



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

**MESTRADO EM
GESTÃO E AVALIAÇÃO IMOBILIÁRIA**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO**

**ABORDAGEM DE OPÇÕES REAIS: A OPÇÃO DE
DESENVOLVIMENTO E O VALOR DE TERRENO**

**FREDERICO LUÍS FERREIRA LOPES CAMACHO
MONDRIL**

SETEMBRO-2014



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

**MESTRADO EM
GESTÃO E AVALIAÇÃO IMOBILIÁRIA**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO
DISSERTAÇÃO**

**ABORDAGEM DE OPÇÕES REAIS: A OPÇÃO DE
DESENVOLVIMENTO E O VALOR DE TERRENO**

**FREDERICO LUÍS FERREIRA LOPES CAMACHO
MONDRIL**

ORIENTAÇÃO:

**PROFESSORA DOUTORA INÊS GALVÃO TELES FERREIRA DA
FONSECA PINTO**

SETEMBRO-2014



Resumo

A comumente aceite abordagem do valor atualizado líquido para a avaliação de ativos imobiliários e investimentos imobiliários pode não ser a mais adequada por não captar as incertezas dos investimentos. Por outro lado, a abordagem do valor atualizado líquido ignora a flexibilidade de gestão. Em propriedades para a promoção imobiliária esta flexibilidade materializa-se na decisão de início da promoção, no faseamento da promoção, no abandono da promoção, entre outros graus de liberdade. Uma abordagem alternativa, que permita incorporar no valor da propriedade esta flexibilidade e a incerteza quanto ao preço de venda e o custo de desenvolvimento, usa as opções reais para a avaliação destes ativos. Esta tese utiliza a estrutura teórica de *option-pricing* para avaliar a opção real de desenvolvimento e a opção de diferimento da promoção em terrenos do mercado imobiliário de Lisboa. Neste estudo, identifica-se um prémio da opção de desenvolvimento, que valorize a opção de diferimento, com valor médio de 27,38%.

Palavras-Chave: Opção Real; Valor do terreno; Promoção imobiliária; Avaliação de investimento; Opção de desenvolvimento; Opção de diferimento.



Abstract

Well accepted Net Present Value approach to investment valuation might not be the most appropriate one as it does not capture future uncertainty. In addition, Net Present Value approach ignores management flexibility. Examples of Management flexibility applied to urban land parcels are decision about developing or not, the timing of developing, postponing or not, among other options. An alternative approach considers real options and option-pricing models to evaluate it, capturing the effect of uncertainty of future costs and prices and management flexibility. This thesis uses an option-pricing theoretical model to determine development option and option to delay of Lisbon urban land. In this research, the estimated delay premium embedded in development option has an average value of 27,38%.

Keywords: Real option; Land value; Real estate development; Investment analysis; Development option; Option to delay.



SETEMBRO-2014

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS	6
LISTA DE SIGLAS	8
1. INTRODUÇÃO	9
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
3. METODOLOGIA E DADOS	17
4. ANÁLISE DE RESULTADOS	34
5. CONCLUSÕES	41
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43



Índice de Tabelas

Tabela 1. Analogia entre Opções Reais e Financeiras	13
Tabela 2. Estatística das Características Observadas nas Avaliações da Amostra de Terrenos	17
Tabela 3. Distribuição das Avaliações do Terrenos por Coeficiente de Localização	17
Tabela 4. Vinte Características mais utilizadas em equações hedónicas do preço	24
Tabela 5. Cinco Principais Características mais utilizadas em equações hedónicas do preço por categoria	25
Tabela 6. Estatística das Características Observadas nas Avaliações da Amostra de Prédios	28
Tabela 7. Distribuição das Observações por Coeficiente de Localização	28
Tabela 8. Resultados da Estimação dos Coeficientes do MRLM	29
Tabela 9. Estimativas de Preços e Custos de Desenvolvimento dos Prédios a Desenvolver	31
Tabela 10. Elasticidade Escala do Preço - Comparação com resultados de Estudos anteriores: Tsekrekos & Kanoutos (2011)/Quigg (1993)/Grovenstein et al. (2010)	34
Tabela 11. Volatilidade implícita e Variância do Preço – Comparação com resultados de Estudos anteriores: Tsekrekos & Kanoutos (2011)/Quigg (1993)/Grovenstein et al. (2010).	35
Tabela 12. Valor da Opção, Valor Intrínseco e Prémio da Opção para os 36 Terrenos	36
Tabela 13. Rácio Preço do Prédio (Z) a Desenvolver por Custo de Desenvolvimento vs Rácio Ótimo (Z*), para cada Terreno da Amostra	37
Tabela 14. Variação de $V(X,P)$ em função da variação das variáveis X, P e ω	38
Tabela 15. Sensibilidade do Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção, por variação do fator de escala do custo (γ)	39



Tabela 16. Sensibilidade do Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção, por variação do coeficiente de rendimento da propriedade por desenvolver (β)	39
Tabela 17. Sensibilidade do Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção, por variação da taxa de juro sem risco (i)	40



Lista de Siglas

CIMI	Código do Imposto Municipal sobre Imóveis
CL	Coefficiente de Localização do Código do Imposto Municipal sobre Imóveis
IMI	Imposto Municipal sobre Imóveis
MRLM	Modelo de Regressão Linear Múltipla
NPV	Net Present Value
OLS	Ordinary Least Squares
OT	Obrigação do Tesouro
ROA	Real Options Approach
VAL	Valor Atualizado Líquido



1. Introdução

Usando dados do mercado imobiliário português, procurou-se com este estudo comprovar que um modelo de avaliação de terrenos seguindo uma abordagem de opções reais, que determina a opção de desenvolvimento imobiliário e incorpora a opção de diferimento do mesmo, é válido. Procurou-se avaliar que este modelo de avaliação permite acrescentar ao valor determinado em resultado da aplicação dos tradicionais modelos de avaliação, *net present value* (NPV), a flexibilidade da decisão do *timing* de desenvolvimento.

Parece evidente que um modelo que incorpore a flexibilidade que a gestão comporta, utilizando a incerteza futura em benefício do detentor da opção de desenvolvimento imobiliário, condicionando as ações futuras, deverá ter maior poder explicativo face a modelos baseados em NPV. Estudos recentes têm demonstrado que modelos baseados em NPV conduzem a decisões não-ótimas porque não consideram o valor de diferimento da promoção imobiliária visto este valor ser perdido assim que a opção de desenvolvimento é exercida. É este valor temporal, prémio da opção de desenvolvimento, que se procura igualmente identificar.

A validação da capacidade de utilização de um modelo de determinação do preço de um terreno que se pretende avaliar seguindo a abordagem das opções reais, contribui para a validação da capacidade de aplicação da abordagem das opções reais na valorização de ativos imobiliários, servindo de instrumento para a tomada de decisões de investimento e futuramente a utilização em outras opções que venham a ser identificadas em ativos imobiliários.

Procedeu-se à comparação do valor teórico da opção (Land Value), valor intrínseco (valor do investimento utilizando metodologia de discounted cash flows) e o valor de mercado recolhido. Através de um modelo em horizonte infinito e em tempo contínuo baseado no trabalho de Williams (1991) e nas previsões de Titman (1985), sustentado no princípio de que o investidor é proprietário de um terreno por desenvolver ou subdesenvolvido e, dependendo das regulamentações aplicáveis, este pode decidir a data e a densidade do desenvolvimento do terreno. Assim, a titularidade do terreno é aquela que confere o direito à opção de desenvolvimento e permite a decisão da data de execução da mesma. Aplicando a lógica de *option-pricing*, sendo o ativo subjacente o empreendimento a



desenvolver no terreno (edifício a construir), determinou-se o valor da opção de desenvolvimento que o terreno consubstancia, procurando-se identificar a existência de um prémio temporal que representará o prémio para o não exercício imediato da opção de desenvolvimento, ou seja, a valorização da opção de diferimento que o titular do terreno detém.

Este modelo é a replicação do utilizado nas investigações empíricas de Quigg (1993), Grovenstein et al. (2010) e Tsekrekos & Kanoutos (2011). Estimou o preço do ativo subjacente, edifício a construir nos terrenos que constituem a amostra de terrenos avaliados, com base num modelo hedónico estimado a partir da regressão de uma amostra de avaliações de edifícios concelho de Oeiras e Cascais.

Estimados os valores dos prédios a desenvolver em cada terreno, determinou-se utilizando o modelo teórico de valorização da opção de desenvolvimento (*option-pricing model*) o valor teórico da opção de desenvolvimento, o valor intrínseco desta opção e o prémio da opção de desenvolvimento determinado pelo valor relativo da diferença entre o valor da opção e o seu valor intrínseco face ao valor da opção.

Utilizada uma amostra de 36 terrenos com potencial construtivo, identificou-se um prémio da opção de desenvolvimento (opção de diferimento) em todos os valores das opções de desenvolvimento determinadas. O valor médio da opção determinada foi de 27,38%, variando entre 20,33% e 34,48%.

Os resultados apontam para a importância da avaliação e análise de investimento de um ativo imobiliário que detenha a opção de desenvolvimento e valorize a opção de diferimento do desenvolvimento imobiliário.

No capítulo METODOLOGIA E DADOS analisa-se a estrutura teórica e o modelo teórico no qual se trabalha e os dados utilizados. No capítulo ANÁLISE DE RESULTADOS procede-se à análise crítica dos resultados obtidos, comparação com resultados dos estudos replicados e com a teoria subjacente. Por ultimo, em CONCLUSÕES, enquadra-se os resultados, a importância do estudo e o interesse de estudos futuros.



2. Revisão Bibliográfica

Uma opção financeira é um produto financeiro derivado pois o seu valor depende do valor de uma outra variável, designada de variável subjacente. A variável subjacente pode ser o valor de um ativo, de um índice, de uma taxa de juro ou da quantidade de chuva que cai. Uma opção confere o direito, sem a obrigação, de adquirir (*call option*) ou vender (*put option*), algo (ativo subjacente), por um preço pré-definido (*strike price*), no prazo (*European option*), ou até ao prazo estabelecido (*American option*).

Desde a apresentação da fórmula para a valorização de warrants deduzida e apresentada por Bachelier (1900) segundo a qual um warrant cresce proporcionalmente à raiz quadrada do tempo para a maturidade, muitos trabalhos foram sendo apresentados, contribuindo para a evolução da teoria e aplicações desta. Um dos mais relevantes pontos da investigação sobre a teoria das opções resulta da apresentação dos trabalhos de Black & Scholes (1973) e Merton (1973), nos quais é apresentado um modelo de equilíbrio de avaliação de opções posteriormente desenvolvido respetivamente pelos primeiros e segundo. Em ambos os artigos por estes publicados, foram apresentados modelos de mercado sem fricção (complete friction-free market) em tempo contínuo onde o ativo subjacente segue uma dinâmica geométrica browniana (geometric brownian motion).

