



Instituto Superior de Economia e Gestão

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

DESDE 1911

# **MESTRADO**

## **DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

### **TRABALHO FINAL DE MESTRADO**

#### **TRABALHO DE PROJETO**

**OTIMIZAÇÃO DE ROTAS NA RECOLHA DE RESÍDUOS URBANOS:  
ESTUDO DE UM CASO REAL**

**MAFALDA LIMA AFONSO**

**SETEMBRO – 2012**



Instituto Superior de Economia e Gestão

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

DESDE 1911

# **MESTRADO EM DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

## **TRABALHO FINAL DE MESTRADO TRABALHO DE PROJETO**

**OTIMIZAÇÃO DE ROTAS NA RECOLHA DE RESÍDUOS URBANOS:  
ESTUDO DE UM CASO REAL**

**MAFALDA LIMA AFONSO**

**ORIENTAÇÃO:**

**PROFESSORA DOUTORA MARIA CÂNDIDA VERGUEIRO MONTEIRO CIDADE  
MOURÃO**

**SETEMBRO – 2012**

Ao meu Padrinho

## Resumo

Neste projeto desenvolveu-se uma heurística construtiva com o objetivo de determinar novas rotas para a recolha porta a porta de resíduos urbanos no Seixal. Esta foi implementada computacionalmente, com recurso à linguagem de programação *Visual Basic For Applications* do Excel. O problema foi formulado em programação linear inteira, numa tentativa de melhor o relacionar com problemas conhecidos da literatura.

O problema em questão enquadra-se num Problema com Procura nos Arcos, mais precisamente num Problema com Restrições de Capacidade. Pretendem-se otimizar as rotas existentes, de modo a diminuir a duração dos circuitos, respeitando um tempo limite conhecido.

O circuito de menor dimensão contém 44 nodos e 98 ligações, tendo o maior 168 nodos e 389 ligações dispersas em duas redes de procura. No geral, verificam-se bons resultados com decréscimos da duração dos circuitos entre 39 e 133 minutos.

Palavras-Chave: Otimização de Rotas, Problemas com Procura nos Arcos, Problemas com Restrição de Capacidade.

## **Abstract**

In this project a constructive heuristic, with the objective of determining new routes to the household waste collection in Seixal, was developed. The method was implemented computationally using the Visual Basic for Applications/ Excel programming language. The problem is formulated as an integer linear programming model, in order to better relate it with known problems from the literature.

The problem fits on an Arc Routing Problem, more precisely on a Capacitated Arc Routing Problem. Its aim is to optimize the existing routes in order to decrease the routes duration, within a given time limit.

The routes dimensions vary between 44 and 168 nodes, and 98 to 389 links. The biggest contains two demand networks. Overall, the heuristic provides good results with reductions on the total time from 39 to 133 minutes.

Key-words: Route Optimization, Arc Routing Problems, Capacitated Arc Routing Problems.

## Índice

Capítulo 1. Introdução .....	1
Capítulo 2. Enquadramento e Formalização do PRRS-Seixal .....	3
2.1. Introdução .....	3
2.2. Problemas com Procura nos Arcos .....	4
2.3. Problemas com Restrições de Capacidade .....	7
2.4. Problema de Recolha de Resíduos Sólidos – Seixal .....	8
2.4.1. Definições e Notação .....	10
2.4.2. Formalização do Problema .....	11
Capítulo 3. Heurística para a resolução do PRRS-Seixal .....	15
3.1. Introdução .....	15
3.2. Metodologia para o PRRS-Seixal .....	17
3.3. Implementação em VBA .....	23
Capítulo 4. Análise dos Resultados .....	26
Capítulo 5. Conclusões .....	30
6. Referências Bibliográficas .....	32
7. Anexos .....	34

## Índice de Figuras e Tabelas

Figura 1: Pontes de Königsberg .....	3
Figura 2: Multigrafo associado ao problema das pontes de Königsberg .....	4
Figura 3: Mapa da zona de recolha .....	9
Figura 4: Grafo $G = (V, E \cup A)$ .....	17
Figura 5: Passo 2 do Algoritmo GRITP .....	21
Figura 6: Passo 3 do Algoritmo GRITP .....	21
Figura 7: Passo 4 do Algoritmo GRITP .....	22
Figura 8 - Passo 4 do Algoritmo GRITP .....	22
Figura 9: Passo 5 do Algoritmo GRITP .....	23
Figura 10: Ficheiro de dados .....	24
Figura 11: Painel de Bordo .....	25
Figura 12: Apresentação da solução .....	25
Tabela 1: Resultados das Novas Rotas e Desvios .....	28

## Capítulo 1. Introdução

Com este projeto pretende-se desenvolver um método que permita determinar as rotas de recolha porta a porta de resíduos sólidos urbanos no Concelho do Seixal.

Atualmente, o Concelho dispõe de 21 circuitos com recolha bissemanal, pretendendo-se otimizar as rotas de recolha já existentes de modo a diminuir a duração dos circuitos.

O problema em questão, o Problema de Recolha de Resíduos Sólidos no Seixal (PRRS-Seixal), enquadra-se num problema com procura nos arcos, denominado por ARP (*Arc Routing Problem*). Neste tipo de problemas as ruas são identificadas como ligações (arcos ou arestas) e os cruzamentos de rua como vértices. Uma vez que os contentores se encontram individualizados por edifício e são colocados ao longo das ruas, a procura encontra-se nos arcos e não nos vértices.

Para determinar as rotas do problema, desenvolve-se um método heurístico que é implementado computacionalmente. Neste trabalho, recorre-se à linguagem de programação *Visual Basic for Applications* (VBA), uma ferramenta do Excel.

No Capítulo 2, é feito um breve enquadramento teórico do problema, onde também se explica o PRRS-Seixal e a sua formalização.

No Capítulo 3, é apresentado o método heurístico desenvolvido para a resolução do problema sendo também explicada a sua implementação em VBA.

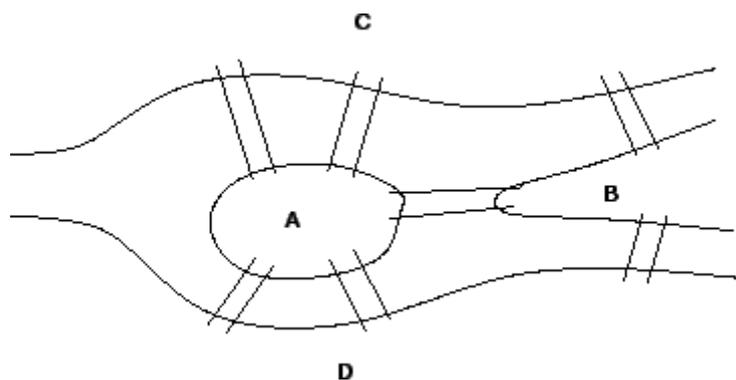
O Capítulo 4 é dedicado à análise dos resultados obtidos, na qual é feita uma comparação das novas rotas com as rotas já existentes no Concelho.

Por fim, no último capítulo, são apresentadas as conclusões do trabalho assim como algumas sugestões para o futuro.

## Capítulo 2. Enquadramento e Formalização do PRRS-Seixal

### 2.1. Introdução

O primeiro problema sobre teoria de grafos surgiu, em 1736, por Leonhard Euler que estudou o problema das sete pontes de Königsberg. Euler, questionou-se sobre a possibilidade de atravessar as setes pontes sobre o rio Pregol, que ligavam a cidade e duas ilhas existentes, passando uma e uma só vez em cada uma (Figura 1) [5].



**Figura 1:** Pontes de Königsberg

Representando as pontes por arestas e as margens do rio e ilhas por nodos (Figura 2), o problema é definido num grafo não orientado. O que se pretende é, então, determinar a cadeia (ou circuito caso o grafo seja orientado) que inclui todas as arestas do grafo, uma e uma só vez, designada cadeia Euleriana. Euler, concluiu que existe cadeia Euleriana num grafo não orientado, se e só se todos os vértices tiverem grau par.

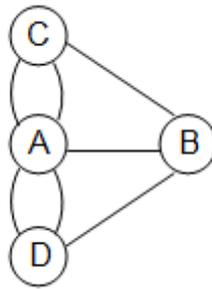


Figura 2: Multigrafo associado ao problema das pontes de Königsberg

O problema em estudo enquadra-se num problema de rotas nos arcos, mais precisamente num CARP (*Capacitated Arc Routing Problem*), como se justifica nas secções seguintes.

## 2.2. Problemas com Procura nos Arcos

O ARP (*Arc Routing Problem*) é um problema com procura nos arcos que tem por objetivo determinar um circuito de custo mínimo que inclui um subconjunto de ligações pré-definidas.

