

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO EM FINANÇAS

**Risco e Causalidade nos Principais
Mercados de Acções Europeus**

André da Silva de Araújo

Orientação: Professora Maria Teresa Medeiros Garcia

Júri:

Presidente: Clara Patrícia Costa Raposo

Vogal: João Paulo Tomé Calado

Julho / 2011

Abstract

Com os acontecimentos que desencadearam a crise financeira mundial de 2008, os mercados financeiros globais foram palco do maior contágio de risco de que há memória. Por esta razão, o permanente controlo e monitorização de movimentações extremas em mercados estrangeiros torna-se cada vez mais fundamental para uma boa gestão de risco e, em grande parte, para a sobrevivência das instituições financeiras. Utilizando o conceito da causalidade de Granger em risco, o presente trabalho investiga efeitos de contágio nos principais mercados de ações europeus, protagonizados pelo CAC 40, DAX 30 e FTSE 100. Para tal, foi necessário realizar previsões diárias, recorrendo a diversos modelos paramétricos, do Value-at-Risk (VaR), com as respectivas avaliações do seu desempenho. No âmbito europeu, resultados empíricos permitem concluir a ocorrência de contágio de movimentações extremas negativas, estatisticamente significativas, apenas no sentido do CAC 40 para o FTSE 100. Investigação posterior refere que grande parte do risco presente nos três índices europeus é contribuída pelo S&P 500, não se verificando o inverso.

Palavras-chave: Value-at-Risk (VaR); Backtesting; Granger causality in risk; Extreme risk spillover; Estimação ARCH; Contágio de risco financeiro; Previsão de volatilidade.

Índice

1. Introdução.....	3
2. Revisão de literatura.....	4
2.1. <i>Value-at-Risk</i>	4
2.2. <i>Extreme Risk Spillover</i>	6
3. Metodologias para medição do risco.....	7
3.1. <i>Modelos de volatilidade</i>	8
3.1.1. <i>GARCH</i>	8
3.1.2. <i>EGARCH</i>	9
3.1.3. <i>TARCH</i>	9
3.2. <i>Distribuição das inovações</i>	10
3.3. <i>Cálculo do VaR para o momento $t + 1$</i>	10
3.4. <i>Backtesting</i>	11
3.4.1. <i>Cobertura incondicional Kupiec</i>	12
3.4.2. <i>Mean Relative Bias</i>	12
3.5. <i>Extreme Risk Spillover</i>	13
4. Amostra e resultados.....	15
4.1. <i>Dados e estatística descritiva</i>	15
4.2. <i>Estimação dos modelos VaR</i>	18
4.2.1. <i>Distribuição Normal</i>	19
4.2.2. <i>Distribuição t-Student</i>	21
4.3. <i>Extreme Risk Spillover</i>	23
4.3.1. <i>Causalidade entre os índices europeus</i>	23
4.3.2. <i>Causalidade entre os índices europeus e o exterior</i>	25
5. Principais conclusões.....	26
6. Sugestões para investigação futura.....	27
7. Referências bibliográficas.....	28
8. Anexos.....	31

1. Introdução

Ao longo das últimas décadas, o aumento da volatilidade nos mercados financeiros globais, tem exigido um esforço adicional na criação de ferramentas e estratégias de gestão do risco. De acordo com Jorion (2000), este aumento da volatilidade tem sido devido a dois factores. Primeiro, a desenvolvimentos tecnológicos que vieram permitir, entre outras coisas, a negociação de activos 24 horas por dia, e segundo, a novos desenvolvimentos e paradigmas na teoria financeira, tais como a criação do modelo Black-Scholes nos anos 70. Estes factores vieram permitir o crescimento, de forma exponencial, da negociação de acções e de derivados em todo o mundo, o que, combinado com os desastres financeiros ao longo das duas últimas décadas têm motivado fortemente o desenvolvimento de novos métodos de gestão do risco.

Segundo o mesmo autor, a gestão do risco é o processo pelo qual a exposição ao mesmo é identificada, medida e controlada, sendo o Value-at-Risk (VaR), a metodologia mais utilizada para a gestão do risco de mercado. O VaR refere-se à maior perda que pode ocorrer numa carteira de activos num dado período de tempo a um grau de confiança pré-determinado. Por outras palavras, o VaR fornece, através de um único valor, a informação acerca da exposição de certa instituição financeira ao risco de mercado. Visto o VaR tratar movimentações apenas nas caudas da distribuição, torna-se crucial uma estimação correcta da volatilidade dos activos, que compõem a carteira, e que acomode o excesso de curtose e assimetria nas suas rendibilidades. Portanto, é da maior importância uma identificação eficaz e eficiente dos riscos a que as instituições estão sujeitas para que estas possam alocar os níveis de capital adequados à sua actividade nos mercados em que operam. Este aspecto tem sido cada vez mais revisto nas regras de Basileia (banca) e de Solvência (seguros).

Apesar desta constante necessidade de monitorização de movimentações extremas nos mercados, a crise financeira mundial de 2008, com epicentro nos Estados Unidos, veio confirmar outro aspecto decisivo para a sobrevivência das instituições e crescimento económico em todo o mundo, o contágio de risco, ou *risk spillover*. O empobrecimento global resultante, não só no sistema financeiro, mas também com consequências muito graves nos restantes sectores económicos, veio alertar os reguladores e gestores de risco sobre a subestimação e severidade deste tipo de eventos. Quando um gestor de risco desconhece ou ignora a possibilidade que outro mercado, cuja ocorrência de variações extremas, tenha uma influência relevante na magnitude de variações futuras nos

mercados onde opera, este perde a oportunidade de se precaver, através de estratégias de cobertura, aumentando a probabilidade de sofrer perdas inesperadas nas suas posições.

Como contribuição para a literatura da causalidade de Granger em risco e como objectivo principal, este trabalho procura explorar o contágio de risco extremo entre três dos principais mercados de acções europeus e a relação destes, no mesmo âmbito, com um dos mercados de acções mais expressivos dos Estados Unidos. O estudo empírico cobre, ao mesmo tempo, o período marcado pela crise financeira mundial de 2008

O capítulo 2 irá fazer uma revisão da literatura mais relevante e explorar de forma breve as principais conclusões dos diversos autores. Este será dividido em duas secções, a primeira sobre o VaR e a segunda sobre o *Extreme Risk Spillover*. O capítulo 3 compreende cinco secções e várias subsecções. Aqui serão apresentados os modelos de volatilidade, a metodologia de cálculo do VaR, a estratégia de *backtesting* dos modelos e o teste da causalidade de Granger em risco com as respectivas hipóteses teóricas. O capítulo 4 começará por fazer uma descrição dos dados recolhidos e período temporal da amostra. Depois será realizada uma análise detalhada aos resultados do estudo empírico, seccionado em avaliação das previsões do VaR e apreciação da existência de contágio. No capítulo 5 poderão ser encontradas as principais conclusões. O capítulo 6 apontará algumas sugestões para investigação futura. No capítulo 7, poderá ser encontrada a literatura que serviu de base à realização do presente trabalho. E finalmente, no capítulo 8, poderá ser encontrada a informação anexa.

2. Revisão de literatura

2.1. Value-at-Risk (VaR)

Fundada em 1989, pelo *JP Morgan* e apelidada de *Riskmetrics*TM, a ideia por detrás do VaR viu ganhar um lugar de destaque na gestão do risco de mercado aquando da sua publicação no relatório anual da instituição, em 1994. Posteriormente, a emenda ao Acordo de Capital Basileia I de 1996 veio permitir aos bancos utilizarem modelos VaR internos para o cálculo dos seus requisitos de capital.

Apesar do pressuposto inicial de as rendibilidades dos activos seguirem a distribuição normal, vários autores, entre eles Venkataraman (1997), alertaram para a subestimação do risco real de ocorrência de variações extremas. Para combater esta

subestimação e captar de melhor forma as *heavy tails*¹ nas rendibilidades dos activos, Venkataraman propôs a utilização de uma mistura de distribuições normais em complemento com a técnica *quasi-Bayesian maximum likelihood estimation* (QB-MLE), o que demonstrou um desempenho superior ao pressuposto tradicional da normalidade. Mais tarde, Billio e Pelizzon (2000) compararam o *multivariate switching regime model* (MSRM), com o *Riskmetrics*TM e com o GARCH(1, 1), num cenário de 10 acções italianas e diversas carteiras destes títulos. Estes concluíram que os quatro modelos baseados no MSRM ofereceram, de forma geral, previsões do VaR mais fidedignas às características de *heavy tails* dos activos em questão. Também em 2000, Jorion apresentou uma revisão completa do seu livro “*Value-at-Risk*”, onde introduziu novos capítulos que tratam os conceitos de *backtesting*, *stress testing*, risco operacional e risco de liquidez. Nesta obra, pode ser encontrado, não só uma cobertura muito abrangente de metodologias para o cálculo do VaR (métodos de simulação e métodos paramétricos), mas também sobre a utilização do conceito do VaR na gestão do risco de crédito. Posteriormente, Giot e Laurent (2003) calcularam previsões diárias do VaR, a partir da estimação do modelo APARCH com distribuição *t*-Student enviesada, para posições curtas e longas em diversos índices de acções. Estes concluíram que o enviesamento da *t*-Student produziu resultados superiores, para todos os activos, relativamente à versão simétrica. Ainda no mesmo ano, os mesmos autores vieram a confirmar as conclusões anteriores, aplicando os mesmos pressupostos, desta vez a seis matérias-primas. Tsay (2005), no seu livro intitulado “*Analysis of Financial Time Series*”, dedicou um capítulo inteiro ao cálculo do VaR por vias paramétricas e não paramétricas. Este explora também as metodologias de *Extreme Value Theory* (EVT) e *Quantile Estimation* (QE).

Por outro lado, existem diversos autores que dão maior ênfase aos métodos baseados em simulações. Lambadiaris et al. (2003) compararam a acuidade das previsões do VaR produzidas pela simulação Histórica (SH) e pela simulação de Monte Carlo (MC), numa carteira de acções e obrigações gregas. Estes concluíram que a SH, aplicada na carteira de acções, sobrestima as previsões do VaR, exigindo maior detenção de capital pelas instituições, dando maior preferência ao MC. Contudo, na carteira de

¹ *Heavy tails*, ou *fat tails*, é explicado por Jorion (2003) como sendo resultado do maior peso dirigido às observações nas caudas da distribuição, causando valores altos para a curtose. Härdle W. et al. (2002) acrescenta ainda que o efeito das *fat tails* nas distribuições dos activos financeiros contribui para maiores probabilidades de falsos alarmes dos mesmos em bolsa.

obrigações, os resultados não foram tão conclusivos entre os dois métodos, ficando dependentes do nível de confiança e método de *backtesting*. Cientes das fraquezas da SH², Cabedo e Moya (2003) propuseram a SH com previsões ARMA, no âmbito dos preços diários do Brent. Segundo evidência empírica, esta metodologia permitiu maior flexibilidade na quantificação do VaR e melhor adaptação às movimentações do petróleo comparativamente à SH tradicional. Numa amostra total de 8 anos, estes autores utilizaram 7 anos para estimação do modelo e um para avaliação das previsões. Vlaar (2000), por sua vez, examinou os resultados produzidos por métodos de simulação, de variância-covariância (VCV) e um *mix* de ambos, para um conjunto de obrigações holandesas. Evidência empírica demonstrou que para os métodos HS e MC produzirem resultados correctos, deve ser considerado um grande número de observações históricas. O mesmo autor conclui ainda que a distribuição *t*-Student sobrestima muito as previsões do VaR, relativamente ao pressuposto da normalidade. Danielson (2002) alertou para o risco de manipulação das previsões, que a simplicidade do conceito do VaR representa. Tal facto conduz ao comprometimento da informação sobre o nível real da exposição ao risco que a instituição financeira enfrenta. Ao mesmo tempo, Hoppe (1998), Frey e Michaud (1997) centraram-se em amostras de menor dimensão, argumentando que menos observações poderão fornecer previsões mais precisas e maior flexibilidade na adaptação ao comportamento dos activos. Portanto, tal como Angelidis et al. (2004) refere, ainda não existe um consenso sobre o modelo de volatilidade óptimo, distribuição das rendibilidades e o número ideal de observações a conter na amostra.

2.2. *Extreme Risk Spillover*

O primeiro método a investigar a contribuição que a informação passada de uma variável x pode dar à explicação corrente de outra variável y , foi proposto por Granger (1969), apelidado de causalidade de Granger em média. Posteriormente, para investigar o risco de contágio de variações extremas (informação contida nas caudas da distribuição), Hong (2001) introduziu o conceito de causalidade de Granger em risco. Alguns autores viram uma grande utilidade da causalidade de Granger em risco para outro tipo de activos. Fan et al. (2008) aplicaram o conceito à investigação do contágio de risco extremo entre as variações diárias das *commodities* de energia WTI e Brent. Estes autores

² A grande fraqueza da SH apontada na literatura é a sua inflexibilidade, isto é, o facto de a previsão do VaR ser fixada num único valor para todo o período de previsão.

alargaram o conceito, inicialmente proposto por Hong, de forma a incluir variações nos dois sentidos, ou seja, variações que ocorram não só na cauda esquerda da distribuição (*downside*), mas também na direita³ (*upside*). Resultados do teste demonstraram que a presença de risco no WTI ajuda a prever a ocorrência de risco no Brent em ambos os sentidos. Contudo, a presença de risco no Brent apenas ajuda a prever a ocorrência de risco *upside* no WTI. Mais recentemente, Hong et al. (2009) testaram a causalidade de Granger em risco em taxas de câmbio, mais propriamente entre o Euro/Dollar e o Yen/Dollar. As conclusões foram as seguintes. Uma grande variação passada (*downside*) no Euro ajuda a provocar uma queda grande no Yen. Inversamente, apenas variações extremas do Yen contribuem para a possibilidade de quedas futuras no Euro. No mesmo ano, Lee e Lee (2009) procuraram comparar os resultados obtidos pelo teste da causalidade de Granger em risco e causalidade de Granger em média entre o índice de acções KOSPI e a taxa de câmbio Won/Dollar. Resultados da causalidade de Granger em média permitem concluir que o contágio de risco apenas é significativo do mercado de acções para a taxa de câmbio. Por outro lado, a causalidade de Granger em risco verifica-se do KOSPI para o Won/Dollar e vice-versa.

3. Metodologias para a medição do risco

Começa-se por definir $r_t = \ln(p_t / p_{t-1})$ como a rendibilidade logaritmicada do momento $t - 1$ para t , onde p_t é o preço do activo em t . Partindo do pressuposto que a série de rendibilidades r_t é explicada por:

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}) + e_t,$$

onde r_{t-1} é a informação disponível em $t - 1$; $E(\bullet)$ é a expectativa condicional da média; e_t é a série de inovações⁴, ou seja, a componente de imprevisibilidade na rendibilidade dos activos.

