

Aula 7:

## ***‘Que fatores explicam a variação nos salários na organização?’***

### **Validação de Modelos de Regressão Linear**

**Docente: Daniela Craveiro**  
dcraveiro@iseg.ulisboa.pt

**No final desta aula,  
@s alun@s deverão:**

- Perceber qual a necessidade de fazermos diagnósticos aos pressupostos do nosso modelo de regressão
- Saber quais são os pressupostos do modelo de regressão linear
- Saber como, com a ajuda de gráficos e testes estatísticos, podemos conferir se os pressupostos do modelo estão a ser cumpridos
- Saber implementar os estudo dos pressupostos do modelo no SPSS

## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	<b>O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li><b>Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</b></li></ul>

## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</b></li></ul>
II	<b>Normalidade da Distribuição dos Erros</b>	Os erros seguem uma distribuição normal.	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise de Resíduos</b></li><li>• <b>Gráfico de Q-Q</b></li></ul>

## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	<b>O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</b></li></ul>
II	<b>Normalidade da Distribuição dos Erros</b>	<b>Os erros seguem uma distribuição normal.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise de Resíduos</b></li><li>• <b>Gráfico de Q-Q</b></li></ul>
III	<b>Média Condicional Zero dos Erros</b>	<b>O termo de erro aleatório tem valor esperado igual a zero.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise de Resíduos</b></li></ul>

## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	<b>O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</b></li></ul>
II	<b>Normalidade da Distribuição dos Erros</b>	<b>Os erros seguem uma distribuição normal.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise de Resíduos</b></li><li>• <b>Gráfico de Q-Q</b></li></ul>
III	<b>Média Condicional Zero dos Erros</b>	<b>O termo de erro aleatório tem valor esperado igual a zero.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise de Resíduos</b></li></ul>
IV	<b>Homocedasticidade (ou Igual Variância)</b>	<b>A distribuição dos erros apresenta uma variância constante (hipótese da homocedasticidade).</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Análise de Resíduos</b></li></ul>

## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</li></ul>
II	<b>Normalidade da Distribuição dos Erros</b>	Os erros seguem uma distribuição normal.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Análise de Resíduos</li><li>• Gráfico de Q-Q</li></ul>
III	<b>Média Condicional Zero dos Erros</b>	O termo de erro aleatório tem valor esperado igual a zero.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Análise de Resíduos</li></ul>
IV	<b>Homocedasticidade (ou Igual Variância)</b>	A distribuição dos erros apresenta uma variância constante (hipótese da homocedasticidade).	<ul style="list-style-type: none"><li>• Análise de Resíduos</li></ul>
V	<b>Independência dos Erros</b>	Os erros não estão correlacionados, i.e., o valor de um erro não depende de qualquer outro erro.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dublin-Watson</li></ul>

## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</li> </ul>
II	<b>Normalidade da Distribuição dos Erros</b>	Os erros seguem uma distribuição normal.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de Resíduos</li> <li>• Gráfico de Q-Q</li> </ul>
III	<b>Média Condicional Zero dos Erros</b>	O termo de erro aleatório tem valor esperado igual a zero.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de Resíduos</li> </ul>
IV	<b>Homocedasticidade (ou Igual Variância)</b>	A distribuição dos erros apresenta uma variância constante (hipótese da homocedasticidade).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de Resíduos</li> </ul>
V	<b>Independência dos Erros</b>	Os erros não estão correlacionados, i.e., o valor de um erro não depende de qualquer outro erro.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dublin-Watson</li> </ul>
VI	<b>Ausência de multicolinearidade perfeita</b>	As variáveis independentes não estão perfeitamente correlacionadas entre si.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagnósticos de Colinearidade</li> </ul>



## Pressupostos do modelo de regressão

	<b>PRESSUPOSTOS</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>FORMA DE VALIDAÇÃO</b>
I	<b>Linearidade</b>	O efeito das variáveis independentes na variável dependente é linear e aditivo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise gráfica (Matriz de Dispersão, por exemplo)</li> </ul>
II	<b>Normalidade da Distribuição dos Erros</b>	Os erros seguem uma distribuição normal.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de Resíduos</li> <li>• Gráfico de Q-Q</li> </ul>
III	<b>Média Condicional Zero dos Erros</b>	O termo de erro aleatório tem valor esperado igual a zero.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de Resíduos</li> </ul>
IV	<b>Homocedasticidade (ou Igual Variância)</b>	A distribuição dos erros apresenta uma variância constante (hipótese da homocedasticidade).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de Resíduos</li> </ul>
V	<b>Independência dos Erros</b>	Os erros não estão correlacionados, i.e., o valor de um erro não depende de qualquer outro erro.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dublin-Watson</li> </ul>
VI	<b>Ausência de multicolinearidade perfeita</b>	As variáveis independentes não estão perfeitamente correlacionadas entre si.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagnósticos de Colinearidade</li> </ul>
VII	<b>Ausência de Observações Influentes</b>	Não existem observações que tenham uma influência anormal nos resultados do modelo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cook's Distance</li> </ul>

## **E qual é o problema se estes pressupostos não se verificarem?**

- **Os intervalos de confiança ou os p-values podem estar a ser subestimados (i.e. mais pequenos do que na realidade são) ...**

**ou seja: estamos a atribuir significância estatística a uma estimativa que na realidade não a terá!**

## Validação do Modelo de Regressão Linear

*Avaliação do Pressuposto I: Linearidade*

*Ver aula anterior:*  
**análise gráfica (Matriz de Dispersão)**

## Validação do Modelo de Regressão Linear

- 1. Estimar o modelo de regressão com os diagnósticos*
- 2. Avaliação do Pressuposto II: Normalidade da Distribuição dos Erros*
- 3. Avaliação do Pressuposto III: Média Condicional Zero dos Erros*
- 4. Avaliação do Pressuposto IV: Homocedasticidade*
- 4. Avaliação do Pressuposto V: Independência dos Erros*
- 5. Avaliação do Pressuposto VI: Ausência de Multicolinearidade Perfeita*
- 6. Avaliação do Pressuposto VII: Ausência de Observações Influentes*

## Validação do Modelo de Regressão Linear

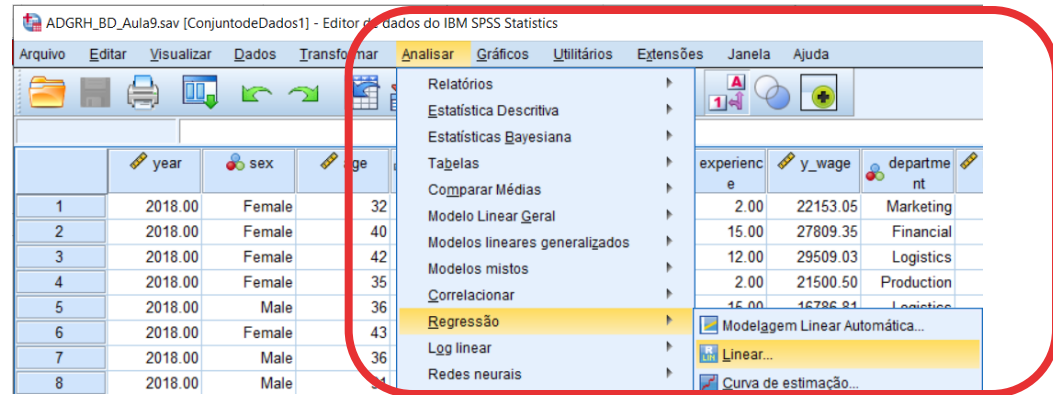
**Estimar o modelo de regressão com os diagnósticos**

Objetivo: Estimar o modelo com informação adicional para avaliar os pressupostos (VIs: 'sex\_female', 'education2' e 'evaluation' )

# Diagnósticos

- Selecionar 'Analisar' / 'Regressão' / 'Linear'
- Selecionar a variável 'y\_wage2'
- Colocar na caixa 'Dependente'

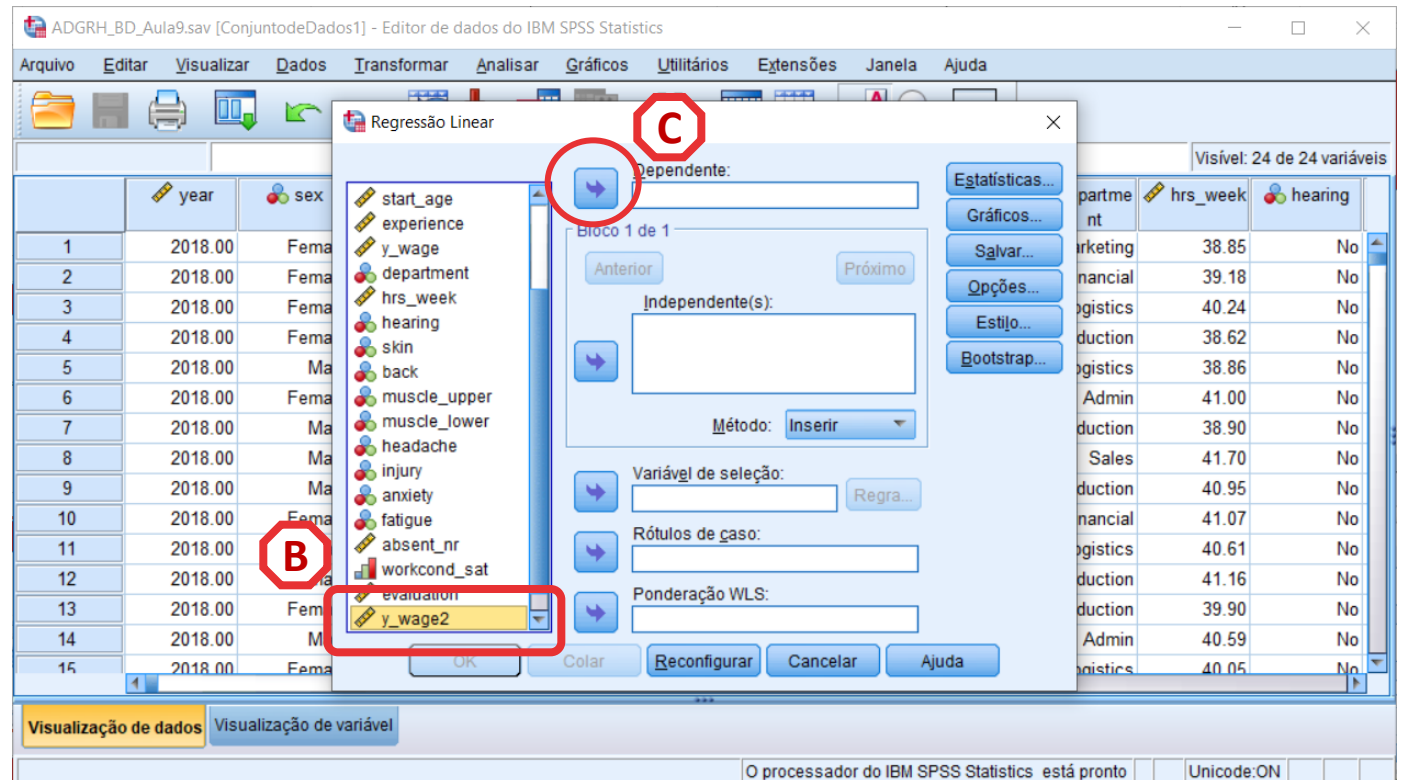
Exercício: Colocar as variáveis 'sex\_female', 'education2' e 'evaluation' na caixa 'Independente(s)'



A

B

C



B

C

# Diagnósticos

- Selecionar 'Analisar' / 'Regressão' / 'Linear'
- Selecionar a variável 'y\_wage2'

- Colocar na caixa 'Dependente'

Exercício: Colocar as variáveis 'sex\_female', 'education2' e 'evaluation' na caixa 'Independente(s)'

- Selecionar botão 'Estatísticas'

A

B

C

D

ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

Regressão Linear

Dependente: y\_wage2

Bloco 1 de 1

Independente(s): sex, education, experience

Método: Inserir

Variável de seleção:

Rótulos de caso:

Ponderação WLS:

OK Colar Reconfigurar Cancelar Ajuda

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

# Diagnósticos

- Selecionar 'Analisar' / 'Regressão' / 'Linear'

- Selecionar a variável 'y\_wage2'

- Colocar na caixa 'Dependente'

Exercício: Colocar as variáveis 'sex\_female', 'education2' e 'evaluation' na caixa 'Independente(s)'

- Selecionar botão 'Estatísticas'

- Selecionar 'Estimativas'

A

B

C

D

E

The screenshot shows the IBM SPSS Statistics interface. The main window displays a data table with columns for 'year', 'sex', 'education2', 'evaluation', and 'y\_wage2'. The 'Regressão Linear' dialog box is open, with 'y\_wage2' selected as the dependent variable. The 'Estatísticas' sub-dialog box is also open, and the 'Estimativas' checkbox is highlighted with a red circle. Other options in the 'Estatísticas' dialog include 'Intervalos de confiança', 'Matriz de covariâncias', 'Ajuste do modelo', 'Alteração de R quadrado', 'Descritivos', 'Correlações parciais e de parte', and 'Diagnósticos de colinearidade'. The 'Residuais' section has 'Durbin-Watson' checked. The status bar at the bottom indicates 'O processador do IBM SPSS Statistics está pronto' and 'Unicode:ON'.



