



LISBON
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

MESTRADO

MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL

TRABALHO FINAL DE MESTRADO

TRABALHO DE PROJETO

REESCALONAMENTO DE BOMBEIROS VOLUNTÁRIOS

ANA BÁRBARA COSTA DA SILVA MARQUES

OUTUBRO – 2017



LISBON
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

MESTRADO EM
MÉTODOS QUANTITATIVOS PARA A DECISÃO
ECONÓMICA E EMPRESARIAL

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

REESCALONAMENTO DE BOMBEIROS VOLUNTÁRIOS

ANA BÁRBARA COSTA DA SILVA MARQUES

ORIENTAÇÃO:

PROF^ª DOUTORA MARIA CÂNDIDA VERGUEIRO MONTEIRO
CIDADE MOURÃO

OUTUBRO - 2017

Agradecimentos

Na elaboração deste projeto de mestrado pude contar com o apoio de muitas pessoas, quer na preparação do mesmo quer em compreensão/motivação.

À Professora Doutora Maria Cândida Mourão, orientadora do projeto, agradeço o apoio incondicional desde o início, pela sua dedicação, pela sua disponibilidade, pelos seus conselhos e essencialmente por nunca me ter deixado desistir.

Ao Instituto Superior de Economia e Gestão, que foi a minha segunda casa durante cinco anos, em especial aos docentes por tudo o que me transmitiram ao longo destes anos. Passados cinco anos sei que tomei a decisão acertada ao ingressar nesta Universidade que tanto me ajudou a crescer, quer a nível pessoal quer a nível profissional.

Ao colega João Cardoso, por toda a paciência e disponibilidade demonstrada na explicação do funcionamento do quartel de bombeiros.

Aos meus colegas de trabalho por me aturarem e ao meu *stress* diário, ao longo do projeto, e por terem sempre uma palavra de aconchego para dar.

Às minhas amigas mais chegadas, pela paciência demonstrada e por me lembrarem dia a pós dia que eu ia conseguir.

Ao João, por toda a compreensão, apoio e por me demonstrar todos os dias o orgulho que tem na pessoa em que me estou a tornar e por nunca me ter deixado baixar os braços.

Por fim, um agradecimento especial aos meus pais, por me terem proporcionado a possibilidade de desenvolver os meus conhecimentos, por acreditarem sempre nas minhas capacidades e por estarem sempre presentes.

Resumo

O objetivo deste projeto é resolver um problema de reescalonamento de bombeiros voluntários, recorrendo a técnicas de investigação operacional.

O problema em causa consiste em fazer uma nova escala quando se é deparado com uma ou mais ausências inesperadas, tendo sempre como base a disponibilidade apresentada mensalmente pelos bombeiros, bem como a escala inicial.

O problema foi formulado em programação linear inteira, tendo sido resolvido computacionalmente com recurso ao OpenSolver.

Foram desenvolvidos dois modelos de reescalonamento, com dois objetivos diferenciados. O primeiro consiste em obter um novo escalonamento tendo em conta as restrições e não alterando turnos afetados no plano inicial, além dos decorrentes das faltas identificadas. No segundo modelo é permitido fazer alterações ao plano inicial sendo que o objetivo é minimizar as diferenças entre as duas escalas, a inicial e a resultante do reescalonamento.

Da resolução de cada modelo obtém-se um novo plano de escalonamento final que cubra as ausências não programadas, sem intervenção humana. Assim, com recurso ao OpenSolver, é possível dispor de uma solução num curto espaço de tempo computacional. O modelo permite ainda testar, em pouco tempo, diferentes alternativas.

Palavras-chave: bombeiros voluntários, escalonamento, reescalonamento, modelos, programação linear inteira.

Abstract

The objective of this project is to solve the rescheduling problem of voluntary firefighters, while using operational research techniques.

The problem involves creating a new schedule (scale) when faced with one or more unexpected absences, based on the availability presented monthly by each firefighter as well as on the initial scale.

The problem was formulated in integer linear programming and was solved computationally using OpenSolver.

Two rescheduling models were developed, with two different objectives. The first one aims to create a new schedule that takes into account all the restrictions, without changing the assignments of the initial plan, except those due to absences. In the second model, some changes were made to the initial plan. This time, the objective is to minimize the differences between the two schedules, the initial schedule and the final rescheduling.

The results of these two models devise a new final scheduling plan that covers the non-programmed absences, without human intervention and obtained through OpenSolver, that grants a solution in a short computational time. The model also allows to test, in a short time, different alternatives.

Keywords: voluntary firefighters, scheduling, rescheduling, models, entire linear programming.

Índice

Agradecimentos.....	iii
Resumo	iv
Abstract	v
Índice	vi
Índice de tabelas.....	viii
1. Introdução	1
2. Revisão bibliográfica.....	3
2.1 Escalonamento de pessoal	3
2.2 Reescalonamento de pessoal	5
3. Apresentação do problema	8
3.1. Introdução.....	8
3.2. (Re)Escalonamento dos voluntários	11
3.2.1. Definição do Problema	11
3.2.1. Modelo de Escalonamento.....	13
3.3 ReEscalonamento – Metodologia e resolução	15
4. Apresentação de resultados.....	20
4.1 Cenários	21
4.1.1. Cenário I – Falta de dois voluntários, com diferentes especializações	22
4.1.2. Cenário II – Falta de voluntários com quatro especializações	23
4.1.3. Cenário III – Falta de quatro voluntários, com o mesmo número de especializações, todos afetos ao turno 13	24
4.1.4. Cenário IV – Falta de um voluntário com mais turnos na semana.....	27

4.2 Resultados do modelo para a instância completa.....	32
4.3 Obtenção dos resultados para a instância completa.....	33
5. Conclusões.....	35
Referências Bibliográficas.....	37
Anexos	40

Índice de tabelas

Tabela 1 - Especializações dos voluntários.....	10
Tabela 2 - Número mínimo de voluntários de cada especialização.....	12
Tabela 3 - Escalonamento Inicial.....	21
Tabela 4 - Disponibilidade após escalonamento.....	21
Tabela 5 - Substituições para o cenário I – output do modelo (MRE1).....	23
Tabela 6 - Falta do voluntário 46 e afetação do voluntário 35 – output do modelo (MRE1).....	23
Tabela 7 – Substituições para o cenário III - output do modelo (MRE1).....	24
Tabela 9 - Novo escalonamento modelo MRE2.....	26
Tabela 8 - Novo escalonamento modelo MRE1.....	26
Tabela 10 - Diferença entre os modelos MRE2 e MRE1 – cenário III.....	27
Tabela 11 – Substituições para o cenário IV – output do modelo (MRE1).....	28
Tabela 12 – Diferença entre os modelos MRE2 e MRE1- cenário IV.....	29
Tabela 13 – Faltas no cenário V.....	30
Tabela 14 - Novo escalonamento após cenário V – output do modelo (MRE2).....	31
Tabela 15 - Voluntários em falta.....	32
Tabela 16 - Voluntários afetos aos turnos em que há faltas – resultado do modelo (MRE1).....	33
Tabela 17 - Tempos de execução do problema.....	34
Tabela 18 - Disponibilidade mensal apresentada pelos 54 voluntários.....	40
Tabela 19 - Escalonamento inicial – output do modelo (ME).....	41
Tabela 20 - Disponibilidade após escalonamento inicial.....	42

Tabela 21 - Faltas dos voluntários	43
Tabela 22 - Voluntários afetos às faltas – output do modelo (MRE1)	44
Tabela 23 - Reescalonamento – output do modelo (MRE1) juntamente com informação do escalonamento inicial e das faltas.....	45
Tabela 24 - Reescalonamento modelo (MRE2)	46
Tabela 25 - Diferenças entre os modelo (MRE1) e (MRE2), um valor negativo representa uma afetação de (MRE1) que não foi considerada em (MRE2) e um valor positivo representa uma afetação em (MRE2) que não estava no (MRE1)	47

1. Introdução

O projeto em estudo surge com o objetivo de construir um mecanismo que ajude a melhorar e a tornar mais eficiente o reescalonamento de bombeiros voluntários. Hoje em dia, na maior parte dos quartéis, este processo é ainda efetuado manualmente. O principal propósito deste projeto é assim a automatização do reescalonamento para reduzir a intervenção humana no processo. O reescalonamento mostra-se necessário sempre que são detetadas ausências face ao escalonamento inicial, que se supõe conhecido.