No entanto, as ferramentas matemáticas empregues no artigo de Black & Scholes (1973) e no artigo de Merton (1973) são muito complexas acabando por ocultar a teoria económica subjacente. Cox et al. (1979) aplicam uma fórmula de avaliação de opções em tempo discreto, utilizando princípios matemáticos elementares para o seu desenvolvimento. A partir desta abordagem, assumindo determinadas condições fronteira, deduzem a fórmula de Black & Scholes (1973).

Gestores e académicos reconhecem, como registado em vários artigos e transmitido por Luehrman (1998), Dixit & Pindyck (1995) ou Myers (1984), que os critérios utilizados pelos métodos tradicionais de avaliação de investimentos, *discounted cash flows* (DCF), muitas vezes subvalorizavam as oportunidades de investimento, conduzindo a tomadas de decisão ineficientes, ao subinvestimento e eventuais perdas de competitividade, pois, ou ignoravam ou não valorizavam corretamente importantes considerações estratégicas. A maioria das escolas de negócio e universidades ensinam aos futuros gestores uma regra simples que se aplica a estes problemas. Determina-se o valor atual líquido (VAL) do



investimento, a partir da diferença entre o valor atual dos cash inflows e cash outflows. Se o VAL for superior a zero, a regra diz-nos que devemos prosseguir com o investimento. No entanto, segundo Dixit & Pindyck (1995) este princípio básico está incorreto. A regra do VAL é fácil de ser aplicada, no entanto está construída em pressupostos limitados porque assume um de dois cenários: O investimento é reversível (por outras palavras, caso as condições de mercado se venham a revelar piores do que o esperado, a decisão pode de alguma forma ser desfeita e as despesas realizadas podem ser recuperadas se as condições de mercado forem piores das que as esperadas); O investimento é irreversível, sendo uma condição de agora ou nunca (se a empresa não realizar o projeto agora, irá perder a oportunidade de realizar no futuro).

Pese embora alguns projetos de investimento caiam no primeiro cenário, tal não acontece com a maioria. Na maioria dos casos, os investimentos são irreversíveis mas passíveis de serem adiados. Segundo Dixit & Pindyck (1995), *“Um conjunto crescente de investigações mostram que a capacidade de adiar uma despesa irreversível de investimento pode afetar significativamente a decisão de investimento”*. Num diferente abordagem crítica, Brennan & Schwartz (1985) consideram que a desconsideração da natureza estocástica dos preços da produção e da capacidade de reação da gestão à variação do preço são as principais deficiências da regra do VAL. Segundo Brennan & Schwartz (1985), enquanto a consideração da incerteza nos preços da produção não é relevante em investimentos nos quais os preços são previsíveis, torna-se crucial naqueles onde a variação é relevante. Nestes casos, a substituição da distribuição dos preços futuros pelo seu valor esperado torna provável o surgimento de erros no cálculo dos valores esperados dos cash-flows e da taxa de desconto apropriada e consequentemente conduzir a decisões de investimento sub-óptimas. Myers (1984) publica um estudo no qual apresenta limitações do método dos DCF identificando o afastamento entre a teoria financeira e o planeamento estratégico cuja aproximação recomenda que seja realizada através da extensão da análise englobando a abordagem das opções reais.

Sustentando a sugestão está um trabalho de Myers (1977) no qual introduz o conceito de opção real. O conceito genérico de opção real é definido considerando um investimento como uma opção que pode ser exercida, ou não ser exercida, no momento presente ou no futuro. De uma forma abrangente é descrito por Dixit & Pindyck (1995) que uma opção real é a flexibilidade que um gestor detém para tomar decisões em relação a um ativo real.

À medida que vai detendo novos dados, podem tomar decisões que influenciam positivamente o valor final do projeto. As questões com que se deparam habitualmente os gestores são: Qual o momento certo para investir, abandonar ou suspender temporariamente um projeto, de modificar as características operacionais do projeto ou, ainda, trocar um ativo por outro. Neste contexto, o projeto de investimento pode ser definido como um conjunto de opções reais sobre um ativo real, que é o projeto. Em síntese, como descrito por Busby & Pitts (1997), a metodologia DCF negligencia o valor da flexibilidade da gestão para reagir a novos dados e informação que se vai recolhendo, como por exemplo o valor de poder redimensionar um projeto que se revelou mais rentável do que previsto ou o valor de poder encerrar um negócio não lucrativo ou ainda adiar o arranque de um investimento, entre outros. Todas estas formas de flexibilidade conferem à gestão a opção de alterar o investimento. Esta opção será exercida sempre que se verifique ser do interesse da firma. Como estas formas de flexibilidade na gestão de uma firma sobre os seus ativos se assemelham a opções financeiras quer estas sejam uma *put option* ou uma *call option*, essa flexibilidade em investimentos em ativos reais passou a designar-se de opções reais.

Luehrman (1998) faz a analogia entre as terminologias e simbologias das opções financeiras, no caso para uma *call option*, e opções reais, projeto de investimento, que se resume na tabela seguinte:

Tabela 1. Analogia entre Opções Reais e Financeiras

Mapping an Investment Opportunity onto a Call Option		
Investment Opportunity	Variable	Call Option
Present value of project's operating assets to be acquired	S	Stock price
Expenditure required to acquire the project assets	X	Exercise price
Length of time the decision may be deferred	t	Time to expiration
Time value of money	r_f	Risk-free rate of return
Riskiness of the project assets	σ^2	variance of returns on stock

Fonte: Luehrman (1998)

Trigeorgis (1993) categoriza as opções reais em sete classes em função de diferentes flexibilidades: Opção de diferimento, opção de faseamento, opção de alteração da escala, opção de abandono, opção de alteração, opção de crescimento e opção de interação.



Lander e Pinches (1998) analisam a implementação prática da abordagem das opções reais. Fazem uma revisão de diferentes tipos de problemas de investimento que foram modelados recorrendo à análise de opções reais e uma descrição das opções reais que foram modeladas.

A aplicação da *Real Options Approach* (ROA) no imobiliário tem uma história longa de onde destacamos a aplicação que Titman (1985) realiza do modelo binomial de avaliação de opções de Cox et al. (1979) para demonstrar a relação entre valor do terreno, risco do mercado de edifício e promoção ótima e que Williams (1991) desenvolve introduzindo o custo de construção como nova fonte de incerteza. Nesse trabalho, Williams (1991) identifica e avalia a opção de abandono que um proprietário detém e pode exercer. Capozza e Helsley (1990) aplicam a ROA para analisar o impacto do crescimento e da incerteza nas rendas no valor dos terrenos e no *timing* de conversão de terrenos agrícolas em urbanos. Outra aplicação da ROA no imobiliário foi realizada por Clark & Reed (1988) para analisar a opção de escolha da densidade de um projeto imobiliário. Geltner et al. (1996) analisam o valor de uma opção de promoção imobiliária considerando o uso alternativo do terreno. Childs et al. (1996) analisam a avaliação de terrenos em contexto de rendas incertas e de possibilidade de constituir mix ótimo de usos da área a desenvolver (comércio, serviços, industrial, hotelaria, entre outros), de entre dois usos possíveis. A ROA tem igualmente sido aplicada na avaliação de decisões operacionais com as quais a gestão é confrontada durante a operação de edifícios e que podem ser caracterizadas como opções reais como é o caso da realização de intervenção de melhoramento no imóvel com o objetivo de colocar no mercado. Grenadier (1995), explicita que algumas decisões a que um proprietário é sujeito podem ser caracterizadas como opções reais. Uma das quais é a opção de realizar o melhoramento num ativo imobiliário devoluto para o arrendar, que corresponde a uma opção do titular da propriedade em exercer o valor atual das rendas futuras do ativo arrendado e o *strike price* o custo dos melhoramentos necessários realizar para arrendar o ativo.

Grenadier (1995) aplica a ROA na definição do valor de uma locação, equiparando o valor da locação de um ativo por um período T a um *portfolio* que simultaneamente adquire o ativo e emite (writes) uma *call option* com maturidade T e com *strike price* de valor zero. Com este trabalho, Grenadier (1995) fornece um modelo de avaliação de algumas das mais correntes opções incorporadas num contrato de locação como são a



opção de renovação e a opção de cancelamento (*option to renew a lease, option to cancel a lease*). Trigeorgis (1996) apresenta modelo binomial de avaliação de locação contendo simultaneamente várias opções. No mesmo trabalho, realiza a análise numérica para a avaliação de um contrato de arrendamento contendo simultaneamente a opção de cancelamento, a opção de extensão e a opção de compra. Buetow & Albert (1998) desenvolvem modelo baseado numa equação diferencial parcial que resulta da aplicação da ROA para avaliar as opções de renovação e opção de compra contidas num contrato de arrendamento.

Analisando novamente a opção presente na propriedade de terrenos por desenvolver, esta confere, podendo potencialmente edificarem-se edifícios nestes (de rendimento ou para venda), a decisão de desenvolver e, no caso de decidir realizar, quando é ótimo despende o custo da promoção imobiliária inerente para receber o consequente produto da venda ou fluxo de rendimento gerado pelo edifício. Numa perspetiva de avaliação de opções, a titularidade da propriedade é equivalente à detenção de uma opção no valor do edifício a desenvolver. O custo de exercício da opção é o custo da promoção imobiliária ou desenvolvimento. A natureza de opção referente a terreno foi identificado por Titman (1985). No trabalho apresentado, utilizando os métodos aplicados por Black e Scholes (1973) e por Merton (1973) para avaliar opções e outros produtos derivados, usa um modelo em tempo discreto, para demonstrar que a incerteza relativa ao valor de mercado dos edifícios aumenta o valor do terreno e retarda a atividade de promoção imobiliária, concluindo quanto à dimensão ótima do edifício a desenvolver e quanto ao valor do terreno. Enquanto no modelo de Titman (1985), o custo de construção é assumido como sendo constante ao longo do tempo, Williams (1991) introduz no seu estudo o custo de construção como nova fonte de incerteza, considerando que ambos seguem um processo de Weiner (*Geometric Brownian motion*). Williams (1991) conclui igualmente quanto à densidade ótima e timing de desenvolvimento.

Através de um modelo baseado no trabalho de Williams (1991), Quigg (1993) testa o modelo de avaliação de opções utilizando uma amostra vasta de terrenos em Seattle (EUA) e determina o valor da opção (de diferimento do desenvolvimento). Quigg (1993) identifica no valor de mercado um prémio para a opção de diferimento do investimento com o valor médio de 6% na amostra considerada por esta.