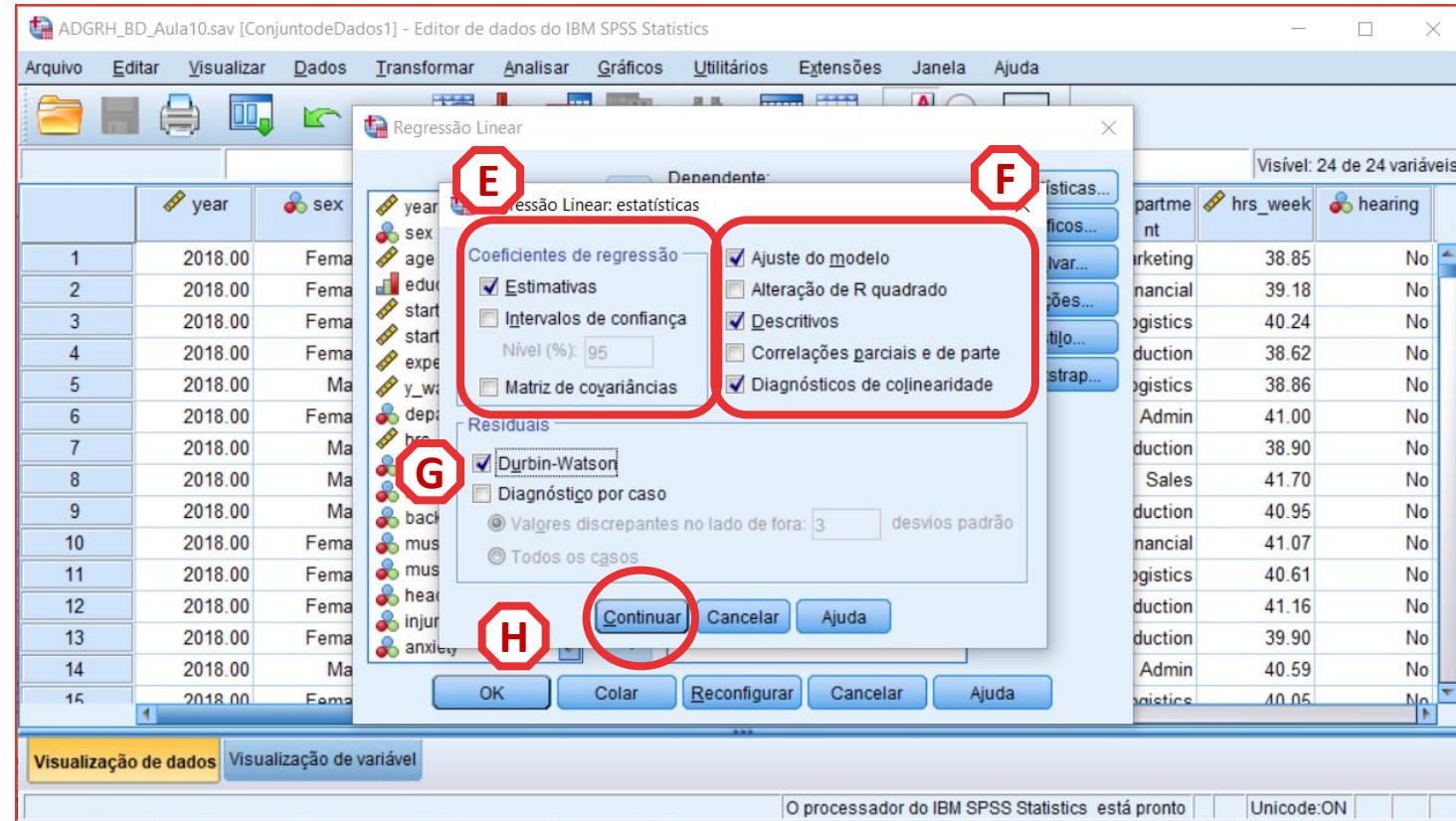
# Diagnósticos

- Selecionar 'Ajuste do modelo'
- Selecionar 'Descritivos'
- Selecionar 'Diagnósticos de colinearidade'
- Selecionar 'Dublin-Watson'
- Selecionar 'Continuar'

F

G

H



# Diagnósticos

- Selecionar botão 'Salvar'



ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

Regressão Linear

Dependente: y\_wage2

Bloco 1 de 1

Independente(s): sex, education, experience

Método: Inserir

Variável de seleção: Regra...

Rótulos de caso:

Ponderação WLS:

Estadísticas... Gráficos... Salvar... Opções... Estilo... Bootstrap...

OK Colar Reconfigurar Cancelar Ajuda

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

	year	sex	y_wage	hrs_week	hearing
1	2018.00	Fema			
2	2018.00	Fema			
3	2018.00	Fema			
4	2018.00	Fema			
5	2018.00	Ma			
6	2018.00	Fema			
7	2018.00	Ma			
8	2018.00	Ma			
9	2018.00	Ma			
10	2018.00	Fema			
11	2018.00	Fema			
12	2018.00	Fema			
13	2018.00	Fema			
14	2018.00	Ma			
15	2018.00	Fema			

# Diagnósticos

- Selecionar botão 'Salvar'
- Selecionar 'Padronizado'



Regressão Linear: salvar

Valores preditos

- Não padronizado
- Padronizado
- Ajustado
- S.E. de predições médias

Residuais

- Não padronizado
- Padronizado
- Estudentização
- Excluído
- Estudentizado excluído

Distâncias

- Mahalanobis
- de Cook
- Valores de ponto alavanca

Estadísticas de influência

- DfBeta(s)
- DfBeta(s) padronizado(s)
- DfFit
- DfFit padronizado
- Razão de covariância

Intervalos de predição

- Média  Individual

Intervalo de confiança: 95 %

Estadísticas de coeficiente

- Criar estatísticas de coeficiente
- Criar novo conjunto de dados  
Nome do conjunto de dados:
- Gravar um novo arquivo de dados

Exportar informações do modelo para o arquivo XML

- Incluir a matriz de covariâncias

# Diagnósticos

- Selecionar botão 'Salvar'
- Selecionar 'Padronizado'
- Selecionar 'de Cook' e 'Valores de ponto alavanca'

I

J

K

Regressão Linear: salvar

Valores preditos

- Não padronizado
- Padronizado
- Ajustado
- S.E. de predições médias

Residuais

- Não padronizado
- Padronizado
- Studentização
- Excluído
- Studentizado excluído

Distâncias

- Mahalanobis
- de Cook
- Valores de ponto alavanca

Intervalos de predição

- Média
- Individual

Intervalo de confiança: 95 %

Estadísticas de influência

- DfBeta(s)
- DfBeta(s) padronizado(s)
- DfFit
- DfFit padronizado
- Razão de covariância

Estadísticas de coeficiente

- Criar estatísticas de coeficiente
- Criar novo conjunto de dados  
Nome do conjunto de dados:
- Gravar um novo arquivo de dados

Exportar informações do modelo para o arquivo XML

- Incluir a matriz de covariâncias

# Diagnósticos

- Selecionar botão 'Salvar'
- Selecionar 'Padronizado'
- Selecionar 'de Cook' e 'Valores de ponto alavanca'
- Selecionar 'DfBeta(s) padronizado(s)'
- Selecionar 'Continuar' / 'OK'