É de salientar que quando nos referimos a organizações sem fins lucrativos, neste caso bombeiros voluntários, o processo de reescalonamento pode tornar-se ainda mais complicado. De facto, trabalhadores em regime de voluntariado, embora com grande esforço pessoal, não conseguem disponibilidade para o cumprimento de todos os horários necessários.

Neste projeto, foi criada uma equipa de 54 voluntários, com certas especializações. Segundo o colega João Cardoso, este é o número que se deve ter em consideração, em quartéis pequenos, para um correto funcionamento.

Considera-se ainda que as escalas são efetuadas mensalmente com base na disponibilidade demonstrada por cada voluntário. Tenta-se assim, ir ao encontro das preferências dos voluntários, para evitar ausências não programadas.

O problema de reescalonamento surge, quando, por algum motivo, um ou mais voluntários não podem cumprir a escala previamente definida. Nestes casos, a forma atual de alocar um novo voluntário a cada uma das faltas identificadas é efetuada manualmente, normalmente pelo chefe de piquete. Este inicia o processo telefonando

aos voluntários que não estão alocados naquele dia/turno e que demonstraram disponibilidade para o fazer.

Assim, com o objetivo de melhorar este processo surge este projeto, visando tornar o reescalonamento o mais mecanizado possível. Permite-se assim que o tempo do chefe de piquete possa ser melhor utilizado, nomeadamente na prestação de socorro à população.

O trabalho é apresentado seguidamente repartido em três capítulos. No capítulo seguinte (capítulo 2), é elaborada uma revisão bibliográfica que tem como base diversos estudos efetuados no âmbito do escalonamento e do reescalonamento de pessoal.

O terceiro capítulo começa por detalhar o problema em estudo, sendo efetuado o enquadramento do problema e apresentadas as regras a considerar. Neste capítulo, é ainda detalhada a metodologia utilizada e apresentadas duas formalizações em Programação Linear Inteira (PLI) desenvolvidas para dar resposta aos problemas de reescalonamento nos quartéis de bombeiros.

No quarto capítulo, é apresentado um conjunto de cenários com diversas combinações de ausências para ilustrar o funcionamento de ambos os modelos.

Por fim, no último capítulo, são apresentadas as conclusões obtidas com o presente estudo.

2. Revisão bibliográfica

No presente capítulo são apresentadas referências bibliográficas sobre escalonamento e reescalonamento de pessoal, enquadrando o problema em estudo. Na secção 2.1, identifica-se essencialmente a origem dos problemas de escalonamento e posteriormente, na secção 2.2, foca-se o reescalonamento.

2.1 Escalonamento de pessoal

O problema de escalonamento de pessoal foi apresentado por (Dantzig, 1954), na década de cinquenta do século XX. Este é considerado o estudo mais antigo, e propôs uma formalização de cobertura para o problema de escalonamento de tempos diários de pausa/trabalho para trabalhadores de portagens.

A partir da década de sessenta do mesmo século, nota-se um crescimento avultado do número de publicações sobre este tema. Na década de setenta, os casos de escalonamento que obtinham uma maior atenção por parte dos investigadores eram os de colaboradores de *call centres*, seguidos dos do pessoal de enfermagem.

Um dos primeiros métodos de classificação dos tipos de problemas de escalonamento foi apresentado por (Baker, 1976). Segundo este autor, existem três tipos fundamentais de escalonamento, a saber: (i) escalonamento do tempo de pausa/trabalho ao longo de um dia (*shift scheduling*); (ii) escalonamento das folgas numa semana ou múltiplos de uma semana (*day-off scheduling*); (iii) escalonamento por turnos (*tour scheduling*). Em todos se pretende intercalar tempo de trabalho com tempo de descanso, e determinar o número de trabalhadores a alocar ao serviço, em cada intervalo de tempo, de forma a otimizar uma função objetivo.

Os problemas de tipo (i) são típicos em empresas industriais, em que existe grande variabilidade na procura do serviço ao longo do dia. Outro exemplo de aplicação deste caso são os *call centres*, como estudado por (Segal, 1974) e (Henderson & Berry, 1976).

Os problemas de tipo (ii) consistem na atribuição de dias de folga em escalas pré-definidas/fixas, em uma semana (sete dias) ou múltiplos de uma semana. Neste caso, fixados os dias de folga, é possível obter os dias de trabalho consecutivos entre as folgas. Este tema foi abordado por (Monroe, 1970), em problemas de escalonamento de operadores de bagagens em aeroportos. O problema foi mais tarde formalizado em PLI por (Rothstein, 1972), que o resolveu recorrendo ao método do Simplex.

Nos problemas de tipo (iii) as escalas são obtidas em conjunto, quer para os blocos de folgas quer para os turnos específicos correspondentes a cada dia dos blocos de trabalho. Este tipo de problema surge em organizações que operam sete dias por semana com mais de um turno por dia, como, por exemplo, companhias aéreas, hotéis e hospitais.

(Murray, 1971) e (Ahuja & Sheppard, 1975), no contexto hospitalar, propõem procedimentos programáveis baseados em regras simples que imitam o processo manual utilizado.

Posteriormente, na década de oitenta, começam já a surgir tentativas de englobar estas três fases do escalonamento num só problema, com objetivo de obter soluções mais satisfatórias para os problemas reais, do que as obtidas quando estes são decompostos em subproblemas.

(Rosenbloom & Goertzen, 1987), no âmbito hospitalar, estudam o problema de escalonamento cíclico do período de trabalho e de descanso das enfermeiras, propondo um algoritmo em três fases. A primeira consiste na criação de um conjunto

de escalas admissíveis, a segunda fase na formalização e otimização de um problema de PLI, e, por último, a terceira fase resulta na produção de um mapa com a solução obtida na segunda fase.

Nas restantes décadas continuam a surgir diversos estudos sobre os problemas de escalonamento de pessoal. Tal permite concluir que este é um tema que suscita ainda um grande interesse por parte dos investigadores, com evolução também das técnicas de resolução.

Relativamente ao trabalho em regime de voluntariado não se conhecem referências. Pode assim considerar-se este um campo de possível investigação, uma vez que com o passar dos anos se tem verificado um aumento deste mesmo tipo de trabalho.

2.2 Reescalonamento de pessoal

O problema de reescalonamento de pessoal tem recebido menos atenção por parte dos investigadores. (Warner, 1976), ao abordar um problema de reescalonamento de enfermeiras, refere que ausências inesperadas das mesmas podem ser colmatadas por um grupo de reserva de enfermeiras que as possam substituir. (Weil, et al., 1995), com base numa investigação num hospital francês, sugerem um método de resolução com base em programação por restrições, que consiste em gerar escalas admissíveis, ficando a cargo do decisor escolher a escala que prefere. Num contexto de elaboração de horários escolares, (Cumming, et al., 2000) desenvolvem um estudo tendo como objetivo a minimização das alterações aos horários já planeados.

(Moz & Pato, 2003) estudam um problema de reescalonamento de enfermeiras, usando, como exemplo, um serviço clínico de um hospital da região de Lisboa. Desenvolvem um modelo de fluxo de multimercomodias com variáveis inteiras. Estes, podem ser vistos como problemas de otimização em redes, cujo objetivo é o envio de

mercadorias na rede a um custo mínimo, respeitando a oferta e a procura existente em cada nodo. No artigo é definida uma rede com três conjuntos de nodos, nodo de origem, nodo de destino, que representam as enfermeiras, e nodos de fluxo que correspondem aos turnos a efetuar por cada enfermeira. É de notar que o fluxo de mercadorias, que são os serviços prestados pelas enfermeiras, na rede definida, pode ser efetuado apenas por um caminho, orientado da origem para o destino representativo de cada enfermeira, resultando num fluxo binário. Foi usado um método de resolução com base em heurísticas construtivas e um em PLI, sendo devidamente comparados. O PLI permite encontrar uma solução ótima, mas com um tempo de execução mais longo que o da heurística, que encontra soluções admissíveis de boa qualidade, ou seja, de valor próximo do valor ótimo.

(Moz & Pato, 2004) melhoram o estudo prévio de 2003 através da junção de nodos correspondentes às mesmas tarefas. Tal permite uma redução do tempo de execução.