Um modelo amplamente utilizado, na literatura de séries temporais, para estimar a expectativa condicional da média é o processo autoregressivo (AR) de ordem k , ou AR(k). Então, definindo $E(r_t / r_{t-1})$ como um AR(k) tem-se:

$$E(r_t | r_{t-1}) = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \dots + \phi_k r_{t-k},$$

³ Fan et al. (2008) explicam que quando as rendibilidades dos preços do petróleo estão em queda, os produtores e vendedores sofrem perdas enquanto os lucros aumentam por parte dos compradores. Sempre que as rendibilidades dos preços aumentam, verifica-se o cenário inverso.

⁴ Também apelidada de resíduos na literatura de séries temporais.

onde a variável dependente é determinada pelos k valores passados, positivos, r_{t-i} ($i = 1, \dots, k$).

Quanto à série de inovações e_t , esta pode ser expressa por um processo ARCH, Engle (1982). A ideia chave deste modelo é o facto de a série e_t ser não autocorrelacionada e a sua dependência poder ser explicada por uma função quadrática dos seus desfasamentos temporais. Portanto, o modelo ARCH(p) define-se por:

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2,$$

onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias seguindo a distribuição normal ou t -Student; $\alpha_0 > 0$ e α_i para $i > 0$ até p .

Tsay (2005) explica que, por exemplo, valores altos para os quadrados das inovações $\{e_{t-i}^2\}_{i=1}^p$ tendem igualmente a implicar valores altos para a variância condicional σ_t^2 . Torna-se evidente que a probabilidade de obter variações grandes é maior do que obter variações menores, esta característica torna-se bastante similar às *volatility clusters*⁵ observadas nas rendibilidades dos activos financeiros. Em segundo lugar, a volatilidade evolui ao longo do tempo de forma contínua, o que torna raros os designados *volatility jumps*⁶. Terceiro, a volatilidade varia num intervalo finito. E quarto, a volatilidade tende a reagir de forma diferente a grandes aumentos ou diminuições de preços, denominado por efeito de alavanca. Estas características desempenham uma tarefa crucial na construção dos modelos de volatilidade. Devido à pouca capacidade do ARCH de captar as propriedades mencionadas anteriormente, diversos autores têm vindo a propor modelos específicos para corrigir falhas e introduzir melhorias aos existentes.

3.1. Modelos de volatilidade

3.1.1. GARCH

Apesar da simplicidade do modelo ARCH, muitas vezes torna-se necessário a especificação de vários parâmetros (desfasamentos) para descrever, de forma adequada, a série de rendibilidades de um activo. Portanto, para evitar a adopção de demasiados

⁵ Tal como Mandelbrot (1963) explica, referindo-se à volatilidade nos preços dos activos, *volatility clustering* é verificado por variações grandes serem seguidas por variações grandes (de qualquer sinal) e o mesmo é verificado para variações menores.

⁶ Movimentações grandes e de forma inesperada na volatilidade, normalmente causadas por desfasamentos na procura e oferta. Este fenómeno ocorre, com maior regularidade, nas *commodities* de energia tais como a electricidade, gás natural e por vezes o crude.

desfasamentos, Bollerslev (1986) propôs uma generalização do ARCH, o modelo GARCH(p, q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

onde $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ para $i = 1, \dots, p$, $\beta_j \geq 0$ para $j = 1, \dots, q$ e $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$ como condição de estacionaridade da variância.

Nos modelos apresentados previamente, não existe consideração pelo fenômeno intitulado de alavanca⁷, impondo-se a necessidade da especificação de modelos nos quais a variância condicional responda de forma distinta ao sinal da inovação e_t anterior e não apenas à sua magnitude.

3.1.2. EGARCH

De forma a conseguir uma melhor adaptação aos efeitos assimétricos das séries temporais, Nelson (1991) propôs o GARCH exponencial, ou EGARCH(p, q). A variância condicional é obtida por:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{|e_{t-i}| + \gamma_i e_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2).$$

Este modelo apresenta algumas particularidades que importa realçar. Primeiro, utiliza a logaritmização da variância condicional o que permite a não imposição de restrições sobre não negatividade dos parâmetros. Segundo, o parâmetro γ_i significa o efeito alavanca de e_{t-i} , o que permite a ocorrência de uma resposta assimétrica na volatilidade quando $\gamma < 0$. Por fim, α_0 , α_i e β_j são parâmetros não negativos que satisfazem condições idênticas às do modelo GARCH.

3.1.3. TARARCH

Um outro modelo para a construção da volatilidade, que considera os efeitos de alavanca, é o *Threshold* GARCH, ou TARARCH(p, q), de Rabemananjara e Zakoian (1993). O modelo TARARCH(p, q) assume a forma de:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i}^2 + \gamma_1 e_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j e_{t-j}^2,$$

onde d_{t-1} é um indicador para valores negativos de e_{t-1} , ou seja:

⁷ O termo alavanca refere-se à assimetria na variância condicional em função do sinal da última inovação, isto é, à ocorrência de situações em que inovações positivas ($e_t > 0$) “acalmam” os mercados, levando à queda da volatilidade. Contrariamente, a ocorrência de inovações negativas ($e_t < 0$) conduz a maior instabilidade nos mercados, levando a uma tendência de subida da volatilidade.

$$d_{t-1} = \begin{cases} 1, & e_{t-i} < 0, \\ 0, & e_{t-i} \geq 0, \end{cases}$$

com α_0 , α_i , β_j e γ_1 parâmetros não negativos satisfazendo condições idênticas às dos modelos anteriores. A partir da interpretação do modelo, pode-se verificar que valores positivos de e_{t-i} contribuem com $\alpha_i e_{t-i}^2$ para o resultado de σ_t^2 , enquanto valores negativos contribuem com choques maiores, ou seja, $\alpha_i e_{t-i}^2 + \gamma_1 e_{t-i}^2$ com $\gamma_1 > 0$.

3.2. Distribuição das inovações

Um pressuposto tradicional na literatura de séries temporais, inicialmente adoptado por Engle (1982) quando este propôs o processo ARCH, é o facto de a série de rendibilidades r_t dos activos financeiros seguirem a normalidade, com média 0 e variância unitária. A função densidade probabilidade (FDP) da distribuição normal é dada por:

$$f(\varepsilon_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2}\right),$$

onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas seguindo a distribuição normal estandardizada.

Para combater as limitações da normalidade, Bollerslev (1987) propôs a utilização da distribuição t -Student para o comportamento das inovações. A FDP é determinada por:

$$f(\varepsilon_t | \nu) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{(\nu-2)\pi}} \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{\nu-2}\right)^{-(\nu+1)/2}, \nu > 2,$$

onde $\Gamma(\nu) = \int_0^\infty y^{\nu-1} e^{-y} dy$ é uma função gama; ν são os graus de liberdade, o que permite definir a espessura das caudas da distribuição.

3.3. Cálculo do VaR para o momento $t + 1$

Para se calcular as previsões diárias do VaR para $t + 1$, primeiro terá que ser obtido os valores condicionais para a média e para a variância em cada $t + 1$ dia. Portanto, partindo de t , a previsão para o dia seguinte para o modelo AR(k) obtém-se por:

$$r_{t+1} = \phi_0 + \sum_{i=1}^k \phi_i r_{t-i+1}.$$

Para a variância condicional segundo o modelo GARCH(p, q) por:

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i e_{t-i+1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j+1}^2.$$

No caso do EGARCH(p, q) por:

$$\ln\left(\hat{\sigma}_{t+1}^2\right) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{|e_{t-i+1}| + \gamma_i e_{t-i+1}}{\sigma_{t-i+1}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln(\sigma_{t-j+1}^2)$$

E por fim, a variância condicional, segundo o modelo TARARCH(p, q), para $t + 1$ obtém-se por:

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i+1}^2 + \gamma_1 e_t^2 d_t + \sum_{j=1}^p \beta_j e_{t-j+1}^2.$$

A construção da previsão do VaR para posições longas (*downside*), dia $t + 1$, tendo em conta os pressupostos criados anteriormente, é dada por:

$$VaR_{t+1} = r_{t+1} + F_\alpha \hat{\sigma}_{t+1},$$

em que F_α é o quantil da distribuição da série de inovações, normal (0, 1) ou t -Student (com ν graus de liberdade), cujo α é 5% ou 1%. Importa referir que a fórmula adoptada para o cálculo do VaR (rendibilidade média esperada positiva) está de acordo com Tsay (2005), Giot e Laurent (2003). Outros autores, tais como Fan et al. (2008), subtraem a rendibilidade média esperada. Penso que a última versão não é a preferível, pois, invertendo os seus sinais, está-se a corromper o caminho que a série r_t pode tomar.

3.4. Backtesting

Visto serem testados diversos modelos VaR, o estudo de causalidade e seu rigor nos resultados dependerá fortemente da qualidade das previsões realizadas anteriormente. Ao mesmo tempo, deve ser tido em conta diversas fontes de erro nos resultados do VaR, tais como erros amostrais, modelos desapropriados e má especificação dos mesmos. Todos estes factores contribuem para estimativas do VaR muitas vezes enviesadas. Posto isto, no presente capítulo será verificada a precisão dos modelos VaR, definidos anteriormente, através de uma análise conhecida por *backtesting*. O *backtesting* é um panorama estatístico que consiste em comparar as perdas projectadas para o VaR com as respectivas variações históricas da carteira de activos, de acordo com o nível de confiança p utilizado. Quando o modelo está perfeitamente calibrado, o número de

observações fora das previsões do VaR (excepções) devem estar em concordância com o nível de confiança, como por exemplo, em 5% do total de observações a 95% de confiança. Sempre que existem excepções em demasia, o modelo subestima o risco. Contrariamente, poucas excepções indicam que se está perante um modelo muito conservador. Em ambos os casos, a alocação de capital pela instituição financeira será ineficiente.

O método mais simples de verificar a precisão do modelo é analisar a proporção de falhas, isto é, a proporção de vezes em que o VaR estimado é excedido numa certa amostra. Definindo $N = \sum_{t=0}^T I_{t+1}$ como o número de dias numa amostra T em que a perda da carteira foi superior à respectiva estimativa do VaR:

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1, & y_{t+1} < VaR_{t+1}, \\ 0, & y_{t+1} \geq VaR_{t+1}. \end{cases}$$

N é o número de excepções observado e N / T é a proporção de falhas. Idealmente, tal como Jorion (2000) refere, esta proporção deveria originar um valor não enviesado de α , isto é, teoricamente deve convergir para α à medida que a dimensão da amostra aumenta.

3.4.1. Cobertura incondicional Kupiec

De acordo com Kupiec (1995), o número de excepções observadas segue uma distribuição binomial, $N \sim B(T, p)$ e consequentemente a estatística teste de máxima verosimilhança (*likelihood ratio statistic*) é:

$$LR_{uc} = 2 \ln \left[\left(1 - \frac{N}{T} \right)^{T-N} \left(\frac{N}{T} \right)^N \right] - 2 \ln \left[(1-p)^{T-N} p^N \right] \quad \chi^2(1)$$

Este teste, cuja hipótese nula sob a frequência esperada de excepções $N / T = \alpha$, tem distribuição Qui-Quadrado com um grau de liberdade. Importa ainda sublinhar que esta abordagem ignora a variação pelo tempo na amostra.

3.4.2. Mean Relative Bias (MRB)

Enquanto o teste de Kupiec realiza uma avaliação do ponto de vista da eficácia, isto é, na perspectiva da aceitação/rejeição do modelo consoante o número de falhas por este incorrido, importa também que o modelo em questão não permita a ocorrência de

falhas, ou nível de conservadorismo, cuja magnitude esteja excessivamente desfasada da alocação de capital pela instituição. Como forma de medição da eficiência dos modelos VaR, Hendricks (1996) propôs como critério o *mean relative bias* (MRB). Este processo desenvolve-se da seguinte forma. Primeiro, calcula-se o VaR médio, \overline{VaR}_i , para $i = 1, \dots, T$, transversalmente pelos M modelos:

$$\overline{VaR}_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M VaR_{i,t}.$$

Segundo, calcula-se a diferença em percentagem entre o VaR diário (de cada modelo) e a média do VaR obtida anteriormente para o respectivo dia. Estas diferenças diárias são denominadas por *daily relative bias* (DRB):

$$DRB_{i,t} = \frac{VaR_{i,t} - \overline{VaR}_i}{\overline{VaR}_i}, \quad i = 1, \dots, T$$

Terceiro e último passo, calcula-se a média entre os DRB para toda a amostra T , obtendo-se um valor para cada modelo, representado por *mean relative bias* (MRB):

$$MRB_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T DRB_{i,t}.$$

Quanto à prevalência entre o critério de eficácia ou eficiência, Hung et al. (2008) clarifica este assunto, referindo-se às regras do Comité de Supervisão Bancária de Basileia (CSBB) em que é exigido aos bancos que os modelos, adoptados por estes, passem o critério de eficácia. Portanto, de entre os melhores modelos que passem o critério de eficácia deve ser então seleccionado aquele que oferece maior eficiência na alocação de capital.

3.5. *Extreme Risk Spillover*

Para medir o risco de contágio de variações extremas, entre as variáveis em estudo, será implementado o conceito da causalidade de Granger em risco, desenvolvida por Hong (2001). Este método verifica se a ocorrência de variações extremas num mercado (Y_{2t}) contribui para a previsão de ocorrência de variações extremas noutra mercado (Y_{1t}). Na literatura de séries temporais, a noção mais utilizada da causalidade de Granger pertence à causalidade de Granger em média, lançada por Granger (1969). No entanto, de acordo com Y. Hong et al. (2009), a causalidade de Granger em risco é mais ajustada às variações extremas nas caudas da distribuição que é o presente objecto de estudo. O mesmo autor acrescenta que esta conclusão se deve ao facto de a causalidade

de Granger em risco poder revelar-se, não apenas através de co-movimentos da média e variância, mas também através de co-movimentos de maior ordem, tais como o coeficiente de assimetria e curtose. Quer isto dizer que a causalidade em risco pode surgir na ausência da causalidade em média.