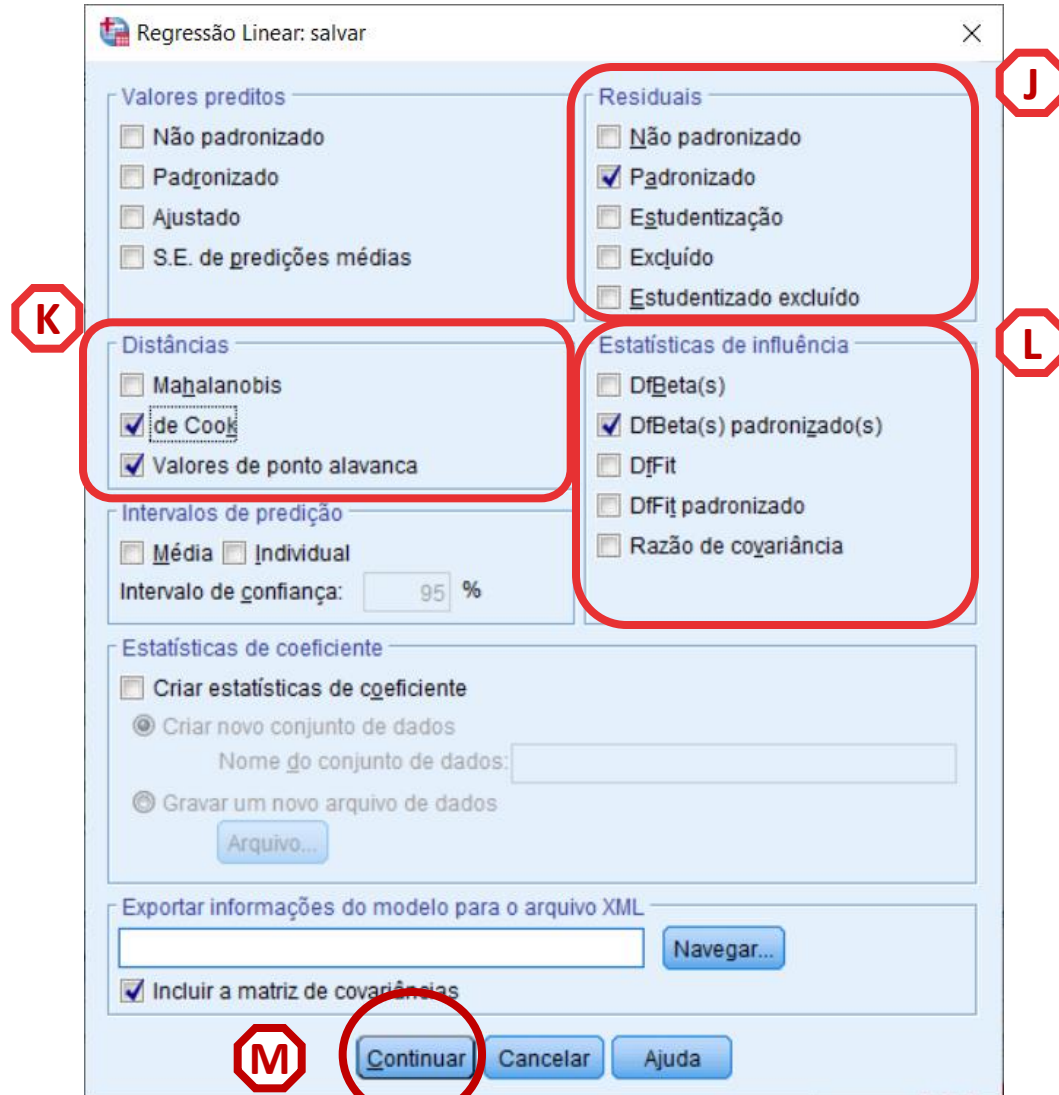
I

J

K

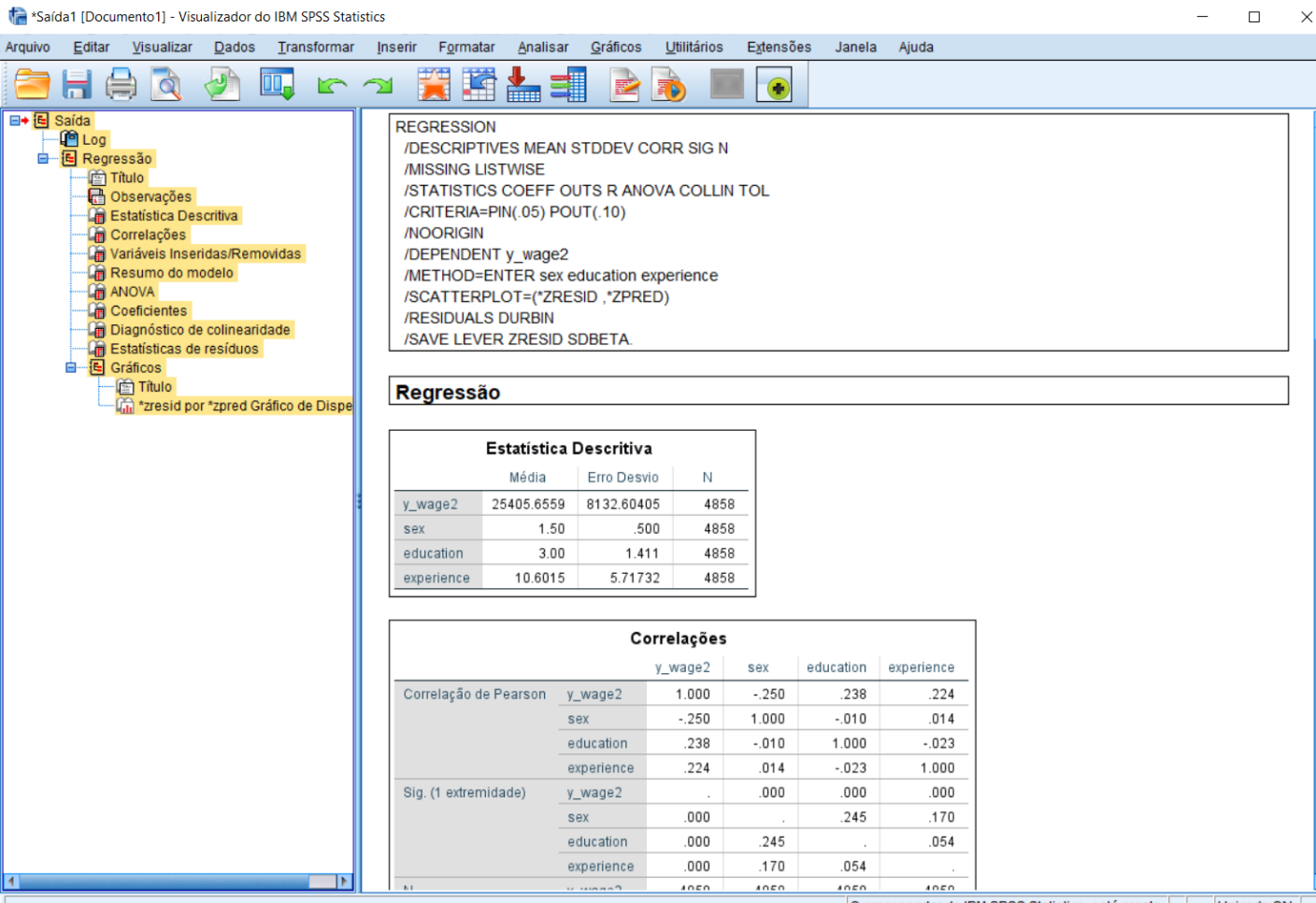
L

M



# Diagnósticos

- Os resultados são publicados no 'Visualizador de Resultados'



The screenshot displays the IBM SPSS Statistics Results Viewer interface. The left pane shows a tree view of the output, with 'Regressão' expanded to show various diagnostic statistics. The main pane displays the following content:

```
REGRESSION
/DESCRIPTIVES MEAN STDDEV CORR SIG N
/MISSING LISTWISE
/STATISTICS COEFF OUTS R ANOVA COLLIN TOL
/CRITERIA=PIN(.05) POUT(.10)
/NOORIGIN
/DEPENDENT y_wage2
/METHOD=ENTER sex education experience
/SCATTERPLOT=(*ZRESID ,*ZPRED)
/RESIDUALS DURBIN
/SAVE LEVER ZRESID SDBETA.
```

**Regressão**

	Média	Erro Desvio	N
y_wage2	25405.6559	8132.60405	4858
sex	1.50	.500	4858
education	3.00	1.411	4858
experience	10.6015	5.71732	4858

	y_wage2	sex	education	experience
Correlação de Pearson				
y_wage2	1.000	-.250	.238	.224
sex	-.250	1.000	-.010	.014
education	.238	-.010	1.000	-.023
experience	.224	.014	-.023	1.000
Sig. (1 extremidade)				
y_wage2	.	.000	.000	.000
sex	.000	.	.245	.170
education	.000	.245	.	.054
experience	.000	.170	.054	.

# Diagnósticos

- Quando instruímos o SPSS para produzir os diagnósticos, é criado um conjunto variáveis

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1: ZRE\_1 -1.13894522293957 Visível: 31 de 31 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	COO_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1
1	55.17	-1.13895	.00031	.00075	-.02008	.01582	-.01082	.02414
2	51.75	-.73316	.00009	.00043	-.00244	.01050	-.00751	-.00841
3	54.79	.08094	.00000	.00032	.00054	-.00115	.00082	.00032
4	58.30	-.10802	.00000	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237
5	49.89	-1.61943	.00061	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683
6	52.74	.26865	.00001	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045
7	47.60	-.51252	.00005	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848
8	52.65	-1.39629	.00044	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727
9	48.48	-.09011	.00000	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063
10	52.40	-.09098	.00000	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008
11	47.21	-.93018	.00018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301
12	48.39	.34721	.00004	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636
13	50.19	1.06687	.00039	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492
14	40.86	1.27964	.00034	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163
15	45.36	.98336	.00013	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

## Diagnósticos

- Quando instruímos o SPSS para produzir os diagnósticos, é criado um conjunto variáveis
  - Uma variável com os 'Resíduos Padronizados' da variável dependente (ZRE\_1) para cada observação

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1: ZRE\_1 -1.13894522293957 Visível: 30 de 30 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1	var
1	55.17		5	-.02008	.01582	-.01082	.02414	
2	51.75		3	-.00244	.01050	-.00751	-.00841	
3	54.79		2	.00054	-.00115	.00082	.00032	
4	58.30	-.10802	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237	
5	49.89	-1.61943	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683	
6	52.74	.26865	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045	
7	47.60	-.51252	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848	
8	52.65	-1.39629	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727	
9	48.48	-.09011	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063	
10	52.40	-.09098	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008	
11	47.21	-.93018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301	
12	48.39	.34721	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636	
13	50.19	1.06687	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492	
14	40.86	1.27964	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163	
15	45.36	.98336	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105	

Nome: ZRE\_1  
Rótulo: Standardized Residual  
Tipo: Numérico  
Medida: Escala

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON



## Diagnósticos

- Quando instruímos o SPSS para produzir os diagnósticos, é criado um conjunto variáveis
  - Uma variável com os 'Resíduos Padronizados' da variável dependente (ZRE\_1) para cada observação
  - Uma variável que mede a distancia de Cook associada a cada observação (COO\_1)

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1 : COO\_1 .00031099841585 Visível: 31 de 31 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	COO_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1
1	55.17	-1.13895	.00031	.00075	-.02008	.01582	-.01082	.02414
2	51.75	-.73316	.00009	.00043	-.00244	.01050	-.00751	-.00841
3	54.79	.08094	.00000	.00032	.00054	-.00115	.00082	.00032
4	58.30	-.10802	.00000	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237
5	49.89	-1.61943	.00061	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683
6	52.74	.26865	.00001	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045
7	47.60	-.51252	.00005	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848
8	52.65	-1.39629	.00044	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727
9	48.48	-.09011	.00000	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063
10	52.40	-.09098	.00000	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008
11	47.21	-.93018	.00018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301
12	48.39	.34721	.00004	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636
13	50.19	1.06687	.00039	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492
14	40.86	1.27964	.00034	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163
15	45.36	.98336	.00013	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

## Diagnósticos

- Quando instruímos o SPSS para produzir os diagnósticos, é criado um conjunto variáveis
  - Uma variável com os 'Resíduos Padronizados' da variável dependente (ZRE\_1) para cada observação
  - Uma variável que mede a distancia de Cook associada a cada observação (COO\_1)
  - Uma variável que mede influência relativa de cada observação no ajuste do modelo (LEV\_1).

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1 : LEV\_1 .00075130556031 Visível: 31 de 31 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	COO_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1
1	55.17	-1.13895	.00031	.00075	-.02008	.01582	-.01082	.02414
2	51.75	-.73316	.00009	.00043	-.00244	.01050	-.00751	-.00841
3	54.79	.08094	.00000	.00032	.00054	-.00115	.00082	.00032
4	58.30	-.10802	.00000	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237
5	49.89	-1.61943	.00061	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683
6	52.74	.26865	.00001	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045
7	47.60	-.51252	.00005	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848
8	52.65	-1.39629	.00044	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727
9	48.48	-.09011	.00000	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063
10	52.40	-.09098	.00000	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008
11	47.21	-.93018	.00018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301
12	48.39	.34721	.00004	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636
13	50.19	1.06687	.00039	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492
14	40.86	1.27964	.00034	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163
15	45.36	.98336	.00013	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

## Diagnósticos

- Quando instruímos o SPSS para produzir os diagnósticos, é criado um conjunto variáveis
  - Uma variável com os 'Resíduos Padronizados' da variável dependente (ZRE\_1) para cada observação
  - Uma variável que mede a distância de Cook associada a cada observação (COO\_1)
  - Uma variável que mede influência relativa de cada observação no ajuste do modelo (LEV\_1).
  - Por cada variável independente é criada uma variável com os DFBETA Padronizado, mede a influência de uma dada observação na estimação dos parâmetros.

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1 : SDB1\_1 .01582242634099 Visível: 31 de 31 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	COO_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1
1	55.17	-1.13895	.00031	.00075	-.02008	.01582	-.01082	.02414
2	51.75	-.73316	.00009	.00043	-.00244	.01050	-.00751	-.00841
3	54.79	.08094	.00000	.00032	.00054	-.00115	.00082	.00032
4	58.30	-.10802	.00000	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237
5	49.89	-1.61943	.00061	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683
6	52.74	.26865	.00001	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045
7	47.60	-.51252	.00005	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848
8	52.65	-1.39629	.00044	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727
9	48.48	-.09011	.00000	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063
10	52.40	-.09098	.00000	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008
11	47.21	-.93018	.00018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301
12	48.39	.34721	.00004	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636
13	50.19	1.06687	.00039	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492
14	40.86	1.27964	.00034	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163
15	45.36	.98336	.00013	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

## Validação do Modelo de Regressão Linear

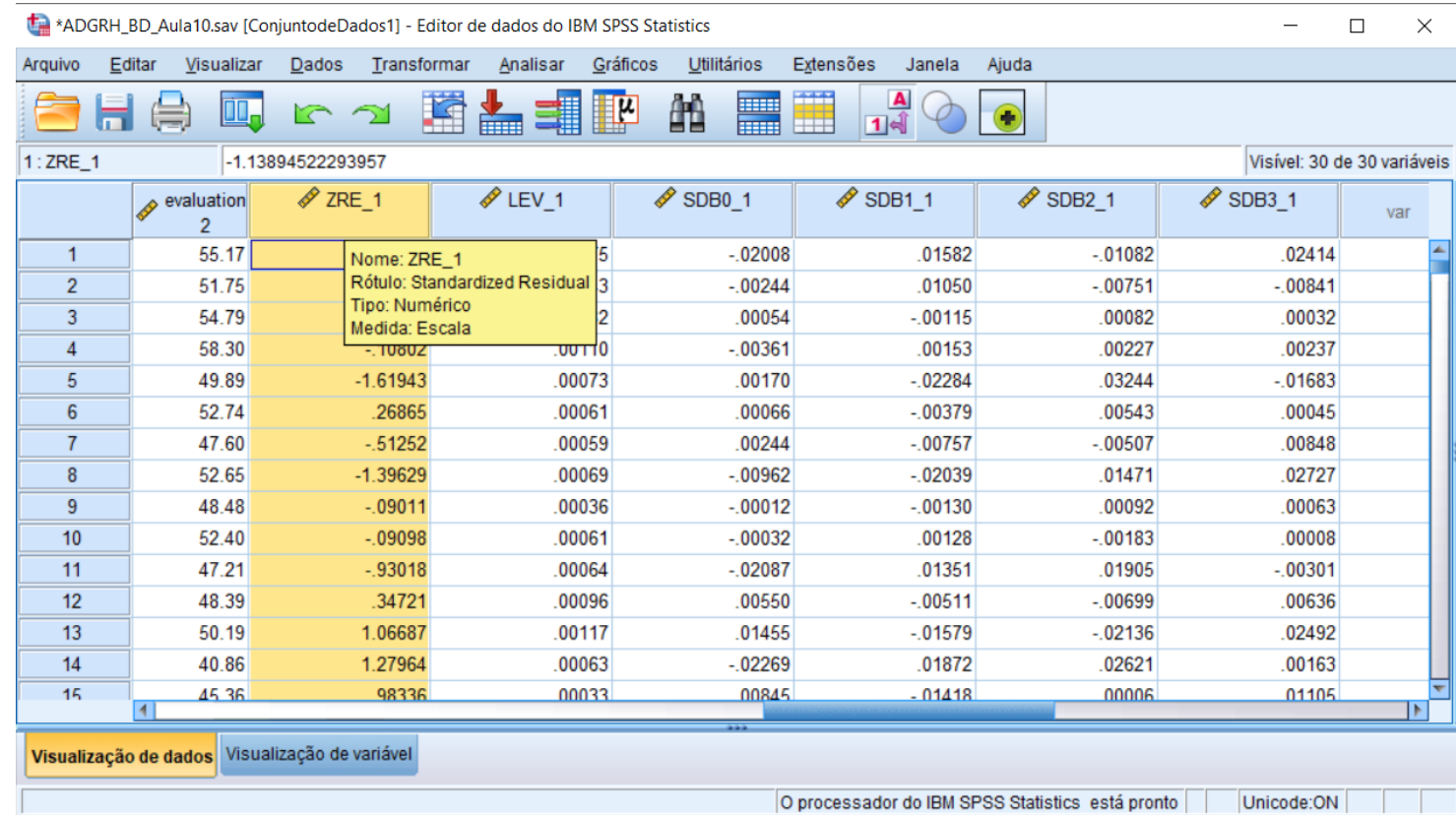
### *2. Avaliação do Pressuposto II: Normalidade da Distribuição dos Erros*