(Bard & Purnomo, 2005), também num contexto hospitalar, estudaram um problema com duplo objetivo e propuseram uma heurística de dupla troca para gerar colunas correspondentes aos horários alternativos.

(Pryce, et al., 2006) concluíram que permitir que os enfermeiros tenham possibilidade de escolha sobre os turnos que pretendem efetuar leva a um efeito positivo no seu estado de espírito e, conseqüentemente, no da sua equipa.

(Moz & Pato, 2007) continuam o estudo efetuado no ano de 2003, mas desta vez com objetivo de melhorar os resultados gerados com a heurística construtiva, através da implementação de um algoritmo genético. (Pato & Moz, 2008), com a introdução do critério de duplo objetivo para a função de aptidão, desenvolvem uma heurística genética utópica para obter a fronteira de Pareto. Esta estratégia foi desenvolvida com

objetivo de diferenciar a população. Tendo sido testada em uma unidade cirúrgica de um hospital público de Lisboa, comprovou a obtenção de melhores resultados computacionais.

(Clark & Walker, 2011) estudam o problema de reescalonamento de enfermeiras com base em duas abordagens diferentes. A primeira tem como objetivo minimizar o número de alterações face ao plano inicial, argumentando que menos alterações causam menos perturbações. A segunda abordagem baseia-se na ideia de que cada alteração causa níveis de perturbações diferentes. Assim, são atribuídas penalidades às mudanças, sendo que o objetivo é a minimização dessas penalidades. Em ambas as abordagens se têm em conta as preferências das enfermeiras com base em penalizações. As abordagens seguidas neste trabalho também visam a tentativa de manter, tanto quanto possível, a escala inicial, indo ao encontro das preferências estabelecidas pelos voluntários.

3. Apresentação do problema

3.1. Introdução

O quartel de bombeiros em análise funciona 24 horas por dia, durante todo o ano, com dois turnos diários (08h00m - 20h00m, 20h00m - 08h00m), admitindo bombeiros assalariados e voluntários, sendo necessário manter um número mínimo de bombeiros afetos a cada turno para garantir a segurança da população. No caso em análise apenas se tem em consideração os bombeiros voluntários, por serem os mais difíceis de (re)escalonar. De facto, os bombeiros assalariados são em número muito reduzido, quase não influenciando o (re)escalonamento dos restantes. Por outro lado, hoje em dia, torna-se por vezes difícil assegurar um número suficiente de voluntários em cada turno, devido à escassez de recursos existente. Esta escassez de recursos humanos é muito sentida nas organizações não lucrativas com regime de voluntariado. No problema em análise, como tivemos em consideração 54 voluntários que deve ser o mínimo considerado, a escassez de recursos não se verifica. Contudo, como mencionado, segundo o colega João Cardoso muitos quartéis não trabalham com os mínimos exigidos, o que origina a escassez referida.

O chefe do quartel determina o número mínimo de voluntários necessários de cada especialização, por turno, para o bom funcionamento do quartel. O escalonamento dos voluntários, ou seja, a sua afetação aos diferentes turnos, é feito de acordo com a disponibilidade de cada voluntário e com as exigências por turno. Na resolução do problema considera-se que o número mínimo de voluntários a atribuir a cada turno é de cinco, que é o mínimo exigido nos quartéis para prestação de socorro à população. Estes cinco voluntários deverão ter todos especialização de tripulante de ambulância de transporte (TAT) e, além disso, um deverá ter especialização de “chefe de piquete”,

dois deverão ter carta de ligeiros (B), um ter carta de pesados (C) e uma especialização de tripulante de ambulância de socorro (TAS). Existe ainda outra especialização, designada por “central”, que consiste no atendimento do telefone e rádio na central, por parte de um voluntário. Contudo, no exemplo aqui considerado não se coloca obrigatoriedade da afetação de um voluntário a esta especialização, podendo a mesma ser efetuada por qualquer voluntário afeto ao turno.

O problema em análise é constituído por um grupo de 54 voluntários, que é o que se deve considerar como mínimo nos quartéis mais pequenos. Contudo, em Portugal existem muitos quartéis que trabalham abaixo dos mínimos exigidos, com voluntários a assegurar mais de uma especialização, como é visível na tabela 1. Nesta tabela constam os diferentes postos resultantes das respetivas especializações. Assim, quando um voluntário entra no quartel começa no posto “Bº3 Classe”, já com o curso de TAT efetuado, obrigatório para prestação de socorro. A subida na hierarquia dá-se conforme a prestação do voluntário, sendo que para chegar a “chefe de piquete” terá que, pelo menos, ser subchefe do quartel.

Nº INTERNO	NOME	POSTO	CHEFE PIQUETE	B	C	TAS	TAT
1	Indivíduo_1	Chefe	1				1
2	Indivíduo_2	Chefe	1		1		1
3	Indivíduo_3	Sub_Chefe	1			1	1
4	Indivíduo_4	Sub_Chefe	1	1			1
5	Indivíduo_5	Sub_Chefe	1				1
6	Indivíduo_6	Sub_Chefe	1	1	1		1
7	Indivíduo_7	Bº1_Classe				1	1
8	Indivíduo_8	Bº1_Classe		1			1
9	Indivíduo_9	Bº1_Classe			1		1
10	Indivíduo_10	Bº1_Classe					1
11	Indivíduo_11	Bº1_Classe		1			1
12	Indivíduo_12	Bº1_Classe				1	1
13	Indivíduo_13	Bº1_Classe			1		1
14	Indivíduo_14	Bº1_Classe		1		1	1
15	Indivíduo_15	Bº2_Classe					1
16	Indivíduo_16	Bº2_Classe		1			1
17	Indivíduo_17	Bº2_Classe		1	1		1
18	Indivíduo_18	Bº2_Classe				1	1
19	Indivíduo_19	Bº2_Classe					1
20	Indivíduo_20	Bº2_Classe		1			1

Nº INTERNO	NOME	POSTO	CHEFE PIQUETE	B	C	TAS	TAT
21	Indivíduo_21	Bº2_Classe					1
22	Indivíduo_22	Bº2_Classe				1	1
23	Indivíduo_23	Bº2_Classe		1			1
24	Indivíduo_24	Bº2_Classe					1
25	Indivíduo_25	Bº2_Classe		1	1		1
26	Indivíduo_26	Bº2_Classe		1			1
27	Indivíduo_27	Bº2_Classe				1	1
28	Indivíduo_28	Bº2_Classe					1
29	Indivíduo_29	Bº2_Classe		1			1
30	Indivíduo_30	Bº2_Classe					1
31	Indivíduo_31	Bº3_Classe			1	1	1
32	Indivíduo_32	Bº3_Classe		1			1
33	Indivíduo_33	Bº3_Classe					1
34	Indivíduo_34	Bº3_Classe					1
35	Indivíduo_35	Bº3_Classe		1	1	1	1
36	Indivíduo_36	Bº3_Classe					1
37	Indivíduo_37	Bº3_Classe					1
38	Indivíduo_38	Bº3_Classe		1			1
39	Indivíduo_39	Bº3_Classe				1	1
40	Indivíduo_40	Bº3_Classe		1	1		1
41	Indivíduo_41	Bº3_Classe		1			1
42	Indivíduo_42	Bº3_Classe					1
43	Indivíduo_43	Bº3_Classe					1
44	Indivíduo_44	Bº3_Classe				1	1
45	Indivíduo_45	Bº3_Classe		1	1		1
46	Indivíduo_46	Bº3_Classe		1	1	1	1
47	Indivíduo_47	Bº3_Classe		1			1
48	Indivíduo_48	Bº3_Classe					1
49	Indivíduo_49	Bº3_Classe				1	1
50	Indivíduo_50	Bº3_Classe					1
51	Indivíduo_51	Bº3_Classe		1	1		1
52	Indivíduo_52	Bº3_Classe					1
53	Indivíduo_53	Bº3_Classe		1	1		1
54	Indivíduo_54	Bº3_Classe				1	1
TOTAL			6	22	13	14	54

Tabela 1 - Especializações dos voluntários

O escalonamento inicial teve em consideração, como referido, a disponibilidade apresentada por cada voluntário para o mês em análise. Cada voluntário apresenta a sua disponibilidade, de modo a não afetar a sua vida pessoal e profissional, levando a que se encontrem mais empenhados e dedicados caso as suas disponibilidades sejam respeitadas. No anexo 1 apresenta-se a disponibilidade mensal dos 54 voluntários em análise, em que o valor 1, a verde, indica que o voluntário, representado na linha, tem disponibilidade para realizar o turno indicado na coluna.