O teste da causalidade de Granger em risco desenvolve-se da seguinte forma. Primeiro deve ser definido um indicador de risco *downside*:

$$Z_{it} \equiv 1(Y_{it} < VaR_{it}), i = 1, 2$$

onde $1(\bullet)$ representa a função indicador e Y_{it} representa a série histórica de rendibilidades. Z_{it} toma o valor 1 quando a perda na variável em questão foi superior à respectiva previsão do VaR, e 0 caso contrário. Segundo, a partir do indicador de risco constrói-se a hipótese nula H_0 contra a hipótese alternativa H_1 :

$$H_0 : E(Z_{1t} | I_{1(t-1)}) = E(Z_{1t} | I_{t-1}),$$

$$H_1 : E(Z_{1t} | I_{1(t-1)}) \neq E(Z_{1t} | I_{t-1}),$$

com $I_{t-1} \equiv (I_{1(t-1)}, I_{2(t-1)})$, onde $I_{1(t-1)} = \{Y_{1,t-1}, \dots, Y_{1,1}\}$, e $I_{2(t-1)} = \{Y_{2,t-1}, \dots, Y_{2,1}\}$, são duas séries temporais contendo informação $t-1$. Se a hipótese nula for rejeitada, então a presença de variações extremas em Y_{2t} pode ser utilizada para prever a ocorrência de uma situação semelhante em Y_{1t} . Terceiro, estima-se as co-variâncias cruzadas da amostra entre os vectores $\{\hat{Z}_{1t}\}$ e $\{\hat{Z}_{2t}\}$:

$$\hat{C}(j) = \begin{cases} T^{-1} \sum_{t=1+j}^T (\hat{Z}_{1,t} - \hat{\alpha}_1) (\hat{Z}_{2,t-j} - \hat{\alpha}_2), & 0 \leq j \leq T-1, \\ T^{-1} \sum_{t=1+j}^T (\hat{Z}_{1,t+j} - \hat{\alpha}_1) (\hat{Z}_{2,t} - \hat{\alpha}_2), & 1-T \leq j \leq 0. \end{cases}$$

onde $\hat{\alpha}_i \equiv T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{Z}_{it}$, $i = 1, 2$; T representa o número de observações das séries $\{Y_{1,t}, Y_{2,t}\}_{t=1}^T$, e a variável j um indicador de desfaseamento. Com o resultado obtido na etapa anterior, calcula-se as correlações cruzadas da amostra:

$$\hat{\rho}(j) = \hat{C}(j) / \hat{S}_1 \hat{S}_2, \quad j = 0, \pm 1, \dots, \pm(T-1),$$

onde $\hat{S}_i^2 = \hat{\alpha}_i (1 - \hat{\alpha}_i)$ é a variância da amostra das séries $\{\hat{Z}_{it}\}$. Actualmente, a volatilidade nos mercados financeiros é mais afectada por acontecimentos recentes do que pelos distantes. De forma a respeitar este fenómeno, é necessário recorrer a uma função que dê

maior peso aos desfasamentos mais recentes e menos peso aos de maior ordem, ou seja, a dependência de Z_{1t} em $Z_{2(t-j)}$ irá decrescer à medida que o desfasamento j aumenta. De acordo com Hong et al. (2009), a função a utilizar será a Daniell Kernel⁸:

$$k(x) = \frac{\text{seno}(\pi x)}{\pi x}.$$

A causalidade de Granger entre Y_{2t} e Y_{1t} é dada pela seguinte estatística teste:

$$Q_1(M) = \left\{ T \sum_{j=1}^{T-1} k^2(j/M) \hat{\rho}^2(j) - C_{1t}(M) \right\} / \{2D_{1t}(M)\}^{1/2},$$

onde $k(\bullet)$ representa a função kernel definida anteriormente e M é a ordem do desfasamento de truncagem, isto é, por exemplo, testar se com um $M = 5$ existe evidência estatística de contágio num intervalo de 5 dias. Os factores de centralização $C_{1t}(M)$ e dimensionamento $D_{1t}(M)$ são obtidos, respectivamente, por:

$$C_{1t}(M) = \sum_{j=1}^{T-1} (1 - j/T) k^2(j/M),$$

$$D_{1t}(M) = \sum_{j=1}^{T-2} (1 - j/T) \{1 - (j+1)/T\} k^4(j/M).$$

A estatística teste $Q_1(M)$ segue uma distribuição assintótica normal $N(0, 1)$.

4. Amostra e Resultados

4.1. Dados e estatística descritiva

Na aplicação empírica, serão utilizadas as rendibilidades, calculadas a partir dos valores diários, de três dos principais índices de acções na Europa, o CAC 40 de França, DAX 30 da Alemanha e FTSE 100 de Inglaterra e de um dos principais índices de acções dos Estados Unidos, o S&P 500. Procurou-se seleccionar índices de três países europeus com desenvolvimento económico comparável, constituídos por empresas cuja capitalização bolsista e nível de internacionalização desempenha um papel relevante não só nas próprias economias como também no espaço económico europeu. Os mesmos critérios foram utilizados na selecção do mercado accionista norte-americano. As quatro séries foram obtidas através do terminal *Datastream* do ISEG, cobrindo o período de 26

⁸ Hong et al. (2009) consideram versões truncadas (uniforme) e não truncadas (não uniforme) da função Kernel. A principal conclusão a que os mesmos chegam é que uma ponderação não uniforme (Daniell Kernel, por exemplo) oferece, de forma geral, maior potência relativamente à selecção dos desfasamentos M .

de Janeiro de 1996 a 26 de Maio de 2011. Na figura 1, pode-se visualizar a evolução dos valores (em Dólar) dos quatro índices no horizonte temporal em estudo.

Nas quatro séries, verifica-se que todas apresentam uma evolução semelhante ao longo do tempo e quedas muito acentuadas despoletadas por principalmente três eventos marcantes: a explosão da Bolha de Internet, em 2000, o 11 de Setembro, em 2001 e a falência do Lehman Brothers, em 2008. Assim, e já numa fase inicial, pode-se verificar indícios de uma forte exposição dos três índices europeus a eventos que impactem negativamente o mercado norte-americano.

Para cada série de valores v_t , calculou-se a rendibilidade diária logaritmicada:

$$r_{i,t} = \ln(v_{i,t} / v_{i,t-1}), i = 1, \dots, 4$$

Desta forma, obteve-se quatro séries de rendibilidades diárias, de 4000 observações cada, com as respectivas tendências apresentadas na figura 2.

A tabela 1 apresenta as principais estatísticas, bem como o teste Jarque-Bera (JB), para as séries de rendibilidades. Nos quatro casos, a hipótese nula da normalidade da distribuição é rejeitada a qualquer nível de α . Tal conclusão é corroborada pelo facto de os valores para a assimetria e para a curtose surgirem negativos (com excepção do CAC 40) e bastante superiores a 3, respectivamente. Por fim, pode-se verificar, e de forma significativa, a presença de autocorrelação nas séries de rendibilidades. Esta conclusão

Figura 1

Evolução dos valores diários (em Dólar) do CAC 40 (PCAC), DAX 30 (PDAX), FTSE 100 (PFTSE) e S&P 500 (PS&P).

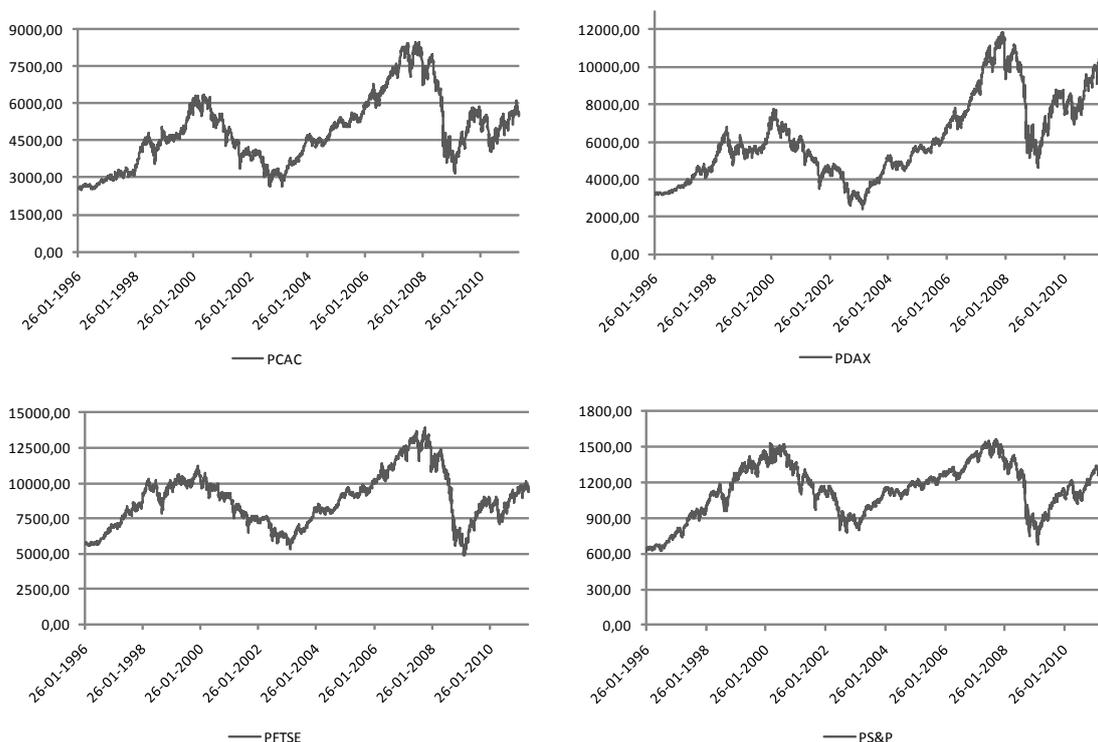
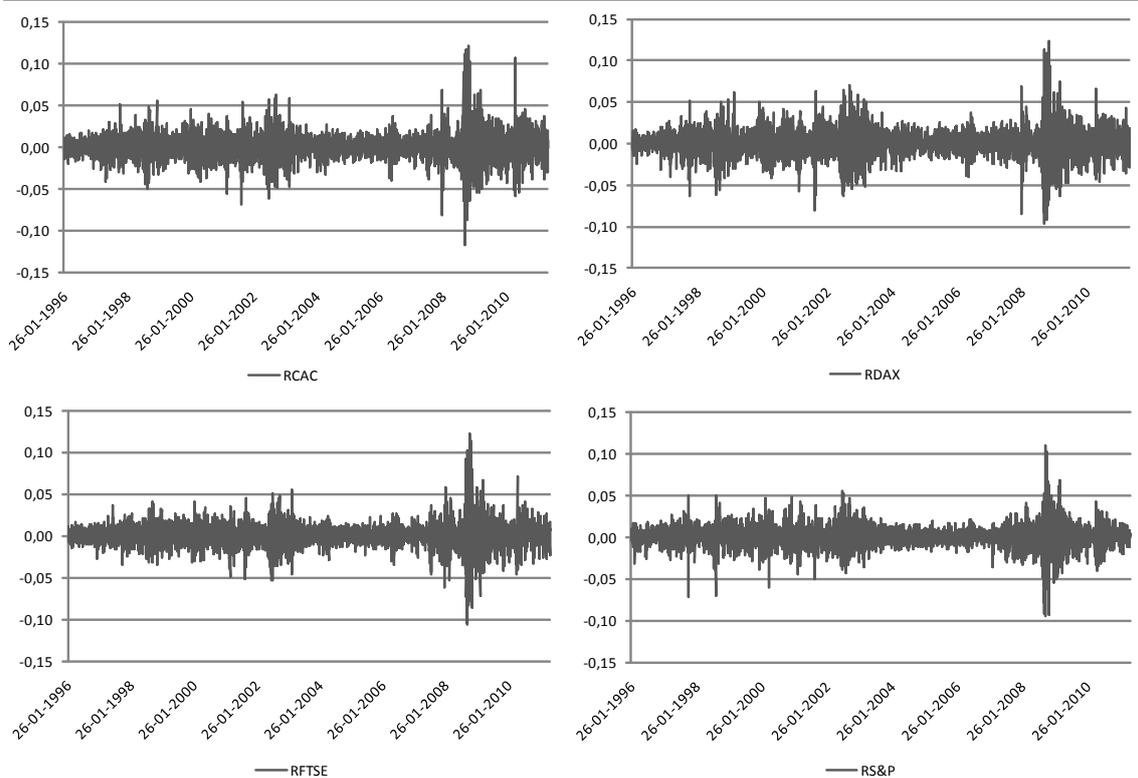


Figura 2

Rendibilidades diárias dos índices CAC 40 (RCAC), DAX 30 (RDAX), FTSE 100 (RFTSE) e S&P 500 (RS&P).



resulta do teste Ljung-Box (LB)⁹, em que se rejeita a hipótese nula da independência da distribuição das observações.

Feita uma análise prévia às amostras dos índices, estas terão que ser decompostas em duas sub-amostras cada, a amostra de estimação (*in-sample*) e a amostra de previsão (*out-of-sample*). A primeira sub-amostra é utilizada para a construção dos modelos de volatilidade e a segunda sub-amostra é utilizada para a avaliação da capacidade de previsão dos mesmos. Quanto às dimensões ideais a incluir em cada uma delas, tal como foi discutido anteriormente, ainda não existe consenso sobre esta matéria. Aparentemente, na maior parte dos estudos disponíveis, os autores seleccionam de forma

Tabela 1

Estatística descritiva para as rendibilidades diárias.

Série	Média	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose	Teste JB	Teste LB-Q(8)
CAC 40	0,00020	0,01564	0,02328	9,64110	7352,890 (0,0000)	50,904 (0,0000)
DAX 30	0,00029	0,01628	-0,05553	7,82336	3880,500 (0,0000)	23,117 (0,0030)
FTSE 100	0,00014	0,01375	-0,08959	12,02400	13580,83 (0,0000)	90,358 (0,0000)
S&P 500	0,00019	0,01276	-0,19099	10,91655	10472,23 (0,0000)	43,637 (0,0000)

Nota: Valores-*p* em parênteses

⁹ Tsay (2005) refere o facto de vários estudos realizados sugerirem que os graus de liberdade m , para a estatística $Q(m)$, sejam em função de $m \approx \ln(T)$, o que oferece maior potência.

arbitrária as dimensões de ambas. No presente trabalho, houve a preocupação de incluir, em cada sub-amostra, pelo menos um dos eventos marcantes atrás referidos. Assim, a amostra de estimação cobrirá o período compreendido entre 26 de Janeiro de 1996 e 25 de Agosto de 2005, comportando 2500 observações diárias. A amostra de previsão compreenderá o restante período, de 26 de Agosto de 2005 a 26 de Maio de 2011, contendo 1500 observações.

4.2. Estimação dos modelos VaR

De modo a considerar o aspecto leptocúrtico das distribuições em estudo, marcadas por *volatility clusters*, autocorrelação e *heavy tails*, será aplicado um processo AR à média condicional. A variância condicional será estimada pelos processos GARCH, EGARCH e TARARCH. No que se refere à estimação da média condicional, Angelidis et al. (2004), no seu estudo em que estimam um total de 4 milhões de combinações de modelos entre a média e variância, concluem que, geralmente, a especificação da média condicional não é relevante para a precisão das previsões do VaR. Excepção a esta regra, são, segundo os mesmos, alguns casos em que basta um simples AR(1) para aumentar a precisão dos resultados. Outros autores tais como Jorion (2000, 2003), Giot e Laurent (2003a, 2003b), apenas fazem menção à componente fixa c_0 da equação para a média. No presente trabalho, os intervalos a considerar nas ordens dos parâmetros para AR(k), GARCH(p, q), EGARCH(p, q) e TARARCH(p, q) serão $k = 0, 1$, $p = 0, 1, 2$ e $q = 1, 2$, respectivamente.

