

MESTRADO EM
MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A
DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

IDENTIFICAÇÃO DE ROTAS PARA RECOLHA
PERIÓDICA DE RESÍDUOS DE PAPELEIRAS

MICAELA DINIS COSTA DA CRUZ TOSCANO

OUTUBRO – 2017

MESTRADO EM
MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A
DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

IDENTIFICAÇÃO DE ROTAS PARA RECOLHA
PERIÓDICA DE RESÍDUOS DE PAPELEIRAS

MICAELA DINIS COSTA DA CRUZ TOSCANO

ORIENTAÇÃO:

PROFESSORA DOUTORA MARIA CÂNDIDA VERGUEIRO
MONTEIRO CIDADE MOURÃO

PROFESSORA DOUTORA MARIA MARGARIDA DE OLIVEIRA
MOZ CARRAPA

OUTUBRO – 2017

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer às minhas orientadoras, Professora Doutora Cândida Mourão e Professora Doutora Margarida Moz, pela sugestão do tema e por toda a disponibilidade e conhecimentos transmitidos ao longo deste processo.

À Fundação para a Ciência e Tecnologia pelo financiamento através de uma Bolsa de Investigação concedida no âmbito do projeto de I&D “RORNET - Modelação de Problemas de Roteamento e Escalonamento”, PTDC/MATNAN/2196/2014.

À Sofia Alves por me ter cedido os dados do seu projeto.

Às minhas colegas de mestrado, Inês e Joanas, por todo o apoio, motivação e entreaajuda.

A todos os meus amigos que me acompanharam nesta aventura, obrigada pela vossa amizade e apoio.

Por fim, um agradecimento muito especial à minha família, em especial aos meus pais, à minha irmã e aos meus avós, por tudo o que fizeram por mim durante estes anos.

Resumo

Este projeto, inicialmente sugerido pela Junta de Freguesia de Alvalade, visa a identificação de rotas para recolha periódica de resíduos de papeleiras. O modelo apresentado tem como objetivo minimizar o tempo total das rotas, tendo em conta a capacidade do veículo e a duração dos turnos dos trabalhadores, considerando ainda um horizonte de planeamento predefinido. As rotas são planeadas para cinco dias de trabalho com dois turnos diários.

Foram estudados os problemas com procura nos arcos (ARP – Arc Routing Problems), uma vez que as papeleiras se encontram dispostas ao longo da rua, dando especial destaque aos problemas com restrições de capacidade (CARP – Capacitated Arc Routing Problems), tendo em atenção a capacidade limitada do veículo. O problema é formulado numa rede orientada, em que os nodos representam os cruzamentos ou entroncamentos e as ruas ou troços de ruas são representados pelos arcos, a cada um dos quais está associado o número de papeleiras a recolher.

Os dados foram tratados no *Microsoft Excel 2016* e o modelo foi testado com o *Open Solver*. Foram feitos testes com um exemplo de pequena dimensão e com instâncias de maior dimensão, utilizando dados reais.

Palavras-chave: Problemas com procura nos arcos (ARP), problemas com procura nos arcos e restrições de capacidade (CARP), rotas periódicas, modelos de programação linear inteira mista.

Abstract

This project, which was initially suggested by the Alvalade Parish Council, aims at identifying the routes for the periodic collection of litter bin waste. The model we present seeks to minimize the total routing time, according to the vehicles' capacity and the duration of the work shifts, during a predefined time horizon. The routes were planned considering five work days and two daily work shifts.

Due to the fact that the litter bins are spread along the streets, we have studied Arc Routing Problems (ARP), with a special focus on Capacitated Arc Routing Problems (CARP), always keeping the vehicles' capacity in mind. The problem was formulated over a directed graph, where the nodes represent the intersections or junctions, and the arcs represent the streets or street segments. The number of litter bins demanding collection is associated to each arc.

The data were processed on Microsoft Excel 2016 and the model was tested on the Open Solver. In order to assess the model, we first conducted tests using a small array of data, which then led us into further tests, where bigger instances based on real data were used.

Key words: Arc Routing Problems (ARP), Capacitated Arc Routing Problems (CARP), periodic routes, mixed integer linear programming models.

Índice

Agradecimentos	I
Resumo	II
Abstract	III
Índice de Figuras	V
Índice de Tabelas	VI
Glossário	VII
Capítulo 1: Introdução	1
Capítulo 2: Revisão Bibliográfica	3
2.1 Enquadramento	3
2.2 Problemas com Procura nos Arcos	5
2.3 Problemas com Procura nos Arcos e Restrições de Capacidade	6
Capítulo 3: Problema de Recolha Periódica de Resíduos de Papeleiras	8
3.1 Descrição do Problema	8
3.2 Formulação do Problema	10
Capítulo 4: Análise de Resultados	15
4.1 Tratamento de Dados	15
4.2 Testes Preliminares	19
4.3 Resolução do Problema de Alvalade	20
Capítulo 5: Conclusões	24
Referências Bibliográficas	26
Anexos	28
Anexo A: Modelo sem periodicidade	28
Anexo B: Mapa de Alvalade	29
Anexo C: Tabelas de Resultados	29

Índice de Figuras

Figura 1: Pontes de Königsberg, (Taha, 2011).....	3
Figura 2: Grafo das pontes de Königsberg, (Taha, 2011)	4
Figura 3: Exemplo 1	15
Figura 4: Exemplo 1 com nodo replicado	16
Figura 5: Dados do exemplo 1 no Excel – Folha de Dados	17
Figura 6: Restrições para o exemplo 1 – Folha de Resultados	18
Figura 7: Resultados do exemplo 1 – Folha de Resultados (continuação).....	18
Figura 8: Mapa de Alvalade	29

Índice de Tabelas

Tabela 1: Resultados do exemplo 1.....	19
Tabela 2: Tempo das rotas para o exemplo 1	20
Tabela 3: Distribuição das papeleiras pelos giros	20
Tabela 4: Resultados instância Giro 1.....	21
Tabela 5: Resultados instância Giro 2.....	22
Tabela 6: Resultados computacionais – dimensões das instâncias e tempos de execução	23
Tabela 7: Resultados Giro 1	32
Tabela 8: Resultados Giro 2	36

Glossário

ARP – *Arc Routing Problem*

CARP – *Capacitated Arc Routing Problem*

CCPP – *Capacitated Chinese Postman Problem*

CPP – *Chinese Postman Problem*

MBCPP – *Maximum Benefit Chinese Postman Problem*

NRP – *Node Routing Problem*

OMP – *Orienteering Mixed Arc Routing Problem*

PCMP – *Prize-Collecting Mixed Capacitated Arc Routing Problem*

PMCARP – *Profitable Mixed Capacitated Arc Routing Problem*

PCRPP – *Prize-Collecting Rural Postman Problem*

RPP – *Rural Postman Problem*

UCARPP – *Undirected Capacitated Arc Routing Problem with Profits*

VRP – *Vehicle Routing Problem*

Capítulo 1: Introdução

Este projeto surge como continuação do trabalho final de mestrado realizado por Sofia Alves (Alves, 2015) sobre o planeamento e recolha de resíduos de papeleiras, proposto pela Junta de Freguesia de Alvalade.

A acumulação de resíduos na via pública pode tornar-se num risco ambiental e de saúde pública. Assim, as papeleiras, bem como a sua manutenção, desempenham um papel importante no contexto urbano, podendo evitar o despejo de pequenos resíduos na via pública, para além da componente estética e decorativa. Cabe aos cidadãos a adoção de bons hábitos, utilizando corretamente as papeleiras. No que diz respeito à lavagem e despejo destas, a responsabilidade é das juntas de freguesia.

Com a entrada em vigor da nova lei da reorganização administrativa, em setembro de 2013, a freguesia de Alvalade sofreu alterações a nível geográfico e administrativo, (Alvalade, 2017). Esta freguesia foi agregada com as anteriores freguesias de Campo Grande e São João de Brito, o que levou a um aumento do território. Para além disto, ficou também estabelecido que a manutenção e limpeza de espaços públicos ficaria a cargo das juntas de freguesia. Assim, nasceu a necessidade de desenvolver este trabalho.

O objetivo deste projeto é o de obter e otimizar rotas para um veículo elétrico que efetua a recolha dos resíduos depositados nas papeleiras. Este veículo foi recentemente adquirido pela Junta de Freguesia de Alvalade. Pretende-se gerar rotas periódicas, minimizando o tempo total da viagem e respeitando quer a capacidade do veículo quer a duração do turno de trabalho dos funcionários. O percurso inicia-se e

termina no depósito, local onde se despejam os resíduos recolhidos. As papeleiras estão dispostas ao longo das ruas, que podem ter várias dimensões e um ou dois sentidos de circulação automóvel.

Neste trabalho foram estudados problemas de rotas quer com procura nos vértices quer nas ligações, com maior destaque para estes últimos, uma vez que as papeleiras se encontram dispostas ao longo das ruas (ligações). Também foram analisados os problemas com restrições de capacidade, tendo em conta que o veículo tem de facto uma capacidade limitada e o horário de trabalho dos funcionários tem de ser respeitado.

O modelo matemático desenvolvido generaliza o proposto por (Alves, 2015), com a inclusão da periodicidade das atividades, considerando ainda um horizonte de planeamento semanal.