Grovenstein et al. (2010) melhoram a abordagem de Quigg (1993) usando dados empíricos para determinar elasticidades do custo de construção. A análise de sensibilidade realizada a este parâmetro revelou que este tem um impacto muito relevante no valor da opção por este ser fundamental da determinação da dimensão ótima do edifício para além de que as elasticidades estimadas empiricamente se revelaram inconsistentes com as assumidas por Quigg (1993). Pese embora estas diferenças, o trabalho apresentado por Grovenstein et al. (2010) conclui que as opções de desenvolvimento são muito similares em amplitude às determinadas por Quigg (1993), ou seja, 1% a 11% do valor do terreno com média de 6,7%.

Tsekrekos & Kanoutos (2011) realizam um trabalho em tudo semelhante ao de Quigg (1993) e ao trabalho de Grovenstein et al. (2010), aplicando o mesmo modelo a transações de terrenos, sendo este o primeiro trabalho a utilizar dados do mercado europeu. Neste trabalho, Tsekrekos & Kanoutos (2011) concluem que a opção de diferimento do desenvolvimento está presente nos valores de mercado (grego) observados.

3. Metodologia e Dados

O presente trabalho utiliza em grande medida o modelo deduzido por Williams (1991) com as suposições realizadas por Quigg (1993) para determinar o valor da opção de desenvolvimento presente nos terrenos que compõem uma amostra de 36 avaliações de terrenos localizados nos concelhos de Cascais e Oeiras nos anos de 2012 e 2013, segundo o princípio de que o titular de uma propriedade detém a opção, sem a obrigação, de desenvolver uma propriedade (prédio) em qualquer momento (opção perpétua) e procurando identificar a valorização da opção de diferimento que a titularidade de um terreno para desenvolvimento imobiliário confere ao seu proprietário.

A amostra de terrenos para os quais se pretende aplicar a abordagem das opções reais para precificar o valor do terreno, opção de desenvolvimento, e avaliar da incorporação da opção de diferimento nesta, tem a estatística que se apresenta nas tabelas 2 e 3.

As avaliações foram recolhidas manualmente da base de dados da consultora REV CONSULTANTS.

Tabela 2. Estatística das Características Observadas nas Avaliações da Amostra de Terrenos

Estatística Descritiva das Características Observadas na Amostra de Terrenos					
Característica	Valor Médio	Valor Máximo	Valor Mínimo	1º Quartil	3º Quartil
Valor de Avaliação (€)	440 493,17	2 500 000,00	26 700,00	108 007,75	209 500,00
Aconstrução (q*) (m2)	269,88	1 120,00	127,00	177,50	273,53
Alote (m2)	970,64	3 720,00	167,00	327,50	1 640,00
Alogradouro (m2)	755,36	3 500,00	108,55	231,25	1 030,75
CL	1,86	3,00	1,20	1,50	2,05

CL - coeficiente de localização do código do imposto municipal sobre imóveis para a localização do edifício da amostra.

Tabela 3. Distribuição das Avaliações do Terrenos por Coeficiente de Localização

Distribuição da Amostra de Terrenos por Coeficiente de Localização				
CL (CIMI)	Nº de Ocorrências	Valor Máximo das Avaliações (€)	Valor Mínimo das Avaliações (€)	Valor Médio das Avaliações (€)
1,2	1	26 700,00	26 700,00	26 700,00
1,4	2	72 000,00	64 500,00	68 250,00
1,5	21	148 800,00	58 400,00	116 061,62
1,91	1	138 600,00	138 600,00	138 600,00
2	2	130 000,00	130 000,00	130 000,00
2,2	1	450 000,00	450 000,00	450 000,00
2,32	1	391 600,00	391 600,00	391 600,00
3	7	2 500 000,00	880 000,00	1 716 722,86
Total	36			

No modelo de Williams (1991), o investidor é proprietário de um terreno por desenvolver ou subdesenvolvido. Dependendo das regulamentações aplicáveis, o investidor pode decidir a data e a densidade do desenvolvimento do terreno. Sendo a titularidade do terreno aquela que confere o direito à opção, a data de aquisição do terreno corresponde ao momento $t=0$. A qualquer data $t \geq 0$, o investidor pode desenvolver o terreno, numa escala e densidade admissíveis e exequíveis, e numa densidade (área de construção por unidade de área de terreno) q que satisfaça a condição $1 \leq q \leq \bar{d}$, sendo \bar{d} a máxima densidade de construção permitida pelos instrumentos de gestão territorial aplicáveis. No modelo de Williams (1991), o desenvolvimento do terreno custa $q^\gamma \cdot X_1$, onde X_1 representa o custo por unidade de superfície construída, e γ é o fator de escala do custo de construção. A propriedade desenvolvida com a densidade q , gera o *net cash inflow* X_2 por unidade de tempo. X_2 representa o *net cash inflow* por unidade de densidade de construção e por unidade de tempo. A propriedade por desenvolver tem o correspondente *net cash inflow* por unidade de tempo $\beta \cdot X_2$, sendo $0 \leq \beta \leq 1$. Tanto o custo de desenvolvimento como o *net cash inflow* evoluem estocasticamente no tempo seguindo um processo de Wiener. Assim temos:

$$dX_i (i = 1, 2) = \mu_i X_i dt + \sigma_i X_i dZ_i, \quad [1]$$

sendo μ_i a taxa de crescimento esperado de X_i e σ_i a variância da taxa de crescimento de X_i .

As evoluções estocásticas do custo de desenvolvimento e do *net cash inflow* podem ser replicadas por portfólios de títulos (*securities*) que são transacionadas continuamente, sem custos de transação num mercado concorrencial perfeito como o mercado de capitais. Neste mercado, há dois *portfolios* de títulos ($i = 1, 2$), tal que o retorno do *portfolio* i são perfeitamente localmente correlacionados¹ com os incrementos estocásticos dZ_i conforme definidos em [1]. Neste caso, a taxa de crescimento esperada ajustada ao risco: $v_i = \mu_i - \lambda_i \sigma_i$ ($i = 1, 2$). Nestes *portfolios*, o excesso de retorno médio por unidade de desvio padrão é uma constante, ou seja, $\frac{(v_i - \mu_i)}{\sigma_i} = -\lambda_i$ é uma constante. Williams (1991) assume que i , taxa de juro sem risco é constante e satisfaz a inequação: $v_2 < i < 1 + v_2$.

¹ *Perfectly locally correlated* conforme descrito por Bradley & Taquq (2004).

O valor da propriedade desenvolvida evolui em função da evolução estocásticas dos net cash inflows. Assim, o valor presente da propriedade será uma função de X_2 : $P(X_2)$. Sendo $P(X_2)$ depende somente da variável X_2 e de vários parâmetros, um portfolio sem risco pode ser construído com a propriedade desenvolvida, P , e o segundo portfolio de títulos, descrito anteriormente. Para garantir a inexistência de arbitragem, este portfolio sem risco deve ter o retorno à taxa de juro sem risco. Assim, tem-se que para $P(X_2)$, deve satisfazer a equação, segundo *Itô's Lemma*:

$$0 = \frac{1}{2} \sigma_2^2 X_2^2 P'' + \nu_2 X_2 P' - iP + qX_2 \quad [2]$$

Como o desenvolvimento é irreversível, a equação [2] deve satisfazer para todos os *net cash inflow* possíveis, ou seja, $X_2 \geq 0$. Para além desta condição, deve satisfazer duas outras condições fronteira: (1) Se a propriedade desenvolvida não gera net cash inflow, $X_2 = 0$, então, seguindo um processo de Wiener, não gerará net cash inflow desse momento em diante. Consequentemente, $P(0) = 0$; (2) Caso a propriedade tenha um multiplicador de rendimento, então o preço por unidade de cash inflow, $P(X_2)/X_2$ deve ser limitado superiormente por uma constante, $0 < \xi < \infty$, tal que $P(X_2) \leq \xi X_2$.

O Valor da propriedade por desenvolver é comandado pela evolução aleatória do custo de construção unitário, X_1 e do cash inflow unitário, X_2 . Condição dos valores presentes $X = (X_1; X_2)$, o valor da propriedade por desenvolver é $V(X)$. Dadas as duas variáveis X_i , um *portfolio* sem risco pode ser construído combinando a propriedade por desenvolver com dois portfolios de títulos, $i = 1, 2$. O retorno de ambos os *portfolios* são perfeitamente correlacionados com os incrementos estocásticos, $dX_i (i = 1, 2) = \mu_i X_i dt + \sigma_i X_i dZ_i$. Uma vez mais, garantindo a inexistência de arbitragem, o retorno do *portfolio* será igual à taxa de juro sem risco, dada por i . Utilizando a lógica de *option-pricing*, aplicando Itô's Lemma, $V(X)$ deve satisfazer a seguinte equação:

$$0 = \frac{1}{2} \sigma_1^2 X_1^2 V_{11} + \sigma_{12} X_1 X_2 V_{12} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 X_2^2 V_{22} + \nu_1 X_1 V_1 + \nu_2 X_2 V_2 - iV + \beta X_2, \quad [3]$$

sendo βX_2 o net cash inflow por unidade de tempo para a propriedade por desenvolver.

A equação diferencial deve satisfazer para todos os valores $X(X_1; X_2)$ para os quais o desenvolvimento da propriedade não é ótimo. A equação diferencial deve satisfazer igualmente as seguintes condições: (1) Considerando as condições estocásticas (Wiener process) de X_1 e X_2 , estes não podem assumir valores negativos; (2) Em consequência de (1) $V(X)$ tem o limite inferior de 0 e o limite superior de $P(X_2)$; (3) Se $X_2 = 0$, então $P(0) = 0$ e $V(X_1, 0) = 0$. Nestas condições, o investidor considera o ponto ótimo e densidade de desenvolvimento que maximiza o valor de mercado da propriedade por desenvolver. Sendo a propriedade desenvolvida no ponto $X = X^* (X_1^*; X_2^*)$ com $q = q^*$, então o seu valor deve ser igual a:

$$V(X^*) = P(X_2^*) - q^{*\gamma} X_1^* \quad [4]$$

O desenvolvimento é ótimo quando $X = X^*$ e $q = q^*$, SSE se verificarem três condições em simultâneo:

$$(1) V_1(X^*) = -q^* \quad \text{e} \quad (2) V_2(X^*) = P'(X_2^*) \quad \text{e} \quad (3) q^* \equiv \arg \max q \{ P(X_2^*) - q^{*\gamma} X_1^* : 1 \leq q \leq \delta^2 \}$$

Na formulação descrita, Williams (1991) resolve o problema da determinação do valor da propriedade por desenvolver construindo a fórmula do valor da propriedade por desenvolver por unidade de custo de construção, conforme se apresenta:

$$\text{Sendo } W \equiv V/X_1 \text{ e } y = X_2/X_1 \text{ então } W(y) = \beta\pi y + \frac{q^*}{(\eta-1)} \left(\frac{y}{y^*}\right)^\eta.$$

