

Tópicos de Resolução

1.

(a) Valor ótimo: $z^* = 500 \times 4 + 600 \times 2 = 3200$ é o lucro total obtido com a venda do azeite.

Solução ótima: $x^* = (4, 2, 0, 1, 0)$,

$x_1^* = 4$ vender no mercado interno 4Mt de azeite; $x_2^* = 2$ vender no mercado externo 2Mt de azeite,

$x_3^* = |6 - 6| = 0$ é produzido o máximo possível (6 Mt),

$x_4^* = |2 - 3| = 1$ o valor máximo de venda no mercado externo (3Mt) não é atingido, ainda fica uma margem de 1Mt,

$x_5^* = |16 - 16| = 0$ a despesa total iguala o valor máximo permitido (16000).

(b)

i. Analisar a variação do termo independente da restrição R1, sem alterar a estratégia ótima. Nestas condições, o termo independente $b_1 = 6$ pode aumentar 2 e diminuir 1, logo $\Delta b_1 \in [-1, 2]$. Uma vez que o seu preço sombra é de 400, $y_1^* = 400$, o impacto do aumento máximo, $\Delta b_1 = 2$, é de $\Delta z^* = y_1^* \times \Delta b_1 = 400 \times 2 = 800$. Contudo, há que considerar o custo de 300 por Mt, pelo que o valor da f.o. apenas aumentará $800 - 2 \times 300 = 200$ u.m..

ii. Analisar a variação do termo independente da restrição R3, sem alterar a estratégia ótima. Nestas condições, o termo independente $b_3 = 16$ pode aumentar 2 e diminuir 4, logo $\Delta b_3 \in [-4, 2]$. Uma vez que o seu preço sombra é de 50, $y_3^* = 50$, o impacto do aumento máximo, $\Delta b_3 = 2$, é de $\Delta z^* = y_3^* \times \Delta b_3 = 50 \times 2 = 100$. Portanto, o valor da f.o. aumentará 100u.m.

R: Assim, a melhor decisão será a opção (i) e aumentar a produção da quantidade total de azeite o máximo possível que é de 2Mt.

(c) Adição de uma nova variável x_N que indica a quantidade de azeite, em Mt, a vender no novo mercado. Os seus coeficientes serão 1 na R1, 0 na R2 e 5 na R3. Pretende-se determinar o seu coeficiente c_N na f.o.. A restrição do dual associada a x_N é $y_1^* + 5y_3^* \geq c_N$. Temos $y_1^* = 400$ e $y_3^* = 50$, resultando $400 + 5 \times 50 = 650$. Se pretendermos vender neste novo mercado terá de ser $c_N \geq 650$. Portanto, o preço de venda deste azeite teria de ser igual ou superior a 650u.m..

(d)

i. Trata-se de um problema de transportes equilibrado (Oferta $(3+1+2=6)$ = Procura $(1,5+1,5+1,5=6)$).

Se definirmos as variáveis x_{ij} que indicam a quantidade, em Mt, de azeite a transportar entre a unidade de produção i , com $i=1,2,3$, sendo $i=1$ =Vila Real, $i=2$ =Guarda, $i=3$ =Beringel, e o armazém A_j , com $j=1,2,3,4$, uma solução admissível pode ser $x_{11} = 1,5$; $x_{12} = 1,5$; $x_{23} = 1$; $x_{33} = 0,5$; e $x_{34} = 1,5$; restantes variáveis x_{ij} têm valor zero. O custo deste plano de transportes é $z = 10 \times 1,5 + 3 \times 1,5 + 6 \times 1 + 3 \times 0,5 + 4 \times 1,5 = 15 + 4,5 + 6 + 1,5 + 6 = 33$.

ii. Usando as variáveis x_{ij} definidas na alínea anterior, a formulação em PL deste problema é

$\min Z = 10x_{11} + 3x_{12} + 5x_{13} + 7x_{14} + 8x_{21} + 10x_{22} + 6x_{23} + 3x_{24} + 5x_{31} + 6x_{32} + 3x_{33} + 4x_{34}$
sujeito a

$$\sum_{j=1}^4 x_{1j} = 3; \quad \sum_{j=1}^4 x_{2j} = 1$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{3j} = 2; \quad \sum_{i=1}^3 x_{ij} = 1,5; \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4.$$

2.