Os problemas deste tipo são definidos num grafo  $G = (V, E \cup A)$ , em que  $V$  é o conjunto de vértices,  $A$  é o conjunto dos arcos e  $E$  é o conjunto de arestas. Este grafo pode ser não orientado ( $A = \emptyset$ ), orientado ( $E = \emptyset$ ) ou misto. Existe um custo  $c_{ij} > 0$  associado a cada arco ou aresta  $\forall (i, j) \in E \cup A, i \neq j$ .

Segundo Ferreira *et al.* [6], O RPP (*Rural Postman Problem*) é um importante ARP. Foi definido em 1974 por Orloff, com o objetivo de determinar o conjunto de percursos a efetuar por um carteiro rural. Relacionado com o RPP, está o Problema do Carteiro Chinês (CPP), introduzido por Meigu Guan, em 1962. A

diferença entre os dois problemas reside no conjunto de arcos a servir. Enquanto no primeiro é necessário incluir apenas um subconjunto de arcos, no segundo é a obrigatória a inclusão de todos os arcos do grafo.

Num ARP podem ser introduzidas procuras nas ligações e restrições de capacidade, como capacidade dos veículos ou tempo de trabalho. Neste tipo de problemas, como o CCPP (*Capacitated Chinese Postman Problem*) ou o CARP (*Capacitated Arc Routing Problem*), pretende-se determinar o conjunto de circuitos de custo mínimo que incluem um vértice especial, denominado depósito, e todos os arcos de procura do grafo, sendo que no CCPP todos os arcos têm procura positiva enquanto no CARP podem existir arcos sem procura.

São várias as aplicações reais de problemas de rotas nos arcos como por exemplo, a distribuição de correio ao domicílio [15], a recolha de resíduos sólidos [1,2,3,7,16,17,18] ou a limpeza de ruas e remoção de neve [13,14].

Relativamente à recolha de resíduos sólidos, em 1974, Beltrami e Bodin [3] fizeram um estudo para a cidade de Nova Iorque. Neste consideraram um problema de rotas nos nodos para a recolha de resíduos e um de rotas nos arcos para limpeza de ruas. De referir que quando este último foi estudado, o CARP ainda não tinha sido definido, só o sendo em 1981 por Golden e Wong [8]. Em 1993, Álvarez-Valdés *et al.* [1] desenvolveram um sistema para a

recolha de resíduos urbanos em zonas residenciais afastadas do centro da cidade, em Espanha.

Recentemente, Salhi *et al.* [2], investigaram a recolha de resíduos em países em desenvolvimento, mais especificamente na República do Gana. O facto de o clima ser muito quente, com poucos recursos, tornam o problema especialmente importante do ponto de vista ambiental e de saúde.

Ghiani *et al.* [7] visaram o mesmo tipo de problemas numa cidade do sul da Itália. Consideraram a existência de diferentes tipos de veículos, para que as ruas mais estreitas pudessem ser servidas. Para além disso, de modo a evitar o congestionamento de trânsito, a recolha teria de ser feita com janelas temporais.

Em Portugal, foi desenvolvido um sistema de suporte à decisão por Santos *et al.* [17], que incorpora o Sistema de Informação Geográfica (GIS) e um procedimento heurístico para determinar rotas para problemas com mais de um veículo. Este sistema foi implementado em Coimbra, como um problema com procura nos arcos e nos nodos (GRP- general routing problema). A existência de procura nos nodos facilita a determinação de rotas pois a procura pode ser servida por qualquer arco incidente num nodo. Na mesma cidade, foi também desenvolvido por Santos *et al.* [16] um sistema de suporte à decisão que recorre ao Google-Maps para determinar os caminhos mais curtos incluindo regras de trânsito .

### 2.3. Problemas com Restrições de Capacidade

O CARP foi introduzido por Golden e Wong [8], em 1981, sendo definido num grafo não orientado  $G = (N, E)$  com custos,  $c_e$ , e procuras,  $q_e$ , para cada aresta,  $e \in E$ ; e um número fixo de veículos,  $P$ , idênticos com capacidade  $W$ . Neste, pretendem encontrar-se  $P$  circuitos tais que: 1) cada aresta com procura positiva seja servida exatamente por um só veículo; 2) a soma da procura das arestas servidas por cada veículo não exceda  $W$ ; 3) todos os veículos efetuem um circuito com início e fim num vértice específico, designado por depósito; e 4) o custo total dos circuitos seja minimizado.

A “capacidade” dos veículos referida, não corresponde necessariamente à capacidade do veículo em termos de carga, podendo também corresponder a um tempo máximo de trabalho ou a uma distância máxima a percorrer.

Sendo o CARP um problema com procura nas arestas, pode ainda ser definido como orientado (*Directed Capacitated Arc Routing Problem*) ou misto (*Mixed Capacitated Arc Routing Problem*).

Mourão [11] definiu, em 1997, o PRRS, que generaliza o DCARP contendo restrições adicionais. Este problema tem como características adicionais, a consideração de dois pontos específicos em vez de um só depósito: um posto de serviço (PS) e uma estação e tratamento de resíduos sólidos (ETRS).

No PRRS, uma rota do veículo é composta por três ou mais subrotas: 1) uma *subrota inicial* – com início no PS e fim na ETRS; 2) uma ou mais *subrotas intermédias* – com início e fim na ETRS; e 3) uma *subrota final* – com início na ETRS e fim no PS.

O problema em foco neste trabalho, PRRS-Seixal, enquadra-se num CARP. Apesar de não ser necessário estabelecer um limite de capacidade para os veículos, existe um tempo de trabalho limite por rota. É considerado um MCARP, uma vez que a rede é mista.

Tal como no PRRS, considera-se a existência de um Posto de Serviço (PS) e de um Aterro Sanitário (AS), diferindo deste na não definição de subrotas e na representação numa rede mista. Cada veículo efetua uma só rota com início e fim no PS, passando pelo AS. No PRRS-Seixal, o objetivo não é determinar as rotas de custo mínimo mas sim as de tempo total mínimo, que permitem a recolha de todos os resíduos, não excedendo um tempo limite de trabalho diário permitido por veículo.

#### **2.4. Problema de Recolha de Resíduos Sólidos – Seixal**

Como referido na Introdução, atualmente existem 21 circuitos de recolha porta a porta no Seixal. Estes circuitos ainda não cobrem todo o Concelho (Figura 3), pois este tipo de recolha está a ser implementada de forma progressiva em todas as zonas de moradia de modo a promover a comodidade dos utentes.



**Figura 3:** Mapa da zona de recolha

Na recolha porta a porta existem dois tipos de contentores: 120l e 240l. O tempo de recolha de um contentor é aproximadamente 20 segundos. Para efetuar a recolha estão disponíveis 8 veículos sem limite de capacidade, existindo turnos de trabalho de 7h.

Foi feita uma recolha de dados, na qual se obtiveram o número de contentores em cada ligação, a quantidade a recolher em cada localidade (Anexo A) bem como a informação referente aos custos de tratamento de resíduos, manutenção de veículos, combustível e custos com pessoal.

O comprimento de cada arco foi determinado com o auxílio do SIG (Sistema de Informação Geográfica), um sistema de informação espacial que permite a análise e representação do espaço.

### 2.4.1. Definições e Notação

Neste problema, define-se **rota** de um veículo como todo o seu percurso desde que sai do Posto de Serviço (PS) até lá voltar para deixar a tripulação, passando pelo Aterro Sanitário (AS).

A zona em estudo é representada por um grafo misto  $G' = (V, E \cup A')$ , com os respetivos conjuntos de arcos e arestas onde deve ser efetuada recolha pré-definidos,  $A_R \subset A'$  e  $E_R \subset E$ ; e  $V$  o conjunto dos vértices que representam cruzamentos ou “becos” (extremos de ruas sem saída). Considera-se  $n = |V|$ , o número de nodos sendo que o vértice  $1 \in V$  representa o Posto de Serviço e o vértice  $n + 1 \in V$  o Aterro Sanitário.

Cada arco ou aresta  $a = (i, j) \in A' \cup E$ , representa um segmento de rua. O sentido das ruas é indicado pela orientação dos arcos sendo que, no respeitante às ruas com serviço, a existência de:

- um único arco  $(i, j) \in A'$  representa uma rua de sentido único;
- dois arcos opostos  $(i, j), (j, i) \in A'$  representam uma rua com dois sentidos, que tem de ser servida separadamente em ambos os sentidos;
- uma aresta  $(i, j) \in E$  representa uma rua na qual a recolha pode ser feita simultaneamente dos dois lados com o veículo a circular em qualquer dos sentidos.

No problema em questão não existem arcos de procura incidentes no PS nem em AS, sendo que estes locais, dada a sua posição, também não são usados como pontos de passagem.