A escala inicial dos voluntários é elaborada para 62 turnos, correspondente a um mês (31 dias) de trabalho. Na maior parte dos quartéis esta escala é efetuada manualmente

pelo chefe do quartel, consoante a disponibilidade apresentada pelos voluntários. Sempre que se registam faltas a escala é refeita, também de forma manual, tendo em conta a disponibilidade dos voluntários no(s) turno(s) em que se registam as faltas, de forma a garantir uma afetação imediata para a equipa se encontrar apta à prestação de socorro.

É com o objetivo de ultrapassar este processo manual que surge este projeto. Pretende-se não só reduzir o tempo despendido nesta tarefa, como também facilitar a própria tarefa de (re)escalonamento, libertando o chefe para outro tipo de atividades. Por outro lado, torna-se possível encontrar várias alternativas, caso existam, com base nos requisitos inerentes a cada quartel, em pouco tempo.

3.2. (Re)Escalonamento dos voluntários

3.2.1. Definição do Problema

Com base na disponibilidade apresentada pelos voluntários para o mês em análise e através de condições impostas e relevantes para a elaboração da escala de serviço, foi efetuado um escalonamento que servirá como base ao processo de reescalonamento.

Este modelo teve como ponto de partida o trabalho de (Cardoso & Mourão, 2016), que tinha como objetivo a otimização de recursos humanos nos serviços do quartel de bombeiros de Ortigosa.

A formulação é precedida pela apresentação dos conceitos fundamentais para elaboração do escalonamento.

Turnos de trabalho: existem dois turnos de trabalho por dia, o diurno (das 08h00m às 20h00m) e o noturno (das 20h00m às 08h00m).

Exigências mínimas:

- **Por turno:** número mínimo de voluntários de cada especialização por turno, para garantir o bom funcionamento do quartel, uma vez que só com esse valor mínimo é possível a prestação de socorro à população.

Especialização	Nº mínimo	Especialização	Nº mínimo
Chefe Piquete	1	B	2
C	1	TAS	1
TAT	5	Central	0

Tabela 2 - Número mínimo de voluntários de cada especialização

- **Por voluntário:** número mínimo e máximo de serviços mensais que cada voluntário deve efetuar, tendo no exemplo do escalonamento inicial sido considerado no mínimo 4 e no máximo 10 ou 12 consoante a especialização. O valor 12 é o máximo atribuído a chefes e subchefes. Contudo nos exemplos que se apresentam, como se tem em consideração apenas uma semana de trabalho, o mesmo não se tem que verificar.

O escalonamento efetuado para um mês de trabalho tem que satisfazer as regras impostas por cada quartel, sem esquecer as disponibilidades iniciais apresentadas pelos voluntários.

Condições relevantes para a escala:

- i. Para cada turno é necessário impor o número mínimo de voluntários que garanta a prestação de socorro. Caso o número de voluntários afetos seja superior ao mínimo estipulado, estamos perante uma sobrecobertura.
- ii. Os voluntários só podem trabalhar um turno em cada três consecutivos, para evitar sequências de turnos (noite-noite-noite).

3.2.1. Modelo de Escalonamento

Com base nas restrições mencionadas, é efetuada uma formalização matemática com o objetivo de encontrar os voluntários a alocar a cada turno que garanta a prontidão na prestação de socorro à população. O modelo tem por base o de (Cardoso & Mourão, 2016) e exige as definições que se apresentam de seguida.

Índices:

i – índice para identificar um voluntário ($i = 1, \dots, N$)

j – índice referente às especializações ($j = 1, \dots, M$)

k – índice para representar um turno ($k = 1, \dots, K$)

Parâmetros:

N – número de voluntários disponíveis

M – número de especializações

K – número de turnos

W – número mínimo de turnos sem afetação entre dois turnos de trabalho consecutivos do mesmo voluntário (considerou-se $W=2$)

$e_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o colaborador } i \text{ tem a especialização } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$t_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se o voluntário } i \text{ se disponibiliza para realizar o turno } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$\min T_i$ – número mínimo de turnos a realizar pelo voluntário i

$\max T_i$ – número máximo de turnos a realizar pelo voluntário i

\min_j^k – número mínimo de voluntários com especialização j necessários no turno k

Variáveis de decisão:

$x_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o voluntário } i \text{ é afeto ao turno } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Modelo de Escalonamento:

$$(ME) \quad \text{Min } z = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N x_i^k \quad (1)$$

sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N e_{ij} x_i^k \geq \min_j^k \quad k = 1, \dots, K; j = 1, \dots, M \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \min T_i \leq \sum_{k=1}^K x_i^k \leq \max T_i \quad i = 1, \dots, N \quad (3) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i^k \leq t_i^k \quad i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (4) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{l=0}^W x_i^{k+l} \leq 1 \quad k = 1, \dots, K - W; i = 1, \dots, N \quad (5) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i^k \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (6) \end{array} \right.$$

- (1) o objetivo minimiza o número de turnos feito por todos os voluntários;
- (2) impõem o número mínimo a afetar de cada especialização a cada turno;
- (3) estabelecem o número mínimo e máximo de turnos que cada voluntário pode fazer;
- (4) garantem que os voluntários só podem ser afetados de acordo com a sua disponibilidade mensal;
- (5) impõem um número mínimo de turnos de descanso entre turnos de trabalho consecutivos por voluntário;
- (6) definem as variáveis de decisão como binárias, para identificarem a afetação dos voluntários aos turnos.

3.3 ReEscalonamento – Metodologia e resolução

O Problema de ReEscalonamento de Pessoal (PREP) tem como objetivo a substituição de um ou vários voluntários que faltam por outros da mesma especialização, com o objetivo de alterar o menos possível a escala inicial. As faltas levam o chefe de quartel a ter que recorrer ao reescalonamento para encontrar outros voluntários que as possam suprir. Neste caso, para afetar um voluntário a uma falta há que ter em atenção quer a sua disponibilidade, quer as restrições do quartel em causa.

O PREP tem como base a tabela “Escalonamento Inicial”, output do solver para o modelo (ME), bem como a indicação das faltas.

São sugeridos dois modelos de reescalonamento. O primeiro modelo identifica o voluntário, com as mesmas especializações das do voluntário em falta, que fez menos serviços naquele mês e que indicou disponibilidade de trabalho no turno em que se verifica a falta. Tenta escolher assim, um conjunto de voluntários para fazer face às faltas, sem alteração do plano inicial para além das faltas. Considera-se ainda que cada voluntário a afetar a uma falta tem pelo menos a especialização do que falta, podendo ter outras especializações. Assim, neste caso, supõe-se que um voluntário com especialização B e C pode substituir dois voluntários em que um tem especialização B e outro C, mantendo o número mínimo de voluntários por turno.

O segundo modelo desenvolvido admite alteração ao escalonamento inicial, mas tenta minimizar as diferenças entre os planos de reescalonamento e de escalonamento. Este segundo modelo também pode ser utilizado, caso o primeiro falhe em encontrar uma solução admissível. De facto, o modelo para o PREP pode não conseguir soluções admissíveis, recorrendo apenas a disponíveis, pois pode não haver nenhum voluntário disponível com as mesmas especializações dos que se encontram a faltar. Nestes casos

recorremos ao segundo modelo para verificar quais os voluntários que deverão ser afetados às faltas e que alterações ao seu escalonamento inicial serão necessárias para conseguir um reescalonamento admissível.

3.3.1. Modelo de ReEscalação (MRE1)

Como referido, o primeiro modelo de reescalonamento tem como base o Escalonamento Inicial (EI) e o input das faltas. Pretende afetar os voluntários às faltas tendo em conta as suas disponibilidades, considerado o escalonamento inicial. Este problema tem como objetivo a afetação dos voluntários com menos turnos no EI.

Novos parâmetros:

T_i – número de turnos assegurados pelo voluntário i no escalonamento inicial

$$f_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se o voluntário } i \text{ falta no turno } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se o voluntário } i \text{ está afetado ao turno } k \text{ no plano inicial} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$d_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ tem disponibilidade para o turno } k \text{ após escalonamento inicial} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

\mathcal{F} – conjunto de turnos em que há faltas.