## **Validação do Modelo de Regressão Linear**

Avaliação do Pressuposto II:  
Normalidade da Distribuição dos Erros

# Normalidade da Distribuição dos Erros

- Para avaliarmos se os erros seguem uma distribuição normal, vamos usar a variável com os 'Resíduos Padronizados' da VD (ZRE\_1) que acabamos de criar.
- Vamos então criar usar um gráfico Q-Q para representar a distribuição dos resíduos padronizados



\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1: ZRE\_1 -1.13894522293957 Visível: 30 de 30 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1	var
1	55.17		5	-.02008	.01582	-.01082	.02414	
2	51.75		3	-.00244	.01050	-.00751	-.00841	
3	54.79		2	.00054	-.00115	.00082	.00032	
4	58.30	-.10802	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237	
5	49.89	-1.61943	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683	
6	52.74	.26865	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045	
7	47.60	-.51252	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848	
8	52.65	-1.39629	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727	
9	48.48	-.09011	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063	
10	52.40	-.09098	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008	
11	47.21	-.93018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301	
12	48.39	.34721	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636	
13	50.19	1.06687	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492	
14	40.86	1.27964	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163	
15	45.36	.98336	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105	

Nome: ZRE\_1  
Rótulo: Standardized Residual  
Tipo: Numérico  
Medida: Escala

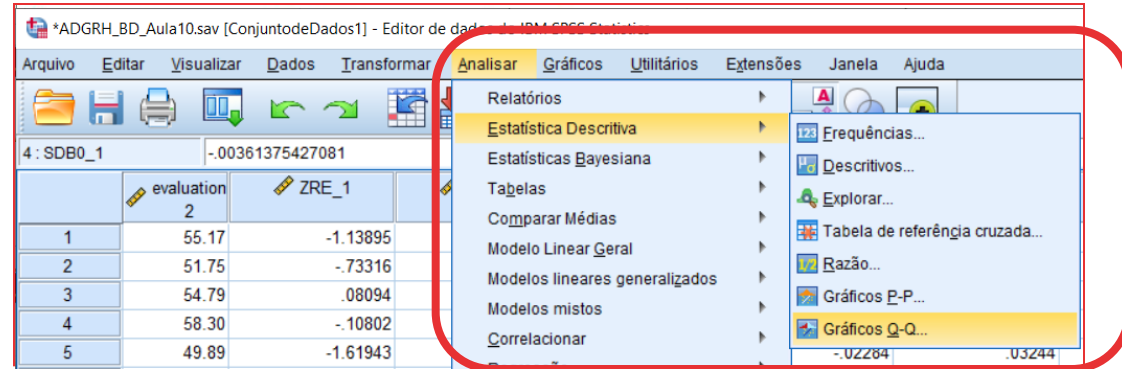
Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

# Normalidade da Distribuição dos Erros

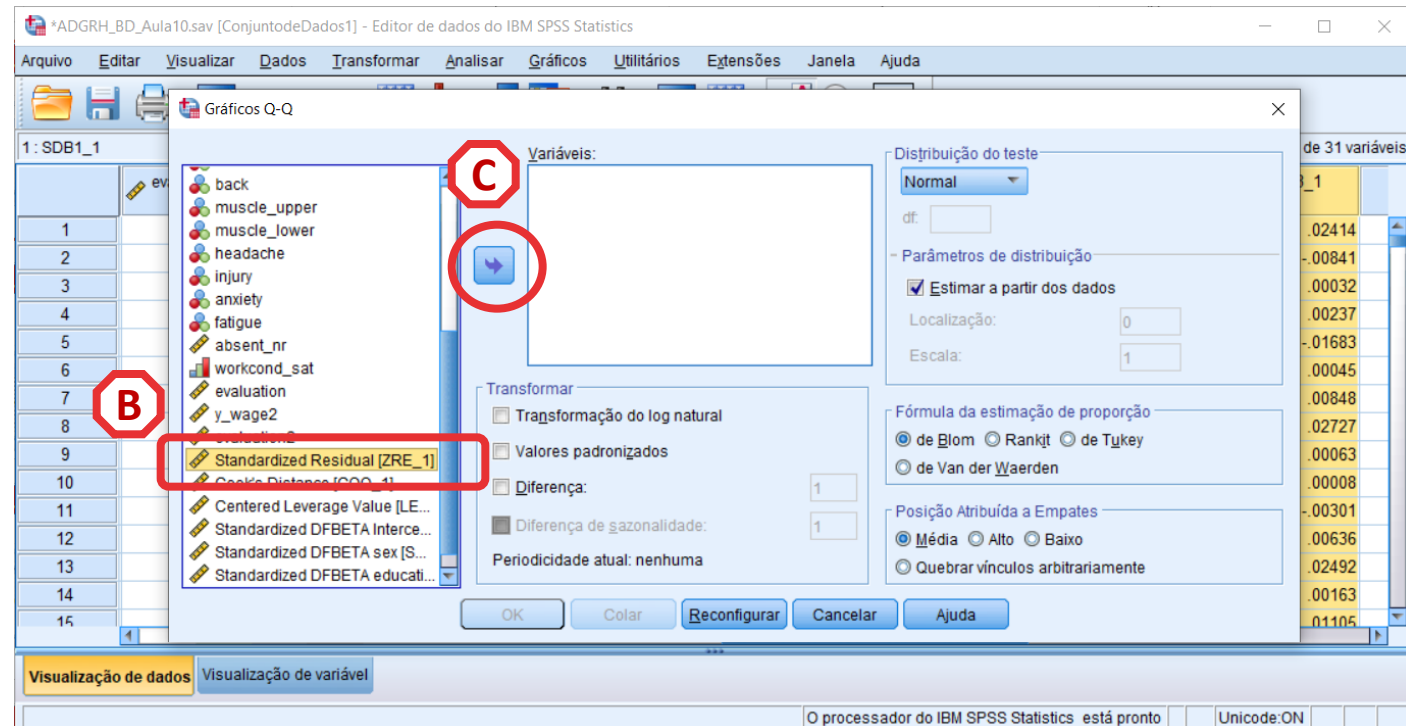
- Selecionar 'Analisar' / 'Estatística Descritiva' / 'Gráficos Q-Q'
- Selecionar a variável 'ZRE\_1'
- Colocar na caixa 'Variáveis'
- Selecionar 'OK'

A



A

B



C

B

D

# Normalidade da Distribuição dos Erros

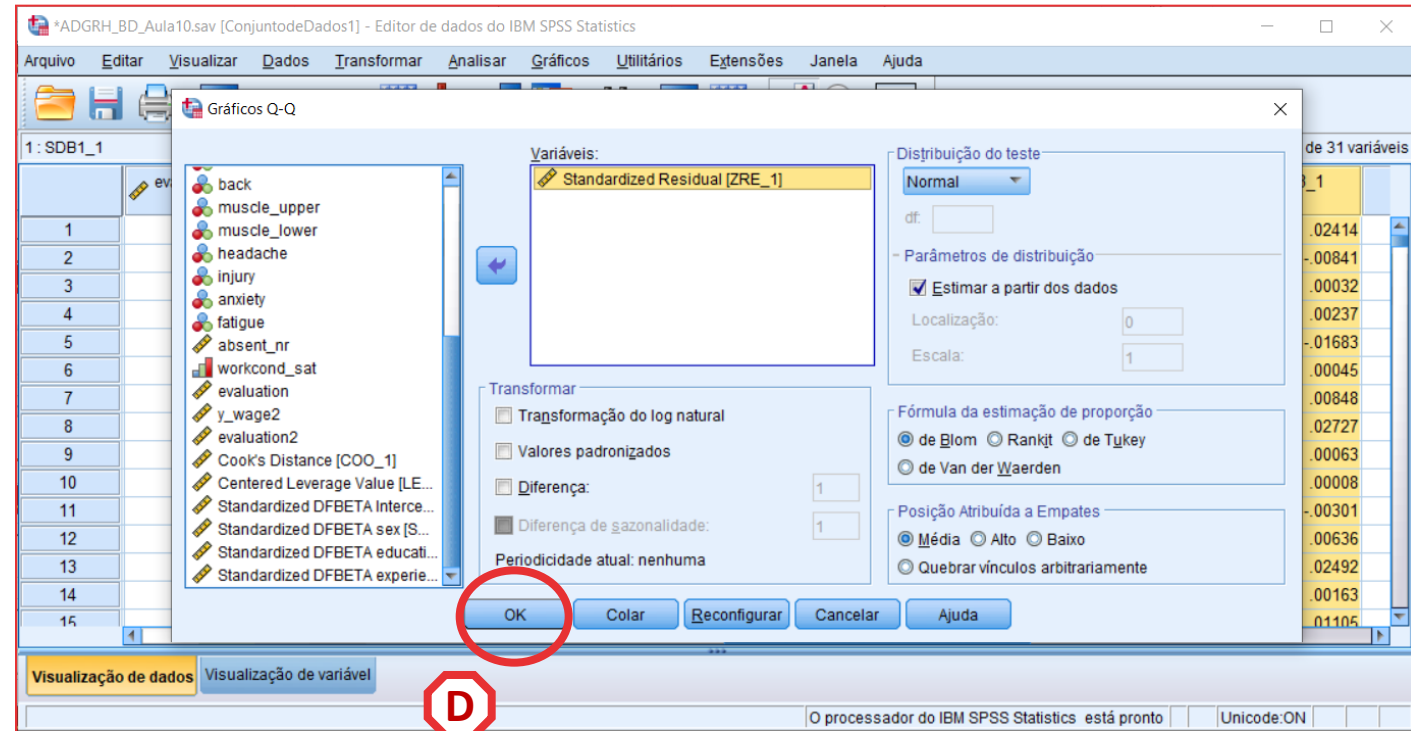
- Selecionar 'Analisar' / 'Estatística Descritiva' / 'Gráficos Q-Q'
- Selecionar a variável 'ZRE\_1'
- Colocar na caixa 'Variáveis'
- Selecionar 'OK'