Este relatório divide-se em cinco capítulos. No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica relacionada com o problema em causa. No capítulo seguinte é apresentado o problema em estudo, bem como a metodologia usada na sua resolução. No capítulo 4 é feita a apresentação e análise de resultados obtidos na experiência computacional. O último capítulo foca as conclusões e algumas sugestões de trabalho futuro.

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

2.1 Enquadramento

No século XVIII, Leonhard Euler estudou se seria possível passar uma e uma só vez em cada uma das sete pontes que unem a cidade de Königsberg e as suas duas ilhas, separadas pelo rio Pregel (Figura 1), e voltar ao ponto de partida. Este é considerado como o primeiro problema de roteamento nos arcos – Arc Routing – (Gribkovskaia, et al., 2007).

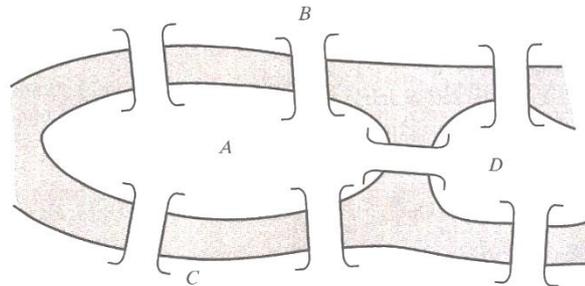


Figura 1: Pontes de Königsberg, (Taha, 2011)

Este tipo de problemas pode ser definido num grafo ou rede. Grafo é um par ordenado $G = (N, A)$, onde N é um conjunto finito de elementos que se denominam nodos ou vértices e A é um conjunto finito de pares de nodos, designados por ligações. Os elementos de A também se denominam arestas se forem pares não ordenados, e por arcos em caso contrário. A rede diz-se orientada se todas as ligações em A forem orientadas, não orientada se forem todas não orientadas e mista se A for formado por arestas e arcos (Taha, 2011).

O problema das pontes de Königsberg pode então ser definido num grafo não orientado, em que as margens do rio e as ilhas correspondem aos vértices e as pontes às arestas, como representado na Figura 2. Euler concluiu que para ser possível definir

tal percurso é necessário que todos os vértices tenham grau par, isto é, que seja par o número de ligações incidente em cada nodo. Este percurso, que parte de um ponto, passa uma e uma só vez por cada aresta de um grafo não orientado e volta ao ponto de partida, passou a ser conhecido como ciclo Euleriano.

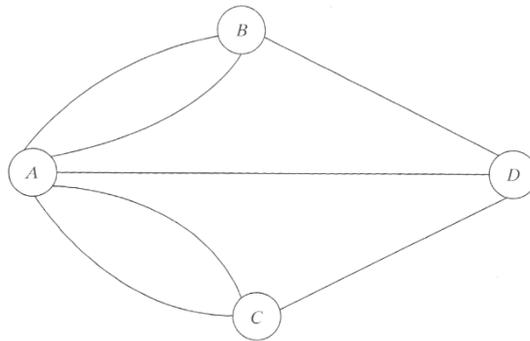


Figura 2: Grafo das pontes de Königsberg, (Taha, 2011)

No panorama económico, a otimização de rotas é uma mais-valia para as empresas/entidades. Ao determinar o melhor percurso que um veículo/indivíduo deve fazer para executar um determinado serviço, é possível reduzir custos ou o tempo desse serviço ou até mesmo maximizar o lucro da empresa. Alguns exemplos deste tipo de problemas são: entrega e recolha de correio, leitura de contadores, limpeza de ruas e recolha de resíduos. Este último será abordado neste trabalho.

Existem dois grupos onde se podem enquadrar este tipo de problemas: problemas com procura nos vértices (*Node Routing Problem – NRP*) e problemas com procura nos arcos (*Arc Routing Problem – ARP*), como se pode constatar nos recentes livros de (Toth & Vigo, 2014) e de (Corberán & Laporte, 2014b). No primeiro grupo (NRP) consideram-se os problemas em que a oferta/procura de serviços é distante entre si (serviço nos nodos), já no ARP incluem-se os problemas em que a oferta/procura é contínua ao longo das ligações (serviço nas ligações). Se estes

problemas tiverem associadas restrições de capacidade, como por exemplo a capacidade dos veículos ou o tempo de trabalho, define-se o VRP (*Vehicle Routing Problem*) e o CARP (*Capacitated Arc Routing Problem*), respetivamente.

2.2 Problemas com Procura nos Arcos

Os ARP podem ser classificados quanto ao número de veículos (um ou mais) e podem incluir ou não restrições de capacidade. (Corberán & Laporte, 2014b) e (Archetti & Speranza, 2014) fizeram uma revisão de vários problemas com procura nos arcos. Recentemente, (Mourão & Pinto, 2017) fizeram também um levantamento dos estudos sobre ARP publicados desde 2010 até ao presente. Estes artigos apresentam problemas de um só veículo, de múltiplos veículos e também algumas aplicações dos ARP.

O Problema do Carteiro Chinês (CPP – *Chinese Postman Problem*), apresentado por Meigu Guan em 1962, segundo (Corberán & Laporte, 2014a), consiste na otimização do percurso de um carteiro que distribui correio em todas as ruas, com início e fim na estação dos correios. Isto é, visa determinar o circuito de custo (distância ou tempo) mínimo necessário para percorrer todas as ligações da rede, representativa das ruas que se pretende servir.

O problema do Carteiro Rural (RPP – *Rural Postman Problem*), definido por Orloff, é idêntico ao do CPP, segundo (Corberán & Laporte, 2014a). Estes diferem somente na obrigatoriedade de passar, ou não, em todas as ruas. No RPP apenas um

subconjunto pré-determinado de ruas exige serviço, como acontece na distribuição de correio em ambiente rural.

(Malandraki & Daskin, 1993) introduziram o Problema do Carteiro Chinês com Maximização de Benefício (MBCPP – *Maximum Benefit Chinese Postman Problem*), em que se pretende maximizar o lucro de uma rota com princípio e fim num depósito. A escolha das ligações é feita de modo a maximizar a diferença entre o benefício recebido pelo serviço em cada arco e o custo respetivo, sendo possível não servir ligações com baixo benefício. O procedimento sugerido pelos autores para a resolução do problema baseia-se num *Branch & Bound*. (Pearn & Wang, 2003), (Pearn & Chiu, 2005) e (Corberán, et al., 2013) estudaram também o MBCPP.

Um problema semelhante ao MBCPP, com a diferença de que o benefício apenas pode ser recolhido uma vez, é o *Prize-Collecting Rural Postman Problem* (PCRPP), apresentado por (Aráoz, et al., 2006). (Aráoz, et al., 2009) estudaram igualmente este problema, propondo um algoritmo, que iterativamente obtém majorantes através da relaxação de restrições. Estes autores desenvolveram também uma heurística simples que gera minorantes para o valor ótimo.

2.3 Problemas com Procura nos Arcos e Restrições de Capacidade

Aos problemas referidos anteriormente, é possível adicionar restrições de capacidade para retratar melhor certas realidades em estudo. De facto, é por vezes necessário incluir restrições referentes à capacidade do veículo ou à duração do turno dos trabalhadores, entre outras.

Segundo (Mourão, 1997), Golden & Wong definiram, em 1981, o *Capacitated Arc Routing Problem* (CARP) em redes não orientadas. O principal objetivo deste problema é determinar um conjunto de rotas, uma por veículo, com princípio e fim no depósito, que minimizem o custo total, servindo todos os arcos de procura, i.e., em que se exige serviço, e respeitando a capacidade do veículo. Já o *Capacitated Chinese Postman Problem* (CCPP) é um caso particular do CARP, em que todos os arcos do grafo têm procura.

(Archetti, et al., 2010) estudaram o *Undirected Capacitated Arc Routing Problem With Profits* (UCARPP), onde se pretende obter um conjunto de rotas, de modo a maximizar o lucro total associado à recolha/distribuição de produtos, respeitando a capacidade do veículo e o limite de tempo previamente estabelecido. O benefício em cada ligação é contabilizado apenas uma vez. São propostos um algoritmo *Branch-and-Price* que permite resolver instâncias de tamanho relativamente pequeno, uma heurística de pesquisa local, recorrendo a vizinhanças de dimensão variável, e duas heurísticas de pesquisa *tabu*, uma que explora apenas soluções admissíveis e outra que permite passar por soluções não admissíveis.

(Benavent, et al., 2015) formularam o *Profitable Mixed Capacitated Arc Routing Problem* (PMCARP), considerando dois tipos de ligações de procura (obrigatórias e opcionais), em que cada uma tem associados um benefício e um custo. Os autores formulam ainda outros dois problemas, o *Orienteering Mixed Arc Routing Problem* (OMP) e o *Prize-Collecting Mixed Capacitated Arc Routing Problem* (PCMP). O OMP visa encontrar uma rota que maximize o lucro total, sem ter em conta os custos de passagem em vazio, i.e., sem efetuar serviço, mas respeitando a capacidade do veículo

e o limite de tempo. Já em relação ao PCMP, o objetivo é o de encontrar uma rota que minimize o custo total da viagem, exigindo a recolha de uma determinada receita mínima.

O problema da recolha periódica de resíduos de papeleiras difere dos problemas acima analisados, uma vez que estes não têm em consideração a periodicidade das atividades. No capítulo seguinte apresenta-se um modelo matemático que generaliza o modelo proposto por (Alves, 2015), presente no Anexo A. Neste novo modelo é incluída a periodicidade da recolha das papeleiras considerando ainda um horizonte de planeamento semanal.