Neste caso, as variáveis binárias representam apenas a afetação dos voluntários às faltas, nos turnos com voluntários por afetar, ou seja:

$$x_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o voluntário } i \text{ é afetado ao turno } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ sendo } k \text{ um turno em que há pelo}$$

menos uma falta ($k \in \mathcal{F}$).

O primeiro modelo de reescalonamento é então o que se apresenta de seguida.

$$(MRE1) \quad \text{Min } z = \sum_{k \in \mathcal{F}} \sum_{i=1}^N (T_i + 1)x_i^k \quad (1)$$

sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_i^k + a_i^{k+1} + a_i^{k+2} \leq 1 & i = 1, \dots, N; k \in \mathcal{F} \quad (2) \\ x_i^k + a_i^{k-1} + a_i^{k-2} \leq 1 & i = 1, \dots, N; k \in \mathcal{F} \quad (3) \\ x_i^k \leq d_i^k & i = 1, \dots, N; k \in \mathcal{F} \quad (4) \\ \sum_{i=1}^N e_{ij}x_i^k \geq \sum_{i=1}^N e_{ij}f_i^k & j = 1, \dots, M; k \in \mathcal{F} \quad (5) \\ x_i^k \in \{0,1\} & i = 1, \dots, N; k \in \mathcal{F} \quad (6) \end{array} \right.$$

- (1) a função objetivo minimiza o número total de turnos feitos pelos voluntários a afetar às faltas no plano inicial, tentando assim impor a escolha nos voluntários com menos turnos na afetação inicial;
- (2)–(3) obrigam a pelo menos dois turnos sem afetação entre duas afetações consecutivas de trabalho;
- (4) garantem que os voluntários só podem ser afetos de acordo com a sua disponibilidade, considerado o escalonamento inicial. Note-se que, como um voluntário só pode faltar a um turno a que esteja inicialmente afeto, a consideração desta disponibilidade não permite a afetação de um voluntário ao mesmo turno em que falta;
- (5) garantem que as novas afetações por turno e especialização são suficientes para cobrir as faltas;
- (6) definem as variáveis x_i^k como binárias, de forma a identificarem a afetação dos voluntários.

Note-se que neste modelo se relaxam as restrições que garantem um número mínimo e máximo de turnos de trabalho por voluntário. Tal justifica-se pelo facto de se ter

como objetivo a escolha dos voluntários, necessários para cobrir as faltas, que estão afetos a menos turnos no escalonamento inicial.

3.3.2. Modelo de ReEscalonamento (MRE2)

Neste segundo modelo, ao contrário do primeiro, admitem-se alterações nas escalas do EI, além das faltas, por forma a tentar obter um reescalonamento admissível quando tal não é possível com o modelo anterior. Contudo, pretende-se minimizar a diferença face a esse escalonamento inicial, para tentar ir ao encontro do trabalho previamente conhecido pelos voluntários. Com este objetivo em mente, foram definidas penalizações por afetar cada voluntário a um turno diferente do escalonamento inicial (EI), como se segue:

$$P_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se em EI } i \text{ é afeto a } k \\ 10 & \text{se em EI } i \text{ é afeto a turnos que não } k + 1, k, k - 1 \\ 1000 & \text{se em EI } i \text{ é afeto a } k + 1 \text{ ou a } k - 1 \\ 100'000 & \text{se } i \text{ falta no turno } k \end{cases}$$

Considera-se ainda NF , como sendo o conjunto de voluntários que não faltam e as variáveis de decisão:

$$x_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o voluntário } i \text{ é afeto ao turno } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Função objetivo:

$$(MRE2) \quad \text{Min } z = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N P_i^k x_i^k \quad (1)$$

sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_i^k + f_i^k \leq 1 & i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (2) \\ x_i^k + x_i^{k+1} + x_i^{k+2} \leq 1 & i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K - 2 \quad (3) \\ \sum_{i=1}^N e_{ij} x_i^k \geq \min_j^k & j = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K \quad (4) \\ x_i^k \leq t_i^k & i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (5) \\ \min T_i \leq \sum_{k=1}^K x_i^k \leq \max T_i & \forall i \in NF \quad (6) \\ x_i^k \in \{0,1\} & i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (7) \end{array} \right.$$

- (1) a função objetivo minimiza a penalização total associada à afetação de voluntários, tentando manter tanto quanto possível o escalonamento inicial;
- (2) garantem que os voluntários são alocados de acordo com as faltas existentes;
- (3) obrigam a pelo menos dois turnos de descanso entre turnos de trabalho consecutivos;
- (4) impõem o número mínimo a afetar de cada especialização a cada turno;
- (5) garantem que os voluntários só podem ser afetos de acordo com a sua disponibilidade;
- (6) estabelecem o número mínimo e máximo de turnos que cada voluntário pode fazer;
- (7) definem as variáveis x_i^k como binárias, de forma a identificarem a afetação dos voluntários.

4. Apresentação de resultados

Neste capítulo será primeiramente apresentado o escalonamento inicial obtido para os 54 voluntários, durante uma semana (14 turnos), com recurso computacional ao OpenSolver¹, *add-in* do Excel. Este serve de base ao modelo de reescalonamento que terá como *inputs* adicionais as faltas dos voluntários bem como as suas disponibilidades.

Para testar e ilustrar o funcionamento dos dois modelos de reescalonamento serão gerados cenários, com diversas combinações de faltas e considerando apenas os primeiros 14 turnos. Uma vez que todos os voluntários têm que ter a especialização de TAT esta não será mencionada nos testes que se irão realizar. As escolhas encontradas pelo OpenSolver são apresentadas e analisadas.

No anexo 2, encontra-se o escalonamento inicial, resultante do modelo (ME) para a instância considerada, que servirá então de base aos estudos seguintes. As últimas seis linhas da tabela indicam as exigências mínimas de voluntários, por especialização e por turno. O número de turnos a realizar por cada indivíduo está representado na antepenúltima coluna e os turnos a que cada voluntário fica afeto estão destacados a verde. Adicionalmente ao escalonamento inicial, apresenta-se no anexo 3, a disponibilidade dos 54 voluntários após esse escalonamento, nos 62 turnos.

¹ <http://opensolver.org/installing-opensolver/> [acedido em abril 2017].

4.1 Cenários

Para testar o modelo, foram criados cinco cenários para os 54 voluntários, mas tendo apenas em conta uma semana de trabalho, correspondente a 14 turnos. Nestes

Mês	Turnos														REAL
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_3	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	4
Indivíduo_4	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Indivíduo_7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Indivíduo_17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_23	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	4
Indivíduo_24	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_26	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_27	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_29	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2
Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_36	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_38	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_39	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_42	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_44	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_45	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_48	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_49	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_50	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_51	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_53	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3 - Escalonamento Inicial

Mês	Turnos														Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Indivíduo_1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	4
Indivíduo_2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	4
Indivíduo_3	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	7
Indivíduo_4	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	8
Indivíduo_5	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	9
Indivíduo_6	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	7
Indivíduo_7	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	7
Indivíduo_8	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	8
Indivíduo_9	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	9
Indivíduo_10	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	10
Indivíduo_11	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	6
Indivíduo_12	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	7
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	6
Indivíduo_14	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	6
Indivíduo_15	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	6
Indivíduo_16	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	8
Indivíduo_17	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	7
Indivíduo_18	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	8
Indivíduo_19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	4
Indivíduo_20	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	7
Indivíduo_21	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	8
Indivíduo_22	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	6
Indivíduo_23	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	7
Indivíduo_24	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	7
Indivíduo_25	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	10
Indivíduo_26	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	8
Indivíduo_27	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	8
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8
Indivíduo_29	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	9
Indivíduo_30	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	8
Indivíduo_31	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	3
Indivíduo_32	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	6
Indivíduo_33	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	6
Indivíduo_34	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	5
Indivíduo_35	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	6
Indivíduo_36	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	9
Indivíduo_37	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	7
Indivíduo_38	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	10
Indivíduo_39	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	8
Indivíduo_40	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	5
Indivíduo_41	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	7
Indivíduo_42	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	10
Indivíduo_43	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	8
Indivíduo_44	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	5
Indivíduo_45	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	7
Indivíduo_46	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	7
Indivíduo_47	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	6
Indivíduo_48	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3
Indivíduo_49	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	6
Indivíduo_50	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	8
Indivíduo_51	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	8
Indivíduo_52	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	6
Indivíduo_53	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	6
Indivíduo_54	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Total	15	15	25	28	27	25	26	28	30	32	28	30	32	29	370
CHEFE PIQUETE	1	0	2	4	4	3	4	4	4	4	2	3	3	1	
B	10	9	9	11	13	12	11	12	13	13	13	10	11	12	
C	4	4	4	3	7	6	6	7	8	8	7				

cenários relaxam-se as restrições (3) do modelo de escalonamento, referentes às exigências de trabalho mínimo e máximo por voluntário, por se estar a lidar com apenas uma semana de trabalho.