A

B

C

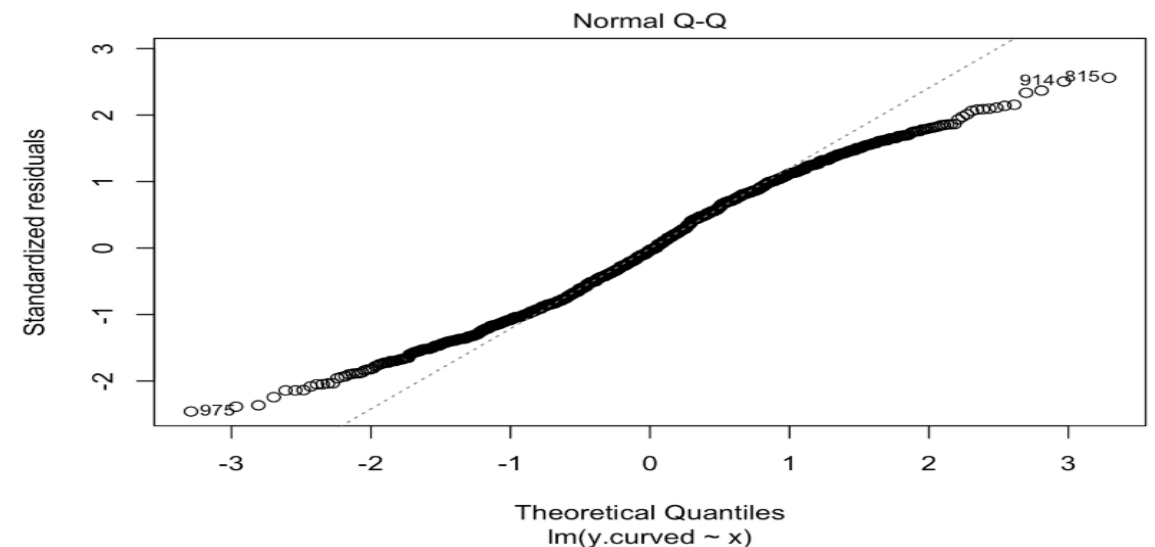
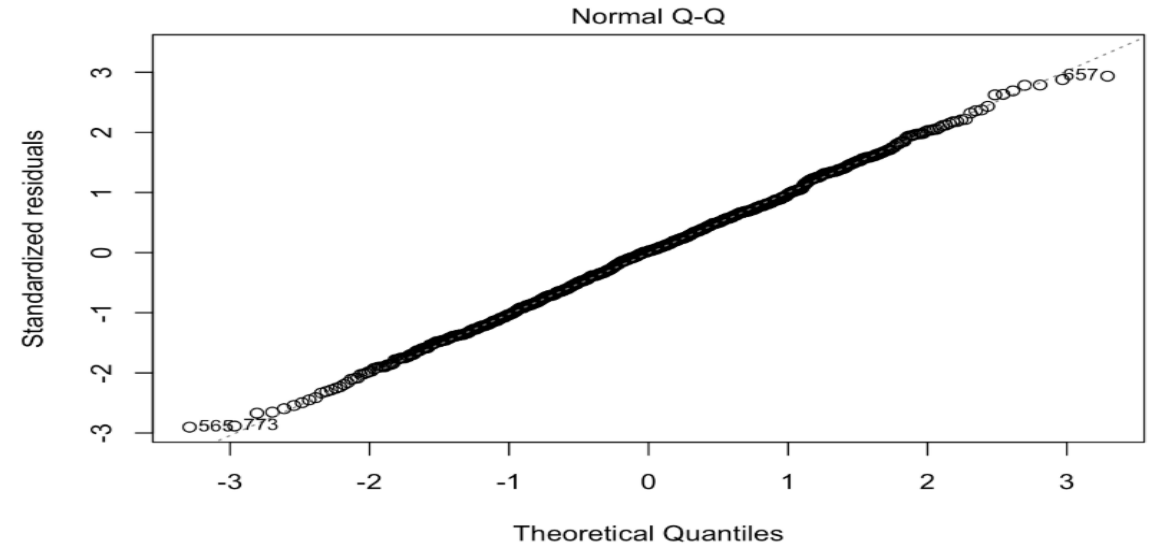
D





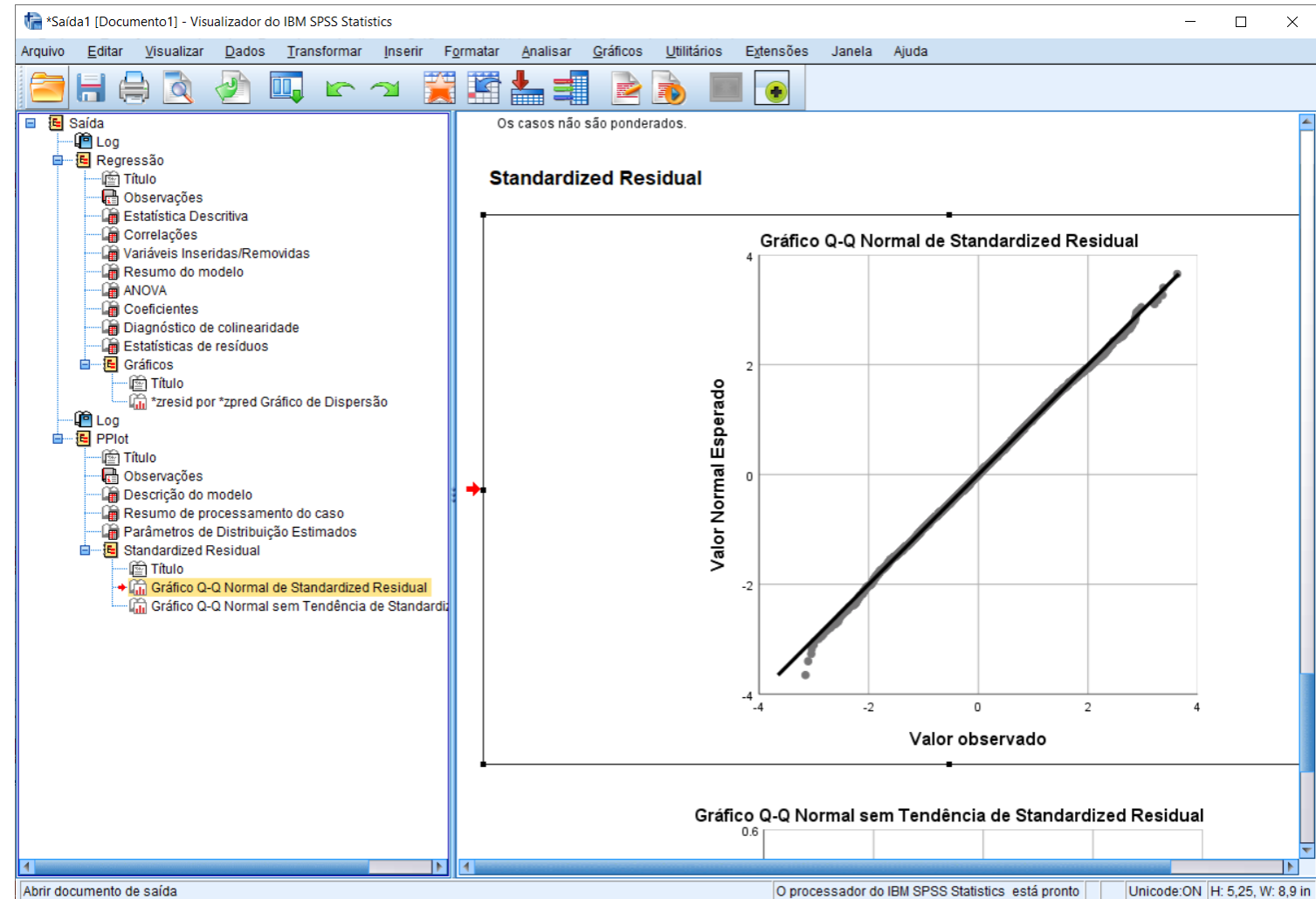
# Normalidade da Distribuição dos Erros

- Linha diagonal reflecte uma distribuição normal
- Os resíduos sobrepõe-se quase totalmente com a linha de diagonal
- Os resíduos parecem estar normalmente distribuídos
- Neste, caso os as caudas da distribuição dos resíduos afasta-se da diagonal, o que sugere que a distribuição dos erros pode não ser normal



# Normalidade da Distribuição dos Erros

- O gráfico é publicado no 'Visualizador de Resultados'
- Neste caso podemos concluir que os erros seguem uma distribuição normal!



## **Validação do Modelo de Regressão Linear**

Avaliação do Pressuposto III:  
Média Condicional Zero dos Erros

# Média Condicional Zero dos Erros

- Para avaliarmos se o termo de erro aleatório tem valor esperado igual a zero, vamos usar a variável com os 'Resíduos Padronizados' da VD (ZRE\_1) que acabamos de criar.
- Mas neste caso, vamos olhar para as estatísticas descritivas desta variável.

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1: ZRE\_1 -1.13894522293957 Visível: 30 de 30 variáveis

	evaluation 2	ZRE_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1	SDB3_1	var
1	55.17		5	-.02008	.01582	-.01082	.02414	
2	51.75		3	-.00244	.01050	-.00751	-.00841	
3	54.79		2	.00054	-.00115	.00082	.00032	
4	58.30	-.10802	.00110	-.00361	.00153	.00227	.00237	
5	49.89	-1.61943	.00073	.00170	-.02284	.03244	-.01683	
6	52.74	.26865	.00061	.00066	-.00379	.00543	.00045	
7	47.60	-.51252	.00059	.00244	-.00757	-.00507	.00848	
8	52.65	-1.39629	.00069	-.00962	-.02039	.01471	.02727	
9	48.48	-.09011	.00036	-.00012	-.00130	.00092	.00063	
10	52.40	-.09098	.00061	-.00032	.00128	-.00183	.00008	
11	47.21	-.93018	.00064	-.02087	.01351	.01905	-.00301	
12	48.39	.34721	.00096	.00550	-.00511	-.00699	.00636	
13	50.19	1.06687	.00117	.01455	-.01579	-.02136	.02492	
14	40.86	1.27964	.00063	-.02269	.01872	.02621	.00163	
15	45.36	.98336	.00033	.00845	-.01418	.00006	.01105	

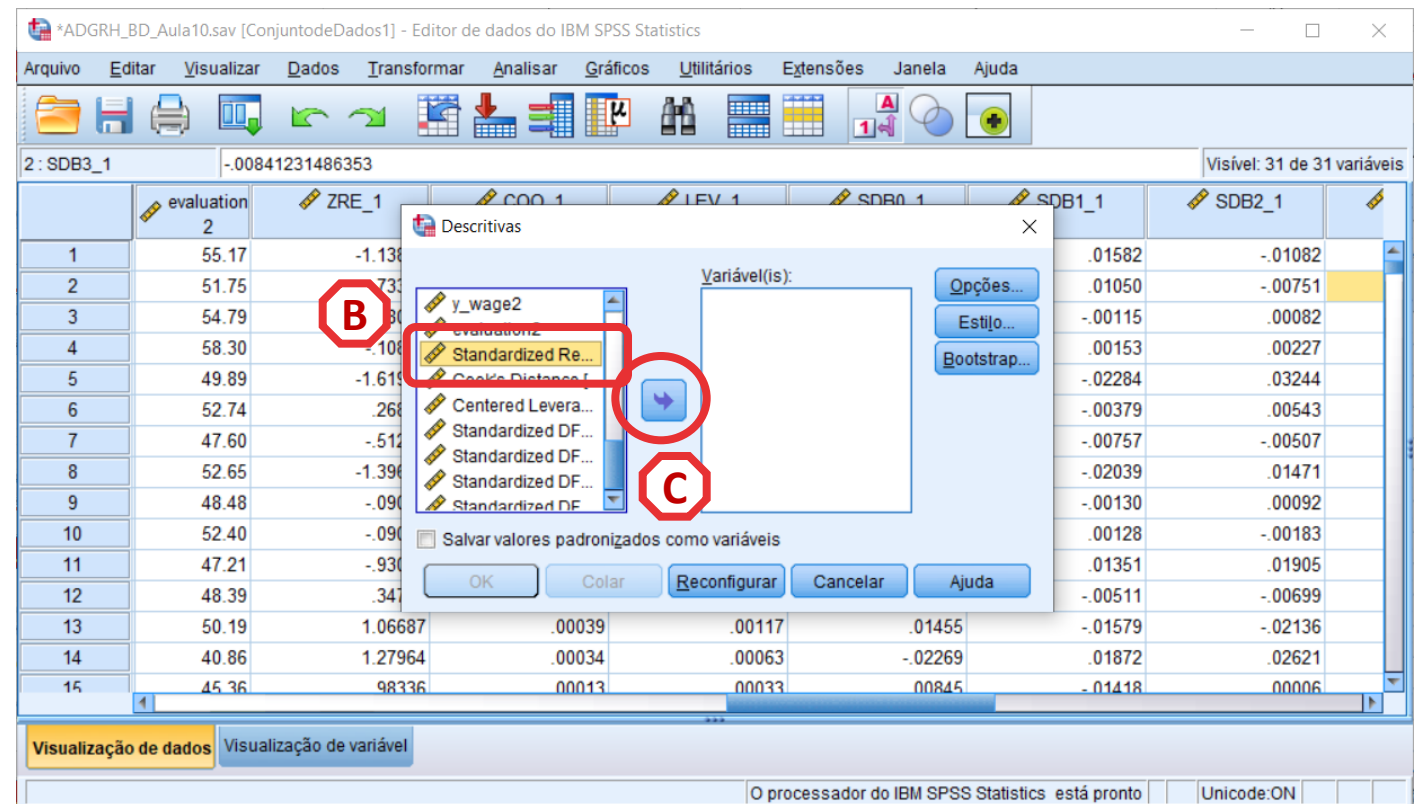
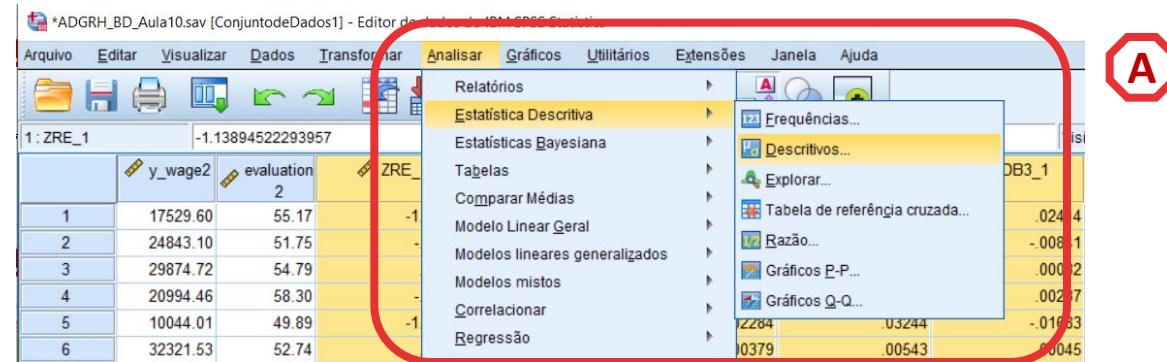
Nome: ZRE\_1  
Rótulo: Standardized Residual  
Tipo: Numérico  
Medida: Escala