Capítulo 3: Problema de Recolha Periódica de Resíduos de Papeleiras

3.1 Descrição do Problema

Em setembro de 2013, entrou em vigor a nova lei da reorganização administrativa, que uniu as antigas freguesias de Alvalade, Campo Grande e São João de Brito. Foi assim que surgiu a nova freguesia de Alvalade com 5,34Km², ocupando 6% do território da cidade de Lisboa (Alvalade, 2017). Esta reorganização administrativa baseia-se numa estratégia de modernização do modelo de governo autárquico, descentralizando competências administrativas para as juntas de freguesia. Os novos serviços a cargo das juntas de freguesia são: manutenção e limpeza de espaços

públicos, gestão e manutenção de equipamentos, licenciamento de proximidade e habitação e intervenção comunitária (Lisboa, 2017).

A Junta de Freguesia de Alvalade dispunha de dois veículos, um elétrico e outro de caixa aberta, para a recolha de papeleiras. O veículo elétrico tinha capacidade para três contentores, onde era despejado o lixo das papeleiras. Este veículo nem sempre estava disponível, pois, para além de ser partilhado com outra freguesia, era também utilizado para fazer outro tipo de serviços. O veículo de caixa aberta levava vinte contentores, e, para além do lixo das papeleiras, também transportava o lixo junto pelos varredores. Deste modo, a Junta de Freguesia de Alvalade decidiu adquirir um veículo elétrico para uso exclusivo da recolha de papeleiras.

Assim, surgiu a necessidade de desenvolver este trabalho para obter e otimizar as rotas do novo veículo. Pretende-se gerar rotas para um horizonte temporal definido, em que as papeleiras podem ser recolhidas mais do que uma vez, minimizando o tempo total da viagem e respeitando a capacidade do veículo e a duração do turno de trabalho dos funcionários.

Os dados utilizados para a resolução do problema são os trabalhados por (Alves, 2015). Considerou-se a localização das papeleiras, o tempo médio de recolha dos resíduos das papeleiras, a capacidade do veículo, o comprimento dos troços e a duração do percurso do veículo em cada troço.

Designa-se por viagem o percurso do veículo com início e término no depósito, local onde se despejam os resíduos recolhidos. Um turno de trabalho tem a duração de 3h30 (210 minutos). Os funcionários da junta trabalham cinco dias por semana, de segunda a sexta, em dois turnos por dia, de manhã e à tarde. Como simplificação,

entende-se como uma semana os cinco dias de trabalho. Nesta freguesia, foram registadas 523 papeleiras dispostas ao longo das ruas. As ruas têm diferentes dimensões e podem ter um ou dois sentidos de trânsito. Considera-se que o tempo médio de despejo de uma papeleira no veículo é de dois minutos. Este novo veículo tem capacidade para cerca de 80 papeleiras. A periodicidade de recolha das papeleiras foi identificada, havendo necessidade de recolha 1, 2, 3 ou 5 vezes por semana, consoante se encontram em ruas de menor ou maior movimento. As recolhas repetidas devem afastar-se na semana, tanto quanto possível. Assim, nas ruas com dois dias de recolha, esta deve ser feita à segunda e quinta/sexta ou à terça e sexta; nas de três vezes são recolhidas à segunda, quarta e sexta e nas de cinco vezes a recolha é feita todos os dias.

3.2 Formulação do Problema

Considere-se o grafo orientado $G = (V, A)$. Os vértices, elementos de V , encontram-se numerados de 0 a $n + 1$, sendo 0 o depósito, $n + 1$ uma sua cópia e os restantes nodos os cruzamentos, entroncamentos ou becos. A cópia do depósito permite a passagem pelo depósito sem contar o tempo de despejo. Cada arco $a = (i, j) \in A$ identifica o sentido do segmento de uma rua, do vértice i para o vértice j , sendo que cada arco incidente em $n + 1$ é uma cópia de um arco incidente em 0. Caso a rua tenha dois sentidos, considera-se o par de arcos (i, j) e $(j, i) \in A$. O conjunto de arcos correspondentes aos segmentos de rua onde é necessário recolher papeleiras

representa-se por $A_R \subseteq A$. No caso em estudo não é permitida a recolha simultânea em dois lados da mesma rua.

Designa-se por:

- n o número de nodos, $n = |V|$;
- d um dia de trabalho específico, $d = 1, 2, 3, 4, 5$, para segunda, terça, quarta, quinta e sexta-feira, respetivamente;
- t um turno específico de um dia, $t = 1, 2$ para o turno da manhã e da tarde, respetivamente;
- k_a o número de vezes que as papeleiras do arco $a \in A_R$ são recolhidas durante a semana, $k_a = 1, 2, 3, 5$;
- $A_R = A_R^1 \cup A_R^2 \cup A_R^3 \cup A_R^5$, com $A_R^1 \cap A_R^2 \cap A_R^3 \cap A_R^5 = \emptyset$, e em que $A_R^k \subseteq A_R$ identifica o conjunto de arcos que são servidos k ($k = 1, 2, 3, 5$) vezes por semana;
- W a capacidade do veículo (em número de papeleiras);
- c_a o tempo de recolha das papeleiras no arco $a \in A_R$;
- v_a o tempo de passar no arco $a \in A$ em vazio, ou seja, sem efetuar recolha;
- q_a o número de papeleiras a recolher (procura) no arco $a \in A_R$;
- T o tempo máximo disponível por turno, independente do turno;
- λ o tempo de despejar os resíduos do veículo no depósito.

Para cada turno $t = 1, 2$ de cada dia $d = 1, 2, 3, 4, 5$ consideram-se as variáveis:

$$x_a^{td} = \begin{cases} 1 & \text{se as papeleiras em } a \in A_R \text{ forem recolhidas no turno } t \text{ do dia } d \\ 0 & \text{c. c.} \end{cases}$$

y_a^{td} representa o número de vezes que, no turno t do dia d , o arco $a \in A$ é atravessado sem efetuar recolha;

f_a^{td} representa o fluxo associado ao arco $a \in A$, relacionado com o total de papeleiras que ainda falta recolher no turno t do dia d .

O modelo em Programação Linear Inteira Mista é:

$$\text{Min } Z = \sum_{d=1}^5 \sum_{t=1}^2 \left(\sum_{a \in A_R} c_a x_a^{td} + \sum_{a \in A} v_a y_a^{td} + \lambda \sum_{(i,0) \in A} y_{i0}^{td} \right) \quad (1)$$

s. a:

$$\sum_{j:(i,j) \in A_R} x_{ij}^{td} + \sum_{j:(i,j) \in A} y_{ij}^{td} = \sum_{j:(j,i) \in A_R} x_{ji}^{td} + \sum_{j:(j,i) \in A} y_{ji}^{td} \quad (2)$$

$$\forall i \in V; t = 1,2; d = 1, \dots, 5$$

$$\sum_{d=1}^5 \sum_{t=1}^2 x_a^{td} = k_a \quad \forall a \in A_R \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^2 (x_a^{td} + x_a^{td+1} + x_a^{td+2}) \leq 1 \quad \forall a \in A_R^2; d = 1,2,3 \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^2 (x_a^{td} + x_a^{td+1}) \leq 1 \quad \forall a \in A_R^3; d = 1,2,3,4 \quad (5)$$

$$\sum_{t=1}^2 x_a^{td} = 1 \quad \forall a \in A_R^5; d = 1,2,3,4,5 \quad (6)$$

$$x_a^{2d} + x_a^{1(d+1)} \leq 1 \quad \forall a \in A_R^5; d = 1,2,3,4 \quad (7)$$

$$\sum_{j:(0,j) \in A} y_{0j}^{td} \leq 1 \quad t = 1,2; d = 1, \dots, 5 \quad (8)$$

$$\sum_{j:(j,i) \in A} f_{ji}^{td} - \sum_{j:(i,j) \in A} f_{ij}^{td} = \sum_{j:(j,i) \in A_R} q_{ji} x_{ji}^{td} \quad (9)$$

$$i = 1, \dots, n + 1; t = 1, 2; d = 1, \dots, 5$$

$$\sum_{j:(0,j) \in A} f_{0j}^{td} = \sum_{a \in A_R} q_a x_a^{td} \quad t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (10)$$

$$\sum_{i:(i,0) \in A} f_{i0}^{td} = 0 \quad t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (11)$$

$$f_a^{td} \leq W(y_a^{td} + x_a^{td}) \quad \forall a \in A_R; t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (12)$$

$$f_a^{td} \leq W y_a^{td} \quad \forall a \in A \setminus A_R; t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (13)$$

$$\sum_{a \in A_R} c_a x_a^{td} + \sum_{a \in A} v_a y_a^{td} + \lambda \sum_{(i,0) \in A} y_{i0}^{td} \leq T \quad t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (14)$$

$$x_a^{td} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in A_R; t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (15)$$

$$f_a^{td} \geq 0 \quad \forall a \in A; t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (16)$$

$$y_a^{td} \geq 0 \text{ e inteiro} \quad \forall a \in A; t = 1, 2; d = 1, \dots, 5 \quad (17)$$