Fica evidenciado que o modelo de Williams (1991) assume que o custo de desenvolvimento unitário (X_1) e cash inflow unitário da propriedade a desenvolver (X_2) são as variáveis estocásticas subjacentes, ambas seguindo processos de Wiener. Em Quigg (1993) altera o modelo de Williams (1991) com a assunção que o preço da propriedade desenvolvida e o custo total de construção são as variáveis explicativas. Esta

² δ representa a máxima densidade de construção permitida pelos instrumentos de gestão territorial aplicáveis.

alteração deve-se ao fato de que a informação disponível a Quigg (1993) fornecer dados sobre preços de propriedades e não fornecer dados sobre as rendas geradas pelas propriedades. Assim, o modelo de Quigg (1993) considera que o custo de desenvolvimento, X , é dado por: $X = f + q^\gamma X_1$, representando f os custos fixos, q a área de construção do edifício, γ a elasticidade de escala da construção e X_1 o custo de construção por unidade de área construída, tal como definido nos modelos de Williams (1991)³. Quigg (1993) assume que o custo de desenvolvimento segue a evolução estocástica segundo processo de Wiener (*geometric Brownian motion*) conforme a expressão: $\frac{dX}{X} = \alpha_X dt + \sigma_X dZ_X$ com drift - α_X (coeficiente de tendência) constante e variância - σ_X constante. Assume que o valor da propriedade desenvolvida, P , é observável e dado por: $P = q^\varphi \varepsilon$, onde ε é uma função de outros atributos da propriedade e φ a elasticidade de escala do preço. Tal como o custo de desenvolvimento, o preço da propriedade desenvolvida segue a evolução estocástica segundo processo de Wiener (*geometric Brownian motion*) conforme a expressão: $\frac{dP}{P} = (\alpha_P - X_2)dt + \sigma_P dZ_P$ com drift - α_P (coeficiente de tendência) constante e variância - σ_P constante, onde X_2 representa os pagamentos à propriedade a desenvolver (*cash inflows*). Quigg (1993) faz outros pressupostos: (1) Assume que há uma taxa de juro instantânea sem risco conhecida e constante no tempo; (2) Os proprietários imobiliários são “price-takers”, i.e., sendo apenas um de vários produtores de bens imóveis, não tem poder para fixar o preço a que o produto é vendido; (3) O investimento é irreversível; (4) βP é o rendimento de uma propriedade por desenvolver ou subdesenvolvida. Alterando os drifts de X e P , α_X e α_P , respetivamente para $v_x \equiv \alpha_x - \lambda_x \sigma_x$ e $v_p \equiv (\alpha_P - X_2) - \lambda_p \sigma_p$, onde λ_x e λ_p são parâmetros constantes representando o excesso de retorno médio por unidade de desvio padrão, expressa o valor da propriedade por desenvolver $V(X,P)$ como a solução da equação de avaliação fundamental:

$$0 = \frac{1}{2} \sigma_x^2 X^2 V_{xx} + \sigma_{xp} X P V_{xp} + \frac{1}{2} \sigma_p^2 P^2 V_{pp} + v_x X V_x + v_p P V_p - iV + \beta P, \quad [5]$$

Sendo i a taxa de juro sem risco e sujeita às condições fronteira apropriadas.

³ X_1 representa o custo de desenvolvimento unitário da propriedade a desenvolver e X_2 o cash inflow unitário da propriedade a desenvolver.

Quigg (1993) altera as variáveis $z \equiv P/X$ e $W(z) \equiv V(X, P)/X$ e simplifica a equação

[5] para:

$$0 = \frac{1}{2}\omega^2 z^2 W'' + (v_p - v_x)zW' + (v_x - i)W + \beta z \quad [6]$$

$$\text{onde } \omega^2 = \sigma_x^2 - 2\rho\sigma_x\sigma_p + \sigma_p^2.$$

Nos termos em que Quigg (1993) deduz a formulação final, esta considera que existe uma razão preço da propriedade desenvolvida e custo de desenvolvimento (P/X) na qual é ótimo construir. A formulação final é dada pela expressão:

$$V(P, X) = X(Az^j + k), \text{ sendo} \quad [7]$$

$$A = (z^* - 1 - k)(z^*)^{-j}; z^* = j(1 + k)/(j - 1); k = \beta z/(i - v_x),$$

$$j = \omega^{-2} \left(\frac{1}{2}\omega^2 + v_x - v_p + \left[\omega^2 \left(\frac{1}{4}\omega^2 - v_p - v_x + 2i \right) + (v_x - v_p)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right)$$

$$z = P/X$$

Determinando o limite de $V(P, X)$ [7] quando ω tende para zero, obtemos o valor intrínseco da opção de desenvolvimento, ou seja,

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V(P, X) = V^I(P, X) = P - X \text{ se } z \geq 1 + k \text{ ou}$$

$$V^I(P, X) = \beta P/(i - v_x) \text{ se } z < 1 + k \quad [8]$$

No teste que se realiza, tal como em Quigg (1993) e replicado por Tsekrekos & Kanoutos (2011), determinaremos o valor baseado na abordagem das opções dado por [7], que define o terreno como a opção de desenvolvimento, e compararemos com o valor intrínseco da opção de desenvolvimento determinado por [8].

A determinação do valor da opção de desenvolvimento cujo ativo subjacente é a propriedade desenvolvida, parte da estimação do valor/preço da propriedade hipotética a edificar em cada propriedade da amostra de propriedades por desenvolver, que na nossa amostra são terrenos localizados nos concelhos de Oeiras e Cascais.

Para realizar este objetivo, enquadramo-nos no contexto teórico de Lancaster (1966), através do qual este transforma o cabaz de bens comprados num cabaz de características, onde os bens são representados por um vetor de características e o consumidor age em função das suas preferências, escolhendo a combinação de atributos “*objectively measured*” que maximizam a sua utilidade, sujeita às restrições impostas. É neste princípio que Rosen (1974) desenvolve um modelo de diferenciação de produtos baseado



na hipótese hedónica de que os bens são valorizados em função dos seus atributos ou características. Preços hedónicos são definidos como preços implícitos dos seus atributos. Estes preços implícitos são destrincháveis pelos agentes económicos a partir dos preços observados de produtos diferenciados e das suas características associadas, estimáveis através de análise de regressão. Rosen (1974) foi um dos pioneiros na aplicação dos modelos hedónicos ao mercado imobiliário, defendendo que o valor de um imóvel é determinado pelas suas características. Por sua vez, cada uma das características tem um determinado peso na valorização global do imóvel. Este tipo de modelo é presentemente amplamente utilizado em estudos da oferta e procura no mercado imobiliário, suportando-se nas características do bem e do mercado analisado, a partir da regressão clássica de preços observados, na qual o valor de venda é explicado em função das variáveis com capacidade explicativa do modelo obtido.

A terminologia adotada por Malpezzi (2002) apresenta a equação hedónica fundamental, que se pode considerar derivada da abordagem de Lancaster (1966) ao caso do mercado habitacional, na seguinte forma:

$$R \text{ ou } P = f(S, N, L, C, T) \quad [9]$$

em que:

R ou P - Renda ou preço da habitação;

S - Características estruturais da habitação;

N - Características da vizinhança;

L - Localização (dentro do mercado em estudo);

C - Condições contratuais;

T - Momento em que ocorre o aluguer ou a venda.

Sirmans et al. (2005) apresentam a forma genérica do modelo em baixo:

$$P = f(\textit{Physical Characteristics}, \textit{Other factors}) \quad [10]$$

em que:

P – Preço da habitação

Physical – Características da habitação como por exemplo: área, idade, localização, etc..

Other factor – Fatores como por exemplo: Qualidade de escolas em proximidade, a proximidade de infraestruturas ou características da população na envolvente.

A forma habitual de estimar a função hedónica do preço é via método de regressão simples. Será essa a forma que utilizaremos neste trabalho.

Face às dificuldades na aplicação prática dos modelos hedónicos, a forma funcional do modelo e as variáveis nela incluídas aparentam serem *ad hoc*. Esta sensação pode ser detetada nos artigos de Lancaster (1966) e Rosen (1974) que apresentam modelos de características de imóveis sem as identificar. Na aplicação prática, a variável dependente no modelo é habitualmente um valor de venda recente como proxy do valor do imóvel. Há um número ilimitado de variáveis independentes que podem ser incluídas no modelo. A elevada correlação entre algumas dessas variáveis pode criar problemas de estimação. As tabelas 2 e 3 apresentam as 20 características mais utilizadas para especificar equações hedónicas do preço e as cinco principais características por categoria (Caraterísticas Estruturais; Caraterísticas Internas; Caraterísticas Externas; Envolve Natural; Vizinhaça e Localização), identificadas por Sirmans et al. (2005). As tabelas apresentadas indicam a frequência relativa de cada uma das variáveis nos 125 estudos analisados por estes.

Tabela 4. Vinte Caraterísticas mais utilizadas em equações hedónicas do preço

The Twenty Characteristics Appearing Most Often in Hedonic Pricing Model Studies				
Variable	Appearances	# Times Positive	# Times Negative	# Times Not Significant
Lot Size	52	45	0	7
Ln(Lot Size)	12	9	0	3
Square Feet	69	62	4	3
Ln (Square Feet)	12	12	0	0
Brick	13	9	0	4
Age	78	7	63	8
# Stories	13	4	7	2
# of Bathrooms	40	34	1	5
# of Rooms	14	10	1	3
Bedrooms	40	21	9	10
Full Baths	37	31	1	5
Fireplace	57	43	3	11
Air-Conditioning	37	34	1	2
Basement	21	15	1	5
Garage Spaces	61	48	0	13
Deck	12	10	0	2
Pool	31	27	0	4
Distance	15	5	5	5
Time on Market	18	1	8	9
Time Trend	13	2	3	8

Fonte: Sirmans et al. (2005)

Tabela 5. Cinco principais características utilizadas em equações hedônicas do preço por categoria

Top Five Characteristics by Category from Hedonic Pricing Model Studies					
Category	Variable	Appearances	# Times Positive	# Times Negative	# Times Not Significant
1	Construction & Structure				
	Lot Size	52	45	0	7
	Square Feet	69	62	4	3
	Age	78	7	63	8
	# of Bathrooms	40	34	1	5
	Bedrooms	40	21	9	10
2	House Internal Features				
	Full Baths	37	31	1	5
	Half Baths	7	6	0	1
	Fireplace	57	43	3	11
	Air-Conditioning	3	34	1	2
	Hardwood floors	7	5	0	2
	Basement	21	15	1	5
3	House External Amenities				
	Garage Spaces	61	48	0	13
	Deck	12	10	0	2
	Pool	31	27	0	4
	Porch	9	5	0	4
	Carport	4	1	1	2
	Garage	4	3	0	1
4	Environmental - Natural				
	Lake view	5	5	0	0
	Lake front	5	5	0	0
	Oceanview	4	4	0	0
	"Good view"	4	3	0	1
5	Environmental - Neighborhood & Location				
	Location	9	7	2	0
	Crime	7	1	4	2
	Distance	15	5	5	5
	Golf course	9	9	0	0
	Trees	6	6	0	0

Fonte: Sirmans et al. (2005)



Esta é a formulação que iremos seguir para definição da equação para o modelo hedónico, no princípio no qual as variáveis independentes são utilizadas para inferir sobre o comportamento da variável dependente. A estimação dos coeficientes das variáveis do modelo de Regressão Linear Múltipla (MRLM) é realizada por recurso ao programa de estimação STATA13, Tendo em consideração o objetivo de estimação do preço de propriedades a desenvolver nas propriedades por desenvolver, utiliza-se a equação com as variáveis dependentes mencionadas porque esta cumpre com a forma funcional dos modelos propostos por Malpezzi (2002) e Sirmans et al. (2005) e inclui variáveis independentes utilizadas com maior frequência. A transformação da variável dependente, Preço, por logaritmação do preço e a transformação da variável independente Área de Construção, por logaritmação, permite cumprir com um objetivo necessário atingir que se prende com a estimação direta do fator elasticidade escala do preço, φ . Por último, as variáveis independentes consideradas são aquelas que permitem realizar a estimação do preço do prédio a desenvolver com base na equação estimada utilizando os dados passíveis de serem observados e deduzidos para os prédios construídos e os prédios por desenvolver das amostras de propriedades recolhidas, que são:

- Área do lote;
- Área de logradouro;
- Área de construção máxima;
- Localização; (Coeficiente de localização do CIMI⁴), e na amostra de prédios construídos:
 - Estado de conservação;
 - Idade medida pelo ano da licença de construção.