Designa-se por:

$G = (V, A)$ , o grafo orientado onde cada aresta de  $E$  é substituída por dois arcos opostos, ou seja,  $A = A' \cup \{(i, j), (j, i) : (i, j) \in E\}$ ;

$R \subseteq A$ , o conjunto dos arcos de serviço de  $G$ , denominados **tarefas** ( $|R| = |A_R| + 2|E_R|$ );

$P$ , o número total de veículos disponíveis para efetuar a recolha ( $p = 1, \dots, P$ );

$W$ , o tempo limite (em horas) por rota;

$t_{i,j}$ , o tempo (em horas) de recolher resíduos na ligação  $(i, j) \in R$

$v_{i,j}$ , o tempo (em horas) de passar no arco  $(i, j) \in A$  em vazio, ou seja, sem efetuar recolha;  $(v_{i,j} < t_{i,j}), \forall (i, j) \in R$ ;

$\lambda$ , o tempo de despejar resíduos no AS.

### 2.4.2. Formalização do Problema

O problema em estudo será formalizado como um problema de programação linear inteira (PLI). Com base na formalização apresentada, em 2010, para o MCARP por Gouveia *et. al.*[10] definem-se três tipos de variáveis para cada veículo  $p = 1, \dots, P$ :

- $x_{ij}^p = \begin{cases} 1 & \text{se o veículo } p \text{ recolhe os resíduos em } (i, j) \in R \\ 0 & \text{c. c.} \end{cases}$

- $y_{ij}^p$ , é o número de vezes que o veículo  $p$  atravessa a ligação  $(i, j) \in A$  em vazio, ou seja, sem efetuar recolha.
- $f_{ij}^p$ , é o fluxo no arco  $(i, j) \in A$ , relacionado com o tempo remanescente na rota  $p$ .

Tendo em conta as variáveis definidas designa-se por:

- $T^p = \sum_{(i,j) \in R} t_{i,j} x_{ij}^p + \sum_{(i,j) \in A} v_{i,j} y_{ij}^p + \lambda \sum_{(i,n+1) \in A} y_{i,n+1}^p$   $p = 1, \dots, P$ , o tempo total de recolha de uma rota
- $Z$ , o tempo total de recolha

O PRRS-Seixal pode, então, ser formalizado da seguinte forma:

$$\text{Min } z = \sum_{p=1}^P \left( \sum_{(i,j) \in R} t_{ij} x_{ij}^p + \sum_{(i,j) \in A} v_{ij} y_{ij}^p + \lambda \sum_{(i,n+1) \in A} y_{i,n+1}^p \right) \quad (2.1)$$

s.a:

$$\sum_{j:(i,j) \in R} x_{ij}^p + \sum_{j:(i,j) \in A} y_{ij}^p - \sum_{j:(j,i) \in R} x_{ji}^p - \sum_{j:(j,i) \in A} y_{ji}^p = 0 \quad p = 1, \dots, P, \quad i \in V \quad (2.2)$$

$$\sum_{p=1}^P x_{ij}^p = 1 \quad \forall (i, j) \in A_R \quad (2.3)$$

$$\sum_{p=1}^P (x_{ij}^p + x_{ji}^p) = 1 \quad \forall (i, j) \in E_R \quad (2.4)$$

$$\sum_{(1,j) \in A} y_{1j}^p \leq 1 \quad p = 1, \dots, P \quad (2.5)$$

$$\sum_{(1,j) \in A} y_{1j}^p = \sum_{(i,n+1) \in A} y_{i,n+1}^p \quad p = 1, \dots, P \quad (2.6)$$

$$\sum_{(1,j) \in A} f_{1j}^p = \sum_{(i,j) \in R} t_{ij} x_{ij}^p + \sum_{(i,j) \in A} v_{ij} y_{ij}^p + \lambda \sum_{(i,n+1) \in A} y_{i,n+1}^p \quad p = 1, \dots, P \quad (2.7)$$

$$\sum_{j:(j,i) \in A} f_{ji}^p - \sum_{j:(i,j) \in A} f_{ij}^p = \sum_{j:(j,i) \in R} t_{ji} x_{ji}^p + \sum_{j:(j,i) \in A} v_{ji} y_{ji}^p \quad p = 1, \dots, P, \quad (2.8)$$

$$i \in V \setminus \{1, n+1\}$$

$$f_{n+1,1}^p = v_{n+1,1} \quad p = 1, \dots, P \quad (2.9)$$

$$\sum_{(i,n+1) \in A} f_{i,n+1}^p = \sum_{(i,n+1) \in A} v_{i,n+1} y_{i,n+1}^p + \lambda + v_{n+1,1} \quad p = 1, \dots, P \quad (2.10)$$

$$f_{ij}^p \leq W(x_{ij}^p + y_{ij}^p) \quad \forall (i,j) \in A; p = 1, \dots, P \quad (2.11)$$

$$x_{ij}^p \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in R; p = 1, \dots, P \quad (2.12)$$

$$y_{ij}^p \geq 0 \text{ e inteiro} \quad \forall (i,j) \in A; p = 1, \dots, P \quad (2.13)$$

$$f_{ij}^p \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A; p = 1, \dots, P \quad (2.14)$$

Com a função objetivo (2.1) pretende-se, então, minimizar o tempo total, dado pela soma entre o tempo de recolha e o de despejo.

As condições (2.2) são necessárias para garantir a continuidade das rotas, enquanto (2.3) e (2.4), respetivamente, garantem o serviço dos arcos e arestas com procura por um só veículo.

As restrições (2.5), identificando se cada veículo é ou não usado, garantem que o tempo de tratamento dos resíduos no AS é contabilizado adequadamente na função objetivo. Com (2.6) garante-se que o número de vezes que o veículo deixa o PS é igual ao número de vezes que vai ao AS.

As condições (2.7) a (2.10) garantem a conexidade das rotas, sendo todas formadas a partir do depósito. Assim, (2.7) contabilizam o tempo utilizado pelo veículo, medido nas variáveis fluxo com início do depósito. Este tempo vai sendo utilizado, sendo que (2.8) asseguram que a partir de cada nodo o tempo ainda disponível é suficiente para realizar o serviço em falta, e, quando o veículo se desloca ao AS, por (2.10), tem tempo para efetuar o trajeto e para despejar. Com (2.9) garante-se que o valor das variáveis fluxo com início no AS e fim no PS corresponde ao tempo em vazio de efetuar esse trajeto.

As restrições de ligação (2.11) asseguram que só são definidas variáveis fluxo para veículos que estejam a ser utilizados. Este grupo de restrições é necessário para garantir que o tempo limite  $W$  não é excedido.

As restrições de integralidade e de sinal são dadas por (2.12), (2.13) e (2.14).

## Capítulo 3. Heurística para a resolução do PRRS-Seixal

### 3.1. Introdução

Sendo o CARP um problema de difícil resolução, justifica-se que se recorra a uma heurística para a determinação de soluções admissíveis para o PRRS-Seixal.

As primeiras heurísticas desenvolvidas para a resolução do CARP surgiram nos anos 80. Golden e Wong [8] apresentaram o *Augument-Merge*, em que se constroem ciclos pequenos que posteriormente são fundidos em maiores com base nas poupanças. Golden *et al.* [9] desenvolveram o *Path-Scanning*, no qual para se formar um ciclo a partir do depósito, uma aresta que pareça mais promissora é adicionada até atingir a capacidade do veículo. Percorre-se, depois, o caminho de custo mínimo até ao depósito de modo a completar o ciclo.

Neste contexto, outra possível abordagem consiste em encontrar primeiro uma rota “gigante” fazendo, depois, uma sua partição num conjunto de rotas admissíveis tendo em conta a capacidade do veículo. Um algoritmo deste tipo foi apresentado por Ulusoy [19], em 1985.

Aplicadas à recolha de resíduos em Portugal podem destacar-se algumas heurísticas desenvolvidas recentemente para o CARP. Em 2005, Mourão *et al.*

[12] apresentaram um método para um CARP misto no qual o grafo é inicialmente transformado num orientado. Deste modo, é possível obter um grafo orientado Euleriano com um pequeno número de arcos sem procura. De seguida, é identificado um conjunto de pequenas rotas representando circuitos, com um total de resíduos a recolher menor que a capacidade dos veículos. Caso os circuitos obtidos se intersectem, e a capacidade dos veículos seja compatível, é permitida uma agregação entre os mesmos.

Em 2008, Santos *et al.* [17] desenvolveram uma versão modificada do já referido *Path-Scanning*. Os autores usaram uma versão alterada do algoritmo de Dijkstra de modo a incorporar “restrições a certo tipo de viragens”. Neste, em vez de se identificarem os nodos identificam-se os arcos, uma vez que um arco orientado, com custo positivo, nunca aparece mais de uma vez num caminho mais curto.