A função objetivo (1) pretende minimizar o tempo total de recolha (Z) dos resíduos, dado pela soma do tempo de recolha das papeleiras, do tempo de passagem em vazio nos arcos e do tempo de despejar os resíduos no depósito. Nas restrições (2) garante-se o equilíbrio, ou seja, numa viagem o número de vezes que o veículo sai e entra num mesmo nodo tem de ser igual. As condições (3) estabelecem o número de vezes (uma, duas, três ou cinco) que as papeleiras de um determinado arco são recolhidas, nos cinco dias de trabalho. As restrições (4) referem-se às papeleiras recolhidas duas vezes por semana e garantem que estas sejam recolhidas com, pelo menos, dois dias de intervalo. Em (5) é imposto que as papeleiras recolhidas três vezes por semana sejam recolhidas com um dia de intervalo. Nas restrições (6) garante-se que as papeleiras recolhidas cinco vezes por semana são recolhidas todos os dias. As restrições (7) evitam que uma papeleira que tenha sido recolhida no segundo turno de

um dia seja novamente recolhida no primeiro turno do dia seguinte, situação só possível para as papeleiras que têm periodicidade 5. Em (8) impede-se que o veículo saia mais do que uma vez do depósito, em cada turno e em cada dia. As restrições (9) a (13) evitam que se formem subcircuitos no percurso que não incluam o depósito. As condições (10) determinam a quantidade de papeleiras que têm de ser recolhidas em cada turno e em cada um dos cinco dias de trabalho, ou seja, o fluxo inicial é igual ao número de papeleiras a recolher naquela viagem. Em (11) garante-se que foram recolhidas todas as papeleiras que estavam destinadas para aquela viagem, isto é, o fluxo final tem de ser nulo. As restrições (12) são essenciais para garantir que não se ultrapassa a capacidade do veículo, em cada viagem. Em (14) assegura-se que o tempo máximo determinado para cada viagem não ultrapassa a duração do turno. Por fim, as restrições (15), (16) e (17) dizem respeito ao domínio das variáveis.

Como já mencionado, o modelo desenvolvido generaliza o proposto por (Alves, 2015), presente no Anexo A, com a inclusão da periodicidade das atividades e com um horizonte de planeamento semanal. Assim, as equações (3) foram alteradas, uma vez que existem papeleiras que são recolhidas mais do que uma vez por semana no problema em questão. Foram adicionados três novos conjuntos de restrições, (4), (5) e (6), que dizem respeito à frequência da recolha das papeleiras.

Capítulo 4: Análise de Resultados

Numa primeira fase foram tratados os dados para a realização de testes preliminares ao modelo apresentado no capítulo anterior e ao modelo que está no Anexo A.

4.1 Tratamento de Dados

A criação das folhas de Excel para o modelo foi feita utilizando o exemplo 1 presente na Figura 3, o mesmo utilizado por (Alves, 2015).

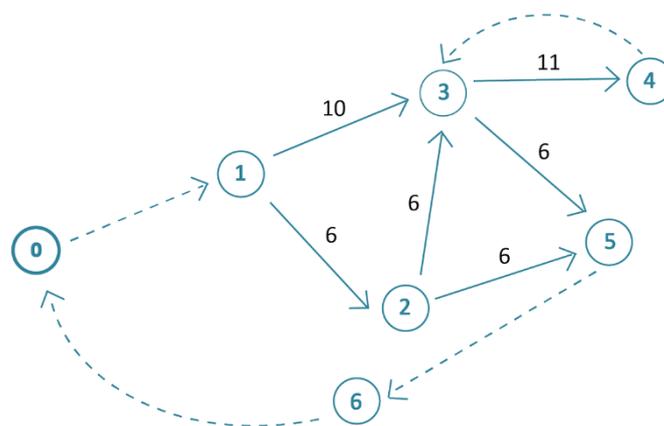


Figura 3: Exemplo 1

A rede é composta por sete nodos, onde o nodo zero representa o depósito e os restantes os cruzamentos e entroncamentos. Os arcos representam as ruas ou trechos de rua. Apenas a ligação entre os nodos 3 e 4 tem dois sentidos, todas as outras só têm um sentido. Os números escritos nas ligações representam o número de papeleiras a recolher naquele troço. Os arcos a tracejado significam ligações em que não há papeleiras para recolher.

Ao observar a rede é possível verificar que é necessário passar mais do que uma vez no nodo zero para recolher todas as papeleiras. Assim, uma das hipóteses

para resolver o problema é duplicar o nodo zero dando origem ao nodo sete, para que o tempo de despejo dos resíduos no depósito não seja contabilizado mais do que uma vez. A nova rede está representada na Figura 4.

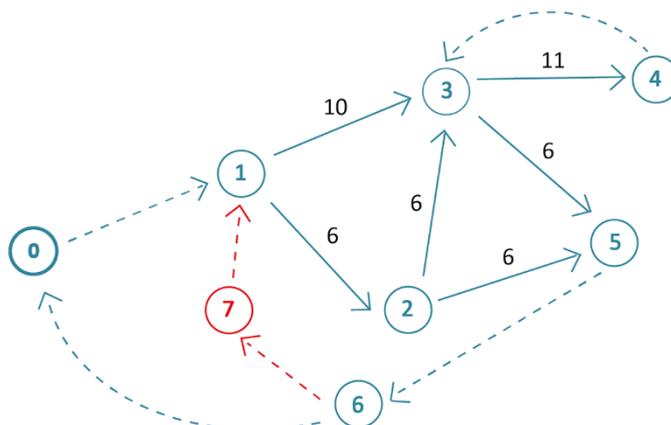


Figura 4: Exemplo 1 com nodo replicado

Os dados foram tratados no *Microsoft Excel 2016* e os testes ao modelo foram realizados no *Open Solver*. Na Figura 5 é possível observar os dados da rede do exemplo 1. As colunas “A” e “B”, da folha “Dados” do ficheiro “Exemplo 1”, contêm os arcos da rede, incluindo os novos inseridos para o nodo replicado (nodo 7). A coluna “C” indica o número de papeleiras que existe em cada ligação. A coluna “D” inclui a periodicidade dos serviços, isto é, o número de vezes que as papeleiras daquele arco são recolhidas na semana em estudo. Os valores da coluna “E” representam a distância entre os pontos no mapa, em cm, que são convertidos em Km na coluna “F”, tendo em conta a escala do mapa, em “J5” e “K5”. O tempo de passagem em vazio, presente na coluna “G”, representa o tempo que se demora a atravessar o arco quando não há recolha de papeleiras para fazer. Na coluna “H” calcula-se o tempo de recolha em cada arco, que resulta da soma do tempo de passagem em vazio (coluna “G”) e do tempo de recolha das papeleiras (dois minutos por papeleira), consoante o número de papeleiras

a recolher no arco (coluna “C”). Na coluna “N” nas linhas 2, 3 e 4 é possível observar, respetivamente, a duração do turno, o tempo de despejo no depósito e o tempo de recolher uma papeleira, tudo em minutos. Na linha 2 da coluna “K” está representada a capacidade do veículo (em número de papeleiras). Nas colunas “J” e “K”, na linha 9, está definido o tempo médio que o veículo demora a percorrer 1Km (2,3min). Este valor é útil para o cálculo do tempo em recolha e do tempo de passagem em vazio.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	(i) De	(j) Para	(qij) Nº Pap	(k) Periodi- cidade	Distância no mapa (cm)	Distância (Km)	(dij) Tempo em vazio (min)	(cij) Tempo de recolha (min)						
1														minutos
2	0	1	0	0	7,30	0,243333	0,55967	0,55967		Capacidade Veiculo	16		Duração Turno	80
3	1	2	6	2	10,50	0,35	0,805	12,805		Escala mapa:			Tempo Despejo no depósito	6
4	1	3	10	3	4,00	0,133333	0,30667	20,3067		cm	Km		Tempo Recolha 1 papeleira	2
5	2	3	6	1	2,00	0,066667	0,15333	12,1533		1,5	0,05			
6	2	5	6	1	3,20	0,106667	0,24533	12,2453						
7	3	4	11	5	2,00	0,066667	0,15333	22,1533		Velocidade Veiculo				
8	4	3	0	0	2,00	0,066667	0,15333	0,15333		minutos	Km			
9	3	5	6	2	1,70	0,056667	0,13033	12,1303		2,3	1			
10	5	6	0	0	2,00	0,066667	0,15333	0,15333						
11	6	0	0	0	1,70	0,056667	0,13033	0,13033						
12	7	1	0	0	0,80	0,026667	0,06133	0,06133						
13	6	7	0	0	0,80	0,026667	0,06133	0,06133						