Sinteticamente e no quadro teórico exposto, recorreremos a um modelo hedónico com as variáveis preço e a variável q_i , a área de construção do prédio, que incorpora as características estruturais da propriedade, transformada por logaritmação, o que permite a estimação direta da elasticidade escala do preço. A determinação da elasticidade escala do preço é necessária para a determinação da dimensão ótima de construção do prédio a

⁴ CIMI – Código do Imposto Municipal sobre Imóveis



desenvolver, q^* e para a estimação do preço do prédio a desenvolver. A estimação do preço do prédio a desenvolver é necessária para a determinação do valor da opção.

A forma final da equação é a seguinte:

$$\ln(P_i) = \beta_0 + \varphi \ln(q_i) + \beta_2 \ln(A\text{Logradouro}_i) + \beta_3 \ln(CL_i) + \beta_4 \text{Estado de Conservação}_i + \beta_5 \text{Idade}_i + \varepsilon_i, \quad [11]$$

sendo q_i a área de construção do prédio, $A\text{Logradouro}_i$ é a área do logradouro do prédio. A variável que capta o efeito da localização é CL_i , o coeficiente de localização do CIMI. A capacidade de captação do efeito da localização deste parâmetro foi apresentada e comprovada na dissertação “Desenvolvimento de um Modelo Hedónico de Avaliação de Apartamentos Aplicando Coeficientes de Localização, no Concelho de Lisboa”⁵. A variável $\text{Estado de Conservação}_i$ é uma variável dummy que capta o efeito do estado de conservação do prédio no preço, assumindo o valor 1 sempre que o estado do prédio é classificado pelo perito como “Muito Bom” e assume o valor 0 nos restantes casos. A variável Idade_i é a variável que capta o impacto do tempo, aparte do estado de conservação, no preço. Para este impacto concorrem a desadequação de materiais, linhas e layouts arquitetónicos, efeitos ocultos do tempo mas presentes.

A amostra recolhida manualmente para suportar a estimação dos coeficientes do modelo por meio de regressão, é composta por 105 avaliações imobiliárias de prédios, moradias, localizados nos concelhos de Oeiras e Cascais e avaliadas entre os anos de 2012 e 2013 realizadas por peritos avaliadores, internos e externos, da consultora REV CONSULTANTS.

Nos estudos analisados, o processo de estimação hedónico foi realizado com recurso a amostra de valores de transações. Esta diferença pode influenciar os resultados que se obteve.

A estatística dos critérios que compõem cada observação, avaliação de um imóvel, é a que se apresenta na tabela 6 infra.

⁵ Tese de mestrado em Gestão e Avaliação Imobiliária de Rui Vieira no ano de 2011

Tabela 6. Estatística das Características Observadas nas Avaliações da Amostra de Prédios

Estatística Descritiva das Características Observadas na Amostra de Prédios/Moradias					
Característica	Valor Médio	Valor Máximo	Valor Mínimo	1º Quartil	3º Quartil
Valor da Avaliação (€)	428 606,26	1 184 700,00	50 900,00	272 100,00	580 420,00
Área de Construção (m ²)	277,66	528,45	67,50	221,25	354,90
Área de Logradouro (m ²)	388,37	4 905,00	3,10	152,00	400,20
Coefficiente de Localização	1,93	3,00	1,00	1,50	2,10
Idade (anos)	20,79	64,00	-	8,00	28,00

Tabela 7. Distribuição das Observações por Coeficiente de Localização

Distribuição da Amostra de Avaliações por Coeficiente de Localização				
CL (CIMI)	Nº de Ocorrências	Valor Máximo das Avaliações (€)	Valor Mínimo das Avaliações (€)	Valor Médio das Avaliações (€)
1	3	920 890,00	105 900,00	492 770,00
1,17	1	689 100,00	689 100,00	689 100,00
1,2	1	206 000,00	206 000,00	206 000,00
1,3	8	350 400,00	50 900,00	237 419,13
1,4	2	346 700,00	272 100,00	309 400,00
1,42	4	474 500,00	78 400,00	303 281,25
1,5	15	645 780,00	86 500,00	361 656,93
1,6	2	490 900,00	450 459,00	470 679,50
1,7	6	436 100,00	149 400,00	260 950,00
1,8	4	440 780,00	65 800,00	224 020,00
1,9	3	580 420,00	465 800,00	509 003,33
1,91	1	373 975,00	373 975,00	373 975,00
1,98	1	194 100,00	194 100,00	194 100,00
2	26	814 000,00	206 300,00	453 843,69
2,1	2	720 700,00	585 310,00	653 005,00
2,32	2	767 750,00	727 630,00	747 690,00
2,5	14	1 184 700,00	155 825,00	601 211,79
3	10	730 400,00	275 000,00	495 760,00
Total	105			

A tabela 7 apresenta a distribuição dos valores de avaliação observados por coeficiente de localização do CIMI (CL).

A tabela 8 apresenta o resultado da estimação dos coeficientes do modelo de regressão linear múltipla e indicadores de teste por aplicação do critério de OLS, com os dados das avaliações de prédio sintetizados nas tabelas 6 e 7.

Tabela 8. Resultados da Estimação dos Coeficientes do MRLM

$$\ln(P_i) = \beta_0 + \varphi \ln(q_i) + \beta_2 \ln(\text{ALogradouro}_i) + \beta_3 \ln(\text{CL}_i) + \beta_4 \text{Estado de Conservação}_i + \beta_5 \text{Idade}_i$$

Estimação por MRLM a partir de avaliações imobiliárias				
Adj. R ²	0,86960			
RMSE	0,21457			
F(5,99)	126,23			
Prob(Fobs>F)	0,00000			
Nº de Obs.	105			
Variável	Coefficiente	Erro padrão	t	P> t
Constante	6,753637	0,3358639	20,11	0,000
Lnqi	0,9703484	0,0748621	12,96	0,000
LnALogradouro	0,0906129	0,0415431	2,18	0,032
LnCL	0,4179208	0,0956186	4,37	0,000
Estado de Conservação	0,1805894	0,0696593	2,59	0,011
Idade	-0,0047483	0,0024926	-1,90	0,060

qi - Área de construção do prédio

Os resultados obtidos da estimação dos coeficientes da equação por MRLM e aplicação da regra de OLS são sintetizados na tabela 8. O teste a nulidade conjunta de todos os coeficientes, exceto o termo independente, é rejeitada para o nível de significância de 5%, pelo resultado do teste F [$\text{Prob}(F > F_{obs}) < 0,05$]. O teste à nulidade individual a cada coeficiente permitem concluir que os coeficientes são estatisticamente significativos, com valores de p (*p-value*) inferiores a 0,05, com exceção da variável *Idade* que apresenta o valor de p igual a 0,06 o que se aceita como suficientemente próximo de 0,05 para ser rejeitada a hipótese do coeficiente ser nulo, estando rejeitada a hipótese de nulidade dos coeficientes para um nível de significância de 5%. Os sinais dos coeficientes são economicamente corretos.

Utilizando a equação [11] e os coeficientes estimados por regressão utilizando o critério de OLS cujas estimativas e validade estatística são apresentados na tabela 8, estima-se o preço do prédio a desenvolver nos 36 terrenos da amostra sintetizada nas tabelas 2 e 3, para os quais se pretende determinar o valor da opção de desenvolvimento.

O preço estimado do prédio a desenvolver em cada um dos terrenos (P) será dado por: $P = q^{*\varphi} \varepsilon$, onde ε é uma função de outros atributos da propriedade e φ a elasticidade de escala do preço diretamente estimável da regressão. A variável q^* é a área de construção

ótima que maximiza o valor do terreno por desenvolver que é dado por $V(q) = P - X = q^\varphi \varepsilon - (f + q^\gamma X_1)$. O resultado é:

$$q^* \begin{cases} \left(\frac{\gamma X_1}{\varepsilon \varphi} \right)^{\frac{1}{\varphi - \gamma}}, & \text{para } q^* < \delta \\ \delta, & \text{para } q^* \geq \delta \end{cases}$$

Onde δ é a área máxima de construção permitida e possível de construir definido por regulação urbanística⁶.

Assim, para cada um dos 36 terrenos da amostra de terrenos por desenvolver, estima-se o preço do prédio a desenvolver em cada um dos terreno da amostra e o respetivo custo de desenvolvimento, que serão dados por:

$$\widehat{P}_i = (q_i^*)^\varphi \widehat{\varepsilon} = (q_i^*)^\varphi (A \text{Logradouro}_i)^{\widehat{\beta}_2} (CL_i)^{\widehat{\beta}_3} \exp(\widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_4 \text{Estado de Conservação}_i + \widehat{\beta}_5 \text{Idade}) \quad [12]$$

$$\widehat{X}_i = f + (q_i^*)^\gamma X_1 \quad [13]$$

Assume-se neste trabalho, tal como em Quigg (1993), $f = 0$.

A tabela 7 sumariza os valores das estimativas dos preços e dos custos de desenvolvimento dos prédios a desenvolver nos prédios por desenvolver nos 36 terrenos da amostra, dados pela aplicação da expressão [12] e [13].