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

# Média Condicional Zero dos Erros

- Selecionar 'Analisar' / 'Estatística Descritiva' / 'Descritivos'
- Selecionar a variável 'ZRE\_1'
- Colocar na caixa 'Variável(is)'
- Selecionar 'OK'



# Média Condicional Zero dos Erros

- Selecionar 'Analisar' / 'Estatística Descritiva' / 'Descritivos'
- Selecionar a variável 'ZRE\_1'
- Colocar na caixa 'Variável(is)'
- Selecionar 'OK'

A

B

C

D

\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

2: SDB3\_1 -.00841231486353 Visível: 31 de 31 variáveis

evaluation 2 ZRE\_1 COO\_1 LEV\_1 SDB0\_1 SDB1\_1 SDB2\_1

1 55.17 -1.138 .01582 -0.1082

2 51.75 -.733 .01050 -0.00751

3 54.79 .080 -.00115 .00082

4 58.30 -.108 .00153 .00227

5 49.89 -1.619 -.02284 .03244

6 52.74 .268 -.00379 .00543

7 47.60 -.512 -.00757 -.00507

8 52.65 -1.396 -.02039 .01471

9 48.48 -.090 -.00130 .00092

10 52.40 .00128 -.00183

11 47.21 .01351 .01905

12 48.39 .347 -.00511 -.00699

13 50.19 1.06687 .00039 .00117 .01455 -.01579 -.02136

14 40.86 1.27964 .00034 .00063 -.02269 .01872 .02621

15 45.36 98336 .00013 .00033 .00845 -.01418 .00006

Descriptivas

Variável(is): Standardized Resid...

OK Colar Reconfigurar Cancelar Ajuda

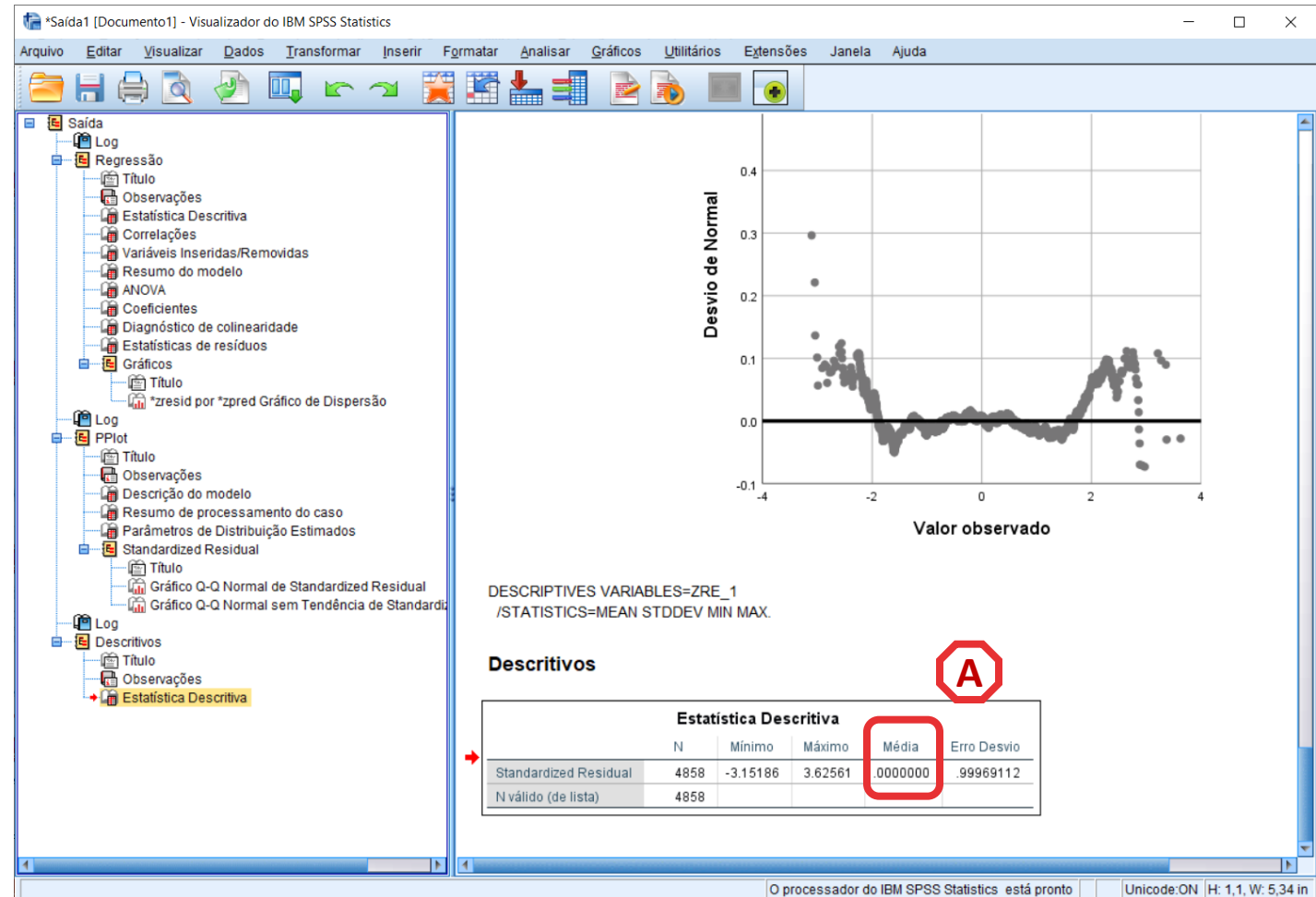
Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

# Média Condicional Zero dos Erros

- O gráfico é publicado no 'Visualizador de Resultados'
- Os 'Resíduos Padronizados' da VD (ZRE\_1) tem uma média muito próximo de 0,
- Neste caso podemos concluir que se cumpre o pressuposto da Média Condicional Zero dos Erros.

A



A

## **Validação do Modelo de Regressão Linear**

Avaliação do Pressuposto IV:  
Homocedasticidade



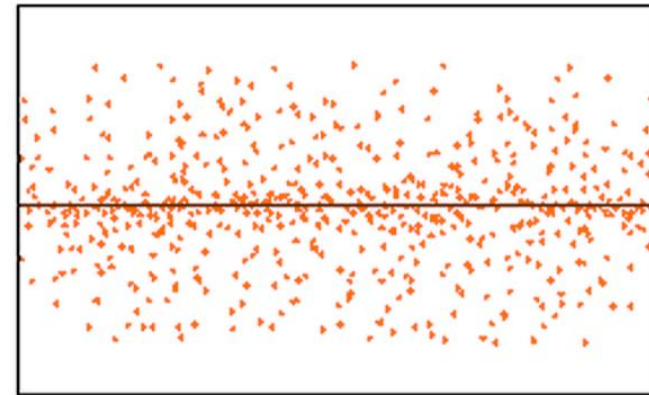
## Homocedasticidade (ou Igual Variância)

- A distribuição dos resíduos apresenta uma variância constante ao longo dos valores previstos da variável dependente. Não há indicação de variação não-constante.

- Neste, o valor dos resíduos aproxima-se de 0 para os valores mais baixos da predição, mas aumentam à medida que os valores previstos também aumenta.

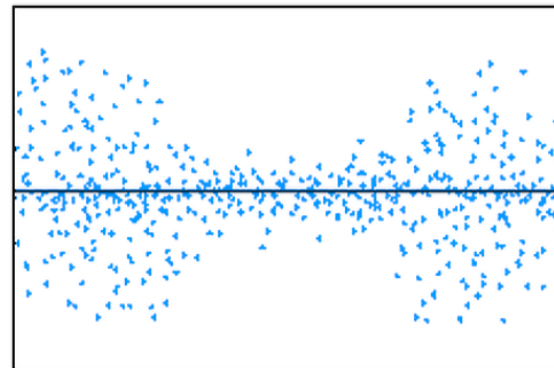
ou seja, a variação não é constante.

Homoscedasticity



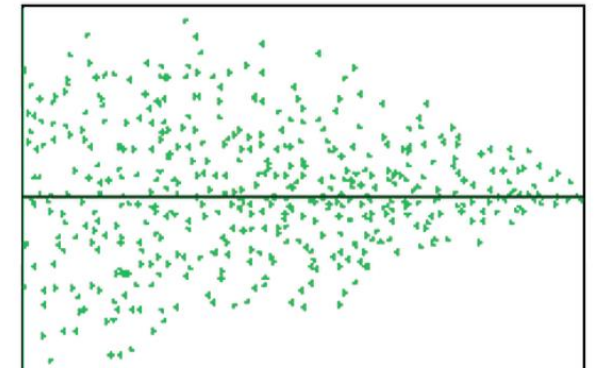
Random Cloud (No Discernible Pattern)

Heteroscedasticity



Bow Tie Shape (Pattern)

Heteroscedasticity



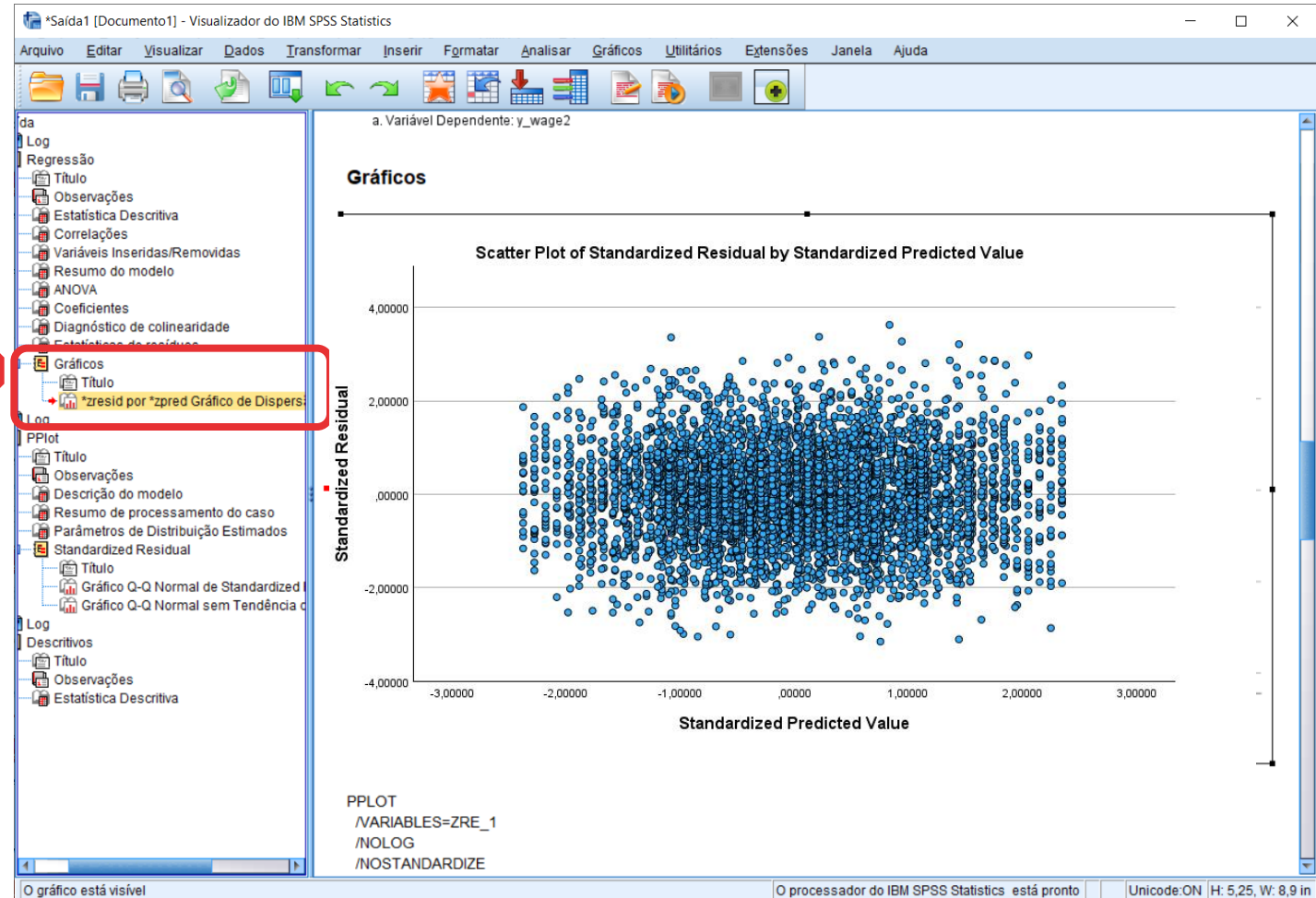
Fan Shape (Pattern)

## Homocedasticidade

- Para avaliar se se cumpre este pressuposto, temos de olhar para o Gráfico de Dispersão que compara a distribuição dos ‘Resíduos Padronizados’ com os ‘Valores Preditos Padronizados’ - que o SPSS produz automaticamente.
- Neste caso, a representação da distribuição parece sugerir que a variação dos resíduos é relativamente constante.
- Ou seja, cumpre-se o pressuposto da Homocedasticidade

A

A



## **Validação do Modelo de Regressão Linear**

Avaliação do Pressuposto V:  
Independência dos Erros

# Independência dos Erros

- Para avaliar se se cumpre este pressuposto, temos de olhar para o resultado do teste Durbin-Watson - que pedimos ao SPSS para produzir.