- (a) A solução associada a este quadro é $x = (0,1,0,0,9,8)$ e trata-se de uma solução básica admissível não ótima porque na linha z existem coeficientes < 0 .

- (b) CE: $\min\{-3\} = -3 \rightarrow x_1$; CS: $\min\{\frac{9}{3}\} = 3 \rightarrow x_5$

Obteremos a solução $x^* = (3,10,0,0,0,8)$ com valor $z^* = 13$. Trata-se de uma solução básica admissível que é a solução ótima, porque na linha de z todos os coeficientes são ≥ 0 .

VB	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	TI
z	1	-3	0	7	2	0	0	4
x_2	0	-3	1	2	3	0	0	1
x_5	0	3	0	-3	-1	1	0	9
x_6	0	0	0	2	3	0	1	8

z	1	0	0	4	1	1	0	13
x_2	0	0	1	-1	2	1	0	10
x_1	0	1	0	-1	-1/3	1/3	0	3
x_6	0	0	0	2	3	0	1	8

- (c) Que o problema não tem solução ótima uma vez que é ilimitado.

3.

- (a) $y_3 \leq y_2$; $x_2 \leq M y_2$; $x_3 \leq M y_3$, sendo M uma constante suficientemente grande

- (b) $y_1 = y_2$; $x_1 \leq M y_1$, $x_2 \leq M y_2$, sendo M uma constante suficientemente grande

- (c) sendo M uma constante suficientemente grande:

$$y_1 + y_3 = 1, \quad x_1 + 2x_2 \leq 12 + M y_3, \quad 3x_2 + x_3 \leq 16 + M y_1, \quad x_1 \leq M y_1, \quad x_3 \leq M y_3.$$

4. (a)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	de	para	solução	custo	Vértice	"sai-entra"		
2	a	b	2		a	=SUMIF(\$A\$2:\$A\$10;F2;\$C\$2:\$C\$10)-SUMIF(\$B\$2:\$B\$10;F2;\$C\$2:\$C\$10)	1	
3	a	c	4		b	cópia	0	
4	b	d	4		c	cópia	0	
5	b	e	3		d	cópia	0	
6	b	c	1		e	cópia	0	
7	c	e	1		f	cópia	-1	
8	d	f	2					
9	e	d	3					
10	e	f	1					
11								
12			Custo Total	=SUMPRODUCT(C2:C10;D2:D10)				
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								

Solver Parameters

Set Objective:

To: ☒ Max ☐ Min ☐ Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Buttons: Add, Change, Delete, Reset All, Load/Save, Options

- (b) O caminho (a,b,d,f) define a solução $x_{ab} = 1, x_{bd} = 1, x_{df} = 1$, restantes variáveis com valor zero, com valor $z = 2 + 4 + 2 = 8$.

- (c) Usando o algoritmo de PRIM, com $n - 1 = 5$ iterações, poderemos verificar que o custo de reconstrução é de $2+1+1+1+2=7$ e as ligações que devem ser reconstruídas em primeiro lugar são (a,b), (b,c), (c,e), (e,f) e (f,d).

Iteração	Vértices na árvore	Vértice adjacente, não na árvore, a < custo	Custo da ligação	Aresta para a árvore
1	a	b	2	(a,b)
2	a b	c c	4 1 <- mín	(b,c)
3	a b c	- e e	- 3 1 <- mín	(c,e)
4	b c e	d - f	4 - 1	(e,f)
5	b e f	d d d	4 3 2 <- mín	(f,d)