⁶ Em Portugal segue o definido nos instrumentos de gestão territorial aplicáveis à localização do terreno

Tabela 9. Estimativas de Preços e Custos de Desenvolvimento dos Prédios a Desenvolver

Ref.	Estimativas de Preços e Custos de Desenvolvimento dos Prédios a Desenvolver nos Terrenos da Amostra	
	P - Preço dos Prédios da Amostra (€)	X - Custo de Desenvolvimento dos Prédios a desenvolver (€)
1	1 630 077,50	953 672,57
2	328 446,57	267 270,86
3	328 446,57	267 270,86
4	297 665,60	267 270,86
5	312 265,09	283 154,48
6	309 127,75	283 154,48
7	316 493,04	283 154,48
8	383 196,28	346 772,87
9	322 894,01	299 046,92
10	311 954,87	283 154,48
11	313 077,53	283 154,48
12	319 979,69	283 154,48
13	315 673,36	283 154,48
14	316 761,59	283 154,48
15	312 162,03	283 154,48
16	311 850,78	283 154,48
17	318 326,70	283 154,48
18	477 741,25	346 772,87
19	307 730,08	283 154,48
20	226 785,24	211 755,80
21	280 593,59	259 332,52
22	445 429,31	418 003,27
23	212 553,09	199 085,65
24	75 166,74	72 215,77
25	72 140,41	69 308,25
26	268 745,26	251 396,59
27	255 401,42	237 118,22
28	1 319 863,48	1 019 623,83
29	1 328 585,49	784 986,92
30	927 326,51	557 450,48
31	1 241 009,71	754 499,14
32	1 632 903,13	955 280,61
33	1 309 492,13	794 617,10
34	1 326 040,01	794 617,10
35	685 207,87	474 341,00
36	356 301,50	300 636,64

Dadas as expressões [7], [8] e a estimativa de preço dos prédios a desenvolver nos terrenos para os quais se está a determinar o valor da opção dados por [12] derivado de [11], calculamos o valor da opção e o valor intrínseco para cada propriedade por desenvolver.

Para a aplicação do modelo descrito, realizaremos os seguintes pressupostos similares aos assumidos por Quigg (1993) e Tsekrekos & Kanoutos (2011):

$$v_x = v_p = 0,03 \text{ (risk-adjusted parameters)}^7$$

⁷ Tal como descrito na pag. 14, $v_x \equiv \alpha_x - \lambda_x \sigma_x$ e $v_p \equiv (\alpha_p - X_2) - \lambda_p \sigma_p$, onde λ_x e λ_p são parâmetros constantes representando o excesso de retorno médio por unidade de desvio padrão.

Padecemos da mesma falta de informação decorrente de investigações passadas ou dados históricos que nos permitam estimar valores para o fator de escala do custo (γ) e o coeficiente de rendimento da propriedade por desenvolver (β) que Tsekrekos & Kanoutos (2011). Por este fato, realizaremos pressupostos similares aos realizados por Tsekrekos & Kanoutos (2011), assumindo valores que minimizem os erros nos preços na nossa amostra. Segundo Tsekrekos & Kanoutos (2011), estes pressupostos são compatíveis com aqueles realizados por Quigg (1993) na sua investigação. Os valores assumidos para γ e β são os seguintes:

$\gamma = 1,0 \in [0,9; 1,01]$ considerado por Tsekrekos & Kanoutos (2011);

$\beta = 1,0\% \in [0,9\%; 4\%]$ considerado por Tsekrekos & Kanoutos (2011).

Grovenstein et al. (2010) admite o valor de β de 1% considerando que este rácio implica, utilizando a equação [8], um rácio de valor do terreno pelo valor da propriedade desenvolvida de 20% (no estudo de Grovenstein et al. (2010) $v_x = v_p = 0,03$ e $i = 0,08$). No nosso trabalho e com os pressupostos descritos o rácio é de 28,57%, que é um valor aceitável para a relação entre o valor da propriedade e o valor do terreno no qual esta é edificada para o tipo de imóveis da amostra.

Consideramos que γ pode assumir valores superiores a 1 no princípio admitido por Yamaguchi et al. (2000) de que imóveis residenciais maiores tendem a utilizar materiais e equipamentos de melhor qualidade.

A taxa de juro sem risco considerada resulta da aplicação do princípio de cálculo considerando o retorno exigido no mercado secundário para as Bunds (OT Alemãs a 10 anos) acrescidas de Country Risk Premium, baseado no rating da dívida da República Portuguesa. O valor das Bunds a 10 anos é de 1,67% enquanto o Country Risk Premium para Portugal apresentado no website do Prof. Damodaran é de 4,88% para um rating de Ba3. Desta forma temos $4,88\% + 1,67\% = 6,55\%$. Adotou-se o valor de 6,5%.

Determina-se o valor da variância do preço do prédio a desenvolver e dos custos de desenvolvimento do prédio, ω^2 dado por: $\omega^2 = \sigma_x^2 - 2\rho\sigma_x\sigma_p + \sigma_p^2$, por estimação



considerando o valor da avaliação (ou valor de Mercado) de cada terreno da amostra como proxy do valor da opção de desenvolvimento (ou valor do terreno). Este processo simplificado de estimação da variância implícita é o contributo possível face à escassa informação disponível de transações repetidas para esta classe de ativos, o que torna difícil a estimação da variância diretamente, como é mencionado por Tsekrekos & Kanoutos (2011). Por aplicação da equação [7] e assumindo o valor de avaliação de cada um dos 36 terrenos da amostra como valor da opção, $\hat{V}(X, P)_i$, estima-se o valor de $\hat{\omega}_i$. No capítulo seguinte apresentam-se os valores estimados para a variância do preço dos prédios a desenvolver e do custo de desenvolvimento, variância implícita. Adota-se o pressuposto do valor de $\sigma_x = 0,05$ e $\rho = 0$ tal com realizados nos estudos de Quigg (1993), Grovenstein et al. (2010) e Tsekrekos & Kanoutos (2011), para a estimação do valor da variância do preço, σ_p .

Segundo Quigg (1993), o valor da opção de desenvolvimento e o valor intrínseco são igualmente afetados pelo preço do prédio a desenvolver, o custo de desenvolvimento do prédio a desenvolver, a área de construção ótima e as estimativas de γ e β . Assim, quaisquer erros na estimação destes parâmetros não deverão alterar significativamente as conclusões que se venham a retirar da comparação entre o valor da opção e o valor intrínseco.

Determinado o valor da opção de desenvolvimento e o valor intrínseco da opção, para cada uma das propriedades/terrenos por desenvolver, calculamos para cada terreno o valor do prémio da opção de desenvolvimento (valorização da opção de diferimento), como a relação entre a diferença dos dois valores e o valor da opção, ou seja,

$$\frac{V(X, P) - V^I(X, P)}{V(X, P)}$$

4. Análise de Resultados

A elasticidade de escala do preço estimada por regressão, φ , é de 0,9703. Este valor é superior mas comparável ao estimado por Quigg (1993) para propriedades residenciais de baixa densidade, entre 0,800 e 0,622 com o erro padrão de 0,036 e 0,374 respetivamente, para o tipo de imóveis da amostra considerada neste estudo, e similar ao estimado por Tsekrekos & Kanoutos (2011) que estimou a elasticidade de escala do preço em 0,7199 com o erro padrão de 0,2985. A estimativa da elasticidade de escala do preço, para os imóveis residenciais, realizada no trabalho de Grovenstein et al. (2010) foi de 0,396, sendo que os imóveis da amostra considerada por Grovenstein et al. (2010) são propriedades multifamiliares contrariamente aos imóveis da nossa amostra, da amostra de imóveis de Quigg (1993) para propriedades residenciais de baixa densidade e por Tsekrekos & Kanoutos (2011). Na tabela 10 sintetizamos os resultados estimados da elasticidade de escala do preço neste trabalho e nos trabalhos de referência mencionados.

Tabela 10. Elasticidade Escala do Preço - Comparação com resultados de Estudos anteriores: Tsekrekos & Kanoutos (2011)/Quigg (1993)/Grovenstein et al. (2010)

	Elasticidade Escala do Preço	Tsekrekos & Kanoutos (2011)	Quigg (1993)	Grovenstein et al. (2010)
Valor Médio	0,970	0,7199	0,800 - 0,622	0,396*
Erro Padrão	0,075	0,2985	0,034 - 0,374	

Nota: Elasticidade Escala do preço e Erro Padrão apresentados são os valores estimados por regressão do modelo hedónico e resumido na tabela 8.

Na tabela 11 apresentam-se os valores estimados para a variância do preço dos prédios a desenvolver e do custo de desenvolvimento e para a variância implícita, procedendo à comparação com os resultados obtidos em estudos similares. Adota-se o pressuposto do valor de $\sigma_x = 0,05$ e $\rho = 0$ tal com realizados nos estudos de por Quigg (1993), Grovenstein et al. (2010) e Tsekrekos & Kanoutos (2011), para a estimação do valor da variância do preço, σ_p .

Tabela 11. Volatilidade implícita e Variância do Preço – Comparação com resultados de Estudos anteriores: Tsekrekos & Kanoutos (2011)/Quigg (1993)/Grovenstein et al. (2010)

Volatilidade Implícita		Tsekrekos & Kanoutos	Quigg	Grovenstein
Valor Médio	0,062	0,16 - 0,21	0,048 - 0,072	
Valor Máximo	0,143	0,05 - 0,22		
Valor Mínimo	0,050	0,05		
Erro Padrão	0,004	0,0030 - 0,0139	0,0011 - 0,0017	
Desvio Padrão	0,022	-		

Variância do Preço		Tsekrekos & Kanoutos	Quigg	Grovenstein
Valor Médio	0,027	0,15 - 0,21	0,0463 - 0,0695	0,16 - 0,30
Valor Máximo	0,134	0,20 - 0,24		
Valor Mínimo	0,000	0,0 - 0,02		
Erro Padrão	0,006	0,0036 - 0,0168		
Desvio Padrão	0,034	-	0,2152 - 0,2636	

Os valores estimados para a volatilidade implícita sintetizados na tabela 11 são comparáveis aos estimados por Quigg (1993) para as 2700 transações de terrenos em Seattle entre 1977 e 1979. O intervalo dos valores médios estimados por Tsekrekos & Kanoutos (2011) para cada zona em que foi dividida a amostra das 631 transações de terrenos em Attica-Grécia entre 2004 e 2007 é [0,16;0,21] sendo o valor mínimo de 0,05 e o valor máximo de 0,22, o que coloca o valor estimado neste estudo dentro do intervalo de valores estimados por Tsekrekos & Kanoutos (2011). Grovenstein et al. (2010) utiliza os valores estimados dos preços dos prédios a desenvolver nos terrenos para criar um índice de preços no período em que a amostra foi recolhida para determinar a volatilidade anual do preço. Não é apresentado por Grovenstein et al. (2010) valores para a volatilidade implícita preço-custo pelo que não se considera adequado proceder à comparação.