Na secção que se segue, é apresentada uma heurística construtiva para o problema de recolha de resíduos sólidos no Seixal, com a qual se determina uma nova rota para cada uma das rotas já existentes no Concelho.

**Exemplo:** Considere-se o exemplo (Figura 4) associado ao problema em questão, que servirá para ilustrar a heurística na secção seguinte. O vértice 1 representa o posto de serviço e o vértice  $n + 1 = 9$  o aterro sanitário. Ligações a tracejado representam ruas sem resíduos a recolher. Considera-se que os

tempos envolvidos, incluindo  $W$ , são compatíveis com a geração de uma só rota.

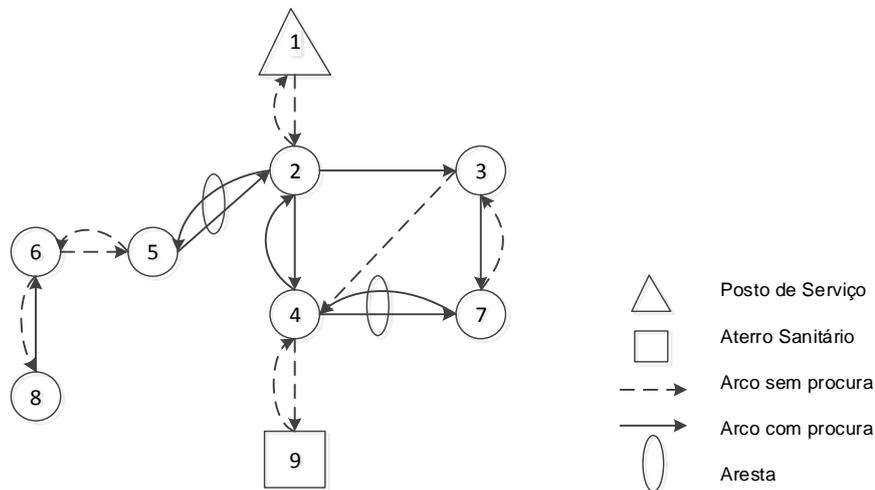


Figura 4: Grafo  $G = (V, E \cup A)$

### 3.2. Metodologia para o PRRS-Seixal

Com a heurística desenvolvida determina-se uma rota de cada vez. Logo, para obter  $P$  rotas, a heurística deve ser aplicada tantas vezes quanto o número de rotas.

Tendo em conta a localização do PS e do AS, a inicialização de uma rota será feita com a tarefa mais próxima do PS, de modo a percorrer o menor número de arcos em vazio, diminuindo a distância percorrida e a duração do percurso.

Para escolher a tarefa mais próxima do Posto de Serviço, recorreu-se ao algoritmo de Floyd (ver [5]). O procedimento consiste em determinar o caminho mais curto entre todos os pares de nodos, obtendo-se duas matrizes: uma com

as distâncias dos caminhos mais curtos entre os nodos,  $\mathbf{D}^n$ , e outra com os respetivos caminhos,  $\mathbf{C}^n$ .

Inicializado o circuito, procura-se afetar todas as tarefas ainda não servidas e ligadas diretamente à tarefa inicial,  $t = (t_i, t_f)$ , ou seja, afetam-se tarefas enquanto o número de tarefas incidentes no nodo inicial,  $t_i$ , ou final,  $t_f$ , de  $t$  for superior a zero e o tempo limite,  $W$ , para a rota não seja atingido. O número de tarefas incidentes num nodo,  $i$ , designa-se por grau do nodo e representa-se por  $grau(i)$ .

Quando já não existirem tarefas, por afetar, ligadas diretamente à inicial, e enquanto houver tempo disponível e tarefas por servir, é feita uma procura de uma tarefa qualquer ainda não servida. Esta é ligada com o nodo mais próximo pertencente ao circuito, bem como todas as tarefas não servidas incidentes nos nodos inicial e final da mesma, se possível.

Quando todas as tarefas estiverem servidas, é feita uma pesquisa da existência de circuitos em vazio. Caso sejam encontrados, estes serão retirados desde que o grafo induzido pela solução não fique desconexo.

A heurística desenvolvida denomina-se GRTIP (Geração de Uma Rota por Inserção da Tarefa mais Próxima). De seguida, apresenta-se o algoritmo genérico e respetivos procedimentos incluindo o algoritmo Floyd que antecede o GRITP.

Definam-se os seguintes parâmetros, para além dos anteriormente definidos:

- $n$ , o número total de nodos;
- $na$ , o número total de ligações;
- $\mathbf{R}$ , a matriz binária em que  $r_{i,j} = 1$ , se o arco é atravessado pelo veículo;  
 $r_{i,j} = 0$ , c.c.;
- $\mathbf{D}$ , a matriz com os comprimentos dos arcos com  $d_{ij} = \infty$  caso  $(i,j) \notin A$  ;
- $W$ , o tempo disponível para efetuar recolha tendo em conta o regresso ao PS depois de despejar;
- $\mathbf{Z}$ , a matriz dos caminhos em vazio;
- $D_T$ , distância total percorrida;  $T$ , a duração total do circuito;  $Q_T$ , a quantidade total recolhida;  $C_T$ , o custo total de tratamento de resíduos;
- $L$ , o número total de tarefas a servir;
- $S$ , o número de tarefas não servidas;

Algoritmo Floyd ( $\mathbf{D}, \mathbf{D}^n, \mathbf{C}^n$ )

1. Determinar  $\mathbf{C}^0$ : If  $d_{ij} < \infty$  Then  $c_{ij}^0 = i$ , Else  $c_{ij}^0 = 0$
  2.  $D^0 \leftarrow D$ ;
  3. Para  $k = 1, \dots, m$  fazer  $d_{ij}^k \leftarrow \min \{d_{ik}^{k-1} + d_{kj}^{k-1}, d_{ij}^{k-1}\}$   
 Se  $d_{ij}^k <> d_{ij}^{k-1}$  então atualizar  $c_{ij}^k$
- End {Floyd}

Algoritmo GRITP – Geração de Uma Rota por Inserção da Tarefa Mais Próxima

**Passo 0:** Input:  $\mathbf{D}^n, \mathbf{C}^n, L, n, na, W$

**Passo 1:**  $S \leftarrow L; D_T \leftarrow 0; T \leftarrow 0; Q_T \leftarrow 0; C_T \leftarrow 0; \mathbf{R} \leftarrow \mathbf{0}; \mathbf{V} \leftarrow \mathbf{0};$

$ha\_adjacentes \leftarrow False;$

**Passo 2:** Call Inicializa Circuito ( $\mathbf{D}^n, t_i, t_f, \mathbf{R}, L$ )

**Passo 3:** Enquanto  $ha\_adjacentes$ :

Call Aumenta Circuito Adjacentes( $\mathbf{D}^n, t_i, t_f, \mathbf{R}$ )

**Passo 4:** Enquanto  $T < W \wedge S > 0$ , Call Aumenta Circuito ( $\mathbf{D}^n, \mathbf{R}$ )

**Passo 5:** Call Vazios ( $\mathbf{Z}, \mathbf{R}$ )

**Passo 6:** Identificar o caminho mais curto de  $n + 1$  para 1 e atualizar  $Q_T, D_T$

**Passo 7:** Output:  $\mathbf{R}, T, Q_T, D_T$

End {GRITP}

Algoritmo Inicializa Circuito ( $\mathbf{D}^n, t_i, t_f, \mathbf{R}, S, D_T, Q_T, T$ )

1. Encontrar  $v$ , o vértice mais perto (tendo em conta  $\mathbf{D}^n$ ) do PS e tal que

$$grau(v) > 0$$

2. Procurar  $t$ , uma tarefa não servida e incidente em  $v$

3. Se  $t = (u, v)$  então  $t_i \leftarrow u, t_f \leftarrow v$

4. Atualizar  $\mathbf{R}$ :  $r_{1t_i} \leftarrow 1, r_{t_i, t_f} \leftarrow 1, r_{t_f, n+1} \leftarrow 1$

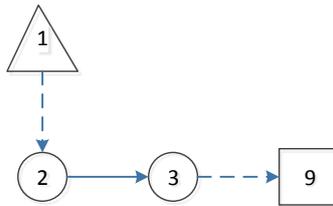
5. Atualizar  $grau(t_i), grau(t_f), S, D_T, Q_T, T$

6. Considerar  $t$  como servida

7. Se  $grau(t_i) > 0 \vee grau(t_f) > 0$  então  $ha\_adjacentes \leftarrow True$

End {Inicializa Circuito}

**Exemplo:**



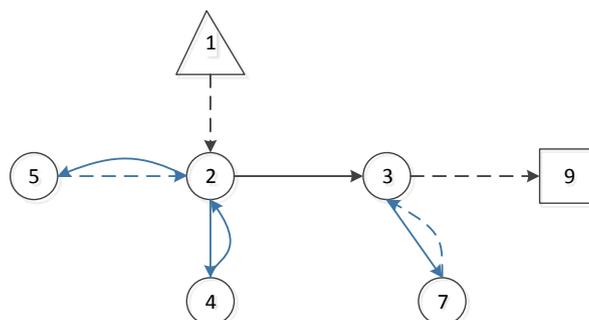
**Figura 5:** Passo 2 do Algoritmo GRITP