Visto o objectivo nesta secção prender-se com a comparação de três metodologias do VaR, de forma a obter-se os melhores resultados a 95 e a 99% de confiança terão que ser utilizados alguns critérios de selecção das melhores variantes em cada metodologia. De acordo com os requisitos do critério de informação Akaike (AIC), de Akaike (1973), cujo valor deve ser relativamente baixo, procurou-se construir modelos que respeitassem igualmente mais dois critérios. Primeiro, significância individual (α mínimo de 10%) dos coeficientes para as equações da média e variância condicionais. Segundo, não rejeitar a hipótese nula do teste ARCH-LM.

Finalmente, no que toca à distribuição das inovações, a literatura mais recente tem vindo a demonstrar que devido à própria natureza da normalidade, esta falha, na maior parte dos casos, a adequação a características leptocúrticas das distribuições. Tal razão deve-se ao facto de as suas caudas desaparecerem mais rapidamente do que se observa

efectivamente nas distribuições de activos financeiros¹⁰. A distribuição *t*-Student reúne maior consenso para descrever o comportamento dos activos financeiros, Jorion (2003), Tsay (2005), Esch et al. (2005), sendo esta a principal conclusão a que diversos autores, tais como Angelidis et al. (2004), Giot e Laurent (2003a, 2003b) chegam nas suas aplicações empíricas. No entanto, outros autores tais como Billio e Pelizzon (2000) e Guermat e Harris (2002) apontam um mau desempenho desta distribuição. No presente trabalho, primeiro serão apresentados os modelos com os melhores resultados utilizando o pressuposto da normalidade e com α a 5% e 1%. Logo de seguida estes serão comparados, nos mesmos moldes, com as previsões desta vez obtidas através da distribuição *t*-Student.

4.2.1. Distribuição Normal

Tal como foi indicado anteriormente, o pressuposto de normalidade nas inovações origina resultados pouco satisfatórios. A tabela 2 apresenta os resultados da avaliação de desempenho dos modelos VaR. Começando por analisar a uma confiança de 95% (α de 5%), verifica-se que os valores diários do VaR subestimam largamente as respectivas variações históricas. Dos 12 modelos estimados, apenas 5 conseguem ser estatisticamente significativos, com uma média total para a probabilidade de aceitação de 8,51%. Os melhores desempenhos foram alcançados pelo AR(0) TARCH(2, 1) para o DAX 30 e pelo AR(0) TARCH(0, 1) para o S&P 500, com valores- p , do teste de Kupiec, ambos de 29,51%. Relativamente ao CAC 40, apenas o AR(0) GARCH(1, 1) consegue ser estatisticamente significativo (valor- p = 10,67%), enquanto no caso inglês, nenhum dos três modelos consegue passar o α de 5%. Importa referir que a inclusão de um processo autorregressivo na equação para a média, durante a fase de estimação, não aumentou a probabilidade de adequação, de acordo com os critérios de selecção discutidos anteriormente.

Passando para uma confiança de 99%, o pressuposto da normalidade falha quase por completo. Para o FTSE 100 e o S&P 500, os modelos seleccionados, AR(0) GARCH(1, 1) e AR(0) EGARCH(1, 1), respectivamente, alcançam mais do dobro do α (com valores- p de 0%), traduzindo-se na rejeição das previsões diárias do VaR que lhes estão inerentes.

¹⁰ Uma das razões pelas quais as regras de Basileia exigem a multiplicação dos resultados das previsões do VaR por um factor de segurança igual a 3.

Tabela 2

Avaliação do desempenho dos modelos assumindo distribuição Normal nas inovações (amostra de previsão).

Índice	Modelo	Proporção de falhas	Teste Kupiec	MRB
$\alpha = 0,05$				
CAC 40	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0673	8,5990 (0,0034)	-0,0173
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0593	2,6024 (0,1067)	0,0181
	AR(0) TARCH(1, 1)	0,0633	5,1959 (0,0264)	-0,0007
DAX 30	AR(0) EGARCH(2, 1)	0,0600	2,9763 (0,0845)	-0,0139
	AR(0) GARCH(2, 1)	0,0580	1,9264 (0,1652)	0,0161
	AR(0) TARCH(2, 1)	0,0560	1,0962 (0,2951)	-0,0023
FTSE 100	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0687	9,9054 (0,0017)	-0,0281
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0647	6,2426 (0,0125)	0,0288
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0673	8,5990 (0,0034)	-0,0007
S&P 500	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0667	7,9776 (0,0047)	-0,0251
	AR(0) GARCH(2, 1)	0,0633	5,1959 (0,0226)	-0,0043
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,056	1,0962 (0,2951)	0,0294
$\alpha = 0,01$				
CAC 40	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0173	6,6841 (0,0097)	-0,0173
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0167	5,6088 (0,0179)	0,0181
	AR(0) TARCH(1, 1)	0,0167	5,6088 (0,0179)	-0,0007
DAX 30	AR(0) EGARCH(2, 1)	0,0167	5,6088 (0,0179)	-0,0139
	AR(0) GARCH(2, 1)	0,0147	2,8847 (0,0894)	0,0161
	AR(0) TARCH(2, 1)	0,0147	2,8847 (0,0894)	-0,0023
FTSE 100	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0260	26,9199 (0,0000)	-0,0281
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0213	14,6872 (0,0001)	0,0288
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0240	21,3321 (0,0000)	-0,0007
S&P 500	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0280	32,9819 (0,0000)	-0,0282
	AR(0) GARCH(2, 1)	0,0267	28,8896 (0,0000)	0,0019
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0240	21,3321 (0,0000)	0,0262

Nota: Valores- p em parênteses

No caso alemão, visto os modelos AR(0) GARCH(2, 1) e AR(0) TARCH(2, 1) terem apresentado os mesmos resultados no teste de Kupiec (valor- $p = 8,94\%$), o MRB ligeiramente mais baixo do segundo sugere uma maior eficiência deste. O CAC 40 verifica uma situação semelhante à anterior, com as suas previsões do VaR, fornecidas pelo AR(0) TARCH(1, 1), ainda a encontrarem-se na região de aceitação. Contudo, com um valor- p para o teste de Kupiec de apenas 1,79%, estas ficam praticamente no limiar da rejeição/aceitação.

As principais conclusões que se podem retirar desta breve análise são: embora algumas das previsões do VaR ainda sejam estatisticamente significativas, o pressuposto da normalidade nas inovações subestima, com alguma margem, o risco de ocorrência de movimentações extremas, assumindo um α de 5%. Quando se passa para uma confiança de 99%, este aspecto acentua-se muito fortemente. Mesmo assim, mais de metade dos modelos seleccionados são aqueles que respeitam a assimetria nas rendibilidades. De

acordo com Angelidis et al. (2004), a estimação de um processo AR na equação para a média condicional não trouxe benefícios à precisão dos valores diários do VaR. Prova disso é o facto de, em todas as classes de modelos estimadas, GARCH, EGARCH e TARCH, apenas ter sido necessário a estimação da equação para a variância condicional, com um caso¹¹ a preferir a inclusão de apenas uma constante na equação para a média.

4.2.2. Distribuição *t*-Student

Visto os quatro índices apresentarem *heavy tails*, a aplicação da distribuição *t*-Student nas inovações produz resultados bastante mais aceitáveis. A tabela 3 apresenta uma proporção de falhas bastante mais próxima dos α para a generalidade dos modelos. A um nível de confiança de 95%, todos os modelos produzem previsões diárias do VaR estatisticamente significativas, com um valor-*p* médio de 55,42%, o que comparando com a percentagem alcançada, nos mesmos moldes, pela distribuição normal, é uma melhoria bastante expressiva.

Apesar de não considerar directamente os efeitos assimétricos das distribuições, a boa flexibilidade estrutural do GARCH produziu os melhores resultados do VaR nos quatro índices. No caso alemão, o modelo consegue mesmo oferecer uma cobertura de 100%, igualando o α à proporção de falhas ocorridas durante os quase 6 anos que serviram a amostra de previsão. Tal resultado é impressionante na medida em que esta amostra contém as variações extremas que caracterizaram a crise financeira mundial e a falência do Lehman Brothers¹².

Aumentando o nível de confiança, pode-se verificar que desta vez os modelos que admitem os efeitos assimétricos da distribuição são aqueles que oferecem os resultados mais adequados para o VaR. Tanto para o DAX30 como para o S&P 500, os modelos AR(0) TARCH(2,1) e AR(0) TARCH(0,1) respectivamente, oferecem uma adequação bastante favorável a ambas as séries de rendibilidades. No caso francês, além do AR(0) EGARCH(1,1) atingir uma probabilidade de cobertura de 100%, um MRB de -0,0183, transmite ainda a melhor eficiência, de entre os três modelos do conjunto, na alocação do capital.

¹¹ Informação constante na tabela A. 2 do anexo.

¹² Nas quatro semanas que seguiram ao anúncio da falência do Lehman Brothers, em 15 de Setembro de 2008, o VaR diário a 95% calculado para o DAX 30 apenas falhou as previsões em 3 dias. Contrariamente, o modelo seleccionado para o FTSE 100 falhou 6 dias, durante o mesmo período.

Tabela 3

Avaliação do desempenho dos modelos assumindo distribuição t -Student nas inovações (amostra de previsão).

Índice	Modelo	Proporção de falhas	Teste Kupiec	MRB
$\alpha = 0,05$				
CAC 40	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0593	2,6023 (0,1067)	-0,0153
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0520	0,1248 (0,7239)	0,0171
	AR(0) TARCH(1, 1)	0,0547	0,6683 (0,4136)	-0,0018
DAX 30	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0487	0,0566 (0,8119)	0,0036
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0500	0,0000 (1,0000)	0,0232
	AR(0) TARCH(2, 1)	0,0547	0,6683 (0,4136)	-0,0269
FTSE 100	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0607	3,3739 (0,0662)	-0,0352
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0527	0,2209 (0,6386)	0,0259
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0533	0,3437 (0,5677)	0,0093
S&P 500	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0527	0,2209 (0,6384)	-0,0337
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0480	0,1279 (0,7206)	0,0143
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0467	0,3585 (0,5493)	0,0194
$\alpha = 0,01$				
CAC 40	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0100	0,0000 (1,0000)	-0,0183
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0073	1,1874 (0,2759)	0,0230
	AR(0) TARCH(1, 1)	0,0080	0,6506 (0,4199)	-0,0046
DAX 30	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0093	0,0688 (0,7929)	0,0032
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0067	1,9075 (0,1672)	0,0440
	AR(0) TARCH(2, 1)	0,0107	0,0659 (0,7974)	-0,0472
FTSE 100	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0173	6,6841 (0,0097)	-0,0380
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0140	2,1561 (0,1420)	0,0375
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0133	1,5241 (0,2170)	0,0005
S&P 500	AR(0) EGARCH(1, 1)	0,0120	0,5696 (0,4504)	-0,0444
	AR(0) GARCH(1, 1)	0,0073	1,1874 (0,2759)	0,0362
	AR(0) TARCH(0, 1)	0,0093	0,0689 (0,7930)	0,0082

Nota: Valores- p em parênteses

No entanto, foi no FTSE 100 onde se verificou os resultados menos satisfatórios, comparativamente aos resultados produzidos pelos modelos dos índices congêneres. Mas com um valor- p de 21,7% para o teste de Kupiec e uma proporção de falhas na ordem dos 1,33%, o AR(0) TARCH(0, 1) estimado para o índice inglês permite aceitar a adequação estatística das suas previsões do VaR com alguma margem.

Brevemente concluindo, a um α de 5%, a simples utilização de uma distribuição leptocúrtica já permite melhorar bastante a qualidade das previsões do VaR. Tal análise vai de encontro às principais conclusões de diversos autores atrás referidas. No caso de um α de 1%, evidência empírica demonstrou que a combinação da utilização da distribuição t -Student com um modelo de volatilidade assimétrico já se torna condição necessária para a boa precisão das previsões do VaR. Uma vez mais, e confirmando a crítica anterior, a estimação de um AR(1) para a equação da média não se revelou necessário a um aumento da precisão dos resultados do VaR.

4.3. Extreme Risk Spillover

4.3.1. Causalidade entre os índices europeus

Após a selecção dos modelos que oferecem as previsões estatisticamente mais precisas do VaR nos índices CAC 40, DAX 30 e FTSE 100, está-se em condições de verificar o risco de contágio entre os três. De modo a oferecer um ponto de vista, sobre o risco de contágio, o mais sólido possível, será utilizado o conjunto de modelos que ofereceu os resultados mais consistentes. Tal grupo pertence ao nível de confiança a 95% conjuntamente com a distribuição *t*-Student.

A partir da visualização dos valores constantes na tabela 4, não existe, de forma geral, significância estatística que comprove a ocorrência de contágio de risco entre os principais índices europeus de acções. Excepção a esta regra, é o contágio no sentido CAC 40 para FTSE 100 e, de forma algo atenuada, no sentido inverso. A ocorrência de variações extremas no índice francês começa a contribuir para a previsão da ocorrência de risco no inglês por volta do 6º dia (valor-*p* bastante próximo de 1%), de acordo com um nível de rejeição de 5%. O contágio de risco torna-se mais evidente alguns desfasamentos depois sendo que por volta do 25º dia (valor-*p* = 0,011), este começa a apresentar sinais de desaparecimento. De acordo com Jacques (2006), cerca de 45% dos títulos registados no CAC 40 eram detidos por investidores estrangeiros até à data. Devido a esta forte exposição a capital estrangeiro, é possível que o comportamento dos títulos destas empresas em bolsa e consequentemente as variações do CAC 40 possam, ser mais pressionadas por eventos negativos vindos do exterior. Este facto poderá, eventualmente, aumentar os efeitos de contágio em outros mercados europeus, por via da monitorização deste índice, como é o caso do FTSE 100, mas não no alemão. Por outro lado, variações extremas verificadas no índice inglês apenas contribuem para a ocorrência de risco no francês nos primeiros 4 desfasamentos (razões pouco fortes),