Estimados os valores dos prédios a desenvolver em cada terreno para a dimensão ótima do prédio, estimado o custo de desenvolvimento de cada prédio, estes não indicam se é ótimo exercer a opção e desenvolver o prédio no terreno. O modelo teórico de valorização da opção de desenvolvimento (*option-pricing model*), com base nos valores estimados, determina se é ótimo desenvolver o prédio e incorpora o valor de adiar (ou diferir). O valor teórico da opção, $V(X, P)$, dado pela equação [7] é a soma do valor intrínseco da opção, $V^I(X, P)$, e o prémio da opção de desenvolvimento. O valor intrínseco da opção, dado pela equação [8], representa o valor da opção de desenvolvimento sem a opção de diferimento, ou seja, o valor de exercício imediato da opção de desenvolvimento. Por esse fato esse deverá ser um limite inferior do preço do terreno obtido pela aplicação da



abordagem das opções. Deduzindo ao valor teórico da opção de desenvolvimento (que o terreno representa) o valor intrínseco da opção, obteremos uma estimativa da opção de diferimento do desenvolvimento imobiliário.

Assumiram-se os seguintes pressupostos:

$$|v_p| - 0,03;$$

$$v_x - 0,03;$$

$$\beta - 0,01;$$

$$\gamma - 1,00;$$

$$i - 0,065;$$

$$X_1(\text{€}) - 1493,48.$$

O custo de desenvolvimento unitário da propriedade a desenvolver apresentado resulta da consideração do custo de construção de €900 por unidade de superfície do edifício acrescido de 35% do valor do custo de construção por unidade de superfície do edifício a edificar, que procura incluir os custos a incorrer com arranjos exteriores, projetos, fiscalização e coordenação do projeto, encargos de gestão, financeiros, de mediação e publicidade e marketing. A este valor acresce o imposto sobre o valor acrescentado, IVA, que para este mercado é um custo (IVA da construção não é dedutível na promoção da habitação).

Com os pressupostos e valores determinados para os parâmetros em cima e as estimativas determinadas para o valor da variância preço-custo (ω) e da elasticidade escala do preço, determinaram-se os valores da opção de desenvolvimento e o valor intrínseco desta, cujos resultados se sintetiza na tabela 12.

Os resultados obtidos identificam a presença de opção de diferimento em todos os 36 terrenos da amostra, variando entre 20,33% e 34,48% e valor médio de 27,38%. Este resultado é comparável com o obtido por Tsekrekos & Kanoutos (2011) que estimou prémios de opções para os terrenos da amostra entre 26,66% e 52,38%. Quigg (1993) estima o prémio da opção para os terrenos residenciais de baixa densidade, comparáveis com terrenos da amostra deste estudo, entre 1,17% e 11,20%.

Tabela 12. Valor da Opção, Valor Intrínseco e Prémio da Opção para os 36 Terrenos

Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção					
V(X,P)	V I (X,P)	Prémio da Opção	V(X,P)	V I (X,P)	Prémio da Opção
1 022 356,4285	735 485,4722	28,06%	118 294,5198	87 922,8791	25,67%
139 506,6328	93 841,8778	32,73%	86 086,7122	64 795,7822	24,73%
139 506,6328	93 841,8778	32,73%	107 447,8782	80 169,5970	25,39%
116 487,2243	85 047,3142	26,99%	169 288,2014	127 265,5159	24,82%
121 345,3826	89 218,5973	26,48%	80 472,9260	60 729,4549	24,53%
119 227,5186	88 322,2137	25,92%	131 178,3918	104 507,5600	20,33%
124 251,6929	90 426,5822	27,22%	124 231,7371	98 973,2801	20,33%
149 361,1884	109 484,6505	26,70%	102 004,5663	76 784,3588	24,72%
123 586,8654	92 255,4303	25,35%	97 421,3374	72 971,8349	25,10%
121 134,5088	89 129,9638	26,42%	596 417,4005	377 103,8517	36,77%
121 899,1795	89 450,7242	26,62%	820 153,9064	590 808,4264	27,96%
126 694,2448	91 422,7677	27,84%	556 960,2221	401 623,0126	27,89%
123 683,5135	90 192,3888	27,08%	737 282,3745	531 608,6884	27,90%
124 438,3470	90 503,3125	27,27%	1 024 217,0658	736 817,6284	28,06%
121 275,2891	89 189,1510	26,46%	780 435,3645	562 754,2051	27,89%
121 063,8195	89 100,2217	26,40%	803 474,1174	579 302,0912	27,90%
125 531,0509	90 950,4868	27,55%	345 291,1856	237 165,1142	31,31%
227 697,0456	149 176,5686	34,48%	146 751,8211	101 800,4282	30,63%

Face a estes resultados, com estes pressupostos e estimativas, o investidor que considere e valorize a opção de desenvolvimento não desenvolveria os prédios nestes terrenos. Para todos os terrenos da amostra, o rácio preço do prédio a desenvolver no terreno pelo custo de desenvolvimento do prédio, $Z (P/X)$, é inferior ao rácio ótimo, Z^* , acima do qual a opção deve ser exercida, conforme resultados apurado para cada terreno e apresentados na tabela 13.

Tabela 13. Rácio Preço do Prédio (Z) a Desenvolver por Custo de Desenvolvimento vs Rácio Ótimo (Z^*), para cada Terreno da Amostra

Rácio Preço do Prédio por Custo de Desenvolvimento					
V Mercado (Avaliação)	Z (P/X)	Z* (P/X Ótimo)	V Mercado (Avaliação)	Z (P/X)	Z* (P/X Ótimo)
2 202 060,00	1,822	1,923	110 000,00	1,145	1,679
130 000,00	1,294	1,732	135 000,00	1,125	1,671
130 000,00	1,294	1,732	87 500,00	1,139	1,676
100 031,00	1,172	1,689	26 700,00	1,127	1,672
97 631,00	1,162	1,685	58 400,00	1,121	1,670
94 731,00	1,150	1,680	64 500,00	1,031	1,637
102 031,00	1,177	1,690	72 000,00	1,031	1,637
146 960,00	1,166	1,686	125 000,00	1,125	1,671
125 970,00	1,138	1,676	130 000,00	1,133	1,674
122 580,00	1,160	1,684	450 000,00	1,381	1,764
111 960,00	1,165	1,686	1 235 000,00	1,801	1,916
120 420,00	1,190	1,695	880 000,00	1,764	1,902
118 980,00	1,174	1,689	1 200 000,00	1,749	1,897
122 580,00	1,178	1,691	2 500 000,00	1,822	1,923
118 980,00	1,161	1,684	1 800 000,00	1,754	1,899
118 980,00	1,160	1,684	2 200 000,00	1,776	1,907
140 760,00	1,184	1,693	391 600,00	1,529	1,818
148 800,00	1,454	1,790	138 600,00	1,249	1,716

A análise aos resultados obtidos do cálculo do valor da opção de desenvolvimento, do valor intrínseco da opção de desenvolvimento e o correspondente prémio da opção de desenvolvimento⁸, considerando que os terrenos adquiridos para desenvolvimento imediato deveriam incorporar um prémio nulo, sugerem uma priorização na gestão do desenvolvimento dos prédios, seguindo o critério de desenvolver primeiramente os que incorporam menor prémio de opção de desenvolvimento e por último os que incorporam maior prémio da opção de desenvolvimento.

Considerou-se relevante avaliar a sensibilidade do modelo à variação do custo de desenvolvimento (X), do preço do prédio a desenvolver (P) no terreno e a volatilidade implícita (ω) com o objetivo de analisar a conformidade do modelo com a teoria das opções. Os resultados são os que se apresenta na tabela 14.

Tabela 14. Variação de V(X,P) em função da variação das variáveis X, P e ω

Variável: X; Variação -5%		Variável: X	Variável: X; Variação +5%	
Valor Médio da Opção	294 571,68		277 639,40	263 264,10
Variável: P; Variação -5%		Variável: P	Variável: P; Variação +5%	
Valor Médio da Opção	249 440,82		277 639,40	308 384,46
Variável: ω ; Variação -5%		Variável: ω	Variável: ω ; Variação +5%	
Valor Médio da Opção	274 174,04		277 639,40	281 228,35

Os resultados evidenciam que o valor da opção diminui com o valor do custo de desenvolvimento (*strike price*), aumenta com o preço do prédio a desenvolver no terreno (*underlying asset price*) e aumenta com a volatilidade implícita (ω). Os resultados obtidos fazem sentido com a teoria das opções.

Considerando que alguns dos parâmetros do modelo de cálculo da opção foram objeto de fixação do valor por pressuposto em virtude de não se terem dados que permitissem estimar objetivamente o valor dos mesmos, realizaram-se análises de sensibilidade do modelo à variação dos parâmetros de γ , β e i por forma a entender o grau de sensibilidade do modelo à variação dos parâmetros.

⁸ O prémio da opção de desenvolvimento representa a opção de adiamento de desenvolvimento incorporada na propriedade do terreno por desenvolver (opção de desenvolvimento).

O teste à sensibilidade do modelo à variação dos parâmetros fator de escala do custo de desenvolvimento, γ , consistiu em determinar o valor da opção, do valor intrínseco e o conseqüente prémio da opção para valor do fator incrementado de 0,01 e diminuído de 0,01, representando a variação percentual de 1%. Os resultados são os que se apresenta na tabela 15.

Tabela 15. Sensibilidade do Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção, por variação do fator de escala do custo (γ)

	Variável: γ ; Variação +0,01 (+1%)	Variável: γ	Variável: γ ; Variação -0,01 (-1%)
Valor Médio da Opção	302 302,02	277 639,40	294 691,36
Valor Médio do Valor Intrínseco da Opção		186 157,89	198 838,08
Valor Médio do Prémio da Opção		38,65%	27,38%
			28,13%

Verifica-se pouca sensibilidade do modelo de cálculo do prémio da opção de desenvolvimento a variações ao fator de escala do custo de desenvolvimento do prédio para $\gamma \leq 1,0$. A variação no parâmetro de 1% resulta na variação inferior a 1% (0,75%) no prémio da opção. No entanto, $\gamma > 1,0$, o impacto obtido na variação do prémio da opção é relevante, 11,27%. Os resultados obtidos são comparáveis com os de Quigg (1993) para $\gamma \leq 1,0$, que pese embora aponte a relevância do fator de escala do custo no valor da opção e no valor intrínseco da opção, face ao impacto na determinação da área de construção ótima, o aumento do fator de escala do custo implica a diminuição da área de construção ótima, o que leva à diminuição dos valores da opção e do valor intrínseco da opção. Como o impacto se exerce em ambos os valores da opção e no valor intrínseco, o prémio da opção de desenvolvimento é pouco sensível à variação do fator de escala do custo.