- Interpretação:

= 2 -> Erros são independentes

> 2 / < 2 -> Erros não são independentes

- Neste caso aqui apresentado os erros são independentes



The screenshot shows the SPSS Statistics output window for a regression model. The 'Resumo do modelo' table is highlighted with a red box, and a red octagonal icon with the letter 'A' is placed next to it. The Durbin-Watson value is 2.024, which is very close to 2, indicating independent errors.

Modelo	R	R quadrado	R quadrado ajustado	Erro padrão da estimativa	Durbin-Watson
1	.415 <sup>a</sup>	.172	.172	7402.32530	2.024

a. Preditores: (Constante), experience, sex, education  
b. Variável Dependente: y\_wage2

Modelo	Soma dos Quadrados	df	Quadrado Médio	Z	Sig.	
1	Regressão	5.527E+10	3	1.842E+10	336.203	.000 <sup>b</sup>
	Resíduo	2.660E+11	4854	54794419.89		
	Total	3.212E+11	4857			

a. Variável Dependente: y\_wage2  
b. Preditores: (Constante), experience, sex, education

Modelo		Coeficientes não padronizados		Coeficientes padronizados		t	Sig.	Estatísticas de colinearidade	
		B	Erro Erro	Beta				Tolerância	VIF
1	(Constante)	23814.432	451.902			52.698	.000		
	sex	-4072.228	212.441	-.250		-19.169	.000	1.000	1.000

# Independência dos Erros

- Na nossa base de dados contudo, o pressuposto não é assegurado

teste Durbin-Watson <2

Variáveis Inseridas/Removidas<sup>a</sup>

Modelo	Variáveis inseridas	Variáveis removidas	Método
1	education2, sex=Female, experience <sup>b</sup>	.	Inserir

a. Variável Dependente: y\_wage2

b. Todas as variáveis solicitadas inseridas.

Resumo do modelo<sup>b</sup>

Modelo	R	R quadrado	R quadrado ajustado	Erro padrão da estimativa	Durbin-Watson
1	,415 <sup>a</sup>	,172	,172	7402,32530	,528

a. Preditores: (Constante), education2, sex=Female, experience

b. Variável Dependente: y\_wage2

ANOVA<sup>a</sup>

Modelo		Soma dos Quadrados	df	Quadrado Médio	F	Sig.
1	Regressão	55266216704	3	18422072235	336,203	<,001 <sup>b</sup>
	Resíduo	2,660E+11	4854	54794419,887		
	Total	3,212E+11	4857			

a. Variável Dependente: y\_wage2

## Validação do Modelo de Regressão Linear

Avaliação do Pressuposto VI:  
Ausência de Multicolinearidade Perfeita

## Ausência de Multicolinearidade Perfeita

- Quando há fortes relações lineares entre os preditores numa regressão, a precisão dos coeficientes de regressão diminui em comparação com o que teria sido se os preditores não se correlacionassem entre si
- Um valor de  $VIF > 3$  sugere a existência de colinearidade no modelo
- Um valor de  $VIF > 10$  sugere a existência de colinearidade séria
- Deve repensar-se as variáveis a incluir no modelo

## Ausência de Multicolinearidade

- Para testarmos este pressuposto, temos de olhar para a Tabela de Coeficientes - que o SPSS produz automaticamente.

- Interpretação

VIF > 3 -> presença de colinearidade

- Neste caso, não se identifica a presença de colinearidade...
- Portanto, cumpre-se o pressuposto da ausência de Multicolinearidade

The screenshot displays the IBM SPSS Statistics interface with the following components:

- Summary:** Total = 3.212E+11, 4857 observations.
- Model:** a. Variável Dependente: y\_wage2; b. Preditores: (Constante), experience, sex, education.
- Table 1: Coeficientes<sup>a</sup>**

Modelo		Coeficientes não padronizados		Coeficientes padronizados		t	Sig.	Estatísticas de colinearidade	
		B	Erro Erro	Beta				Tolerância	VIF
1	(Constante)	23814.432	451.902			52.698	.000		
	sex	-4072.228	212.441	-.250		-19.169	.000	1.000	1.000
	education	1388.801	75.323	.241		18.438	.000	.999	1.001
	experience	331.517	18.584	.233		17.839	.000	.999	1.001

a. Variável Dependente: y\_wage2

- Table 2: Diagnóstico de colinearidade<sup>a</sup>**

Modelo	Dimensão	Autovalor	Índice de condição	Proporções de variância			
				(Constante)	sex	education	experience
1	1	3.612	1.000	.00	.01	.01	.01
	2	.211	4.139	.00	.01	.30	.68
	3	.138	5.115	.02	.35	.48	.18
	4	.039	9.654	.98	.63	.21	.13

a. Variável Dependente: y\_wage2

- Table 3: Estatísticas de resíduos<sup>a</sup>**

	Mínimo	Máximo	Média	Erro Desvio	N
Valor previsto	17390.2930	33316.5391	25405.6559	3373.22893	4858
Erro Valor previsto	-2.376	2.345	.000	1.000	4858
Erro padrão do valor previsto	150.030	280.674	209.876	32.697	4858
Valor previsto ajustado	17370.3906	33336.3047	25405.6766	3373.23731	4858



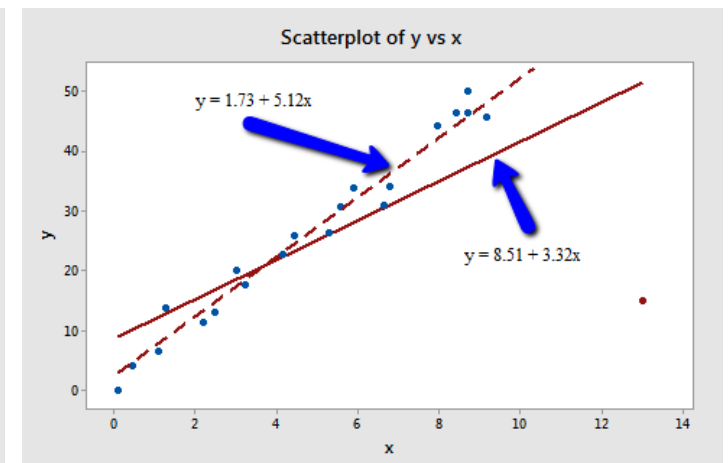
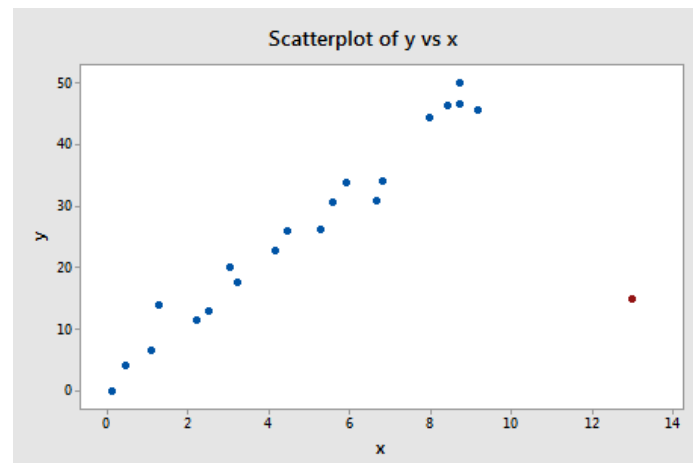
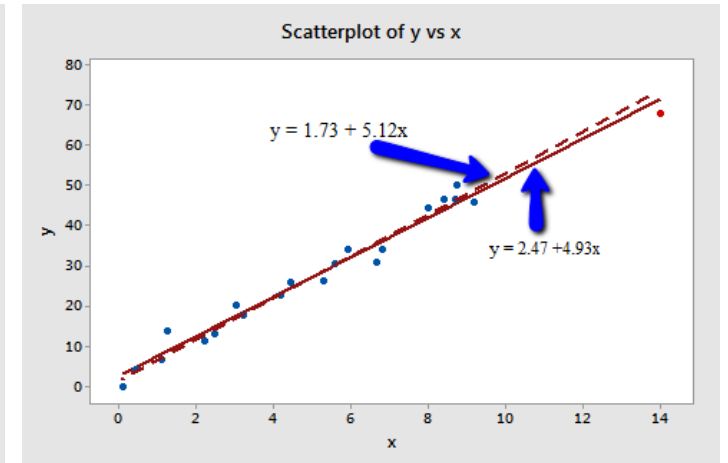
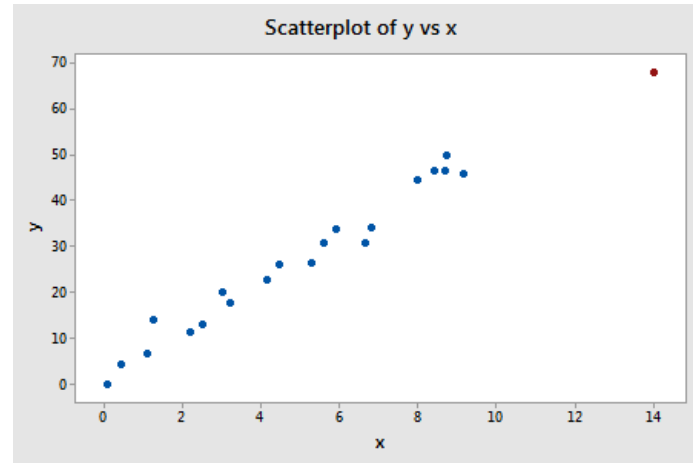