Algoritmo Aumenta Circuito Adjacentes ( $t_i, t_f, \mathbf{R}$ )

1. enquanto  $grau(t_i) > 0 \vee grau(t_f) > 0 \wedge T < W$ 
  1. identificar a tarefa  $v = (v_i, v_f)$  não servida e adjacente a  $t$ <sup>1</sup>
  2. Atualizar  $\mathbf{R}$ :  $r_{v_i, v_f} \leftarrow 1; r_{v_f, v_i} \leftarrow 1$
  3. Se  $(v_f, v_i)$  é tarefa, marcá-la como servida
  4. Atualizar  $grau(v_i), grau(v_f), grau(t_i), grau(t_f)$
  5. Atualizar  $S, D_T, Q_T, T$ ;

End {Aumenta Circuito Adjacentes}

**Exemplo:**



**Figura 6:** Passo 3 do Algoritmo GRITP

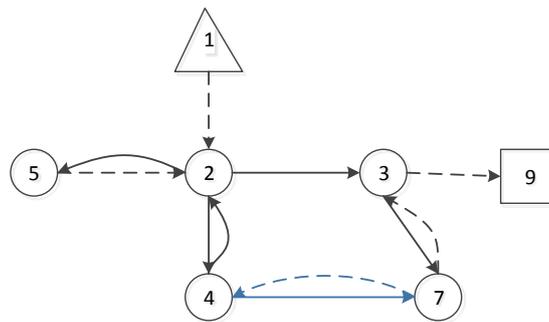
Algoritmo Aumenta Circuito ( $\mathbf{D}^n, \mathbf{C}^n, \mathbf{R}, T, W, S, L$ )

1. Procurar  $t = (i, j)$ , uma tarefa não servida
2. Procurar  $k$ , o nodo incluído no circuito, mais perto de  $t$

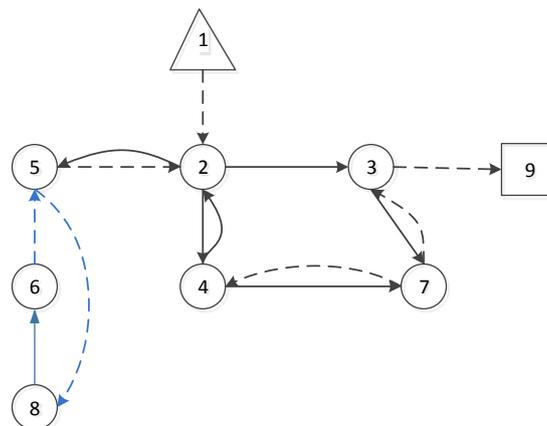
<sup>1</sup> As arestas são servidas de acordo com o primeiro dos sentidos identificados.

3. Atualizar  $\mathbf{R}$ :  $r_{ij} \leftarrow 1$
  4. Marcar  $(i, j)$  como servida
  5. Se  $k = i \vee k = j$  então atualizar  $\mathbf{R}$ , alterando para 1 os arcos no caminho mais curto, em  $\mathbf{C}^n$ , de  $j$  para  $i$   
c.c., atualizar  $\mathbf{R}$ , alterando para 1 os arcos nos caminhos mais curtos, em  $\mathbf{C}^n$ , de  $k$  para  $i$  e de  $j$  para  $k$
  6. Atualizar  $\text{grau}(i), \text{grau}(j), S, D_T, Q_T, T$
- End {Aumenta Circuito}

**Exemplo:**



**Figura 7:** Passo 4 do Algoritmo GRITP

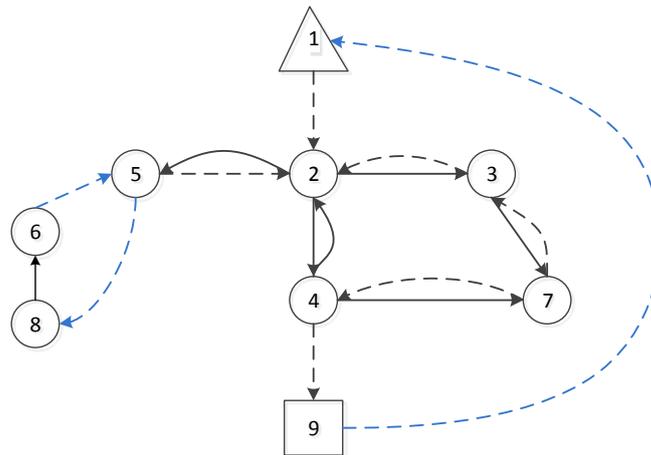


**Figura 8 -** Passo 4 do Algoritmo GRITP

Algoritmo Vazios (R, Z)

1. Para  $i = 1, \dots, m$  e  $j = 1, \dots, m$   
     Se  $r_{ij} = 1$  e  $t = (i, j)$  não servida então  $z_{ij} \leftarrow r_{ij}$
  2. Call Floyd (Z, Z<sup>n</sup>, C<sup>n</sup>)
  3. Se  $c_{ii}^n \neq 0$  ( $\exists$  circuito em vazio de  $i$  para  $i$ )
  4. Retirar o circuito se a rota se mantiver conexa
  5. Atualizar  $D_T$ ,  $T$  e  $R$
- End {Vazios}

**Exemplo:**



**Figura 9:** Passo 5 do Algoritmo GRITP

**3.3. Implementação em VBA**

O programa desenvolvido é composto por dois módulos: o primeiro tem como função atualizar a rede recorrendo ao algoritmo de Floyd e o segundo determinar um circuito de tempo mínimo através do algoritmo GRITP.

As redes encontram-se em ficheiros Excel separados contendo 5 folhas de cálculo com as seguintes designações: “Circuito”, “Rede”, “matw”, ”matp”, e “mtemp”. Estes ficheiros *input* apresentam sempre o mesmo formato permitindo a introdução de novos dados sempre que necessário de modo a correr facilmente o programa (Figura 10). Assim, caso existam novas ruas ou moradias é possível acrescentar novos arcos ou alterar o número de contentores.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Rua	Nodo		Nº Contentores	Capacidade			Capacida	Procura	Tempo de	Custo	Tempo em	Ligação	Sentido (0 =				
2		i	j	120	240	Total	dade Total (L)	e Total (ton)	(ton)	Recolha Total (min)	Total Tratament	Vazio (min)	Normal 1=	Marche-Atrás)				
3	Posto de Serviço -	1	2	7000,00	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	21,00	arco	0			Nº Viaturas	1
4	Qta. Secundino	2	1	7000,00	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	21,00	arco	0			Tempo disponível / Turno (min)	540
5	D	2	3	220,19	12	0	1440	0,36	0,09	4,00	1,89	0,66	aresta	0			Tempo Recolha 1 contentor (seg)	20
6		3	2	220,19	12	0	1440	0,36	0,09	4,00	1,89	0,66	aresta	0			Custo Tratamento / Ton	20,93 €
7	C	3	4	20,53	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,06	arco	1				
8		4	3	20,53	2	0	240	0,06	0,02	0,67	0,32	0,06	arco	0			Densidade RSU (kg/m3)	250
9		3	5	266,89	12	0	1440	0,36	0,09	4,00	1,89	0,80	aresta	0			Velocidade média (km/h)	20
10		5	3	266,89	12	0	1440	0,36	0,09	4,00	1,89	0,80	aresta	0			Capacidade Total (L)	461,82
11	Bento Moura Portu	2	5	54,76	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,16	arco	0			Procura Total (ton)	116,04
12		5	2	54,76	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,16	arco	0				
13		6	5	50,70	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,15	arco	0				
14		6	5	50,70	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,15	arco	0			Nº tarefas	8
15		6	10	38,82	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,12	arco	0				
16		10	6	38,82	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,12	arco	0			Aterro-Posto	
17	Qta Secundino	6	7	120,29	10	0	1200	0,3	0,08	3,33	1,58	0,36	aresta	0			Distância	13300,00
18		7	6	120,29	10	0	1200	0,3	0,08	3,33	1,58	0,36	aresta	0			Tempo	15,96
19		7	8	136,27	4	0	480	0,12	0,03	1,33	0,63	0,41	aresta	0				
20		8	7	136,27	4	0	480	0,12	0,03	1,33	0,63	0,41	aresta	0			Nº Vértices	11
21	Qta Cantarrilho	10	9	122,21	12	0	1440	0,36	0,09	4,00	1,89	0,37	aresta	0			Nº Arcos	26
22		9	10	122,21	12	0	1440	0,36	0,09	4,00	1,89	0,37	aresta	0			Posto Serviço	1
23		9	8	64,75	15	0	1800	0,45	0,11	5,00	2,37	0,19	aresta	0			Aterro Sanitário	11
24		8	9	64,75	15	0	1800	0,45	0,11	5,00	2,37	0,19	aresta	0				
25	Faias	7	9	49,30	3	0	360	0,09	0,02	1,00	0,47	0,15	aresta	0			Nº Contentores	80
26		9	7	49,30	3	0	360	0,09	0,02	1,00	0,47	0,15	aresta	0				
27		8	11	7400,00	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	22,20	arco	0				
28	Aterro	11	8	7400,00	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	22,20	arco	0				
29																		
30																		

Figura 10: Ficheiro de dados

Ao abrir o ficheiro Excel que contém o programa, encontram-se dois botões (Figura 11) que correspondem a cada um dos módulos. Ao clicar num botão é apresentada uma caixa de diálogo para que se introduza a localização do ficheiro (ex: C:\User\Desktop\”nome do ficheiro”.xlsx) com a definição da rede para a qual se pretende determinar/atualizar o circuito.