O escalonamento inicial, que se tem como base para efetuar os testes, apresenta-se na tabela 3 e as respetivas disponibilidades, após o escalonamento, na tabela 4.

Na coluna “REAL” da tabela 3 observa-se o número de turnos a que cada bombeiro está afeto na semana. Neste exemplo pequeno, não se tem em consideração o mínimo exigido de 4 turnos nem o máximo de 12 uma vez que estas restrições são para escalonamentos mensais.

Na tabela 4 verifica-se que, na semana em análise, os 54 voluntários dispõem de um total de 370 disponibilidades. É com base nestas disponibilidades que se tenta substituir os voluntários que faltam.

4.1.1. Cenário I – Falta de dois voluntários, com diferentes especializações

Os voluntários 16 e 27 faltam no turno 13 e 1 respetivamente. O voluntário 16 tem carta de ligeiros (especialização B) e o voluntario 27 é tripulante de ambulâncias de socorro (especialização TAS).

Relativamente ao voluntário 16, existem mais 21 voluntários (tabela 1) com as mesmas especializações, mas apenas 11 apresentam disponibilidade para efetuar o turno 13 (tabela 4). Desses 11, pretende-se dar preferência, se possível, ao voluntário que esteja a efetuar menos turnos na semana.

O voluntário 27 pode ser substituído por outros 13 com as mesmas especializações (tabela 1), contudo, apenas dois apresentam disponibilidade para o turno 1 (tabela 4). Assim, a sua substituição será efetuada pelo voluntário 12 ou pelo voluntário 35, uma vez que são os únicos que têm disponibilidade para ser afetos ao turno 1 (tabela 4).

Mês	Turnos														REAL	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_35	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 5 - Substituições para o cenário I – output do modelo (MRE1)

Como é visível pela tabela 5, output do modelo (MRE1), os voluntários escolhidos para colmatar as faltas dos indivíduos 16 e 27 são, respetivamente, o indivíduo 8 e o 35 que não se encontravam afetos a nenhum turno, durante esta semana, no escalonamento inicial. Foi possível reescalonar sem trocar de turnos os voluntários afetos em EI. Na coluna “REAL” representa-se o número de faltas (neste caso apenas uma) a que cada bombeiro é alocado.

4.1.2. Cenário II – Falta de voluntário com quatro especializações

Neste cenário, os voluntários envolvidos, para além da especialização de TAT, têm outras três especializações. De facto, os voluntários 35 e 46 têm ambos as especializações B, C e TAS. Neste caso, se o voluntário 46 faltar no turno 14 e uma vez que o voluntário 35, que não se encontra escalonado em nenhum turno na semana, tem disponibilidade para efetuar esse turno (tabela 4), o mesmo ser-lhe-á atribuído, como é visível na tabela 6 (output do modelo (MRE1)).

Indivíduo_45		0	Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_46	1	1	Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Indivíduo_47		0	Indivíduo_36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_48		0	Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6 - Falta do voluntário 46 e afetação do voluntário 35 – output do modelo (MRE1)

4.1.3. Cenário III – Falta de quatro voluntários, com o mesmo número de especializações, todos afetos ao turno 13

Neste cenário registam-se as faltas dos voluntários 13, 16, 23 e 39 ao turno 13. Os voluntários em análise têm em comum a especialização de TAT, o 13 apresenta também a especialização C, o 16 e o 23 a B e o 39 a especialização TAS.

Mês	Turnos														REAL	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 7 – Substituições para o cenário III - output do modelo (MRE1)

Para escalonar a falta dos quatro voluntários mencionados, o sistema escolheu os voluntários 8, 28, 33 e 35 (ver tabela 7). Estes, não se encontravam escalonados no modelo inicial, tinham disponibilidade e cobrem as especializações dos voluntários em falta. O voluntário 8 tem as especializações de B e TAT, o 28 e o 33 têm apenas a

especialização de TAT, mas o 35 têm quatro especializações (B, C, TAS e TAT). Apesar dos indivíduos 28 e 33 apresentarem apenas a especialização de TAT os mesmos são afetos, uma vez que estes voluntários não se encontravam afetos a nenhum turno na semana em análise e encontravam-se quatro voluntários em falta. Assim, o 35 cobre as especialidades em falta e o 28 e o 33 são necessários para perfazer o mesmo número de voluntários.

Pela resolução do modelo MRE1 o escalonamento que se obtém apresenta-se na tabela 8.

Contudo, se o mesmo cenário for resolvido pelo modelo MRE2 a solução que se obtém difere. Na tabela 9, encontra-se o escalonamento com base no modelo MRE2.

Para uma melhor visualização, na tabela 10, indicam-se apenas as diferenças entre as duas soluções, tendo-se subtraído a solução do modelo MRE1 à do modelo MRE2.

Mês	Turnos														REAL
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_3	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	4	
Indivíduo_4	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	3	
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2	
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
Indivíduo_7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	
Indivíduo_9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_22	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	
Indivíduo_23	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	3	
Indivíduo_24	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	
Indivíduo_25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_26	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	
Indivíduo_27	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
Indivíduo_29	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2	
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2	
Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
Indivíduo_36	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	
Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_38	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	
Indivíduo_39	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_40	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	2	
Indivíduo_41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Indivíduo_43	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_44	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_45	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
Indivíduo_47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
Indivíduo_48	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	
Indivíduo_49	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_50	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Indivíduo_51	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	
Indivíduo_52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
Indivíduo_53	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	
Indivíduo_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	70	

Tabela 8 - Novo escalonamento modelo MRE1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	REAL
	Indivíduo_1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
Indivíduo_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_3	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	4
Indivíduo_4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	4
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2
Indivíduo_11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Indivíduo_14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Indivíduo_16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_23	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	3
Indivíduo_24	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_26	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_27	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_29	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Indivíduo_36	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_38	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_39	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_40	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2
Indivíduo_41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_43	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_44	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_45	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_48	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
Indivíduo_49	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_50	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_51	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_53	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	106

Tabela 9 - Novo escalonamento modelo MRE2

Como se pode ver na tabela 10, a vermelho (-1) encontram-se os voluntários que estavam afetos na solução do modelo MRE1 e não foram afetos na de MRE2, e a verde (1) os que são alocados por MRE2 e não por MRE1. Logo, nas duas soluções o bombeiro 35 é alocado à falta. Contudo, em vez de serem alocados os bombeiros 8, 28 e 33 que se encontravam disponíveis e não estavam afetos a nenhum turno na semana em análise,

passam (por MRE2) a estar afetos os bombeiros 4, 10 e 15 que estavam já alocados a quatro, dois e zero turnos, respetivamente, nesta semana.

Mês	Turnos														REAL	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
Indivíduo_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Indivíduo_11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Indivíduo_16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
Indivíduo_29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 10 - Diferença entre os modelos MRE2 e MRE1 – cenário III

Neste caso, permite-se concluir que o modelo 1 afeta tendo em atenção os bombeiros com menos turnos, enquanto o modelo 2 tenta minimizar as diferenças face ao escalonamento inicial.

4.1.4. Cenário IV – Falta de um voluntário com mais turnos na semana

Através da análise da tabela 3, referente ao escalonamento inicial, verifica-se que os voluntários 3 e 23 são os que fazem mais turnos na semana, estando afetos a 4 turnos cada. Neste cenário, o voluntário 23 que tem as especializações de B e TAT não poderá

comparecer durante a semana em estudo, o que origina uma falta em cada um dos turnos 3, 6, 9 e 13 (ver tabela 3).