Tabela 4

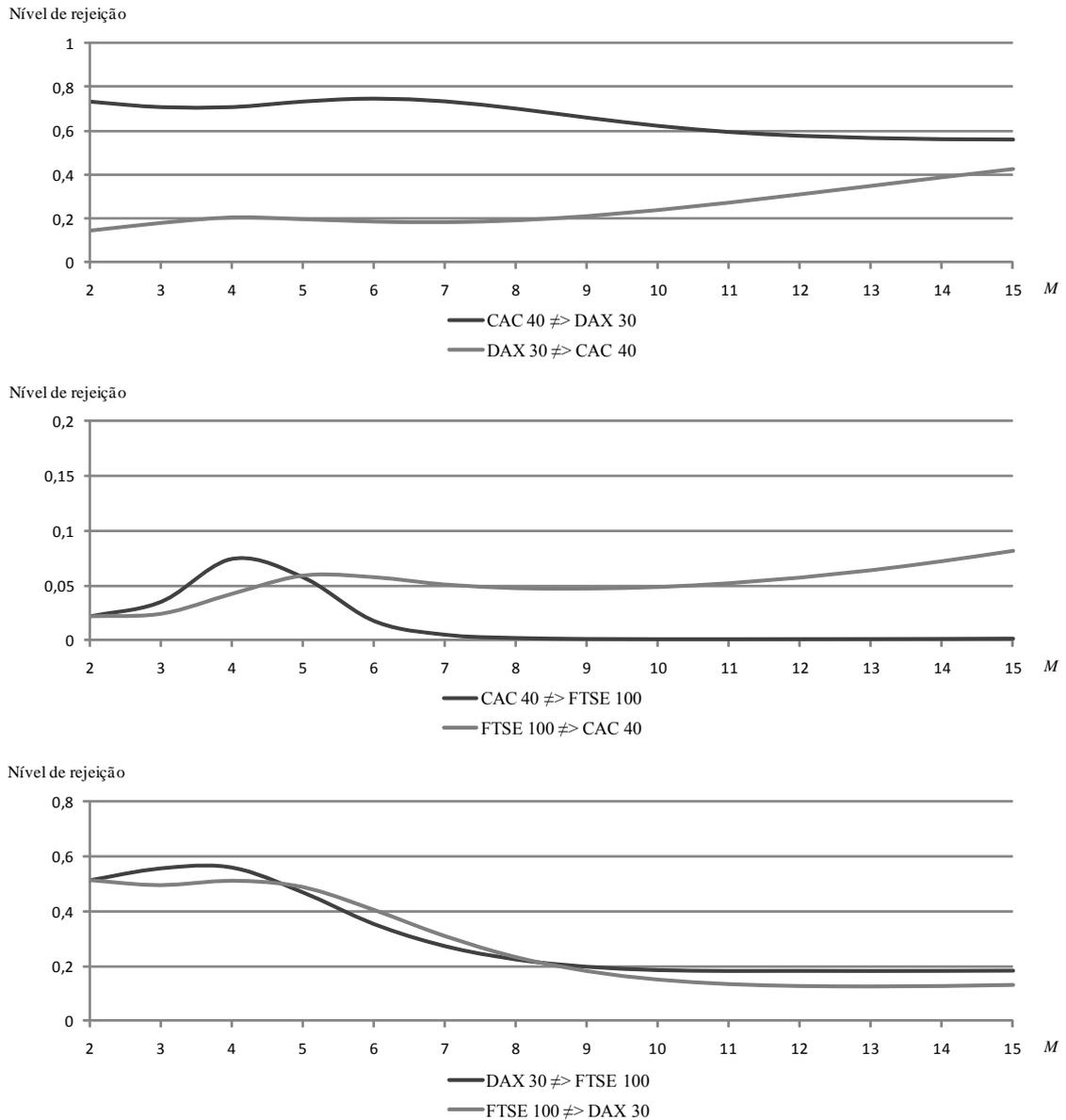
Teste do risco de contágio (95% de confiança) entre as rendibilidades diárias do CAC 40, DAX 30 e FTSE 100.

Sentido do contágio	<i>M</i>					
	5	10	15	20	25	30
CAC 40 \nRightarrow DAX 30	-0,626 (0,734)	-0,316 (0,624)	-0,156 (0,562)	-0,209 (0,583)	-0,339 (0,633)	-0,512 (0,696)
DAX 30 \nRightarrow CAC 40	0,851 (0,198)	0,708 (0,240)	0,185 (0,427)	-0,179 (0,571)	-0,454 (0,675)	-0,671 (0,749)
CAC 40 \nRightarrow FTSE 100	1,577 (0,057)	3,179 (0,001)	3,019 (0,001)	2,687 (0,004)	2,309 (0,011)	1,963 (0,025)
FTSE 100 \nRightarrow CAC 40	1,561 (0,059)	1,658 (0,049)	1,393 (0,082)	1,083 (0,139)	0,783 (0,217)	0,516 (0,303)
DAX 30 \nRightarrow FTSE 100	0,073 (0,471)	0,896 (0,185)	0,903 (0,183)	0,817 (0,207)	0,634 (0,263)	0,436 (0,332)
FTSE 100 \nRightarrow DAX 30	0,026 (0,490)	1,024 (0,153)	1,111 (0,133)	0,944 (0,173)	0,714 (0,238)	0,462 (0,322)

Nota: \nRightarrow representa a não existência da causalidade de Granger em risco da primeira variável para a segunda. Para cada desfasamento *M*, os valores-*p* encontram-se em parênteses.

Figura 3

Evolução do risco de contágio (95% de confiança) entre as rendibilidades diárias do CAC 40, DAX 30 e FTSE 100, num prazo de 15 dias.



Nota: As linhas \Rightarrow representam a evolução dos valores- p do teste de causalidade (nos respectivos desfasamentos M) em cada um dos seis sentidos de contágio, combinados entre os três índices.

tornando-se ausente após esse momento.

Apesar de uma relação próxima entre o DAX 30 e o FTSE 100, não existe evidência estatística que comprove contágio de risco entre ambos. Entre o CAC 40 e o DAX 30 verifica-se uma situação semelhante. A figura 3 demonstra, de forma mais pormenorizada, a evolução dos efeitos de contágio nos primeiros 15 desfasamentos, entre os três índices.

Brevemente concluindo, com a excepção de dois casos, não se verifica fortes probabilidades de ocorrência de contágio de variações extremas entre os três mercados accionistas europeus em estudo. Contudo, como se verificou na secção 4.1 e tal como a história já tem vindo a demonstrar, deve ser investigada a relação do CAC 40, DAX 30 e FTSE 100 com um mercado accionista fora do contexto europeu.

4.3.2. Causalidade entre os índices europeus e o exterior.

De forma a investigar probabilidades de contágio de risco vindas de fora da Europa, seleccionou-se um dos mercados accionistas com maior influência a nível internacional, o norte-americano S&P 500. A tabela 5 demonstra os resultados do teste de causalidade de Granger em risco entre cada um dos principais mercados europeus com o S&P 500.

Claramente, sempre que ocorrem notícias negativas, a informação constante nas rendibilidades passadas do S&P 500 permite prever a ocorrência de risco extremo nas rendibilidades do CAC 40, DAX 30 e FTSE 100, de forma quase imediata. Adicionalmente, verifica-se que a influência negativa provocada pelo índice norte-americano pressiona durante mais tempo as rendibilidades do CAC 40 e do FTSE 100, enquanto passados 30 dias, os resultados demonstram algum alívio no contágio recebido pelo DAX 30 (valor- $p = 0,04$).

Quando se procura investigar o contágio de risco na direcção oposta, a informação histórica de nenhum dos índices europeus em estudo contribui para o aumento do risco do S&P 500. Como explicação plausível, o facto de o S&P 500 albergar as 500 empresas com maior capitalização de mercado dos Estados Unidos, de acordo com Standard & Poor's (2011), este torna-se num dos índices *benchmark* como base de construção de carteiras de investimento. As razões que poderão estar por detrás

Tabela 5

Teste do risco de contágio (95% de confiança) entre as rendibilidades diárias do CAC 40, DAX 30 e FTSE 100 com o S&P 500.

Sentido do contágio	<i>M</i>					
	5	10	15	20	25	30
S&P 500 \nRightarrow CAC 40	6,697 (0,000)	5,502 (0,000)	4,671 (0,000)	4,055 (0,000)	3,521 (0,000)	3,062 (0,001)
CAC 40 \nRightarrow S&P 500	0,329 (0,371)	0,592 (0,277)	0,420 (0,377)	0,125 (0,450)	-0,213 (0,585)	-0,536 (0,704)
S&P 500 \nRightarrow DAX 30	5,995 (0,000)	4,081 (0,000)	3,172 (0,001)	2,603 (0,005)	2,152 (0,016)	1,752 (0,040)
DAX 30 \nRightarrow S&P 500	-0,226 (0,589)	-0,453 (0,675)	-0,711 (0,761)	-0,975 (0,835)	-1,256 (0,896)	-1,519 (0,936)
S&P 500 \nRightarrow FTSE 100	7,633 (0,000)	5,388 (0,000)	4,885 (0,000)	4,653 (0,000)	4,305 (0,000)	3,929 (0,000)
FTSE 100 \nRightarrow S&P 500	1,563 (0,059)	0,755 (0,225)	0,395 (0,347)	0,080 (0,468)	-0,257 (0,602)	-0,576 (0,718)

Nota: \nRightarrow representa a não existência da causalidade de Granger em risco da primeira variável para a segunda. Para cada desfaseamento *M*, os valores- p encontram-se em parênteses.

dos resultados obtidos pelos testes de causalidade são, provavelmente, a estratégia que grande parte dos investidores europeus segue ao monitorizar o desempenho deste índice para as suas decisões de investimento. Investimentos esses que, de acordo com as conclusões do teste, muito provavelmente sofrem perdas, em períodos de tempo bastante idênticos, às ocorridas do outro lado do atlântico.

5. Principais conclusões

Os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500 apresentam excesso de curtose, assimetria nas distribuições e *volatility clustering* em intervalos de tempo similares ao longo do período da amostra.

De forma a obter-se as previsões diárias do VaR, recorreu-se inicialmente à estimação de um processo AR para a média condicional e de um processo GARCH, EGARCH ou TARARCH para a variância condicional. Tanto pelos critérios de selecção de modelos utilizados na literatura de séries temporais como pelos *backtests*, o processo autoregressivo não desempenha um papel relevante para a precisão das previsões do VaR. No caso da variância condicional, a sua estimação a partir de modelos assimétricos, apesar de não terem sido os melhores a 95% de confiança, ofereceu resultados bastante consistentes. Contrariamente, quando se aumenta a confiança para 99%, a utilização de modelos assimétricos para descrever a volatilidade torna-se uma condição essencial. Finalmente, as séries de inovações, estimadas sob a distribuição *t*-Student, acomoda de forma bastante mais eficaz as características leptocúrticas das séries de rendibilidades, do que o pressuposto da normalidade.

Examinando a causalidade de Granger em risco, resultados do teste indicam que, dos três mercados europeus estudados, apenas existe contágio de risco, estatisticamente relevante, no sentido do francês para o inglês. Quando se procurou incluir o S&P 500 como outra fonte provável de contágio de risco, os mercados europeus viram as suas rendibilidades diárias ser pressionadas de forma praticamente imediata e com razões estatisticamente muito fortes. Por outro lado, a não rejeição da hipótese da não causalidade de Granger em risco no sentido europeu para o norte-americano, transmite alguma imunidade do último ao contágio de risco originado na Europa, representado pelo CAC 40, FTSE 100 e DAX 30.

Por fim, o período que cobriu a amostra de previsão inclui os eventos que marcaram a crise financeira mundial de 2008, o que poderá ter oferecido uma

confirmação adicional acerca do número e sentidos de contágio que eventualmente ocorrem em tempos de maior acalmia nos mercados financeiros.

6. Sugestões para investigação futura

Os temas relacionados com o risco de contágio financeiro entre países têm-se tornado extremamente importantes para a boa gestão de carteiras de investimento. Apesar de o presente trabalho explorar eventuais origens de contágio de risco estrangeiro provocado pelos três principais mercados accionistas em contexto europeu, com a investigação adicional de uma fonte de contágio do mercado norte-americano, este assunto ainda carece de investigação adicional. Portanto, uma primeira sugestão para investigações futuras passaria pela pesquisa do contágio de risco entre mercados de acções de países do sul da Europa, Portugal, Espanha, Grécia e Itália, comparáveis entre si. Uma segunda possibilidade poderia incluir o estudo do contágio de risco entre séries de preços de obrigações do tesouro dos mesmos países, pois seria interessante investigar as consequências que os sucessivos cortes do *rating* das repúblicas portuguesa e grega têm tido na eventualidade e sentidos de contágio de risco nas dívidas soberanas de Espanha e Itália. Como variante da última sugestão, poderia realizar-se um cruzamento de causalidade entre os mercados de acções e séries de obrigações dos mesmos países.

Ao mesmo tempo, seria interessante desenvolver os modelos do VaR e de previsão de volatilidade para que se possa captar as características dos mercados financeiros de forma mais eficaz e eficiente.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer à Prof^a Maria Teresa Medeiros Garcia do departamento de Gestão do Instituto Superior de Economia e Gestão pela orientação que me disponibilizou ao longo de todo o trabalho e pelos melhoramentos, correcções e referências sugeridas a anteriores versões do mesmo, através dos quais pude aperfeiçoar fortemente o conteúdo do mesmo. Gostaria também de agradecer ao Prof. António da Ascensão Costa do departamento de Matemática do Instituto Superior de Economia e Gestão pelo contributo valioso que me ofereceu na compreensão do teste da Causalidade de Granger em risco, o que me permitiu aumentar a precisão das conclusões do trabalho.

7. Referências bibliográficas

Akaike, H. (1974). "A new at the statistical model identification". *IEEE Transactions on automatic control*, 19(6): 716-723.

Billio, M., Pelizzon, L. (2000). "Value-at-risk: a multivariate switching regime approach". *Journal of Empirical Finance*, 7:531-554.

Cabedo, D. J., Moya, I. (2003). "Estimating oil price 'Value at Risk' using the historical simulation approach". *Energy Economics*, 23: 239-253.

Cheung, Y. W., Ng, L. K. (1996). "A causality-in-variance test and its application to financial market prices". *Journal of Econometrics*, 72: 33-48.

Chirac, Jacques (2006). "Press conference given by M. Jacques Chirac, President of the Republic, following the European Council" (excertos).

Danielson, J. (1996). "The emperor has no clothes: limits to risk modeling". *Journal of Banking & Finance*, 26:1273-1296.

Engle, R. F. (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation". *Econometrica*, 50: 987-1008.

Engle, R. F. et al. (1990). "Meteor shower or heat wave? Heteroskedastic intra-daily volatility in the foreign exchange market". *Econometrica*, 59: 524-542.

Engle, R. F. et al. (1993). "Arbitrage valuation of variance forecasts with simulated options". *Advances in Futures and Options Research*, 6: 393-415.

Esch, L. et al. (2005). *Asset and Risk Management*. Wiley Finance.

Fan, Y. et al. (2008). "Estimating 'Value at Risk' of crude oil price and its spillover effect using the GED-GARCH approach". *Energy Economics*, 30: 3156-3171.

Frey, R., Michaud, P. (1997). "The effect of GARCH-type volatilities on prices and payoff-distributions of derivative assets – a simulation study". ETH Zurich, UBS Zurich (working paper).

Giot, P., Laurent, S. (2003a). "Value-at-risk for long and short trading positions". *Journal of Applied Econometrics*, 18: 641-664.

Giot, P., Laurent, S. (2003b). "Market risk in commodity markets: a VaR approach". *Energy Economics*, 25: 435-457.

Granger, C. W. J. (1969). "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods". *Econometrica*, 37: 424-438.