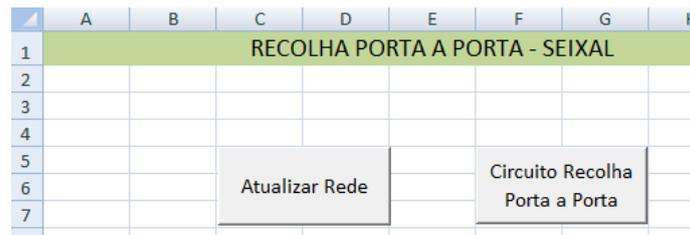


Figura 11: Painel de Bordo

Relativamente à solução, esta é apresentada numa folha Excel (“Circuito”) pertencente ao ficheiro da rede utilizada (Figura 12). É apresentada uma matriz binária,  $P$ , bem como os valores obtidos para a duração, o custo, a distância percorrida e a quantidade recolhida de resíduos para o circuito. A matriz indica quais os arcos a atravessar (1 se atravessa e 0 caso contrário), em quais é necessário efetuar a recolha (células azuis) e se esta deve ser efetuada em marcha atrás (células verdes).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2															
3															
4	Duração Circuito (min)	65,02		1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5				2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
6	Custo Total (€)	11,04		3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
7				4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	Distância Total (m)	29653,39		5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9				6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	Quantidade Recolhida (ton)	0,53		7	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
11				8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
12				9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
13				10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
14	Legenda:			11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															

Figura 12: Apresentação da solução

No suporte informático em anexo encontra-se o programa desenvolvido bem como as soluções obtidas para os 21 circuitos.

## Capítulo 4. Análise dos Resultados

Com a ferramenta desenvolvida determinaram-se novos circuitos para os 21 já existentes no Seixal. Para tal, foram tidos em conta uma velocidade média de 22 km/h e um tempo de recolha por contentor de 20 segundos. Considerou-se que o custo de tratamento de uma tonelada de resíduos tem um valor de 20€.

Da informação obtida, sobre a quantidade recolhida em 2011 até ao mês de Setembro, calculou-se uma quantidade média a recolher de 116,04 toneladas por dia.

As distâncias percorridas bem como a duração dos circuitos já existentes, foram recalculadas de modo a ser possível fazer uma comparação entre os resultados existentes e os resultados obtidos com a heurística desenvolvida. Com base nestes cálculos, o circuito atual com maior duração efetua a recolha em 8h52min, definindo-se um tempo limite de 9 horas.

Inicialmente a heurística foi testada para um turno de 7h encontrando-se um circuito que teria uma duração superior ao número de horas disponíveis. De modo a obter uma solução admissível, sem ser preciso desdobrar os circuitos, esse número foi, então, aumentado para 9 horas. O circuito menor contém 44 nodos e o de maior dimensão 168 nodos, contendo duas redes.

No anexo B encontram-se os resultados obtidos para cada circuito bem como as agregações de dados correspondendo a circuitos que contêm mais do que uma sub-rede.

Na tabela do anexo C são apresentados os resultados sobre os custos de tratamento e quantidades recolhidas por circuito. Com as novas rotas são recolhidas 114,15 toneladas de resíduos, por dia, com um custo de tratamento de 2282,96€.

Em relação à duração dos circuitos, com a heurística apresentada verifica-se uma diminuição do número de horas necessárias para efetuar a recolha em todas as rotas e um decréscimo da distância percorrida em 20 dos circuitos (Tabela 1).

Identificação do Circuito	Circuito	Nº de nodos	Nº Contentores <sub>1</sub>	Novas Rotas		Δ (NR - RA)	
				Distância Percorrida (Km)	Duração do Circuito (h)	Distância Percorrida (km)	Duração (min)
BEL	Belverde	93	671	54,19	5,87	-33,61	-110,65
MRS	Vale de Carros / Marisol	90	690	58,54	5,81	-33,46	-132,45
PV	Pinhal do Vidal	61	676	43,03	5,36	-28,47	-98,97
FA I	Foros Amora I / Qta Bela Vista	96	701	58,06	5,95	-27,90	-111,05
FA II	Foros Amora II / Qta Inglesinhas	99	841	53,35	6,40	-25,31	-110,66
FA III	Foros Amora III / Qta Pé Leve	102	649	64,88	5,61	-27,12	-130,36
PCC	Pinhal Conde Cunha / Qta Queimada	168	656	85,65	6,91	0,65	-38,89

Identificação do Circuito	Circuito	Nº de nodos	Nº Contentores <sup>1</sup>	Novas Rotas		Δ (NR - RA)	
				Distância Percorrida (Km)	Duração do Circuito (h)	Distância Percorrida (km)	Duração (min)
PF I	Pinhal Frades I	93	600	45,34	5,06	-35,96	-118,38
PF II	Pinhal Frades II	88	515	48,09	4,69	-39,43	-128,84
VM I	Vale Milhaços I	72	638	39,82	5,01	-33,69	-112,54
VM II	Vale Milhaços II	73	715	40,73	5,48	-25,54	-89,98
VM III	Vale Milhaços III	44	728	37,42	5,41	-39,53	-128,12
VM IV	Vale Milhaços IV	90	744	47,48	5,94	-26,44	-93,08
VM V	Vale Milhaços V / Qta Brasileiro / Qta S. Nicolau	86	601	71,20	5,56	-10,90	-90,67
FF I	Fernão Ferro I	47	782	51,14	6,40	-26,98	-89,89
FF II	Fernão Ferro II	63	780	59,92	6,72	-26,58	-92,80
FF III	Fernão Ferro III	52	757	56,94	6,79	-34,32	-93,67
RED I	Redondos I / Qta Secundino	127	779	78,78	6,75	-10,62	-98,33
RED II	Redondos II	141	664	68,27	6,51	-38,77	-122,38
RED III	Redondos III / Qta Vale Sto António / Vale da Loba / Verdizela II	132	730	96,27	7,19	-11,73	-106,32
VERD	Verdizela I	102	588	57,39	5,54	-27,13	-94,30
<b>Δ TOTAL</b>						<b>-562,71 km</b>	<b>-36,53 h</b>
<b>Nº Circuitos com melhores resultados</b>						<b>20</b>	<b>21</b>
<sup>1</sup> Fonte: Ficheiros da Divisão de Salubridade da C.M. Seixal Δ (NR - RA) – Desvio entre os resultados para as Novas Rotas e das Rotas Atuais							

**Tabela 1: Resultados das Novas Rotas e Desvios**

Comparativamente às rotas iniciais, conseguiram-se diminuições da duração do circuito entre 39 a 133 minutos e das distâncias a percorrer entre 11 a 40 km.

Verifica-se que para redes com menos nodos e maior número de contentores, o decréscimo do número de horas tende a ser menor, à exceção do circuito VMIII. Apesar de corresponder a uma das redes com menor número de nodos (44) e mais contentores (728), os resultados foram dos melhores.

Por outro lado, para redes maiores com menor número de contentores, verificam-se melhores resultados, como é o caso de MRS, FA III, PF II, VM III e RED II para os quais é visível uma diminuição superior a 2 horas. Tendo em conta que as rotas atuais são determinadas manualmente, justifica-se esta melhoria dos resultados com a heurística pois quanto mais difícil é a rede mais difícil se torna determinar uma rota manualmente.

Relativamente ao circuito PCC, correspondente à rede com maior número de nodos e menor número de contentores, verificou-se um aumento da distância percorrida (+ 0,65 km) sendo, também, a rota com menor decréscimo na sua duração (apenas em 39 minutos). Este resultado pode dever-se ao facto de esta ser uma rede na qual os contentores se encontram muito dispersos. Será necessário percorrer um maior número de arcos em vazio, aumentando a distância percorrida e a duração do circuito.