## **Validação do Modelo de Regressão Linear**

Avaliação do Pressuposto VII:  
Ausência de Observações Influentes

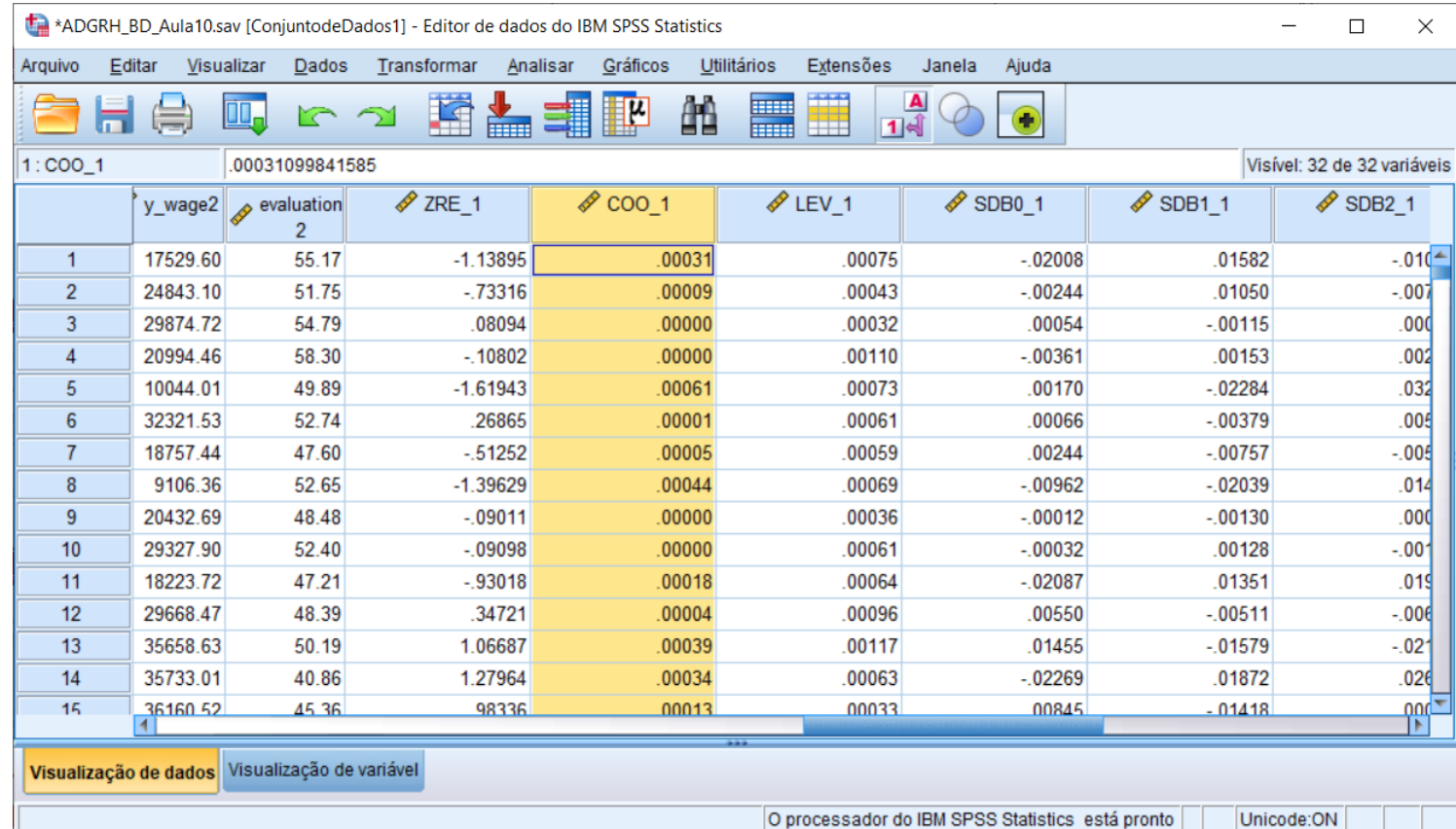
## Ausência de Observações Influentes

- A existência de 'Outliers' (valores extremos) não é um problema em si.
- Mas torna-se um problema quando os Outlier têm influência sobre os resultados do modelo
- Nos painéis de baixo, o Outlier é uma 'Observação Influyente'



# Ausência de Observações Influentes

- Para testarmos a presença de observações influentes vamos usar a variável com os 'Distância de Cook' (COO\_1) que acabamos de criar.



\*ADGRH\_BD\_Aula10.sav [ConjuntodeDados1] - Editor de dados do IBM SPSS Statistics

Arquivo Editar Visualizar Dados Transformar Analisar Gráficos Utilitários Extensões Janela Ajuda

1: COO\_1 .00031099841585 Visível: 32 de 32 variáveis

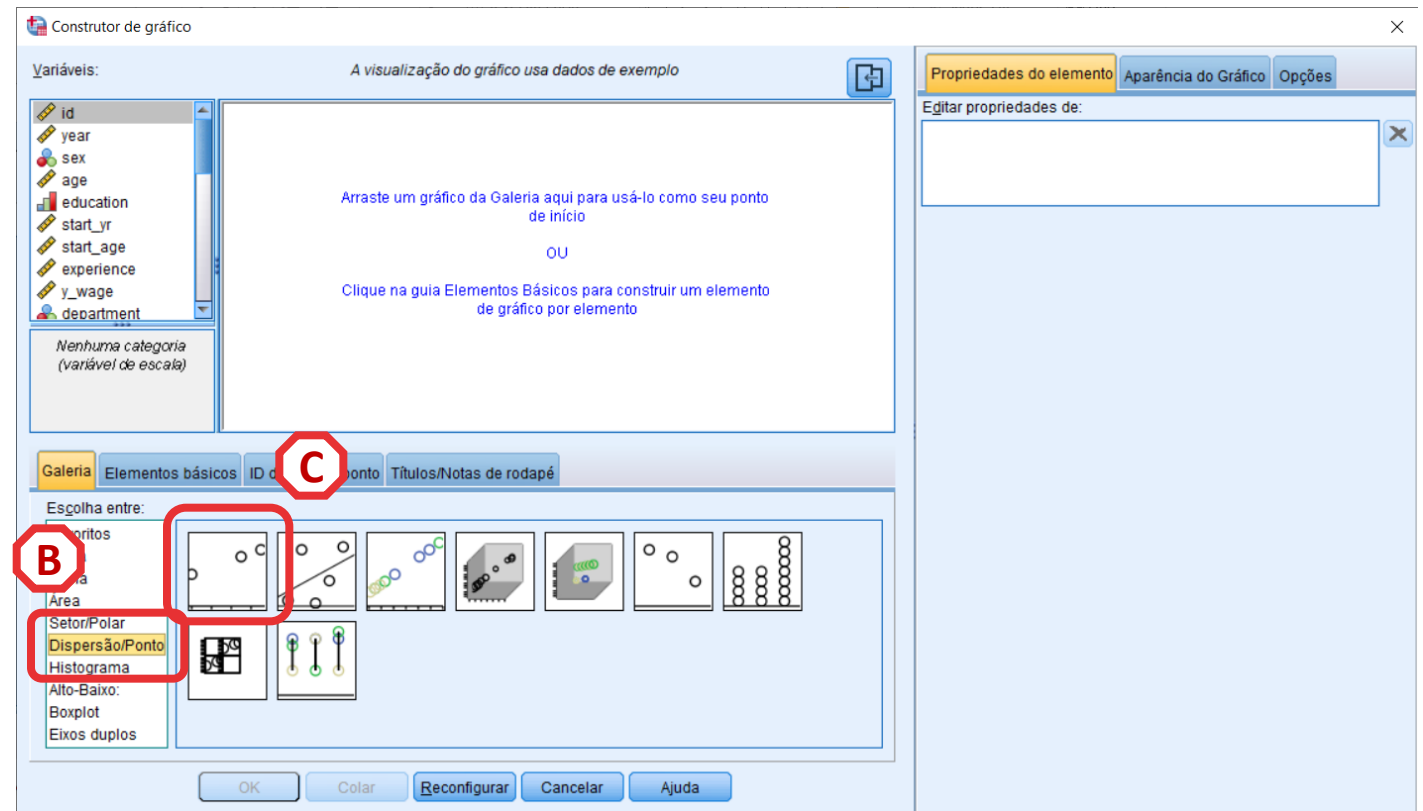
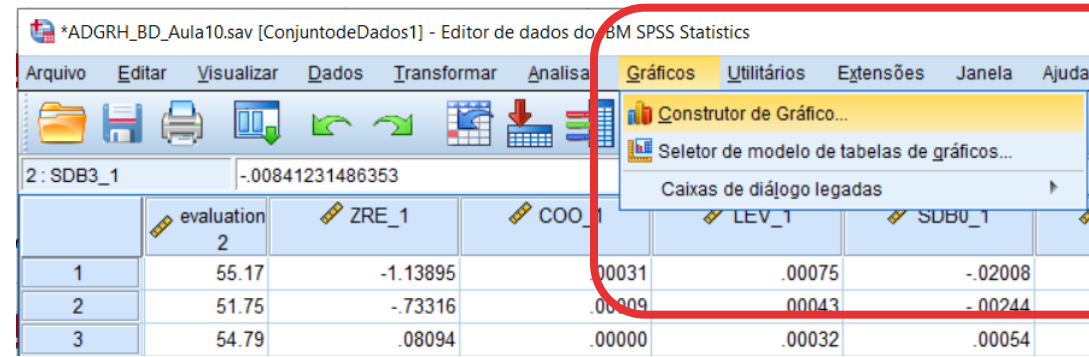
	y_wage2	evaluation 2	ZRE_1	COO_1	LEV_1	SDB0_1	SDB1_1	SDB2_1
1	17529.60	55.17	-1.13895	.00031	.00075	-.02008	.01582	-.010
2	24843.10	51.75	-.73316	.00009	.00043	-.00244	.01050	-.007
3	29874.72	54.79	.08094	.00000	.00032	.00054	-.00115	.000
4	20994.46	58.30	-.10802	.00000	.00110	-.00361	.00153	.002
5	10044.01	49.89	-1.61943	.00061	.00073	.00170	-.02284	.032
6	32321.53	52.74	.26865	.00001	.00061	.00066	-.00379	.005
7	18757.44	47.60	-.51252	.00005	.00059	.00244	-.00757	-.005
8	9106.36	52.65	-1.39629	.00044	.00069	-.00962	-.02039	.014
9	20432.69	48.48	-.09011	.00000	.00036	-.00012	-.00130	.000
10	29327.90	52.40	-.09098	.00000	.00061	-.00032	.00128	-.001
11	18223.72	47.21	-.93018	.00018	.00064	-.02087	.01351	.019
12	29668.47	48.39	.34721	.00004	.00096	.00550	-.00511	-.006
13	35658.63	50.19	1.06687	.00039	.00117	.01455	-.01579	-.021
14	35733.01	40.86	1.27964	.00034	.00063	-.02269	.01872	.026
15	36160.52	45.36	.98336	.00013	.00033	.00845	-.01418	.000

Visualização de dados Visualização de variável

O processador do IBM SPSS Statistics está pronto Unicode:ON

# Ausência de Observações Influentes

- Selecionar 'Gráficos' / 'Construtor de Gráfico' A
- Selecionar 'DispersãoPontos' B
- Selecionar 'Dispersão (Simples)' C



# Ausência de Observações Influentes

- Selecionar 'Gráficos' / 'Construtor de Gráfico'
- Selecionar 'DispersãoPontos'
- Selecionar 'Dispersão (Simples)'
- Selecionar Variável 'id'
- Colocar no eixo 'x'

A

B

C

D

E

Construtor de gráfico

A visualização do gráfico usa dados de exemplo

Variáveis:

- id
- year
- sex
- age
- education
- start\_yr
- start\_age
- experience
- y\_wage
- department

Nenhuma categoria (variável de escala)

Gráfico Disperso Simples

Eixo Y?

Eixo X?

Galeria | Elementos básicos | ID de grupos/ponto | Títulos/Notas de rodapé

Escolha entre:

- Favoritos
- Barra
- Linha
- Área
- Setor/Polar
- Dispersão/Ponto
- Histograma
- Alto-Baixo:
- Boxplot
- Eixos duplos

Propriedades do elemento | Aparência do Gráfico | Opções

Editar propriedades de:

Ponto1

X-Eixo1 (Ponto1)

Y-Eixo1 (Ponto1)

Título 1

Estatísticas

Variável:

Estatística:

Valor

Configurar parâmetros...

Exibir barra de erros

Representação de Barras de Erros

- Intervalos de confiança
- Nível (%): 95
- Erro padrão
- Multiplicador: 2
- Desvio padrão
- Multiplicador: 2

Empilhar valores idênticos

Exibir linhas de projeção verticais entre pontos

Linhas de Ajuste Lineares

- Total
- Subgrupos

OK | Colar | Reconfigurar | Cancelar | Ajuda

# Ausência de Observações Influentes

- Selecionar 'Gráficos' / 'Construtor de Gráfico' **A**
- Selecionar 'DispersãoPontos' **B**
- Selecionar 'Dispersão (Simples)' **C**
- Selecionar Variável 'id' **D**
- Colocar no eixo 'x' **E**
- Selecionar Variável 'Cooks Distance' **F**
- Colocar no eixo 'y' **G**

# Ausência de Observações Influentes

- Selecionar 'ID de grupos/ponto'
- Selecionar 'Rótulo da ID do Ponto'
- Selecionar Variável 'id'
- Colocar na caixa 'Variável do rótulo do ponto'
- Selecionar 'OK'







## Reportar os resultados do estudo dos pressupostos [adaptar]

Foram realizados uma série de análises para averiguar a adequabilidade do modelo de regressão linear para o estudo destas relações, a maior parte dos pressupostos assumidos com a aplicação deste técnica foram validados. Em primeiro lugar, analisou-se graficamente a linearidade das relações entre as variáveis independentes (experiência e desempenho) com a variável dependente, tendo sido possível observar relações tendencialmente lineares, especialmente entre desempenho e rendimento (Figura x). Apurou-se também a ausência de multicolinearidade entre as variáveis independentes e de controlo com recurso às medidas VIF ( $<3$ ).

Posteriormente, analisou-se a distribuição dos resíduos do modelo, observando-se uma distribuição normal, com um média em torno do valor zero, e com uma variância relativamente constante ao longo dos valores previstos do modelo (Figura x). Apurou-se ainda a existência de observações influentes com a Distância de Cook, admitindo os valores acima de  $0,008 (4/N)$  como indicadores de observações influentes, não tendo sido detetados casos potencialmente problemáticos à estimação do modelo..Os resultados do teste Durbin-Watson, contudo sugerem autocorreção significativa nos resíduos ( $D-W < 2$ ), sugerindo reserva na interpretação dos resultados do modelo.

## **Exercício em autonomia**

Repetir o exercício com o modelo da aula passada, incluído a experience no modelo.