Figura 5: Dados do exemplo 1 no Excel – Folha de Dados

Na Figura 6 estão presentes parte das restrições do modelo para o exemplo 1, incluídas no Solver. É possível observar os valores para o primeiro turno do dia 1 e do dia 5. As colunas “E” a “G”, da folha “Resultados” do ficheiro “Exemplo 1”, referem-se ao conjunto de restrições (2) do modelo; a coluna “H” às restrições (3); as colunas “I” a “K” às restrições (4) e (5); as colunas “L” a “N” às restrições (6); as colunas “O” a “Q” às restrições (7); as colunas “R” a “T” às restrições (8); as colunas “U” a “W” às restrições (9); as colunas “X” a “Z” às restrições (10); as colunas “AA” a “AC” às restrições (11); as colunas “AD” a “AF” às restrições (12) e (13) e, por fim, as colunas “AG” a “AI” às restrições (14).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AAA	EA	AC	AD	AE	AF	AG	AI	AI	
		(i) De	(j) Para	Nodos	(2) Sai-Entra=0 (Equilíbrio)	(3) Nº de recolhas por semana	(4) k=2 (5) k=3	(6) k=5	(7) k=5	(8) $\sum y_{ij} \leq 1$	(9) Sai-Entra=0 (Evita sub-circuitos)	(10) $\sum f_{ij} = \sum q_{ij} \cdot x_{ij}$	(11) $\sum f_{i0} = 0$	(12) A _R	(13) A ₁ A _R	(14) T																				
1																																				
2		0	1	0	0 = 0	0	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1	1 ≤ 1	0 = 0	11 = 11	0 = 0	-5 ≤ 0		30 ≤ 80																				
3		1	2	1	0 = 0	2	1 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			0 ≤ 0																						
4		1	3	2	0 = 0	3	1 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			-5 ≤ 0																						
5		2	3	3	0 = 0	1	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			0 ≤ 0																						
6		2	5	4	0 = 0	1	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			0 ≤ 0																						
7	d=1 t=1	3	4	5	0 = 0	5	0 ≤ 1	1 = 1	1 ≤ 1		0 = 0			-5 ≤ 0																						
8		4	3	6	0 = 0	0	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			-16 ≤ 0																						
9		3	5	7	0 = 0	2	1 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			-16 ≤ 0																						
10		5	6			0	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			-16 ≤ 0																						
11		6	0			0	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			-16 ≤ 0																						
12		7	1			0	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			0 ≤ 0																						
13		6	7			0	0 ≤ 1	0 = 0	0 ≤ 1		0 = 0			0 ≤ 0																						
14		0	1	0	0 = 0			0 = 0		1 ≤ 1			16 = 16	0 = 0	0 ≤ 0	41 ≤ 80																				
15		1	2	1	0 = 0			0 = 0						-10 ≤ 0																						
16		1	3	2	0 = 0			0 = 0						-6 ≤ 0																						
17		2	3	3	0 = 0			0 = 0						0 ≤ 0																						
18		2	5	4	0 = 0			0 = 0						-16 ≤ 0																						
19	d=5 t=1	3	4	5	0 = 0			1 = 1						0 ≤ 0																						
20		4	3	6	0 = 0			0 = 0						0 ≤ 0																						
21		3	5	7	0 = 0			0 = 0						-16 ≤ 0																						
22		5	6					0 = 0						-32 ≤ 0																						
23		6	0					0 = 0						-16 ≤ 0																						
24		7	1					0 = 0						-16 ≤ 0																						
25		6	7					0 = 0						-16 ≤ 0																						

Figura 6: Restrições para o exemplo 1 – Folha de Resultados

Na coluna “AR” da Figura 7, linhas 4 a 6 e 14 a 16, da folha “Resultados” do ficheiro “Exemplo 1”, estão os valores da função objetivo para o turno 1 dos dias 1 e 5. Nessa mesma coluna, na linha 2, está o valor final da função objetivo. As colunas “AM” a “AO” correspondem às variáveis do problema para os dias acima referidos.

	A	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR
		(i) De	(j) Para	(x _{ij}) Papeleira recolhida = 1 c.c. = 0	(y _{ij}) Nº vezes atravessa arco s/recolha	(f _{ij}) Fluxo			minutos
1									
2		0	1	0	1	11		Min Z	318,93
3		1	2	0	0	0			
4		1	3	0	1	11		Tempo Total Recolha d1t1	22,153
5		2	3	0	0	0		Tempo Total em Vazio d1t1	1,4337
6		2	5	0	0	0		Tempo Total Despejo d1t1	6
7	d=1 t=1	3	4	1	0	11			
8		4	3	0	1	0			
9		3	5	0	1	0			
10		5	6	0	1	0			
11		6	0	0	1	0			
12		7	1	0	0	0			
13		6	7	0	0	0			
14		0	1	0	1	16		Tempo Total Recolha d5t1	33,112
15		1	2	1	0	6		Tempo Total em Vazio d5t1	1,495
16		1	3	1	0	10		Tempo Total Despejo d5t1	6
17		2	3	0	0	0			
18		2	5	0	1	0			
19	d=5 t=1	3	4	0	0	0			
20		4	3	0	0	0			
21		3	5	0	1	0			
22		5	6	0	2	0			
23		6	0	0	1	0			
24		7	1	0	1	0			
25		6	7	0	1	0			

Figura 7: Resultados do exemplo 1 – Folha de Resultados (continuação)

4.2 Testes Preliminares

O resumo dos resultados do exemplo 1 encontra-se na Tabela 1.

De	Para	Nº de Papeleiras	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Nº de serviços
			t=1	t=2									
1	2	6				✓						✓	2
1	3	10		✓					✓			✓	3
2	3	6								✓			1
2	5	6				✓							1
3	4	11	✓		✓		✓		✓			✓	5
3	5	6		✓						✓			2

Tabela 1: Resultados do exemplo 1

Como é possível observar na Tabela 1 as papeleiras do arco (1,2) são recolhidas no dia 2 no segundo turno e no dia 5 no primeiro turno; do arco (1,3) são recolhidas nos dias 1 e 3 no segundo turno e no dia 5 no primeiro turno; do arco (2,3) são recolhidas apenas no turno 2 do dia 4; do arco (2,5) são recolhidas somente no dia 2 no segundo turno; no arco (3,4) as papeleiras são recolhidas todos os dias no primeiro turno, exceto no dia 5 que são recolhidas no turno 2; no arco (3,5) são recolhidas no segundo turno dos dias 1 e 4. Na Tabela 2 é possível observar o tempo de recolha, o tempo de passagem em vazio, o tempo de despejo no depósito e a soma destes tempos para cada turno de cada dia. Os valores apresentados estão em minutos. A soma dos valores do tempo total dá-nos o valor da função objetivo 318,9 minutos, presente na Figura 7 (na linha 2 da coluna “AR”).

	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5	
	t=1	t=2								
Tempo em Recolha (min)	22,15	32,44	22,15	25,05	22,15	20,31	22,15	24,28	33,12	22,15
Tempo em Vazio (min)	1,43	0,84	1,43	0,84	1,43	0,97	1,43	1,64	1,5	1,43
Tempo Despejo no depósito (min)	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Tempo Total (min)	29,58	39,28	29,58	31,89	29,58	27,28	29,58	31,92	40,62	29,58

Tabela 2: Tempo das rotas para o exemplo 1

4.3 Resolução do Problema de Alvalade

De modo a facilitar o processo de recolha das papeleiras, os serviços de Higiene Urbana da Junta de Freguesia de Alvalade dividiram a respetiva área em três zonas, a que chamaram “giros”. É possível observar no Anexo B os três giros em que Alvalade está dividida: a linha azul a tracejado corresponde ao Giro 1; a linha preta pontuada corresponde ao Giro 2; a dupla linha contínua vermelha corresponde ao Giro 3. Na Tabela 3 encontra-se o número de papeleiras de cada giro. A recolha de algumas papeleiras pode ser considerada em mais do que um “giro”. Tal é o caso, por exemplo, das que se situam em percursos de acesso ao depósito, uma vez que o veículo tem de passar naquele troço para chegar a outros pontos do mapa.

	Giro 1	Giro 2	Giro 3
Nº de papeleiras	205	212	313

Tabela 3: Distribuição das papeleiras pelos giros

As papeleiras das zonas mais movimentadas são recolhidas 5 vezes por semana. A restante periodicidade, por falta de informação, é neste trabalho gerada aleatoriamente através de uma distribuição discreta, onde a periodicidade 1 apresenta 20% de probabilidade e as periodicidades 2 e 3 têm 40% cada uma.

Devido à dimensão do grafo associado à instância real, foram criadas três instâncias, uma para cada “giro”. Nas tabelas seguintes apresentam-se os resultados de cada instância. No Anexo C encontram-se as tabelas com a informação relativa aos arcos que apresentam serviço e aos turnos em que as papeleiras devem ser recolhidas.

	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5	
	t=1	t=2								
N.º Papeleiras Recolhidas	80	80	80	48	79	67	80	39	80	80
Tempo em Recolha (min)	171	173,3	171	103,8	168,7	146,1	169,6	84,26	171,2	174,5
Tempo em Vazio (min)	14,2	28,72	19,32	12,67	26,37	14,73	20,4	6,187	26,9	16,19
Tempo Despejo no depósito (min)	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Tempo Total (min)	191,2	208	196,3	122,5	201,1	166,8	196	96,45	204,1	196,7

Tabela 4: Resultados instância Giro 1

Na Tabela 4 é possível observar o número de papeleiras recolhidas, os valores em minutos para o tempo de recolha, o tempo de passagem em vazio, o tempo de despejo no depósito e o tempo total referentes a cada turno do Giro 1. Ao somarmos os tempos totais obtemos o valor da função objetivo, que é de 1779 minutos (aproximadamente 30h) por semana de trabalho.

Na Tabela 5 apresentam-se os resultados da instância 2, referente ao Giro 2. O valor da função objetivo é de 1725 minutos (aproximadamente 29h).