Mês	Turnos														REAL	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_41	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 11 – Substituições para o cenário IV – output do modelo (MRE1)

Para preencher a ausência do voluntário 23 aos quatro turnos vai ser preciso alocar três voluntários, para satisfazer as restrições do modelo (MRE1), minimizando a função objetivo.

Como podemos ver pela tabela 11, no turno 3 será alocado o voluntário 41, nos turnos 6 e 9 o voluntário 8 e o voluntário 35 no turno 13. Note-se que os voluntários alocados às faltas não se encontravam afetos a nenhum turno na semana em análise.

Este cenário também foi resolvido pelo modelo MRE2 e, tal como anteriormente, as diferenças face à solução de MRE1 estão na tabela 12.

Mês	Turnos														REAL
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1
Indivíduo_18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_20	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1
Indivíduo_36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_41	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
Indivíduo_42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_46	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

Tabela 12 – Diferença entre os modelos MRE2 e MRE1- cenário IV

Como se pode ver pela tabela 12, existem algumas diferenças entre as soluções dos dois modelos. A falta do turno 6 continua a ser coberta pelo bombeiro 8 na solução de MRE2, mas a do turno 3 passa a ser alocada ao bombeiro 20, a do turno 9 ao bombeiro 46 e a do turno 13 ao bombeiro 25, em vez de aos bombeiros 41, 8 e 35, respetivamente. Note-se que os bombeiros alocados no modelo MRE2 se encontram afetos a um turno na semana em análise, enquanto os escolhidos no modelo MRE1 não se encontravam afetos na semana em análise.

4.1.5. Cenário V – falta de vários voluntários, incluindo um crítico

Neste cenário, existe um elevado número de faltas, concretamente 12 (ver tabela 13). Temos no turno 1, quatro voluntários a faltar (24, 25, 27 e 48), no 2 o 51, no 3 o 18 e 23, no 5 o 3, no 6 o 1 e 51, e o voluntário 3 nos turnos 8 e 13.

Mês	Turnos														REAL	MÁX.	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
Indivíduo_1					1											1	2
Indivíduo_2																0	2
Indivíduo_3				1			1					1				3	2
Indivíduo_4																0	2
Indivíduo_5																0	2
Indivíduo_6																0	2
Indivíduo_7																0	2
Indivíduo_8																0	2
Indivíduo_9																0	2
Indivíduo_10																0	2
Indivíduo_11																0	2
Indivíduo_12																0	2
Indivíduo_13																0	2
Indivíduo_14																0	2
Indivíduo_15																0	2
Indivíduo_16																0	2
Indivíduo_17																0	2
Indivíduo_18				1												1	2
Indivíduo_19																0	2
Indivíduo_20																0	2
Indivíduo_21																0	2
Indivíduo_22																0	2
Indivíduo_23				1												1	2
Indivíduo_24	1															1	2
Indivíduo_25	1															1	2
Indivíduo_26																0	2
Indivíduo_27	1															1	2
Indivíduo_28																0	2
Indivíduo_29																0	2
Indivíduo_30																0	2
Indivíduo_31																0	2
Indivíduo_32																0	2
Indivíduo_33																0	2
Indivíduo_34																0	2
Indivíduo_35																0	2
Indivíduo_36																0	2
Indivíduo_37																0	2
Indivíduo_38																0	2
Indivíduo_39																0	2
Indivíduo_40																0	2
Indivíduo_41																0	2
Indivíduo_42																0	2
Indivíduo_43																0	2
Indivíduo_44																0	2
Indivíduo_45																0	2
Indivíduo_46																0	2
Indivíduo_47																0	2
Indivíduo_48	1															1	2
Indivíduo_49																0	2
Indivíduo_50																0	2
Indivíduo_51		1			1											2	2
Indivíduo_52																0	2
Indivíduo_53																0	2
Indivíduo_54																0	2
Total	1	4	3	5	4	3	5	4	5	5	5	5	4	5		12	

Tabela 13 – Faltas no cenário V

Neste cenário, ao efetuar o reescalonamento pelo modelo (MRE1), este não encontra voluntários disponíveis que possam ser alocados por forma a cobrir todas as faltas consideradas. Deste modo, há que recorrer ao modelo (MRE2) que dará um novo escalonamento tendo em conta todas as 12 ausências, e tentando minimizar as diferenças face ao escalonamento inicial.

Mês	Turnos														REAL	E_Inicial	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
Indivíduo_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2	1
Indivíduo_2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2
Indivíduo_3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	1
Indivíduo_4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	3	4
Indivíduo_5	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	3
Indivíduo_6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	3
Indivíduo_7	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Indivíduo_12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	3
Indivíduo_13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2	2
Indivíduo_14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2
Indivíduo_17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Indivíduo_19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_22	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	2
Indivíduo_23	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	3	4
Indivíduo_24	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_25	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
Indivíduo_26	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2
Indivíduo_27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_29	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	2
Indivíduo_30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_31	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_32	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_34	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2	2
Indivíduo_35	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Indivíduo_36	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	2
Indivíduo_37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_38	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	2
Indivíduo_39	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	2	2
Indivíduo_40	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	2
Indivíduo_41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indivíduo_43	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_44	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_45	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1
Indivíduo_46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
Indivíduo_47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
Indivíduo_48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
Indivíduo_49	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_50	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Indivíduo_51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Indivíduo_52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
Indivíduo_53	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	2
Indivíduo_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	205	

Tabela 14 - Novo escalonamento após cenário V – output do modelo (MRE2)

A tabela 14, output do modelo (MRE2), dá o novo escalonamento, após as faltas existentes neste cenário. Na coluna “Real” temos o número de turnos que cada voluntário irá efetuar neste novo escalonamento e na coluna “E_inicial” temos o número de turnos a que o voluntário estava afeto no escalonamento inicial. A função

objetivo, como mencionado, tenta minimizar a diferença face ao escalonamento inicial, penalizando afetações dos voluntários diferentes das definidas inicialmente (o valor desta função, 205, representa a penalização total mínima).

4.2 Resultados do modelo para a instância completa

Neste ponto, o objetivo é mostrar um exemplo de funcionamento do modelo com os 54 voluntários para um mês de trabalho (62 turnos), uma vez que nos cenários anteriormente analisados apenas se teve em consideração uma semana.

Nos anexos 1, 2 e 3 já se encontram figuras ilustrativas do modelo para a instância completa. Neste caso, vamos considerar o Anexo 3 (Disponibilidade após escalonamento) e algumas faltas face ao escalonamento inicial (Anexo 2) para analisar a solução gerada pelo modelo de reescalonamento.

As faltas consideradas dizem respeito a nove voluntários, sendo que um deles falta em dois turnos. Na tabela 15 apresentam-se os voluntários que faltam, o respetivo turno e a sua especialização e, no Anexo 4, apresenta-se o mapa das faltas que serve de apoio ao solver para resolução do problema.

Voluntário	Turno	Especialização
1	31	Chefe e TAT
8	50	B e TAT
13	10	C e TAT
25	1	B, C e TAT
32	62	B e TAT
35	54	B, C, TAS e TAT
45	8	B, C e TAT
50	25 e 56	TAT
54	46	TAS e TAT

Tabela 15 - Voluntários em falta

Através da resolução do problema pelo modelo (MRE1), verifica-se que é necessário afetar sete voluntários em dez turnos diferentes para colmatar as ausências dos nove

voluntários. No Anexo 5, verifica-se a alocação efetuada de acordo com as faltas não programadas e na tabela 16 apresentam-se os voluntários que são alocados aos turnos, a sua respetiva especialização, bem como o voluntário que irão substituir.

Voluntário	Turno	Especialização	Número de turnos afeto no escalonamento inicial	Substitui falta do voluntário
6	31	Chefe, B, C e TAT	8	1
9	10 e 56	C e TAT	4	13 e 50
14	54	B, TAS e TAT	4	parte do 35
17	54	B, C e TAT	5	parte do 35
35	1, 46, 50 e 62	B, C, TAS e TAT	4	25, 54, 8 e 32
44	25	TAS e TAT	4	50
46	8	B, C, TAS e TAT	4	45

Tabela 16 - Voluntários afetos aos turnos em que há faltas – resultado do modelo (MRE1)

Juntando à solução do reescalonamento obtida pelo modelo MRE1 a informação do escalonamento inicial, bem como das faltas, obtém-se o reescalonamento do Anexo 6 e considerando o modelo (MRE2) o reescalonamento do Anexo 7. Ao observar esses reescalonamentos verificamos que há diferenças nas soluções, que se salientam no Anexo 8. Tal como anteriormente, neste anexo, na tabela 25 um número positivo representa uma afetação no modelo MRE2 que não foi considerada no modelo MRE1 e um número negativo representa uma afetação no modelo MRE1 que não foi considerada no modelo MRE2.