- Guermat, C., Harris R. D. F. (2002). “Forecasting value at risk allowing for time variation in the variance and kurtosis portfolio returns”. *International Journal of Forecasting*, 18: 409-419.
- Hansen, P. R., Lunde, A. (2005). “A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1, 1)?”. *Journal of Applied Econometrics*, 20: 873-889.
- Härdle, W., Kleinow, T. e Stahl, G. (2002). *Applied Quantitative Finance – Theory and Computational Tools*. Springer.
- Hendricks, D. (1996). “Evaluation of value-at-risk models using historical data”. *FRBNY Economic Policy Review*, 2: 39-70.
- Hong, Y. (2001). “Granger Causality in Risk and Detection of Risk Transmission Between Two Time Series”. Department of Economics and Department of Statistical Science, Cornell University. Working paper.
- Hong, Y. et al. (2009). “Granger causality in risk and detection of extreme risk spillover between financial markets”. *Journal of Econometrics*, 150: 271-287.
- Hoppe, R. (1998). “VAR and the unreal world”. *Risk*, 11: 45-50.
- Jorion, P. (2000). *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. 2nd ed., McGraw-Hill.
- Jorion, P. (2003). *Financial Risk Manager Handbook*. Second Edition, Wiley Finance.
- Kupiec, P. H. (1995). “Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models”. *Journal of Derivatives*, 3: 73-84.
- Lambadiaris, G. et al. (2003). “VAR: history or simulation?”. *Risk*, September: 123-126.
- Lee, J., Lee, H. (2009). “Testing for risk spillover between stock markets and foreign exchange market in Korea”. *Journal of Economic Research*, 14: 329-340.
- Mandelbrot, B. (1963). “The variation of certain speculative prices”. *Journal of Business*, 36: 394-419.
- Nelson, D. B. (1991). “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A new Approach.” *Econometrica*, 59(2): 347-370.
- Pagan, A. R., Schwert G. W. (1990). “Alternative models for conditional stock volatility”. *Journal of Econometrics*, 45: 267-290.
- Rabemananjara R. e Zakoian, J. M. (1993). “Threshold ARCH models and asymmetries in volatility”. *Journal of applied Econometrics*, 8: 31-49.

Standard & Poor's (2011). *S&P 500 Factsheet*. Standard & Poor's Financial Services LLC, McGraw-Hill Companies.

Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. Second Edition, Wiley-Interscience.

Venkataraman, S. (1997). "Value at risk for a mixture of normal distributions: the use of quasi-Bayesian estimation techniques". *FRBC Economic Perspectives*: 2-13.

Vlaar, P. (2000). "Value at Risk models for Dutch bond portfolios". *Journal of Banking and Finance*, 24: 131-154.

8. Anexos

Representações gráficas das previsões VaR dos modelos seleccionados a 95% e a 99% de confiança.

Figura A. 1

VaR a 95% de confiança para CAC 40 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição normal.

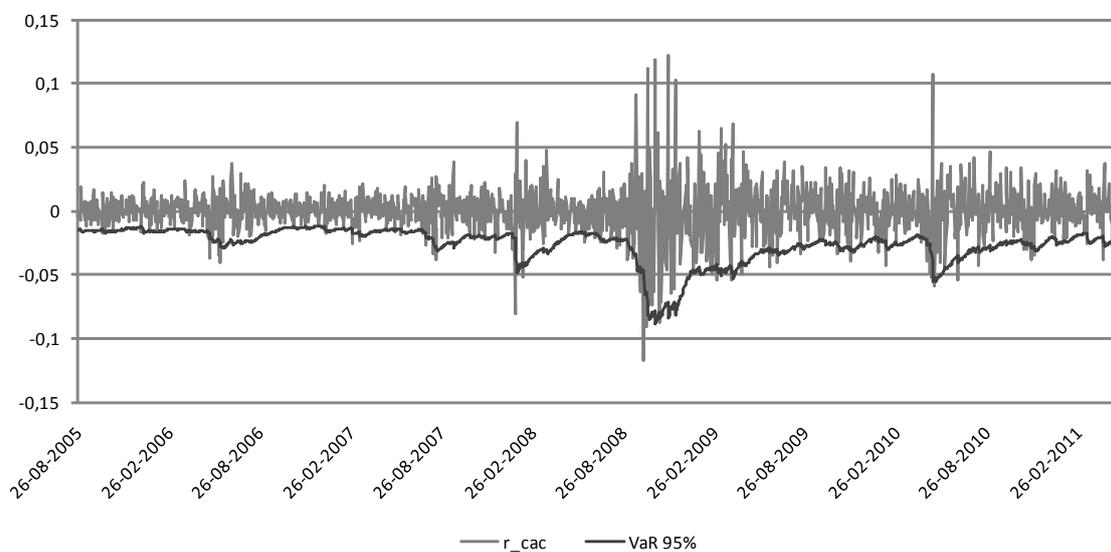


Figura A. 2

VaR a 95% de confiança para DAX 30 utilizando AR(0) TARCH(2, 1) e distribuição normal.

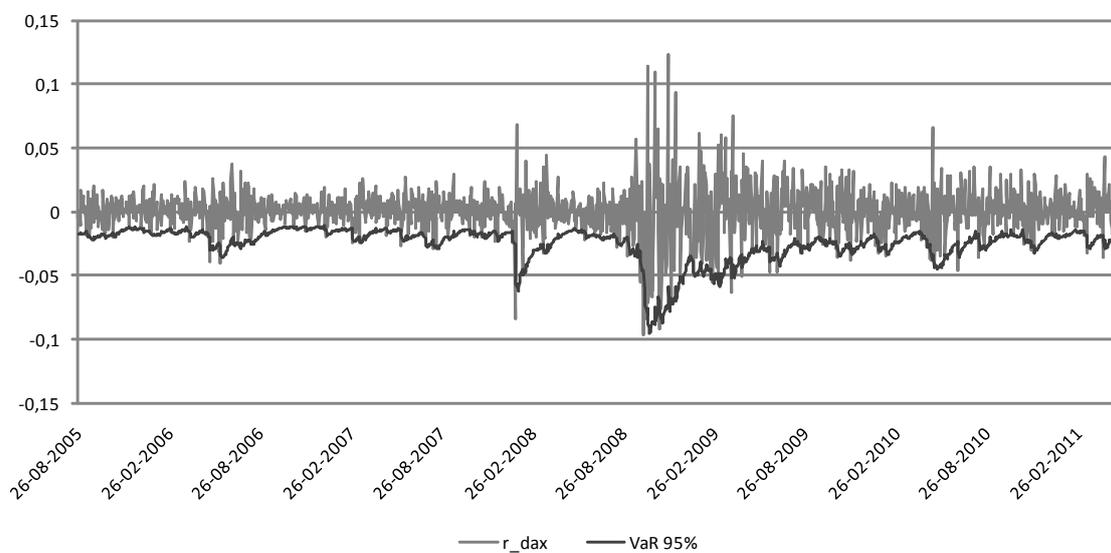


Figura A. 3

VaR a 95% de confiança para FTSE 100 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição normal.

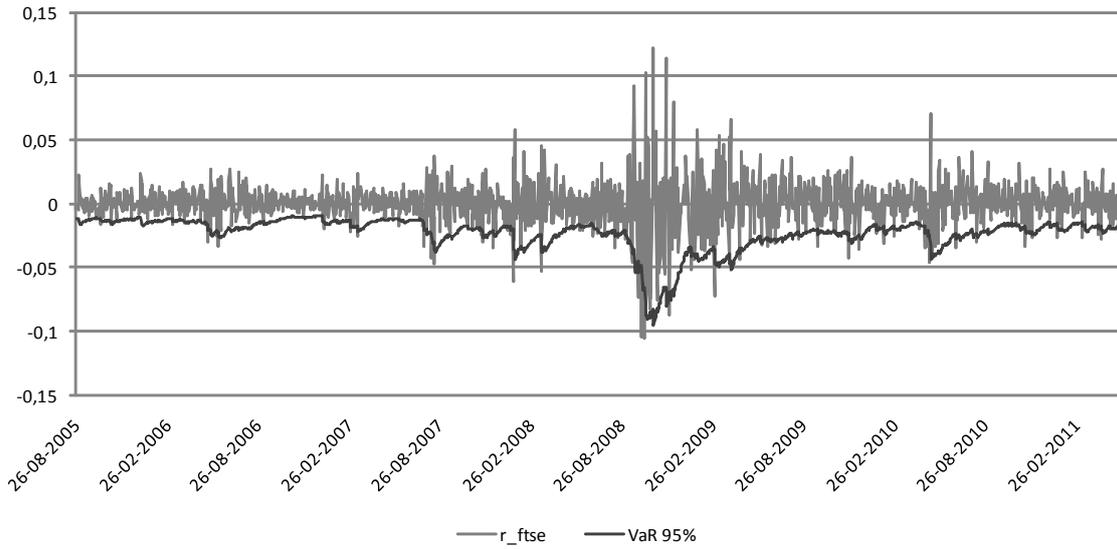


Figura A. 4

VaR a 95% de confiança para S&P 500 utilizando AR(0) TARCH(0, 1) e distribuição normal.

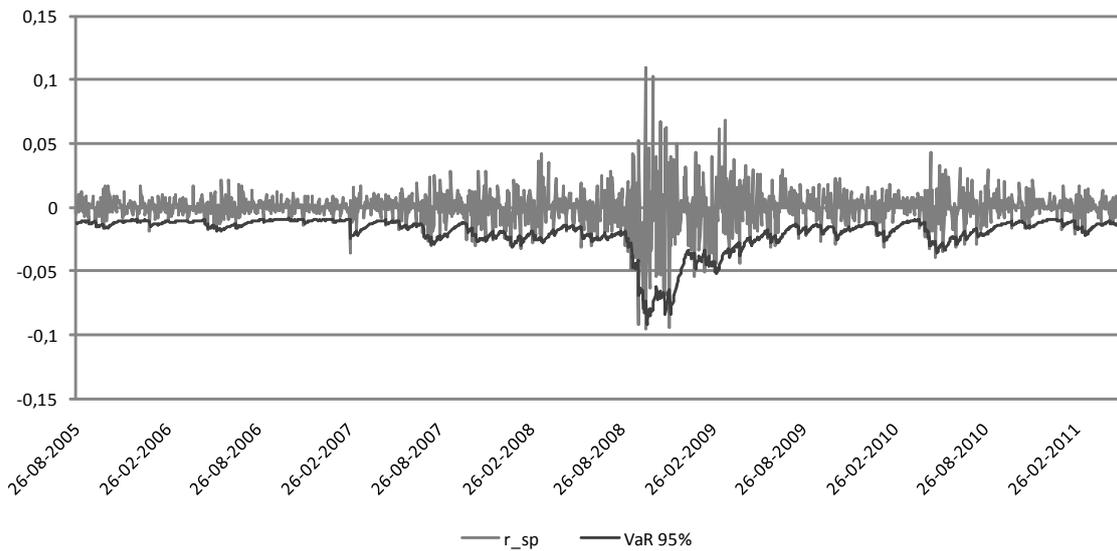


Figura A. 5

VaR a 99% de confiança para CAC 40 utilizando AR(0) TARCH(1, 1) e distribuição normal.

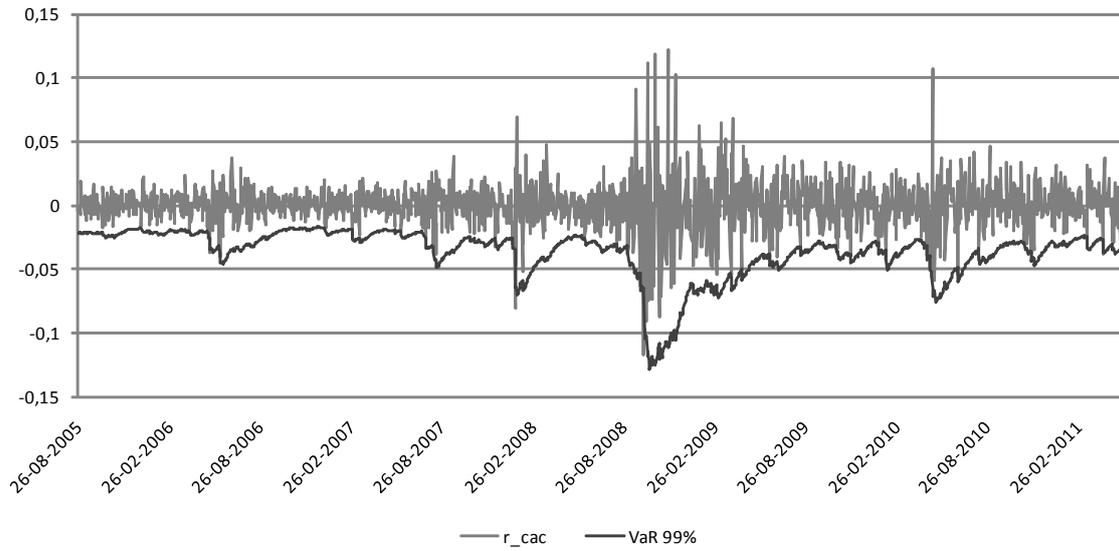


Figura A. 6

VaR a 99% de confiança para DAX 30 utilizando AR(0) TARCH(2, 1) e distribuição normal.

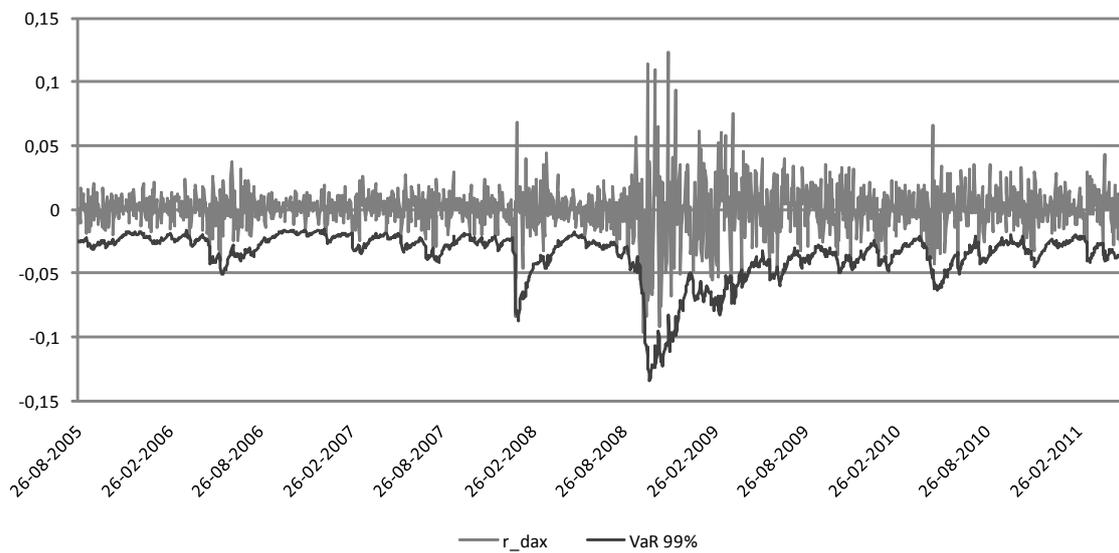


Figura A. 7

VaR a 99% de confiança para FTSE 100 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição normal.