	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5	
	t=1	t=2								
N.º Papeleiras Recolhidas	80	80	69	53	79	74	52	68	80	80
Tempo em Recolha (min)	170,2	173,5	145,9	116	167,3	159,4	110,3	147,8	169,7	173
Tempo em Vazio (min)	15,66	15,74	6,8	12,58	11,13	18,15	5,73	16,71	11,1	17,88
Tempo Despejo no depósito (min)	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Tempo Total (min)	191,9	195,2	158,7	134,6	184,4	183,6	122	170,5	186,8	196,9

Tabela 5: Resultados instância Giro 2

Em relação ao Giro 3, não foi possível gerar uma solução admissível em tempo útil. Tal justifica a necessidade de, num trabalho futuro, serem desenvolvidas heurísticas, em vez de se recorrer apenas a um método exato. O método exato é importante, não só por permitir a determinação de solução ótima para as instâncias de menores dimensões, como também por permitir avaliar a qualidade das heurísticas a desenvolver.

De salientar que os tempos obtidos em cada instância podem não corresponder à realidade, uma vez que no modelo não foram considerados fatores como acidentes, intensidade de tráfego ou semáforos, que podem alterar a duração de cada viagem. Nos turnos em que não são ocupadas as 3h30min (210 min) de trabalho pode ocupar-

se o restante tempo na lavagem e reparação das papeleiras ou noutros serviços necessários na junta de freguesia.

Em relação aos tempos computacionais os resultados foram positivos. Como se pode ver na Tabela 6, o Giro 1 é o que apresenta menos variáveis, restrições e, consequentemente, menor tempo computacional.

	Giro1	Giro 2	Giro 3
N.º de variáveis	6570	7140	10020
N.º de restrições	8586	9062	12646
Tempo CPU (segundos)	6429,87	20253,04	–

Tabela 6: Resultados computacionais – dimensões das instâncias e tempos de execução

No final, obteve-se um plano semanal para o Giro 1 e outro para o Giro 2. Caso se tivesse obtido um plano para cada “giro”, seriam necessárias três semanas para recolher todas as papeleiras da freguesia. Estes resultados apenas nos dizem em que turnos é que as papeleiras de determinada ligação devem ser recolhidas, não nos dizem diretamente o percurso que o veículo deve efetuar.

Na realidade, não é muito viável algumas papeleiras serem recolhidas só de três em três semanas. Uma hipótese, para evitar esta situação, seria usar um *software* com capacidade superior à do *Open Solver*, de modo a que todos os arcos fossem incluídos numa só instância e, perante os resultados, avaliar as implicações e ajustes a fazer pela gestão deste serviço.

Capítulo 5: Conclusões

Este trabalho final de mestrado teve como principal objetivo identificar rotas para a recolha periódica de resíduos de papeleiras no menor tempo possível. O projeto foi uma continuação do trabalho desenvolvido por (Alves, 2015), realizado a pedido da Junta de Freguesia de Alvalade para a utilização mais eficiente de um novo veículo elétrico, destinado somente à recolha de papeleiras nesta freguesia.

O problema em causa pode ser visto como um CARP com periodicidade, visto que as papeleiras se encontram ao longo das ruas e é necessário respeitar a capacidade do veículo e a duração do turno de trabalho dos funcionários. O modelo apresentado generaliza um anterior com a introdução de um horizonte de planeamento em que as papeleiras têm que ser recolhidas com diferentes periodicidades. Os dados foram organizados no *Excel 2016* e o modelo foi testado com o *Open Solver* numa instância de pequenas dimensões e também em instâncias baseadas em dados reais.

Uma das vantagens do presente modelo é o facto de nos apresentar logo os resultados para uma semana, em vez de ser só para um turno. Porém, tendo mais variáveis, gera soluções em tempos computacionais superiores.

Devido à dimensão da Freguesia de Alvalade, foram criadas três instâncias, cada uma correspondendo ao que os trabalhadores designam por “giro”. Apenas foi possível obter dois planos semanais, ou seja, para duas instâncias, qualquer deles com bons tempos computacionais.

Note-se que os resultados obtidos podem não ser exequíveis no caso prático em estudo devido à existência de fatores que não foram considerados no modelo, tais como semáforos, acidentes ou intensidade de tráfego.

Como trabalho futuro seria interessante desenvolver um programa que transforme as soluções dadas pelo *Solver* em percursos, a efetuar com o veículo elétrico, de uma forma que seja de fácil utilização por parte dos trabalhadores da Junta de Freguesia de Alvalade. Outras sugestões são: o levantamento no terreno da necessidade de recolha das papeleiras durante uma semana, ou seja, a utilização de valores estimados para a periodicidade, em vez de valores aleatórios; a reorganização da rede com sectores diferentes dos giros; a utilização de um *software* com capacidade superior à do *Open Solver*, de maneira que seja possível a obtenção de soluções para instâncias de maiores dimensões, e, por fim, comparar os resultados com os obtidos anteriormente. Será também prudente fazer uma abordagem heurística, em vez da utilização de um método exato, devido à dimensão do problema.

Com este trabalho final de mestrado espera-se contribuir para a organização da recolha periódica de resíduos, não só em Alvalade como noutros locais, e também para o desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados com o tema.

Referências Bibliográficas

- ♦ Alvalade, J. F., 2017. *Junta de Freguesia de Alvalade*. [Online]
Available at: <http://www.jf-alvalade.pt/>
[Acedido em 13 julho 2017].
- ♦ Alves, S., 2015. *Planeamento da Recolha dos Resíduos de Papeleiras numa Área Urbana*. Tese de Mestrado ed. Lisboa: Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade de Lisboa.
- ♦ Aráoz, J., Fernández, E. & Meza, O., 2009. Solving the Prize-collecting Rural Postman Problem. *European Journal of Operational Research*, Volume 196, pp. 886-896.
- ♦ Aráoz, J., Fernández, E. & Zoltan, C., 2006. Privatized rural postman problems. *Computers & Operations Research*, Volume 33, pp. 3432-3449.
- ♦ Archetti, C., Feillet, D., Hertz, A. & Speranza, M. G., 2010. The undirected capacitated arc routing problem with profits. *Computers & Operations Research*, Volume 37, pp. 1860-1869.
- ♦ Archetti, C. & Speranza, M. G., 2014. Arc Routing Problems with Profits. Em: *Arc Routing: Problems, Methods and Applications*. Philadelphia: MOS-SIAM Series on Optimization, pp. 281-299.
- ♦ Benavent, E. et al., 2015. Profitable mixed capacitated arc routing and related problems. *TOP*, Volume 23, pp. 244-274.
- ♦ Corberán, Á. & Laporte, G., 2014a. A Historical Perspective on Arc Routing. Em: *Arc Routing: Problems, Methods and Applications*. Philadelphia: MOS-SIAM Series on Optimization, pp. 1-15.
- ♦ Corberán, Á. & Laporte, G., 2014b. *Arc Routing: Problems, Methods and Applications*. Philadelphia: MOS-SIAM Series on Optimization.
- ♦ Corberán, E., Plana, I., Rodríguez-Chía, A. M. & Sanchis, J. M., 2013. A branch-and-cut algorithm for the maximum benefit Chinese postman problem. *Mathematical Programming*, Volume 141, pp. 21-48.
- ♦ Gribkovskaia, I., Halskau, O. & Laporte, G., 2007. The Bridges of Königsberg - A Historical Perspective. *Networks*, Volume 49, pp. 199-203.

- ♦ Lisboa, C. M., 2017. *Juntas de Freguesia*. [Online]
Available at: <http://www.cm-lisboa.pt/municipio/juntas-de-freguesia>
[Acedido em 13 julho 2017].
- ♦ Malandraki, C. & Daskin, M., 1993. The maximum benefit Chinese postman problem and the maximum benefit traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, Volume 65, pp. 218-234.
- ♦ Mourão, M. C., 1997. *Optimização de Rotas na Recolha de Resíduos Urbanos*. Tese de Doutoramento ed. Lisboa: Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa.
- ♦ Mourão, M. C. & Pinto, L. S., 2017. An Updated Annotated Bibliography on Arc Routing. *Networks*, Volume 70 (3), pp. 144-194.
- ♦ Pearn, W. L. & Chiu, W. C., 2005. Approximate solutions for the Maximum Benefit Chinese Postman Problem. *International Journal of Systems Science*, Volume 36 (13), pp. 815-822.
- ♦ Pearn, W. L. & Wang, K. H., 2003. On the Maximum Benefit Chinese Postman Problem. *Omega*, Volume 31, pp. 269-273.
- ♦ Taha, H. A., 2011. *Operations Research – An Introduction*. 9^a ed. New Jersey: Pearson.
- ♦ Toth, P. & Vigo, D., 2014. *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*. 2^a ed. Philadelphia: MOS-SIAM Series on Optimization.