## Capítulo 5. Conclusões

Com este projeto desenvolveu-se uma heurística construtiva para um problema com restrições de capacidade, correspondendo essa capacidade às horas disponíveis para efetuar a recolha. A sua implementação em *Visual Basic for Applications* permitiu determinar novos circuitos para a recolha porta a porta de resíduos urbanos no Seixal. Com o programa é possível obter novas rotas, por um processo automático, em poucos segundos.

Como referido anteriormente, os comprimentos dos arcos foram obtidos através do SIG. Foram necessárias algumas semanas para recolher toda a informação pois os dados tiveram de ser transcritos à mão para os mapas referentes às redes.

Determinaram-se 21 novos circuitos para a recolha porta a porta no Seixal tendo por base as zonas atribuídas aos circuitos já existentes, conseguindo-se diminuir o número de horas necessárias para efetuar a recolha em todos os circuitos.

Conclui-se que para redes maiores com menor número de contentores, os resultados tendem a melhorar comparativamente com os atuais. Sendo estas redes mais complicadas é natural que se obtenham melhores resultados, computacionalmente, com a heurística desenvolvida e não manualmente, método utilizado no Seixal.

É importante referir, também, que para o *Output* poder ser interpretado por um cantoneiro teria ainda de ser transformado num mapa com o desenho do percurso ou num documento descritivo do mesmo, de modo a ser legível.

A geração das novas rotas teve por base a agregação de zonas já existente no Seixal, de modo a poder ser feita uma comparação entre ambas. Como trabalho futuro, poderiam agregar-se as rotas de outro modo. Tendo em conta os circuitos com mais tempo disponível, procurar a(s) rota(s) mais próxima(s) e agrupá-la(s) enquanto o número máximo de horas não fosse excedido, é um exemplo de alteração que se pode estudar.

## 6. Referências Bibliográficas

- [1] Alvarés-Valdez, R., Benavent, E., Campos, V., Corberán, A., Mota, E., & Tamarit, J. (1993). ARC. A computerized System for Urban Garbage Collection. *Top* , 1, pp. 89-105.
- [2] Amponsah, S., & Salhi, S. (2004). The investigation of a class of capacitated arc routing problems: the collection of garbage in developing countries. *Waste Management* , 24, pp. 711-721.
- [3] Beltrami, E. J., & Bodin, L. D. (1974). Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection. *Networks* , 4, pp. 65-94.
- [4] Corberán, A., & Prins, C. (2010). Recent Results on Arc Routing Problems: An Annotated Bibliography. *Networks* , 56 (1), pp. 50-69.
- [5] Evans, J., & Minieika, E. (1992). *Optimization Algorithms for Networks and Graphs* (Second Edition ed.). New York: Marcel Dekker, Inc.
- [6] Ferreira, J. S., & Rodrigues, A. M. (2006). *Rural Postman and Related Arc Routing Problems*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [7] Ghiani, G., Guerriero, F., Improta, G., & Musmanno, R. (2005). Waste collection in Southern Italy: solution of a real-life arc routing problem. *International Transactions in Operations Research* , 12, pp. 135-144.
- [8] Golden, B. L., & Wong, R. T. (1981). Capacitated Arc Routing Problems. *Networks* , 11, pp. 305-315.
- [9] Golden, B. L., DeArmon, J. S., & Baker, E. K. (1983). Computational Experiments with Algorithms for a Class of Routing Problems. *Computers and Operations Research* , 10, pp. 47-59.
- [10] Gouveia, L., Mourão, M. C., & Pinto, L. S. (2010). Lower bounds for the mixed capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research* , 37, pp. 692-699.
- [11] Mourão, C. M. (1997). *Optimização de Rotas na Recolha de Resíduos Urbanos*. Universidade Técnica de Lisboa.
- [12] Mourão, M. C., & Amado, L. (2005). Heuristic Method for a mixed capacitated arc routing problem: A refuse collection application. *European Journal of Operations Research* , 160, pp. 139-153.

- [13]Perrier, N., Langevin, A., & Campbell, J. F. (2006). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part I: system design for spreading and plowing. *Computers and Operations Research* , 33, pp. 209-238.
- [14]Perrier, N., Langevin, A., & Campbell, J. F. (2006). A survey of models and algorithms for winter road maintenance. Part II: system design for snow disposal. *Computers and Operations Research* , 33, pp. 239-262.
- [15]Roy, S., & Roussau, J. M. (1989). The Capacitated Canadian Postman Problem. *Infor* , 27, pp. 58-73.
- [16]Santos, L., Coutinho-Rodrigues, J., & Antunes, C. H. (2011). A web spatial decision support system for vehicle routing using Google-Maps. *Decision Support Systems* , 51, pp. 1-9.
- [17]Santos, L., Coutinho-Rodrigues, J., & Current, J. R. (2008). Implementing a multi-vehicle multi-route spatial decision support system for efficient trash collection in Portugal. *Transportation Research Part A* , 2008, pp. 922-934.
- [18]Shuster, K. A., & Schur, D. A. (1974). *Heuristic Routing for Solid Waste Collection Vehicles*. US Environmental Protection Agency, SW-113, US Government Printing Office, Washington, D.C.
- [19]Ulusoy, G. (1985). The fleet size and mix problem for capacitated arc routing. *European Journal of Operations Research* , 22, pp. 329-337.

## 7. Anexos

### Anexo A – Quantidade Recolhida em 2011 (Janeiro-Setembro)

Meses /Qtd (ton)	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez	Total	Recolha média /circuito (ton)
<b>Porta-a-porta</b>	<b>922,26</b>	<b>838,01</b>	<b>952,16</b>	<b>945,80</b>	<b>1025,71</b>	<b>972,18</b>	<b>980,92</b>	<b>965,89</b>	<b>752,10</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>8355,03</b>	<b>116,04</b>
Belverde	50,87	48,76	47,81	60,97	63,32	69,30	51,46	64,77	53,46				500,72	6,95
Marrisol	42,20	39,95	49,18	62,82	56,15	57,07	55,32	52,49	34,50				449,68	6,25
Pinhal Vidal	42,64	33,21	41,36	33,82	34,34	39,40	39,66	35,40	23,84				323,67	4,50
Foros Amora I	41,54	41,06	47,95	46,31	49,59	49,15	53,48	45,84	39,11				414,03	5,75
Foros Amora II	50,36	35,05	55,61	50,76	62,80	43,56	56,62	49,54	44,84				449,14	6,24
Foros Amora III	52,01	57,86	45,64	42,02	61,15	49,75	45,61	49,25	45,55				448,84	6,23
Pinhal Conde Cunha	39,65	36,89	40,15	34,68	36,53	44,70	43,85	39,96	30,51				346,92	4,82
Pinhal Frades I	31,41	35,81	57,77	40,08	39,10	40,30	44,21	46,48	31,72				366,88	5,10
Pinhal Frades II	43,63	41,22	41,92	48,03	49,25	49,07	53,57	37,06	45,01				408,76	5,68
Vale Milhaços I	45,59	37,06	40,98	37,19	63,44	50,22	37,36	47,15	30,00				388,99	5,40
Vale Milhaços II	44,51	41,07	43,05	42,15	43,93	42,01	45,15	35,91	34,78				372,56	5,17
Vale Milhaços III	43,83	39,11	42,79	50,10	40,79	52,03	45,70	38,76	23,68				376,79	5,23
Vale Milhaços IV	49,00	39,07	49,66	40,32	50,62	37,44	44,31	48,80	41,15				400,37	5,56
Vale Milhaços V	37,36	38,40	36,17	40,88	46,97	35,03	36,50	37,49	29,93				338,73	4,70
Fernão Ferro I	54,95	51,18	55,80	66,48	64,64	45,25	53,36	52,70	34,69				479,05	6,65
Fernão Ferro II	49,84	40,76	47,41	43,00	38,79	38,49	50,46	47,42	32,05				388,22	5,39
Fernão Ferro III	54,52	40,88	49,75	39,30	48,59	60,34	48,25	58,08	33,39				433,10	6,02
Verdizela I	32,18	30,82	37,51	38,99	45,57	51,27	51,80	53,61	37,02				378,77	5,26
Redondos I	39,97	40,85	44,54	54,83	47,89	41,85	49,94	42,31	37,15				399,33	5,55
Redondo II	41,27	35,52	40,13	38,65	39,80	39,36	37,53	39,11	25,52				336,89	4,68
Redondos III	34,93	33,48	36,98	34,42	42,45	45,59	36,78	43,76	44,20				353,59	4,91