Tabela 16. Sensibilidade do Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção, por variação do coeficiente de rendimento da propriedade por desenvolver (β)

	Variável: β ; Variação -0,001 (-10,00%)	Variável: β ; Variação -0,001 (-10,00%)	Variável: β ; Variação +0,001 (+10,00%)
Valor Médio da Opção	281 828,55	277 639,40	275 732,86
Valor Médio do Valor Intrínseco da Opção		192 207,59	198 838,08
Valor Médio do Prémio da Opção		32,37%	27,38%
			23,12%

A análise de sensibilidade do modelo ao parâmetro β apresenta os resultados sintetizados na tabela 16. A sensibilidade do modelo a variações de 10% no valor do parâmetro β resultam em variações percentuais inferiores a 4% no valor do prémio da opção de desenvolvimento (elasticidade inferior a 0,5) o que não permite qualificar o modelo como extremamente sensível a este parâmetro. Os resultados apontam para a diminuição do prémio da opção de desenvolvimento por via do aumento do interesse que reter o terreno, a opção de desenvolvimento, enquanto gerador de cash-flow, ou seja, o valor pela detenção da opção de desenvolvimento diminui proporcionalmente ao aumento do rendimento gerado pela propriedade por desenvolver.

A análise de sensibilidade do modelo a variações de 0,5 pontos percentuais da taxa de juro sem risco apresentou os resultados sintetizados na tabela 17.

Tabela 17. Sensibilidade do Valor da Opção, Valor Intrínseco da Opção e Prémio da Opção, por variação da taxa de juro sem risco (i)

	Variável: i ; Variação -0,005 (-7,69%)	Variável: i	Variável: i ; Variação +0,005 (+7,69%)
Valor Médio da Opção	282 946,85	277 639,40	284 633,18
Valor Médio do Valor Intrínseco da Opção	213 686,40	198 838,08	191 686,61
Valor Médio do Prémio da Opção	22,09%	27,38%	33,36%

Os resultados não parecem ser conclusivos apresentando crescimento do valor da opção de desenvolvimento com a diminuição da taxa de juro sem risco, bem como o crescimento do valor da opção de desenvolvimento com o aumento da taxa de juro sem risco. Este menos claro impacto da variação da taxa de juro sem risco no valor da opção de desenvolvimento, descrito em Hull (2012) para uma *Call Option*, é observado nos resultados obtidos. A variação no valor da opção de desenvolvimento observada não apresenta a tendência em linha com a teoria das opções, que apontaria para o aumento do valor da opção de desenvolvimento com o aumento da taxa de juro sem risco. Observa-se a tendência de crescimento do prémio da opção de desenvolvimento (opção de diferimento do desenvolvimento), com o aumento da taxa de juro sem risco.

5. Conclusões

Com este trabalho procurou-se determinar o valor da opção de desenvolvimento que a propriedade de uma parcela de terreno por desenvolver constitui, utilizando a metodologia de *option-pricing* para uma amostra de 36 terrenos. Os resultados obtidos sugerem que os terrenos da amostra incorporam um prémio de opção de desenvolvimento (opção de adiamento) em média de 27,38% variando entre 20,33% e 34,48%. Os valores obtidos para a opção de desenvolvimentos são consistentes com aqueles obtidos em estudos anteriores. Pese embora o estudo realizado por Quigg (1993) sugira que o prémio da opção de desenvolvimento para a amostra seja em média de 6,6% do valor da opção e Grovenstein et al. (2010), consoante o tipo de uso, entre 1% e 11% (valor médio de 6%) realizam o estudo num mercado, física e temporalmente, distinto daquele no qual realizamos este estudo. Yamaguchi (2000) identifica o prémio da opção de desenvolvimento em terrenos de Tokyo anos 80, de 18% do valor da opção da opção de desenvolvimento. Tsekrekos & Kanoutos, único estudo similar ao que estamos a realizar, com dados de um mercado imobiliário europeu sugere a presença de um prémio da opção de desenvolvimento 26,66% e 52,38%. Feita a análise do comportamento do modelo face à variação dos parâmetros, os resultados evidenciaram serem consistentes com a teoria. Os prémios da opção de desenvolvimento sugerem uma qualificação quanto à ordem pela qual os prédios devem ser desenvolvidos. Os terrenos com menor prémio de opção de desenvolvimento devem ser desenvolvidos em primeiro lugar que aqueles com maior prémio de opção de desenvolvimento porquanto a opção perde-se quando a opção é exercida.

O modelo de determinação da opção de desenvolvimento pode ser um instrumento muito relevante para apoiar a decisão do momento de desenvolvimento no terreno que de acordo com o modelo é ótimo quando a relação Preço vs Custo (Z) é ótima (Z^*). Como observado para a amostra, tabela 13, a relação Z é inferior a Z^* pelo que nestas circunstâncias não deveria ser exercida a opção de desenvolvimento. No entanto, considerando a sensibilidade do modelo a vários dos parâmetros, estes resultados devem ser analisados com prudência no processo de tomada de decisão de investimento.

Parece ser evidente, que este trabalho pode ser um contributo para o melhor conhecimento do uso do modelo das opções na análise de investimentos imobiliários.



A sensibilidade do modelo a alguns dos parâmetros do modelo evidenciada na análise de sensibilidade, impõe um estudo mais aprofundado que permita melhor estimação dos parâmetros.

A aplicação da abordagem das opções reais comporta os riscos inerentes ao fato de se estar a utilizar uma metodologia cuja teoria está construída em premissas difíceis de sustentar quando os ativos subjacentes não estão cotados em mercado líquidos e contínuos. No entanto, esta abordagem tem o potencial de permitir valorizar a flexibilidade de gestão existente em muitos investimentos e que modelos de valorização de investimentos baseados no NPV não consideram. Os resultados obtidos neste estudo estão em linha com os obtidos em estudos realizados com amostras comparáveis o que aponta para a validade da aplicação da ROA à avaliação de opções presentes em terrenos. Reconhece-se a limitação dos resultados atingidos fruto das dificuldades em obter dados do mercado imobiliário que permitam melhores processos de estimação de parâmetros do modelo. Mais e melhor investigação deve ser realizada, com especial enfoque na validação da aplicação da uma abordagem baseada em premissas facilmente aceitáveis para opções sobre ativos subjacentes cotados em mercados contínuos.



6. Referências Bibliográficas

- Bachelier, L., 1900. Théorie de la Spéculation. *Annales Scientifiques de L'École Normale Supérieur*, 3(17), pp.21–86.
- Black, F. & Scholes, M., 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81(3), pp.637–654.
- Bradley, B. & Taqqu, M., 2004. Framework For Analyzing Spatial Contagion Between Financial Markets. *Finance Letters*, 2(6), pp.8–15.
- Brennan, M.J. & Schwartz, E.S., 1985. Evaluating Natural Resource Investments. *The Journal of Business*, 58(2), pp.135–157.
- Buetow, G.W. & Albert, J.D., 1998. Options in Real Estate Lease Contracts. *Journal of Real Estate Research*, 15(3), pp.253–266.
- Busby, J.S. & Pitts, C.G.C., 1997. Real Options In Practice : An Exploratory Survey Of How Finance Officers Deal With Flexibility In Capital Appraisal. *Management Accounting Research*, 8(2), pp.169–186.
- Capozza, D.R. & Helsley, R.W., 1990. The Stochastic City. *Journal of Urban Economics*, 28(2), pp.187–203.
- Childs, P.D., Riddiough, T.J. & Triantis, A.J., 1996. Mixed Uses and The Redevelopment Option. *Real Estate Economics*, 24(3), pp.317–339.
- Clarke, H.R. & Reed, W.J., 1988. A Stochastic Analysis of Land Development Timing And Property Valuation. *Regional Science and Urban Economics*, 18(3), pp.357–381.
- Cox, J., Ross, S. & Rubinstein, M., 1979. Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 7(3), pp.229–263.
- Dixit, A. & Pindyck, R., 1995. The Options Approach to Capital Investment. *Harvard Business Review*, 73(3), pp.105–115.
- Geltner, D., Riddiough, T. & Stojanovic, S., 1996. Insights on The Effect of Land Use Choice: The Perpetual Option On The Best Of Two Underlying Assets. *Journal of Urban Economics*, 39(1), pp.20–50.
- Grenadier, S.R., 1995. The Persistence Of Real Estate Cycles. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 10(2), pp.95–119.
- Grenadier, S.R., 1995. Valuing Lease Contracts A Real-Options Approach. *Journal of Financial Economics*, 38(3), pp.297–331.



- Grovenstein, R. a., Kau, J.B. & Munneke, H.J., 2010. Development Value: A Real Options Approach Using Empirical Data. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 43(3), pp.321–335.
- Hull, J., 2012. *Options, Futures And Other Derivatives* 8th Ed., New Jersey: Prentice-Hall.
- Lancaster, K., 1966. A New Approach to Consumer Theory. *The Journal of Political Economy*, 74(2), pp.132–157.
- Lander, D. & Pinches, G., 1998. Challenges to the Practical Implementation of Modeling and Valuing Real Options. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 38(3), pp.537–567.
- Luehrman, T., 1998. Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers. *Harvard Business Review*, 76(4), pp.51–67.
- Malpezzi, S., 2002. Hedonic Pricing Models: A Selective and Applied Review. In T. O’Sullivan & K. Gibb, eds. *Housing Economics and Public Policy*. Oxford: Blackwell Science Ltd, pp. 67–89.
- Merton, R., 1973. Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), pp.141–183.
- Myers, S., 1977. Determinants of Corporate Borrowing. *Journal of Financial Economics*, 5(2), pp.147–175.
- Myers, S., 1984. Finance Theory and Financial Strategy. *Interfaces*, 14(1), pp.126–137.
- Quigg, L., 1993. Empirical Testing of Real Option-Pricing Models. *The Journal of Finance*, 48(2), pp.621–640.
- Rosen, S., 1974. Hedonic Prices and Implicit Markets : Product Differentiation in Pure Competition. *Journal of Political Economy*, 82(1), pp.34–55.
- Sirmans, S., Macpherson, D. & Zietz, E., 2005. The Composition of Hedonic Pricing Models. *Journal of Real Estate Literature*, 13(1), pp.1–44.
- Titman, S., 1985. Urban Land Prices Under Uncertainty. *The American Economic Review*, 75(3), pp.505–514.
- Trigeorgis, L., 1996. Evaluating Leases with Complex Operating Options. *European Journal of Operational Research*, 91(2), pp.315–329.
- Trigeorgis, L., 1993. Real Options and Interactions with Financial Flexibility. *Financial Management*, 22(3), pp.202–224.



**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

Tsekrekos, A.E. & Kanoutos, G., 2011. Real Options Premia Implied from Recent Transactions in the Greek Real Estate Market. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 47(1), pp.152–168.

Williams, J.T., 1991. Real Estate Development as an Option. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 4(2), pp.191–208.

Yamaguchi, H. et al., 2000. The Real Option Premium in Japanese Land Prices. *International Management Research Institute, International University of Japan*.