitalização a 5 anos:



Legenda: número de Títulos em carteira em equilíbrio. Da esquerda para a direita por volume de entradas de novos clientes:150,500,1000)

Títulos de Capitalização a 2 anos:



Legenda: número de Títulos em carteira em equilíbrio. Da esquerda para a direita por volume de entradas de novos clientes:500,1000,2000)

Anexo C

Código R

```
Pinsolv<-0.1
icapital<-0
capinic<-500000
maxPinsolv<-0.02
while(Pinsolv==0|Pinsolv>=maxPinsolv){
#####Parametros + NumeroReplicas + Simulações
  #numero de simulações
  corr<-1000
  NR=300

  #Parametros
  carencia<-0
  maturidade<-260
  capinic<-capinic-0.98*min(icapital,na.rm=TRUE)
  lambda<-1000
  preco<-25
  percentcustos<-0.03
  r<-0.05
  rgar<-0.01

  ##premios
  conc=0.03
  prob1<-1/1000000
  prob2<-99/1000000
  prob3<-(1000-99-1)/1000000
  perc1<-0.15
  perc2<-0.25
  perc3<-0.6

#####Objectos
  receb<-1
  custos<-1
  pagsorteio<-1
  U<-1
  resgates<-0
  dimcarteira<-0
  numssorte=0:999999
  Nnovos<-0
  nsorte<-0
  Y1<-0
  sorteios<-0
  penal<-0
  reservamat<-0
  rai<-0
  capital<-0
  iU=matrix(NA,nrow=NR,ncol=corr,byrow=TRUE)
  irai=matrix(NA,nrow=NR,ncol=corr)
  icapital=matrix(NA,nrow=NR,ncol=corr)

#####Calculos preliminares

  #Prêmios em sorteio
  a<-c(1:maturidade)
  b<-a%%4
  c<-ifelse(b==1,1,0)
  d<-sum(preco*c*(1+conc/52)^(maturidade+1-a))
  e<-function(x){
    sum(preco*c*(1+rgar/52)^(maturidade+1-a)+x*(1+rgar/52)^(maturidade-a))-d
  }
  f<-uniroot(e,c(0,2),tol=0.0001)$root
  esorteio<-f
  m1<-perc1*f/prob1
```

```

m2<-perc2*f/prob2
m3<-perc3*f/prob3

#####Funções
recebi<-function(X,i){
  a<-i%%4 #pode ser 1 2 3 4

  length(X[(X%%4)==a])
}

resgati=function(X,i){
  theta=0*((i-X)<=(carencia-1))+(1-0.3^(1/(maturidade-1)))*(((i-X)>(carencia-1))&((i-X)<(maturidade-1)))+1*((i-X)>=(maturidade-1))

  (1-rbinom(length(X),1,theta))
}

valorresgates=function(X,i){
a<-c(1:maturidade)
b<-a%%4
c<-ifelse(b==1,1,0)
d<-sum(preco*c*(1+rgar/52)^(maturidade+1-a))

h<-0
j<-0
j[1]=preco*c[1]*(1+rgar/52)
for(g in 2:maturidade){
j[g]=(j[g-1]+preco*c[g])*(1+rgar/52)
}
sum(j[i-X+1])

}

pn<-function(X,i){
a<-c(1:maturidade)
b<-a%%4
c<-ifelse(b==1,1,0)
d<-sum(preco*c*(1+rgar/52)^(maturidade+1-a))
e<-function(x){
sum(preco*c*(1+x/52)^(maturidade+1-a)-percentcustos*preco*c*(1+x/52)^(maturidade-a)
-esorteio*(1+x/52)^(maturidade-a))-d
}
F<-uniroot(e,c(0,0.1),tol=0.000001)$root

h<-0
j<-0
k<-0
h[1]<-preco*c[1]*(1+F/52)-percentcustos*preco*c[1]-esorteio
j[1]=preco*(1+rgar/52)

for(g in 2:maturidade){
h[g]=(h[g-1]+preco*c[g])*(1+F/52)-percentcustos*preco*c[g]-esorteio
j[g]=(j[g-1]+preco*c[g])*(1+rgar/52)
}
l<-(1-h/j)
sum(j[i-X+1]*l[i-X+1])
}

sorteio=function(X,Y){
  sorte1=length(X[X==Y])
  sorte2=length(X[X%%10000==Y%%10000])
  sorte3=length(X[X%%1000==Y%%1000])
  p3=m3
  p2=m2-m3
  p1=m1-m2

```

```

                (sorte1*p1+sorte2*p2+sorte3*p3)
            }
#####Simulações
for(j in 1:NR){

  Nnovos[1]<-rpois(1,lambda)
  nlivres=0:999999
  nsorte=nlivres[1:Nnovos[1]]
  Cstar=cbind(1,nsorte)

  receb[1]=preco*Nnovos[1]
  custos[1]=percentcustos*receb[1]
  dimcarteira[1]=Nnovos[1]
  Y1[1]=sample(0:999999,1,replace=TRUE)
  pagsorteio[1]=sorteio(Cstar[,2],Y1[1])
  resg=resgati(Cstar[,1],1)
  C=Cstar[resg>0,]
  resg1=Cstar[resg==0,1]
  nlivres=c(Cstar[resg==0,2],nlivres[(Nnovos[1]+1):999999])
  penal[1]=pn(resg1,1)
  resgates[1]=valorresgates(resg1,1)-penal[1]

  reservamat[1]=receb[1]*(1+rgar/52)-resgates[1]-penal[1]
  U[1]=(capinic+receb[1])*(1+r/52)-custos[1]-pagsorteio[1]-resgates[1]
  capital[1]=U[1]-reservamat[1]

  for(i in 2:corr){
    Nnovos[i]=rpois(1,lambda)
    nsorte=nlivres[1:Nnovos[i]]
    Cstar=rbind(C,cbind(i,nsorte))
    receb[i]=recebi(Cstar[,1],i)*preco
    custos[i]=percentcustos*receb[i]
    Y1[i]=sample(0:999999,1,replace=TRUE)
    pagsorteio[i]=sorteio(Cstar[,2],Y1[i])
    resg=resgati(Cstar[,1],i)
    C=Cstar[resg>0,]
    resg1=Cstar[resg==0,1]
    nlivres=c(Cstar[resg==0,2],nlivres[(Nnovos[i]+1):999999])
    penal[i]=pn(resg1,i)
    resgates[i]=valorresgates(resg1,i)-penal[i]

    dimcarteira[i]=length(C[,1])

    reservamat[i]=(reservamat[i-1]+receb[i])*(1+rgar/52)-resgates[i]-penal[i]
    rai[i]=ifelse(i%52>0,0,max((U[i-1]+receb[i])*(1+r/52)-resgates[i]-capinic-reservamat[i]-
custos[i]-pagsorteio[i],0))

    U[i]=(U[i-1]+receb[i])*(1+r/52)-custos[i]-pagsorteio[i]-resgates[i]-rai[i]
    capital[i]<-U[i]-reservamat[i]
  }

  iU[j,]=U
  irai[j,]=rai
  icapital[j,]=capital
}
Pinsolv=length(which(apply(icapital,1,min)<=0))/NR
}

```