## Anexo B – Resultados e Agregação de Rotas

### Anexo B1 – Resultados dos circuitos contendo apenas uma rede

Circuito	Distância Percorrida (m)	Duração (min)	Custo Tratamento (€)	Qtd. Recolhida (Ton)
<b>Belverde</b>	54188,36	352,47	103,87	5,19
<b>Pinhal Vidal</b>	43026,24	321,36	102,37	5,12
<b>Fernão Ferro I</b>	51143,19	383,84	126,64	6,33
<b>Fernão Ferro II</b>	59922,92	403,11	123,77	6,19
<b>Fernão Ferro III</b>	56941,20	407,55	125,58	6,28
<b>Pinhal Frades I</b>	45481,22	303,73	93,02	4,65
<b>Pinhal Frades II</b>	48093,66	281,52	79,90	4,00
<b>Redondos II</b>	68271,01	390,88	110,05	5,50
<b>Vale Milhaços I</b>	40056,35	301,27	98,14	4,91
<b>Vale Milhaços II</b>	40726,10	329,09	111,26	5,56
<b>Vale Milhaços III</b>	37421,06	324,41	113,97	5,70
<b>Vale Milhaços IV</b>	47484,13	356,52	115,18	5,76
<b>Verdzela</b>	57609,70	332,80	95,73	4,79

## Anexo B2 – Circuito VM V

	Qta. Brasileiro	Qta. S. Nicolau	Vale Milhaços	Circuito: PS - Qta. Brasileiro - Qta. S. Nicolau - Vale Milhaços - AS
Duração Circuito (min)	152,83	87,78	164,42	333,57
Custo Total (€)	38,90	12,66	42,36	93,92
Distância Total (m)	32685,02	29976,82	34734,01	71195,85
Quantidade Recolhida (ton)	1,94	0,63	2,12	4,70

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Brasileiro – AS	2	32	3100,00	8,45
PS - Qta. S. Nicolau	1	2	11100,00	30,27
Qta. S. Nicolau – AS	2	15	3100,00	8,45
PS - Vale Milhaços	1	2	13400,00	36,55

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Brasileiro - Qta S. Nicolau	2	2	1700,00	4,64
Qta. S. Nicolau - Vale Milhaços	2	12	2800,00	7,63

## Anexo B3 – Circuito RED I

	Redondos	Qta. Secundino	Circuito: PS - Redondos - Qta. Secundino - AS
Duração Circuito (min)	380,90	65,03	405,15
Custo Total (€)	109,00	10,55	119,55
Distância Total (m)	61922,54	29657,92	78780,46
Quantidade Recolhida (ton)	5,45	0,53	5,98

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Redondos – AS	2	116	14500,00	43,50
PS - Qta. Secundino	1	2	7000,00	21,00

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Redondos - Qta. Secundino	3	2	8700,00	23,72

## Anexo B4 – Circuito RED III

	Redondos	Qta.Vale Loba	Verdizela II	Circuito: PS - Redondos - Qta.Vale Loba - Verdizela II - AS
Duração Circuito (min)	273,18	79,25	163,28	431,88
Custo Total (€)	71,31	14,17	28,95	114,43
Distância Total (m)	50415,59	26093,04	46782,80	96391,43
Quantidade Recolhida (ton)	3,57	0,71	1,45	5,72

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Redondos – AS	35	69	12700,00	38,10
PS - Qta.Vale Loba	1	2	7400,00	22,2
Qta.Vale Loba – AS	6	20	7100,00	21,3
PS - Verdizela II	1	2	11200,00	33,6

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Redondos - Qta.Vale Loba	2	2	8100,00	22,09
Qta.Vale Loba - Verdizela II	12	2	3400,00	9,27

## Anexo B5 – Circuito PCC

	Pinhal Conde Cunha (PCC)	Qta Queimada	Circuito: PS - PCC - Qta Queimada - AS
Duração Circuito (min)	281,15	168,34	414,32
Custo Total (€)	72,82	29,70	102,52
Distância Total (m)	52847,38	45705,53	85652,91
Quantidade Recolhida (ton)	3,64	1,48	5,13

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
PCC – AS	14	111	4600,00	12,54
PS - Qta Queimada	1	2	14100,00	38,45

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
PCC - Qta Queimada	109	2	5800,00	15,82

## Anexo B6 – Circuito MRS

	Qta Vale Carros	Marisol	Circuito: PS - Qta Vale Carros - Marisol - AS
Duração Circuito (min)	129,04	259,13	348,45
Custo Total (€)	25,33	82,47	107,79
Distância Total (m)	32770,81	38171,72	58542,53
Quantidade Recolhida (ton)	1,27	4,12	5,39

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta Vale Carros- AS	15	29	9100,00	27,30
PS - Marisol	1	2	12500,00	37,5

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta Vale Carros - Marisol	15	2	9200,00	25,09

## Anexo B7 – Circuito FA I

	Qta. Bela Vista	Foros Amora	Circuito: PS - Qta. Bela Vista - Foros Amora - AS
Duração Circuito (min)	102,97	283,54	357,05
Custo Total (€)	21,26	91,06	112,32
Distância Total (m)	29070,73	39788,74	58059,47
Quantidade Recolhida (ton)	1,06	4,55	5,62

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Bela Vista - AS	2	20	5100,00	13,91
PS - Foros Amora	1	2	7800,00	21,27

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Bela Vista - Foros Amora	2	21	2100,00	5,73

## Anexo B8 – Circuito FA II

	Qta. Inglesinhas	Foros Amora	Circuito: PS - Qta. Inglesinhas - Foros Amora - AS
Duração Circuito (min)	117,22	298,34	384,20
Custo Total (€)	29,25	103,12	132,37
Distância Total (m)	27940,89	36904,18	53345,07
Quantidade Recolhida (ton)	1,46	5,16	6,62

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Inglesinhas - AS	2	24	6000,00	16,36
PS - Foros Amora	1	2	7500,00	20,45

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Inglesinhas - Foros Amora	20	2	2000,00	5,45

## Anexo B9 – Circuito FA III

	Qta. Pé Leve	Foros Amora	Circuito: PS - Qta. Pé Leve - Foros Amora - AS
Duração Circuito (min)	98,09	277,71	336,96
Custo Total (€)	16,28	84,27	100,56
Distância Total (m)	30826,45	42541,16	64882,32
Quantidade Recolhida (ton)	0,81	4,21	5,03

## Ligações a Excluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Pé Leve - AS	2	17,00	9600,00	28,80
PS - Foros Amora	1	13,00	6800,00	20,40

## Ligações a Incluir:

	Nodo i	Nodo j	Distância (m)	Duração (min)
Qta. Pé Leve - Foros Amora	30	14,00	3800,00	10,36

**Anexo C – Custos de Tratamento e Quantidades Recolhidas por Circuito**

Identificação do Circuito	Circuito	Nº de nodos	Nº Contentores <sup>1</sup>	Quantidade Resíduos Recolhida (ton)	Custo Tratamento Resíduos (€)
BEL	Belverde	103,87	103,87	103,87	103,87
MRS	Vale de Carros / Marisol	107,79	107,79	107,79	107,79
PV	Pinhal do Vidal	102,37	102,37	102,37	102,37
FA I	Foros Amora I / Qta Bela Vista	112,32	112,32	112,32	112,32
FA II	Foros Amora II / Qta Inglesinhas	132,37	132,37	132,37	132,37
FA III	Foros Amora III / Qta Pé Leve	100,56	100,56	100,56	100,56
PCC	Pinhal Conde Cunha / Qta Queimada	102,52	102,52	102,52	102,52
PF I	Pinhal Frades I	93,02	93,02	93,02	93,02
PF II	Pinhal Frades II	79,90	79,90	79,90	79,90
VM I	Vale Milhaços I	98,14	98,14	98,14	98,14
VM II	Vale Milhaços II	111,26	111,26	111,26	111,26
VM III	Vale Milhaços III	113,97	113,97	113,97	113,97
VM IV	Vale Milhaços IV	115,18	115,18	115,18	115,18
VM V	Vale Milhaços V / Qta Brasileiro / Qta S. Nicolau	93,92	93,92	93,92	93,92
FF I	Fernão Ferro I	126,64	126,64	126,64	126,64
FF II	Fernão Ferro II	123,77	123,77	123,77	123,77
FF III	Fernão Ferro III	125,58	125,58	125,58	125,58
RED I	Redondos I / Qta Secundino	119,55	119,55	119,55	119,55
RED II	Redondos II	110,05	110,05	110,05	110,05
RED III	Redondos III / Qta Vale Sto António / Vale da Loba / Verdizela II	114,43	114,43	114,43	114,43
VERD	Verdizela I	95,73	95,73	95,73	95,73
1 Fonte: Ficheiros da Divisão de Salubridade da C.M. Seixal				114,15	2282,96