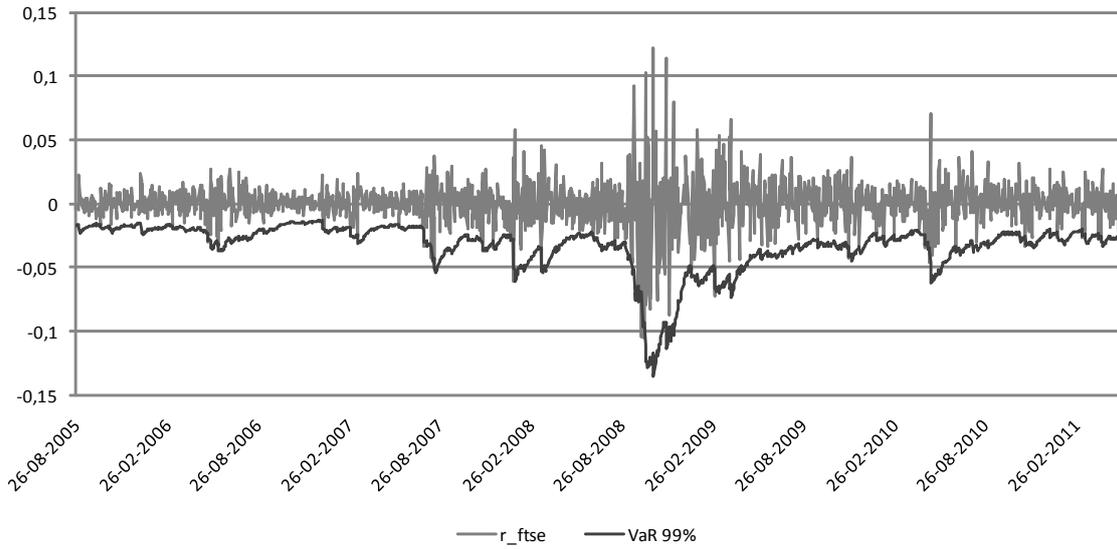


Figura A. 8

VaR a 99% de confiança para S&P 500 utilizando AR(0) EGARCH(1, 1) e distribuição normal.

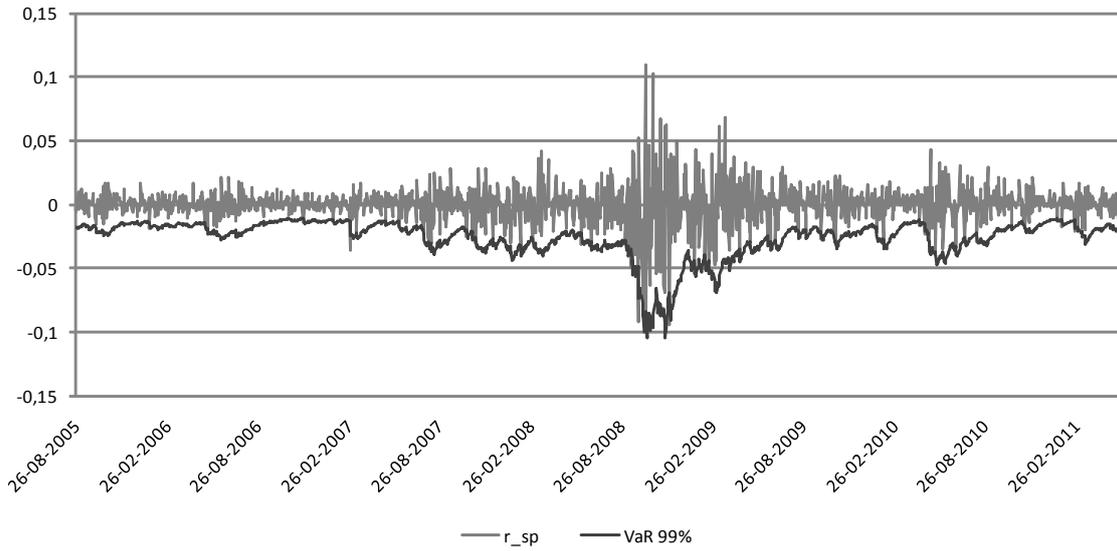


Figura A. 9

VaR a 95% de confiança para CAC 40 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição t -Student.

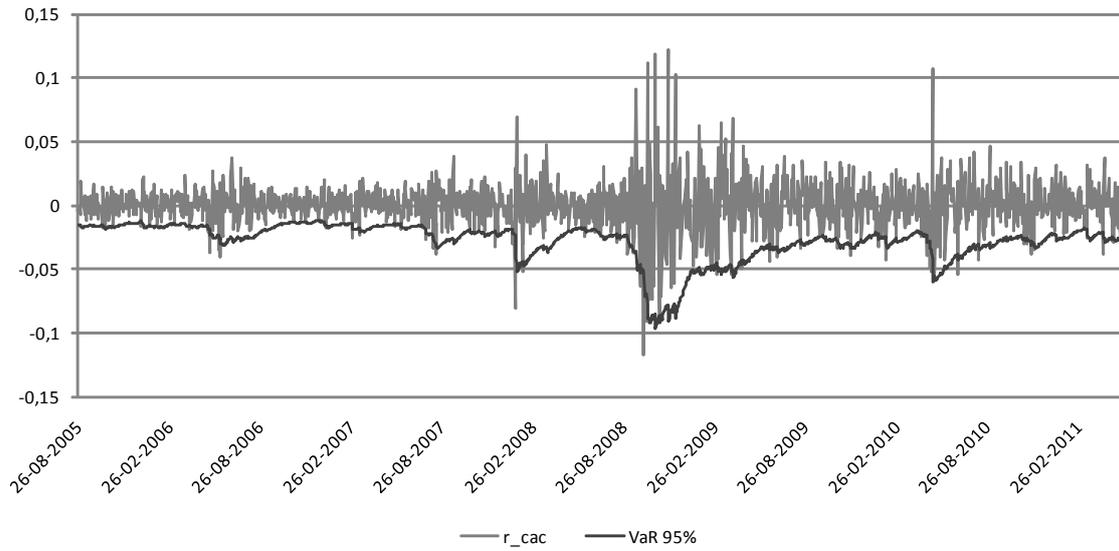


Figura A. 10

VaR a 95% de confiança para DAX 30 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição t -Student.

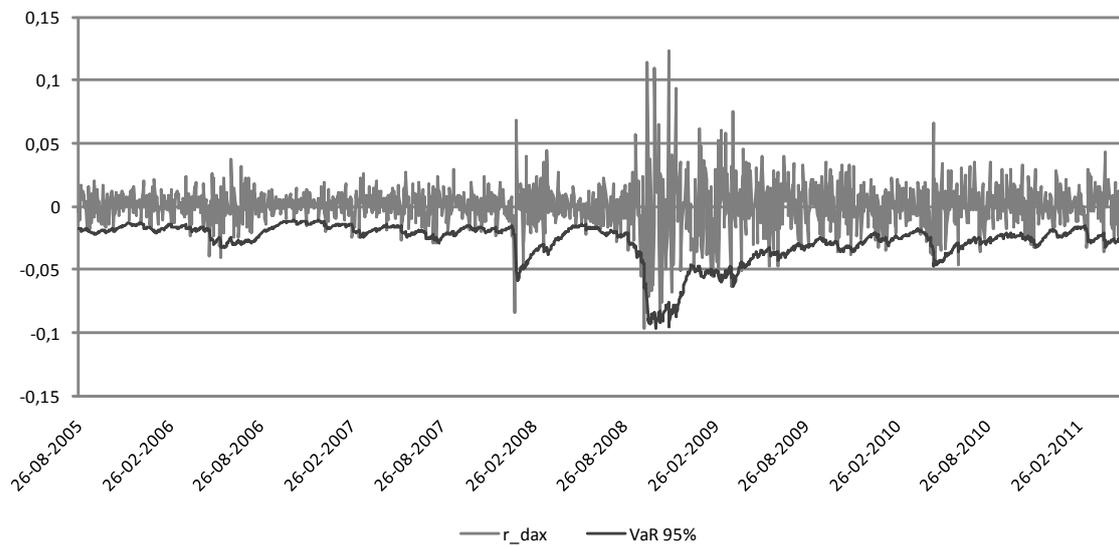


Figura A. 11

VaR a 95% de confiança para FTSE 100 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição t -Student.

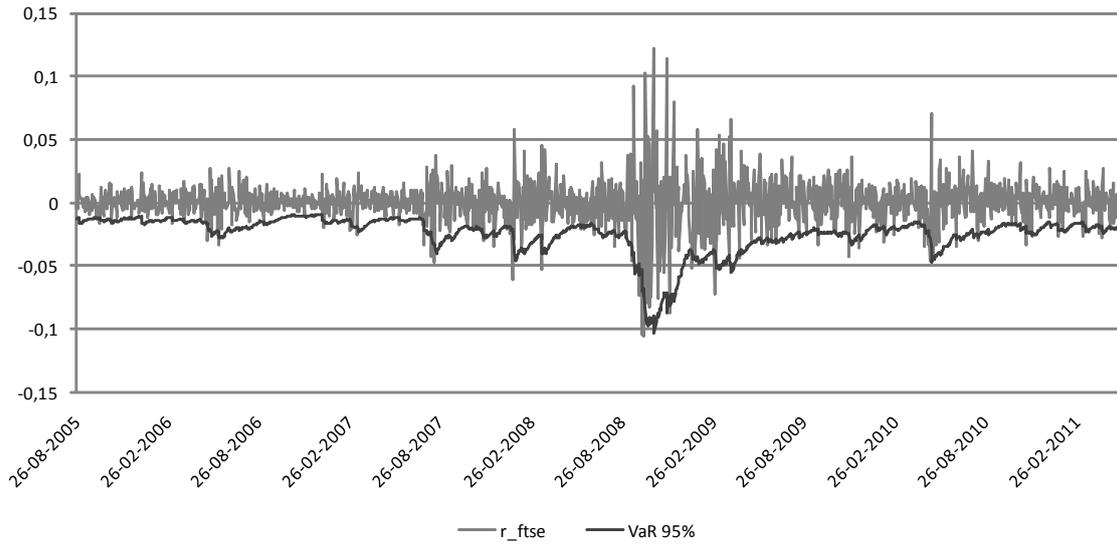


Figura A. 12

VaR a 95% de confiança para S&P 500 utilizando AR(0) GARCH(1, 1) e distribuição t -Student.

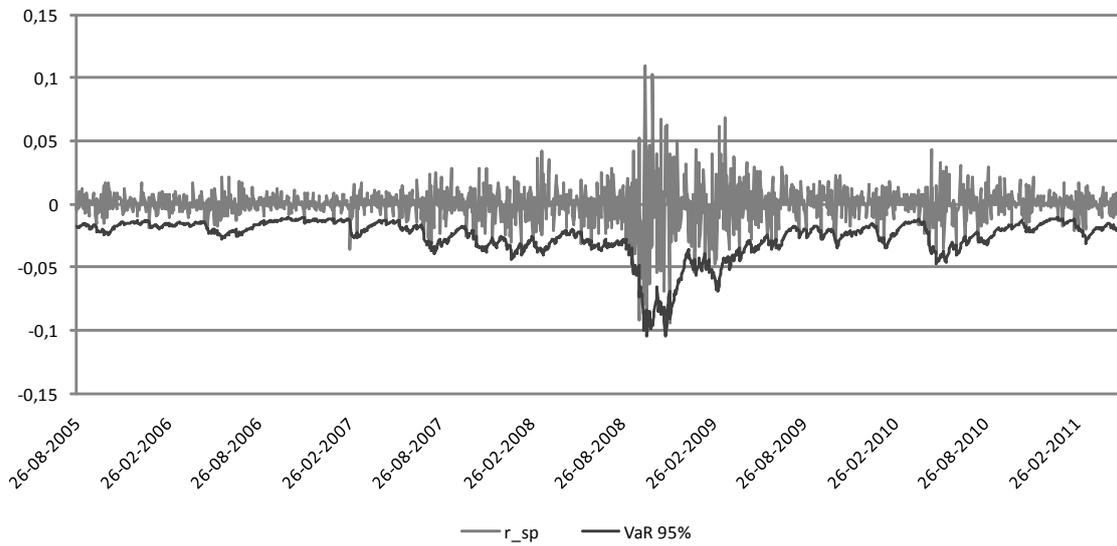


Figura A. 13

VaR a 99% de confiança para CAC 40 utilizando AR(0) EGARCH(1, 1) e distribuição t -Student.

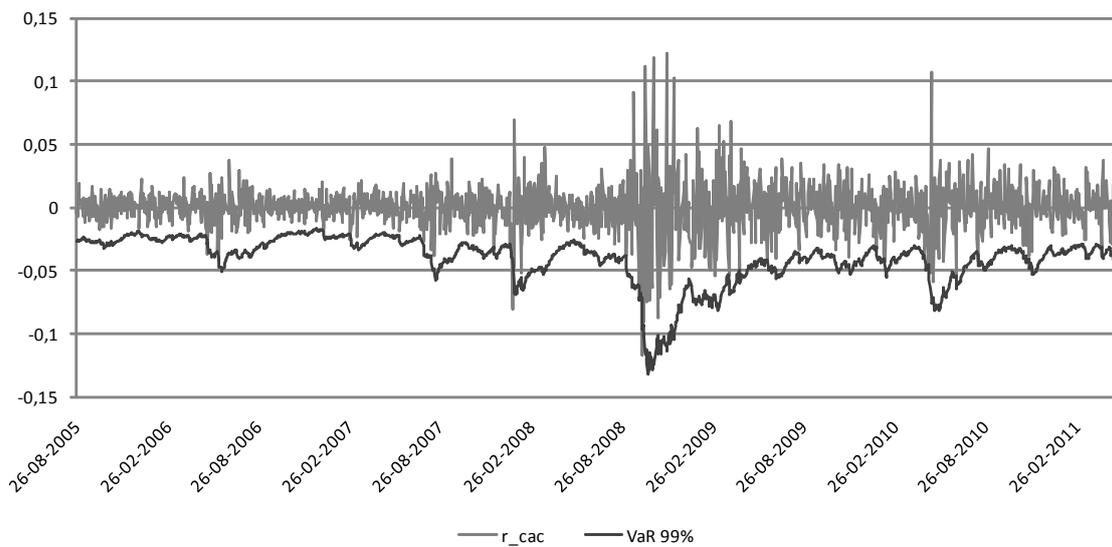


Figura A. 14

VaR a 99% de confiança para DAX 30 utilizando AR(0) TARCH(2, 1) e distribuição t -Student.