Anexos

Anexo A: Modelo sem periodicidade

De seguida, apresenta-se o modelo proposto por (Alves, 2015). Neste caso, o tempo de passar no arco $(i, j) \in A$ em vazio, ou seja, sem efetuar recolha, representa-se por d_{ij} e P significa o número máximo de viagens permitidas por turno.

$$\text{Min } Z = \sum_{p=1}^P \left(\sum_{(i,j) \in A_R} c_{ij} x_{ij}^p + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} y_{ij}^p + \lambda \sum_{(i,0) \in A} y_{i0}^p \right) \quad (1)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A_R} x_{ij}^p + \sum_{j:(i,j) \in A} y_{ij}^p = \sum_{j:(j,i) \in A_R} x_{ji}^p + \sum_{j:(j,i) \in A} y_{ji}^p \quad i = 0, 1, \dots, n; p = 1, \dots, P \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^P x_{ij}^p = 1 \quad \forall (i, j) \in A_R \quad (3)$$

$$\sum_{j:(0,j) \in A} y_{0j}^p \leq 1 \quad p = 1, \dots, P \quad (4)$$

$$\sum_{j:(j,i) \in A} f_{ji}^p - \sum_{j:(i,j) \in A} f_{ij}^p = \sum_{j:(j,i) \in A_R} q_{ji} x_{ji}^p \quad i = 1, \dots, n; p = 1, \dots, P \quad (5)$$

$$\sum_{j:(0,j) \in A} f_{0j}^p = \sum_{(i,j) \in A_R} q_{ij} x_{ij}^p \quad p = 1, \dots, P \quad (6)$$

$$\sum_{i:(i,0) \in A} f_{i0}^p = 0 \quad p = 1, \dots, P \quad (7)$$

$$f_{ij}^p \leq W(y_{ij}^p + x_{ij}^p) \quad \forall (i, j) \in A; p = 1, \dots, P \quad (8)$$

$$\sum_{p=1}^P \left(\sum_{(i,j) \in A_R} c_{ij} x_{ij}^p + \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} y_{ij}^p + \lambda \sum_{(i,0) \in A} y_{i0}^p \right) \leq T \quad (9)$$

$$x_{ij}^p \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A_R; p = 1, \dots, P \quad (10)$$

$$f_{ij}^p \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A; p = 1, \dots, P \quad (11)$$

$$y_{ij}^p \geq 0 \text{ e inteiro} \quad \forall (i, j) \in A; p = 1, \dots, P \quad (12)$$

Anexo B: Mapa de Alvalade

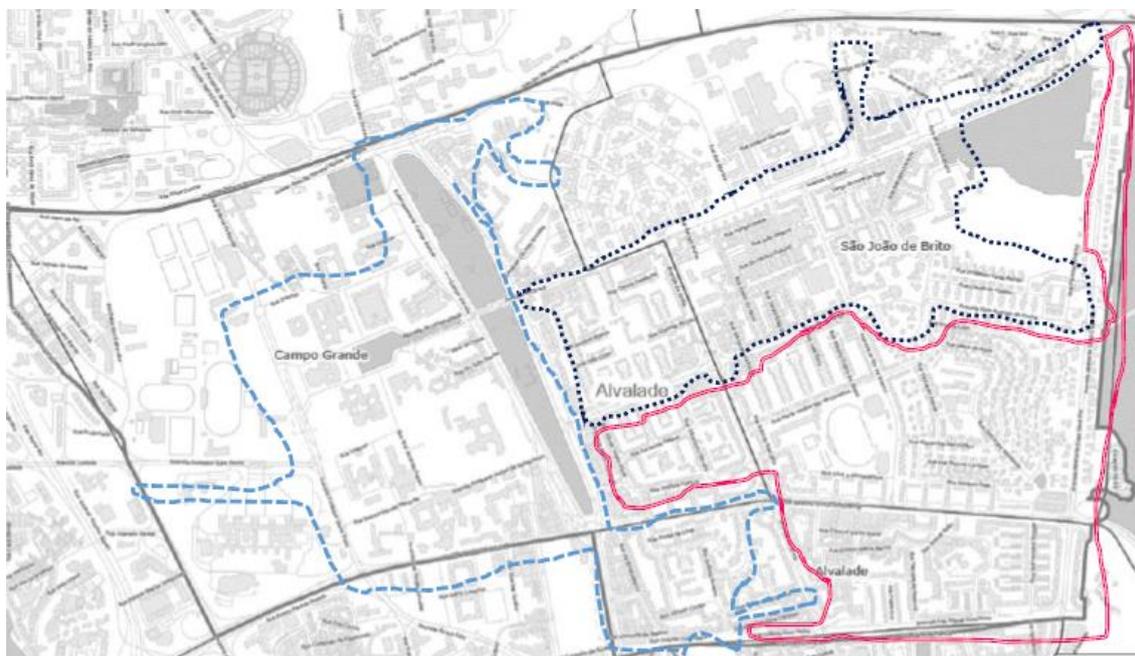


Figura 8: Mapa de Alvalade

Anexo C: Tabelas de Resultados

Rua	Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
	(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t		
				= 1	= 2									
Av. Brasil	1	2	1	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	3	4	3	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	5	5A	1	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	8	7	3	x			x		x		x		x	5
Av. Brasil	9	10	3	x		x			x		x		x	5
Av. Brasil	10	11	2	x		x			x		x		x	5
Av. Brasil	11	218	1		x		x		x		x		x	5
Av. Roma	51	52	3	x		x		x		x		x		5
Av. Roma	Av. Brasil	52	218A	3	x		x		x		x		x	5
Av. Roma	Praça de Alvalade	53	93	2		x		x		x		x		5
Av. Da Igreja		82	90B	1		x		x		x		x		5
Av. Da Igreja		83	84A	1	x		x		x		x		x	5

Rua		Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
		(i)	(j)		t =										
Av. Da Igreja		84	82	1	x			x		x		x		x	5
Av. Da Igreja		85	84	1		x		x		x		x		x	5
Av. Da Igreja		86	85	2		x		x		x		x		x	5
Praça de Alvalade	Av. Roma	91	94	2	x		x		x		x		x		5
Praça de Alvalade	Av. Da Igreja	92	87	1		x		x		x		x		x	5
Av. Roma	Praça de Alvalade	93	92	3		x		x		x		x		x	5
Av. Roma		94	95	5	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		95	96	1	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		96	98	2	x		x		x		x		x		5
Av. EUA		97	275	7							x				1
Av. Roma		99	100	5	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		100	101	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		101	102	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma	R. Infante Dom Pedro	102	103	2			x						x		2
Av. Roma		104	105	4	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		105	106	5	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		106	107	1	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		109	99	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		111	113	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		113	114	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		114	115	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		115	116	3	x		x		x		x		x		5
Av. Do Brasil	Av. Roma	218	53	3	x			x		x		x		x	5
Campo Grande	R. Odette de Saint Maurice	226	355	3				x							1
Tv. Aboim Ascensão		265	259	2	x				x				x		3
Tv. Henrique Cardoso	R. António Ferreira	269	289	1		x					x				2
Tv. Henrique Cardoso	Av. Roma	269	101	3			x						x		2
Av. EUA		271	270	1		x					x				2
Av. EUA		272	271	1	x				x				x		3
Av. EUA	R. Diogo Bernardes	272	280	2	x				x				x		3
Av. EUA		274	273	1	x				x				x		3

Rua		Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi cidade
		(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
		=	=		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	
R. Flores Lima		278	279	3		x									1
R. Diogo Bernardes	R. Alfredo Cortês	280	286	3		x			x				x		3
Pç. Andrade Caminha	R. Diogo Bernardes	282	281	1		x			x				x		3
Pç. Andrade Caminha		283	282	2		x					x				2
R. António Ferreira	Pç. Andrade Caminha	284	283	1		x					x				2
R. António Ferreira	Av. EUA	285	270	3			x								1
R. António Ferreira	R. Alfredo Cortês	287	290	1			x								1
R. António Ferreira	Tv. Henrique Cardoso	289	269	1		x					x				2
R. António Ferreira		289	285	1			x								1
R. Alfredo Cortês	Pç. Francisco Morais	290	291	1			x								1
Pç. Gonçalo Trancoso	R. Frei Amador Arrais	293	292	1		x			x				x		3
Av. República	R. Visconde Seabra	294	295	1			x						x		2
Av. República		294	298	2	x		x		x		x		x		5
R. Alfredo Cortês	R. Entrecampos	296	297	2			x								1
R. Entrecampos	Av. República	297	298	1					x						1
R. Entrecampos	Av. EUA	297	273	2			x								1
Av. República		298	274	4	x						x				2
Av. República		301	299	2		x					x				2
Av. República		303	302	1		x					x				2
Av. República		304	303	3		x			x				x		3
Av. República		305	304	2		x			x				x		3
Av. República		308	309	1						x					1
Av. República		310	308	2		x			x					x	3
Av. República		313	312	1				x						x	2
Av. República		315	311	1				x						x	2
Av. República		316	315	1						x					1
Av. República		318	317	4		x			x					x	3
Av. República		319	318	1		x				x				x	3

Rua	Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
	(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
	=	=		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	
Av. República	320	319	4	x				x				x	3	
Av. República	321	320	2			x						x	2	
Av. República	325	324	4	x					x				2	
Av. República	326	325	3	x				x				x	3	
Av. República	328	327	3	x				x				x	3	
Av. República	329	328	2	x				x				x	3	
Av. República	332	330	1	x				x				x	3	
Av. República	333	332	1			x						x	2	
Av. República	334	335	1					x					1	
Av. República	335	336	3			x						x	2	
Av. República	336	337	1			x						x	2	
Av. República	337	338	1	x				x				x	3	
Av. República	339	340	1			x						x	2	
Av. República	341	347	2	x			x				x		3	
Av. República	344	345	1	x				x				x	3	
Av. República	345	346	4	x				x				x	3	
Av. República	347	331	3	x			x				x		3	
Av. República	348	349	1	x			x				x		3	
Campo Grande	350	352	2	x		x		x		x		x	5	
Campo Grande	351	350	1	x		x		x		x		x	5	
Campo Grande	353	354	8	x		x		x		x		x	5	
Campo Grande	354	226	4	x		x		x		x		x	5	
R. Odette de Saint Maurice	355	356	2			x						x	2	
Campo Grande	R. Aboim Ascensão	357	258	1	x					x			2	
Av. Da Igreja	84A	85A	1	x		x		x		x		x	5	
Av. Da Igreja	90A	83	1	x		x		x		x		x	5	