Contudo, embora só se deva recorrer ao segundo modelo se o primeiro não der uma solução admissível, pretendeu-se, neste ponto, mostrar as diferenças de soluções e que penalizar as diferenças para o escalonamento inicial produz o efeito pretendido, ou seja, obtém-se um reescalonamento próximo do inicial.

4.3 Obtenção dos resultados para a instância completa

Para obter uma solução admissível para o caso em estudo, quando se tem em consideração os 54 voluntários e os 62 turnos, o dois modelos (MRE1 e MRE2) têm 3348

variáveis e 7068 restrições. Já nos cenários estudados, uma vez que foi encurtado o número de turnos, verificou-se uma correspondente redução no número de variáveis e de restrições. De facto, nos cenários de um a quatro, o número de variáveis é de apenas 756 e o de restrições igual a 1596. Contudo, no cenário cinco, como se recorre ao segundo modelo, o número de variáveis mantém-se igual a 756, mas o de restrições aumenta para 2352.

De seguida na tabela 17, apresenta-se os tempos de execução de cada cenário e do exemplo de instância completa.

Cenário	Nº de faltas	Tempo de execução MRE1	Tempo de execução MRE2
I	2	3 s	-
II	1	2 s	-
III	4	2 s	4 s
IV	4	1 s	5 s
V	13	-	2 s
Instância completa	10	14 s	30 s

Tabela 17 - Tempos de execução do problema

Como é visível pela tabela 17, os cenários que correspondem apenas a uma semana de trabalho apresentam valores de execução bastante inferiores aos da instância completa. Contudo, mesmo para a instância completa, o tempo de execução é muito baixo e bastante inferior ao de um processo de escalonamento manual.

5. Conclusões

O problema de reescalonamento de trabalho voluntário surge com o intuito de melhorar o processo associado ao reescalonamento de pessoal que trabalha em organizações que recorrem a trabalho voluntário, como o caso em estudo. Como mencionado, este estudo tem por base um trabalho de (Cardoso & Mourão, 2016), efetuado sobre o escalonamento de trabalho voluntário no quartel de bombeiros de Ortigosa.

Este mesmo estudo surge num ano em que Portugal passa pelo pior cenário no que corresponde à incidência de fogos, demonstrando a importância de os quartéis de bombeiros apresentarem as condições mínimas exigidas em termos de recursos humanos para fazer face às necessidades dos cidadãos.

Deste modo, os modelos desenvolvidos surgem com o intuito de facilitar e tornar mais eficiente o trabalho que hoje em dia é realizado por um membro do quartel, quer no que diz respeito ao escalonamento, quer ao reescalonamento de pessoal.

Os modelos foram resolvidos com o OpenSolver, uma ferramenta disponível para o Excel. As folhas de dados consideradas incluem a disponibilidade apresentada mensalmente pelos diferentes voluntários, bem como as exigências de trabalho do quartel, por turno e por especialização. Estas especificidades podem dificultar a aplicação destes modelos noutros contextos. De facto, nem todos os quartéis têm este método pré-definido e podem basear o escalonamento do seu pessoal em outro tipo de informação, como por exemplo escalas fixas, o que significa que um bombeiro que fica afeto na segunda-feira na semana a seguir fica afeto na terça-feira e assim sucessivamente.

Como trabalho futuro pode considerar-se um objetivo que inclua, no modelo (MRE2) a escolha de trabalhadores com menos turnos, ou então uma restrição que equilibre o trabalho entre os voluntários da mesma especialidade.

Em suma, os modelos desenvolvidos podem ser aplicados ao escalonamento de trabalho voluntário que siga as disposições aqui consideradas, produzindo as melhores soluções em pouco tempo computacional.

Referências Bibliográficas

- Ahuja, H. & Sheppard, R., 1975. Computerized nurse scheduling. *Industrial Engineering*, pp. 24-29.
- Baker, K. R., 1976. Workforce allocation in cyclical scheduling problems: a survey. *Operational Research Quarterly*, pp. 155-167.
- Bard, J. F. & Purnomo, H. W., 2005. Preference scheduling for nurses using column generation. *European Journal of Operational Research*, pp. 510-534.
- Bergh, J. V. D., Belien, J., Bruecker, P. D. & Demeulemester, E., 2013. Personnel scheduling: A literature review. *European Journal of Operational Research*, pp. 367-385.
- Bhulai, S., Khoole, G. & Pot, A., 2008. Simple methods for shift scheduling in multiskill call centers. *Manufacturing & service operations management*, pp. 411-420.
- Cardoso, J. & Mourão, C., 2016. Escalonamento de pessoal em voluntariado - uma aplicação a um corpo de bombeiros. *Boletim Apdio 54*, pp. 14-15.
- Clark, A. R. & Walker, H., 2011. Nurse rescheduling with shift preferences and minimal disruption. *Journal of Applied Operational Research*, pp. 148-162.
- Cumming, A., Paechter, B. & Ranking, R., 2000. Post-Publication Timetabling. *PATAT*, pp. 107-108.
- Dantzig, B. G., 1954. A comment on Edie's "traffic delays at toll Booths". *Journal of the Operations Research Society of America 2*, pp. 339-341.
- Henderson, W. B. & Berry, W. L., 1976. Heuristic methods for telephone operator shift scheduling: An experimental analysis. *Management Science*, pp. 1372-1380.
- Monroe, G., 1970. Scheduling manpower for service operations. *Industrial Engineering*, pp. 10-16.

Moz, M., 2003. *Técnicas de Investigação Operacional Aplicadas a um Problema de Escalonamento de Pessoal em Contexto Hospital* - Tese de Doutoramento, Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa.

Moz, M. & Pato, M., 2003. An integer multicommodity flow model applied to the rostering of nurse schedules. *Annals of Operations Research*, pp. 285-301.

Moz, M. & Pato, M. V., 2004. Solving the problem of rostering nurse schedules with hard constraints: New multicommodity flow models. *Annals of Operations Research*, pp. 179-197.

Moz, M. & Pato, M. V., 2007. A genetic algorithm approach to a nurse rostering problem. *Computers and Operations Research*, pp. 667-691.

Murray, D. M., 1971. Computer makes schedules of nurses. *Modern Hospital*, pp. 14-105.

Pato, M. V. & Moz, M., 2008. Solving a bi-objective nurse rostering problem by using a utopic Pareto genetic heuristic. *Journal of Heuristics*, pp. 359-374.

Pryce, J., Nielsen & Nielsen, K., 2006. Evaluation of an open-rota system in a Danish psychiatric hospital: a mechanism for improving job satisfaction and work-life balance. *Journal of Nursing Management*, pp. 282-288.

Rocha, J., 2015. *Reescalamento de Equipas de Atendimento Permanente - Caso Prático em Telecomunicações* - Tese de Mestrado, Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade de Lisboa.

Rosenbloom, K. A. & Goertzen, N. F., 1987. Cyclical nurse scheduling. *European Journal of Operational Research*, pp. 19-23.

Rothstein, M., 1972. Scheduling manpower by mathematical programming. *Industrial Engineering*, pp. 29-33.

Sabar, M., Montreuil, B. & Frayret, J. M., 2012. An agent-based algorithm for personnel shift-scheduling and rescheduling in flexible assembly lines. *Journal of Intelligent Manufacturing*, pp. 2623-2634.

Segal, M., 1974. The operator-scheduling problem: A network-flow approach. *Operations Research*, pp. 808-823.

Topaloglu, S., 2009. A shift scheduling model for employees with different seniority levels and an applications in healthcare. *European Journal of Operational Research*, pp. 943-957.

Warner, D. M., 1976. Scheduling nursing personnel according to nursing preference: A mathematical programming approach. *Operations Research*, pp. 842-856.

Weil, G., Heus, K., François, P. & Poujade, M., 1995. Constraint Programming for Nurse Scheduling. *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, pp. 417-422.