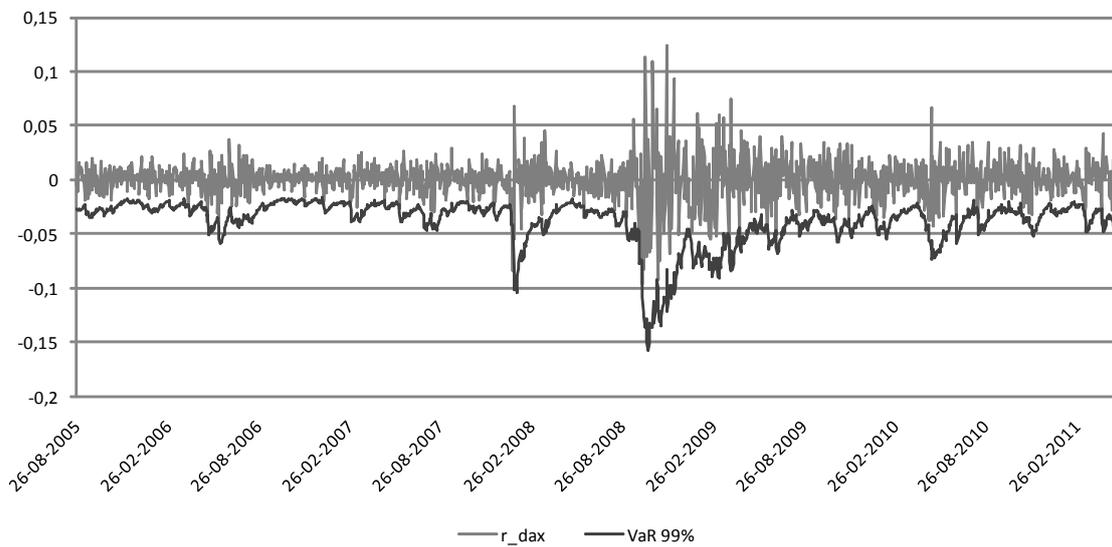


Figura A. 15

VaR a 99% de confiança para FTSE 100 utilizando AR(0) TARCH(0, 1) e distribuição t -Student.

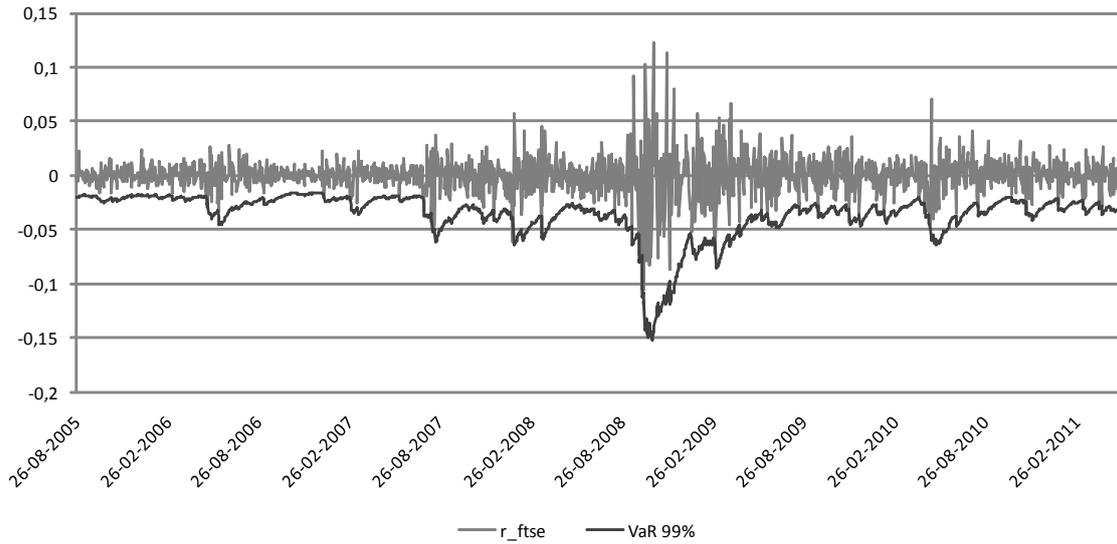
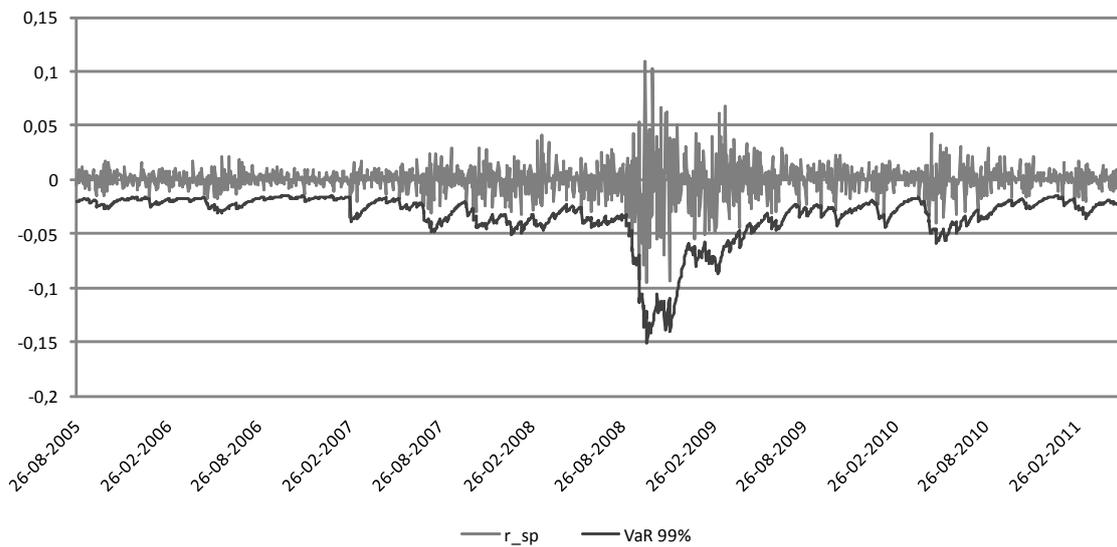


Figura A. 16

VaR a 99% de confiança para S&P 500 utilizando AR(0) TARCH(0, 1) e distribuição t -Student.



Tabelas contendo o detalhe da estimação dos modelos a partir do Eviews.

Tabela A. 1

Detalhe da estimação dos modelos de volatilidade EGARCH para os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500, utilizando distribuição normal.

Coefficientes	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	S&P 500
Modelo	AR(0) EGARCH(1,1)	AR(0) EGARCH(2,1)	AR(0) EGARCH(1,1)	AR(0) EGARCH(1,1)
Distribuição	Normal			
Graus Liberdade	-	-	-	-
Equação Y_t				
ϕ	-	-	-	-
ϕ	-	-	-	-
Equação σ^2_t				
α	-0,207276 (0,0000)	-0,302590 (0,0000)	-0,275443 (0,0000)	-0,270046 (0,0000)
α	0,108851 (0,0000)	0,053774 (0,0899)	0,115572 (0,0000)	0,100535 (0,0000)
α	-	0,115446 (0,0008)	-	-
γ	-0,052882 (0,0000)	-0,068083 (0,0000)	-0,074353 (0,0000)	-0,113007 (0,0000)
β	0,985920 (0,0000)	0,980117 (0,0000)	0,979709 (0,0000)	0,978741 (0,0000)
AIC	-5,997061	-5,819842	-6,370779	-6,324741
Log Likelihood	7500,326	7279,802	7967,473	7909,926
ARCH LM				
2	0,5112	0,7574	0,4805	0,4393
5	0,4995	0,4690	0,4484	0,7287
10	0,1204	0,8186	0,2709	0,9420

Nota: Valores- p em parênteses

Tabela A. 2

Detalhe da estimação dos modelos de volatilidade GARCH para os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500, utilizando distribuição normal.

Coefficientes	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	S&P 500
Modelo	AR(0) GARCH(1,1)	AR(0) GARCH(2,1)	AR(0) GARCH(1,1)	AR(0) GARCH(2,1)
Distribuição	Normal			
Graus Liberdade	-	-	-	-
Equação Y_t				
ϕ	-	-	-	0,000496 (0,0109)
ϕ	-	-	-	-
Equação σ^2_t				
α	1,22E-06 (0,0012)	1,76E-06 (0,0008)	1,56E-06 (0,0000)	1,58E-06 (0,0001)
α	0,055149 (0,0000)	0,055233 (0,0006)	0,072816 (0,0000)	0,041172 (0,0012)
α	-	0,033283 (0,0823)	-	0,040140 (0,0034)
γ	-	-	-	-
β	0,938479 (0,0000)	0,906183 (0,0000)	0,914742 (0,0000)	0,909161 (0,0000)
AIC	-5,988483	-5,805483	-6,357446	-6,280305
Log Likelihood	7488,604	7260,854	7949,807	7855,382
ARCH LM				
2	0,7210	0,9518	0,2821	0,1144
5	0,7273	0,9836	0,1862	0,4346
10	0,0735	0,9850	0,1327	0,8289

Nota: Valores- p em parênteses

Tabela A. 3

Detalhe da estimação dos modelos de volatilidade TARCH para os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500, utilizando distribuição normal.

Coefficientes	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	S&P 500
Modelo	AR(0) TARCH(1,1)	AR(0) TARCH(2,1)	AR(0) TARCH(0,1)	AR(0) TARCH(0,1)
Distribuição	Normal			
Graus Liberdade	-	-	-	-
Equação Y_t				
ϕ	-	-	-	-
ϕ	-	-	-	-
Equação σ^2_t				
α	1,80E-06 (0,0000)	3,51E-06 (0,0000)	1,99E-06 (0,0000)	2,09E-06 (0,0000)
α	0,020189 (0,0088)	-0,041416 (0,0000)	-	-
α	-	0,075043 (0,0000)	-	-
γ	0,063628 (0,0000)	0,109615 (0,0000)	0,101224 (0,0000)	0,141110 (0,0000)
β	0,937764 (0,0000)	0,896712 (0,0000)	0,932069 (0,0000)	0,915833 (0,0000)
AIC	-5,999095	-5,819885	-6,373278	-6,319111
Log Likelihood	7502,869	7279,857	7969,597	7901,888
ARCH LM				
2	0,4949	0,5592	0,3935	0,1095
5	0,5901	0,3439	0,3078	0,3212
10	0,1274	0,7275	0,2373	0,6903

Nota: Valores- p em parênteses

Tabela A. 4

Detalhe da estimação dos modelos de volatilidade EGARCH para os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500, utilizando distribuição t -Student.

Coefficientes	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	S&P 500
Modelo	AR(0) EGARCH(1,1)	AR(0) EGARCH(1,1)	AR(0) EGARCH(1,1)	AR(0) EGARCH(1,1)
Distribuição	t -Student			
Graus Liberdade	12,66963	13,04023	16,50805	10,66502
Equação Y_t				
ϕ	0,000476 (0,0262)	-	0,000352 (0,0523)	-
ϕ	-	-	-	-
Equação σ^2_t				
α	-0,195730 (0,0000)	-0,234005 (0,0000)	-0,258771 (0,0000)	-0,255641 (0,0000)
α	0,110654 (0,0000)	0,146263 (0,0000)	0,117319 (0,0000)	0,097409 (0,0000)
α	-	-	-	-
γ	-0,052309 (0,0000)	-0,066805 (0,0000)	-0,073453 (0,0000)	-0,111809 (0,0000)
β	0,987622 (0,0000)	0,985961 (0,0000)	0,981966 (0,0000)	0,980078 (0,0000)
AIC	-6,007627	-5,828035	-6,376646	-6,342835
Log Likelihood	7515,534	7290,044	7976,808	7933,544
ARCH LM				
2	0,4988	0,6900	0,5606	0,4518
5	0,4220	0,2431	0,4719	0,7424
10	0,1286	0,5746	0,2878	0,9448

Nota: Valores- p em parênteses

Tabela A. 5

Detalhe da estimação dos modelos de volatilidade GARCH para os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500, utilizando distribuição t -Student.

Coefficientes	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	S&P 500
Modelo	AR(0) GARCH(1,1)	AR(0) GARCH(1,1)	AR(0) GARCH(1,1)	AR(0) GARCH(1,1)
Distribuição				
Graus Liberdade	11,86291	11,86213	13,85502	8,134703
Equação Y_t				
ϕ	0,000665 (0,0018)	0,000628 (0,0052)	0,000541 (0,0027)	0,000553 (0,0026)
ϕ	-	-	-	-
Equação σ^2_t				
α	1,16E-06 (0,0100)	1,15E-06 (0,0151)	0,00000139 (0,0034)	1,17E-06 (0,0070)
α	0,054438 (0,0000)	0,074531 (0,0000)	0,071314 (0,0000)	0,062809 (0,0000)
α	-	-	-	-
γ	-	-	-	-
β	0,939534 (0,0000)	0,922813 (0,0000)	0,917846 (0,0000)	0,929219 (0,0000)
AIC	-6,002123	-5,817747	-6,367738	-6,311785
Log Likelihood	7507,654	7277,183	7964,672	7894,731
ARCH LM				
2	0,7212	0,8846	0,2982	0,0402
5	0,6745	0,9242	0,1841	0,2583
10	0,0591	0,9093	0,1037	0,6705

Nota: Valores- p em parênteses

Tabela A. 6

Detalhe da estimação dos modelos de volatilidade TARCH para os índices CAC 40, DAX 30, FTSE 100 e S&P 500, utilizando distribuição t -Student.

Coefficientes	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	S&P 500
Modelo	AR(0) TARCH(1,1)	AR(0) TARCH(2,1)	AR(0) TARCH(0,1)	AR(0) TARCH(0,1)
Distribuição				
Graus Liberdade	12,98103	20,02127	16,64986	10,30817
Equação Y_t				
ϕ	0,000493 (0,0218)	-	-	-
ϕ	-	-	-	-
Equação σ^2_t				
α	1,61E-06 (0,0006)	5,32E-06 (0,0000)	1,92E-06 (0,0000)	1,80E-06 (0,0000)
α	0,021166 (0,0283)	-0,039926 (0,0000)	-	-
α	-	0,090437 (0,0000)	-	-
γ	0,059991 (0,0000)	0,147943 (0,0000)	0,103212 (0,0000)	0,129951 (0,0000)
β	0,938138 (0,0000)	0,850991 (0,0000)	0,932019 (0,0000)	0,922856 (0,0000)
AIC	-6,009167	-5,828464	-6,379097	-6,339565
Log Likelihood	7517,458	7291,579	7977,872	7928,457
ARCH LM				
2	0,4933	0,2837	0,4049	0,1292
5	0,5402	0,1145	0,3146	0,3817
10	0,1245	0,3577	0,2630	0,7555

Nota: Valores- p em parênteses