Tabela 7: Resultados Giro 1

Rua	Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
	(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t			
	=	=		=	=	=	=	=	=	=	=			
Av. Brasil	1	2	1	x		x		x		x		x	5	
Av. Brasil	5	5A	1	x		x		x		x		x	5	

Rua	Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
	(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
	=	=		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	
Av. Brasil	6	229	1	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	9	10	3	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	10	11	2	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	11	218	1	x		x		x		x		x		5
Av. Brasil	13	12A	1		x		x		x		x		x	5
Av. Brasil	R. Jorge Colaço	14	16	1				x						1
Av. Brasil		15	17	2		x		x		x		x		5
R. Jorge Colaço	Av. Brasil	16	14	1				x					x	2
Av. Brasil		17	14	1		x		x		x		x		5
Av. Brasil	R. Reinaldo Ferreira	18	31	3								x		1
Av. Brasil		19	18	1		x		x		x		x		5
Av. Brasil		21	19	1		x		x		x		x		5
Av. Brasil	Tv. Pote D'Água	22	20	2		x				x			x	3
Av. Brasil	Av. Rio de janeiro	23	219B	2	x		x		x		x		x	5
Av. Brasil		24	23	2	x		x		x		x			5
Av. Rio de janeiro	Av. Brasil	25	23A	2		x		x		x		x		5
R. Ricardo Jorge	Av. Rio de Janeiro	26	25B	2				x					x	2
	R. Ricardo Jorge	27	26	1				x					x	2
R. Reinaldo Ferreira	R. Reinaldo Ferreira	31	30A	2		x						x		2
R. Reinaldo Ferreira	R. Eug. Castro Rodrigues	31	32	1		x				x			x	3
R. Eug. Castro Rodrigues	R. João Deus Ramos	32	34A	1		x				x			x	3
R. João Deus Ramos	R. Eug. Castro Rodrigues	33	32	1		x				x			x	3
R. Marquês Soveral	R. João Deus Ramos	35	34	1								x		1
R. Lopes Mendonça	R. Carlos Mayer	36	29	3		x				x			x	3
R. D. Pedro Cristo	R. Marquês Soveral	37	35	1		x				x			x	3
R. D. Pedro Cristo	R. Conde Arnoso	37	38C	1	x							x		2
Av. Santa Joana Princesa	R. Conde Arnoso	39	38A	1		x						x		2

Rua		Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
		(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
		=	=		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	
Av. Santa Joana Princesa		40	39	1								x			1
Av. Rio de Janeiro	Av. Santa Joana Princesa	41	40	2								x			1
Av. Rio de Janeiro		42	25A	4	x		x		x		x		x		5
Av. Rio de Janeiro	Av. Da Igreja	43	44	4	x		x		x		x		x		5
Av. Da Igreja		44	46	2	x		x		x		x		x		5
Av. Da Igreja		46	47	2	x		x		x		x		x		5
Av. Da Igreja	R. Luís Augusto Palmeirim	47	57B	5			x						x		2
Av. Da Igreja		47	56	2	x		x		x		x		x		5
Praça de Alvalade	Av. Roma	49	51	2	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		51	52	3	x		x		x		x		x		5
Av. Roma	Av. Brasil	52	218A	3	x		x		x		x		x		5
Av. Roma		53	93	2	x		x		x		x		x		5
R. Luís Augusto Palmeirim		55A	57B	1					x						1
Av. Da Igreja	Praça de Alvalade	56	49	2	x		x		x		x		x		5
R. Luís Augusto Palmeirim		57B	58	2					x						1
R. Luís Augusto Palmeirim	Av. Da Igreja	58	46	6	x				x				x		3
R. Luís Augusto Palmeirim		58	59	1			x						x		2
R. Luís Augusto Palmeirim	R. José Duro	59	64	2					x						1
R. Luís Augusto Palmeirim	Av. Da Igreja	59	44	4			x								1
R. José Duro	R. Luís Augusto Palmeirim	60	59	1					x						1
R. José Duro		61	60	1	x								x		2
R. Acácio Paiva	R. Luís Augusto Palmeirim	62	57A	1			x						x		2
R. Acácio Paiva		63	62	1	x								x		2
R. José Duro		64	61	1	x				x				x		3
R. João Saraiva	Av. Rio de Janeiro	66	219A	1	x				x				x		3
R. João Saraiva	R. Acácio Paiva	67	63	5					x						1
Largo João Vaz	R. Constantino Fernandes	70	71	1	x				x				x		3
R. Eugénio de Castro		73	74	2	x							x			2

Rua		Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
		(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
		=	=		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	
R. Eugénio de Castro	R. Fausto Guedes Teixeira	74	75	1	x							x		2	
R. José Lins do Rego	R. Afonso Lopes Vieira	76	77	1					x					1	
R. Afonso Lopes Vieira	Av. Do Brasil	79	10	1	x				x				x	3	
R. Afonso Lopes Vieira	Av. Da Igreja	81	82	2	x				x				x	3	
	Av. Da Igreja	82	90B	1	x		x		x			x		5	
	Av. Da Igreja	84	82	1	x		x		x			x		5	
	Av. Da Igreja	85	84	1	x		x		x			x		5	
	Av. Da Igreja	86	85	2	x		x		x			x		5	
Praça de Alvalade	Av. Da Igreja	92	87	1	x		x		x			x		5	
Av. Roma	Praça de Alvalade	93	92	3	x		x		x			x		5	
R. Conde Ficalho	Av. D. Rodrigo da Cunha	145	146	1		x				x			x	3	
Av. D. Rodrigo da Cunha	Av. Alm. Gago Coutinho	146	150	2		x						x		2	
Av. D. Rodrigo da Cunha	R. Conde Ficalho	146	145	1		x						x		2	
Av. D. Rodrigo da Cunha	R. Conde Fialho	147	246	1		x				x			x	3	
Av. D. Rodrigo da Cunha	R. Conde Arnoso	147	38	5		x				x			x	3	
	Av. D. Rodrigo da Cunha	148	147	2		x				x			x	3	
Av. Alm. Gago Coutinho	Av. D. Rodrigo da Cunha	149	148	2		x				x			x	3	
Av. Do Brasil	Av. Roma	218	53	3	x		x		x			x		5	
	Av. Rio de Janeiro	219	43	7	x		x		x			x		5	
	Av. Alm. Gago Coutinho	224	239	5		x						x		2	
	Av. Rio de Janeiro	228	42	2	x			x		x		x		5	
	Av. Brasil	229	1	3		x		x		x		x		5	
	Av. Brasil	231	234	3		x		x		x		x		5	
	Av. Brasil	233	232	1		x		x		x		x		5	
Av. Brasil	Av. Alm. Gago Coutinho	234	235	2		x		x		x		x		5	
	Av. Alm. Gago Coutinho	236	237	1				x						1	
	Av. Alm. Gago Coutinho	237	238	1				x					x	2	

Rua	Arcos		(qij) Nº Pap	d=1		d=2		d=3		d=4		d=5		Periodi- cidade
	(i)	(j)		t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	
	=	=		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	
Av. Alm. Gago Coutinho	239	240	3	x						x			2	
R. João Deus Ramos	Av. Brasil	241	230	1	x			x				x	3	
R. João Deus Ramos		243	242	1	x					x			2	
R. Francisco Franco		247	248	1	x			x				x	3	
R. Conde Ficalho		249	250	1	x			x				x	3	
R. Conde Ficalho		251	252	1	x			x				x	3	
R. Conde Ficalho		253	254	1	x			x				x	3	
Campo Grande		353	354	8	x	x		x		x		x	5	
Campo Grande		354	226	4	x	x		x		x		x	5	
Av. Brasil		12A	12	1	x	x		x		x		x	5	
Av. Rio de Janeiro	Rua João Saraiva	219B	67	1	x			x				x	3	
	Av. Brasil	23B	21	2	x	x		x		x		x	5	
R. Francisco Franco	Av. D. Rodrigo da Cunha	257B	148B	1	x							x	2	
Av. Rio de Janeiro	R. Ricardo Jorge	25A	26A	1			x					x	2	
	R. Ricardo Jorge	26A	27A	1			x					x	2	
R. Ricardo Jorge	R. Reinaldo Ferreira	27A	30A	1	x			x				x	3	
R. Ricardo Jorge	R. Constantino Fernandes	27A	68	1				x					1	
R. Reinaldo Ferreira	R. Carlos Mayer	30C	29	1	x					x			2	
R. João Deus Ramos	R. Marquês Soveral	34A	35A	1				x					1	
R. Conde Arnoso	Av. D. Rodrigo da Cunha	38A	146	4	x			x				x	3	
R. Conde Arnoso	Av. Santa Joana	38C	40	3			x						1	
Av. Roma	R. Luís Augusto Palmeirim	52A	55	2				x					1	
R. Luís Augusto Palmeirim	R. Marquesa Alorna	55	54	1	x			x				x	3	
R. Luís Augusto Palmeirim	Av. Da Igreja	55A	56	5			x					x	2	
R. Luís Augusto Palmeirim	R. Acácio Paiva	57B	62	1			x					x	2	
	Av. Brasil	5A	24	1	x	x		x		x		x	5	

Tabela 8: Resultados Giro 2