

Notas: - Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efetuados.

- Responda a todas as questões utilizando metodologias lecionadas em Investigação Operacional

1. Uma ONG pretende realizar um estudo sobre a pobreza em Lisboa. Foi desenhado um questionário que deve ser preenchido por 1000 famílias desfavorecidas. Para efeitos de seleção das famílias a inquirir, a cidade foi dividida em três zonas, A, B e C, e ficou decidido que no máximo 800 questionários devem ser feitos a famílias das zonas A e B, e pelo menos 200 a famílias das zonas B e C. Uma única equipa técnica deverá visitar as 1000 famílias. Estima-se que o tempo médio necessário para inquirir uma família da zona A é 20 minutos, da zona B 40 minutos e da zona C 60. O orçamento para a realização do estudo é 3000 u.m., tendo sido estimado um custo de 5 u.m. por questionário na zona A, 3 se for na zona B e 2 na zona C. Para determinar quantas famílias de cada zona selecionar de modo a minimizar o tempo gasto pela equipa técnica, foi formulado o problema de PL seguinte:

$$\text{Min } Z = 20x_A + 40x_B + 60x_C$$

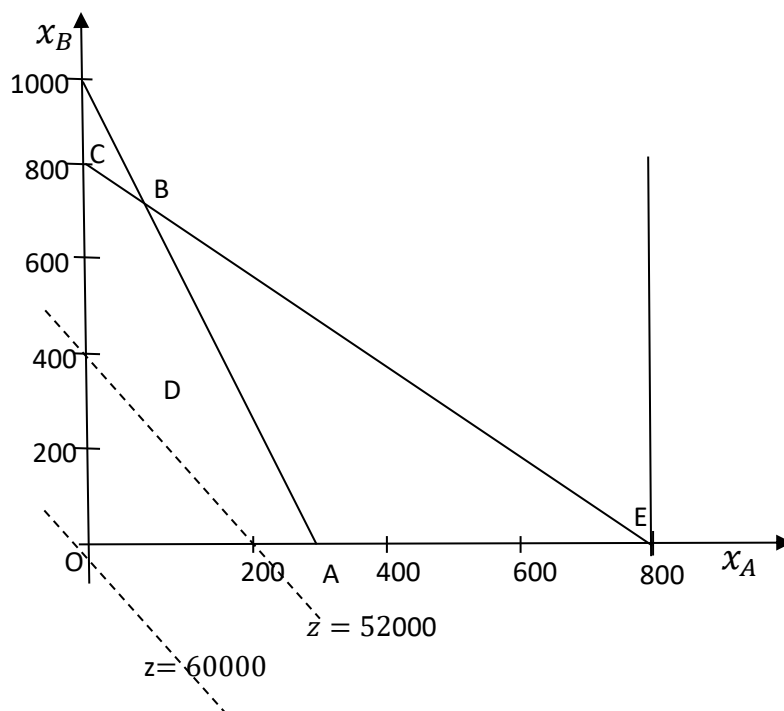
s.a:

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 1000 \\ x_A + x_B \leq 800 \\ x_B + x_C \geq 200 \\ 5x_A + 3x_B + 2x_C \leq 3000 \\ x_A, x_B, x_C \geq 0 \end{cases}$$

onde x_j representa o número de questionários a realizar na zona j ($j = A, B, C$). A solução obtida pelo Solver/Excel encontra-se em anexo.

- a) (2,0) Apresente e explique a solução (variáveis de decisão e de desvio) obtida à direção da ONG.
 - b) (1,5) Escreva o dual.
 - c) (1,5) Interprete o valor do primeiro, do terceiro e do quarto preço sombra.
 - d) (2,0) Quais as consequências no tempo gasto pela equipa técnica e no número de questionários a fazer em cada zona se o tempo necessário para fazer um questionário na zona B passar a ser de 30 minutos apenas?
 - e) (2,0) Quantifique, se possível, a variação do orçamento necessário para reduzir em 600 minutos o tempo gasto pela equipa técnica.
 - f) (2,0) Dado o interesse de que se revestem as zonas B e C um patrocinador pode oferecer 500 u.m. de orçamento adicional na condição de nestas zonas serem feitos pelo menos 950 questionários. Altere o modelo inicial para incluir esta possibilidade.
2. A equipa técnica que fará os questionários é composta por um técnico principal e dois auxiliares que serão, temporariamente, retirados de outras equipas, designadas por I, II, III e IV. Para minimizar o transtorno desta situação na organização habitual das equipas, foi estimado o prejuízo que resultaria dessas ausências nas equipas habituais. Mais concretamente, a equipa I apenas pode oferecer um dos auxiliares, tendo nesse caso um prejuízo de 15; da equipa II pode sair um técnico principal com um prejuízo de 25; da equipa III podem sair dois elementos, com um prejuízo de 20 se for o técnico principal e de 10 por cada auxiliar; por fim a equipa IV também pode fornecer dois elementos, neste caso com prejuízo de 25 se for o técnico principal e de 5 por cada auxiliar.
- a) (2,0) Escreva a formulação de PL da variante do problema de transportes enunciada.
 - b) (1,0) Sabendo que a solução ótima apresenta um custo total mínimo de 30, classifique a solução que consiste em ir recrutar o técnico principal à equipa III e os dois técnicos auxiliares à equipa IV. Justifique a sua resposta.

3. (2,0) Na ausência de computador um aluno de IO do ISEG, voluntário da ONG, reparou que podia resolver graficamente o problema da questão 1. Utilizando a primeira restrição tomou $x_C = 1000 - x_A - x_B$, reescreveu o problema só nas variáveis x_A e x_B , e resolveu-o.



Na figura estão assinalados os pontos O: (0,0), A: (1000/3, 0), B: (100,700), C: (0,800), D: (150,300) e E: (800,0). A região admissível é o polígono [OABC].

Dos pontos assinalados, O, A, B, C, D, E, identifique: uma SBA ótima e outra não ótima, uma SNBA e uma SBNA.

4. Uma questão recorrente na ONG é como fazer chegar rapidamente a todas as equipas o material que chega à sede. O material pode ser entregue diretamente pela sede a uma equipa ou pode ser entregue a algumas das equipas para que entreguem a outras. No fundo, o que se pretende é saber qual a forma de distribuir o material no mínimo tempo total possível, ou seja, garantir que existe uma forma de passar o material entre qualquer par de equipas. O tempo gasto em distribuir o material: da sede S para as diversas equipas I, II, III, IV e V, e a passagem entre as equipas é dado pela seguinte matriz:

	S	I	II	III	IV	V
S	-	4	5	8	7	9
I	4	-	3	6	7	9
II	5	3	-	7	4	7
III	8	6	7	-	5	10
IV	7	7	4	5	-	2
V	9	9	7	10	2	-

- a) (0,5) Identifique o problema estudado que lhe permite responder à questão.
- b) (2,5) Determine uma solução ótima para o problema por um algoritmo estudado, calculando o tempo total.
- c) (1,0) Explique à ONG como deve organizar a distribuição do material.

Microsoft Excel 16.0 Answer Report

Objective

Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$E\$7	Tempo (min)	0	42000

Variable

Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$B\$8	Zona A	0	100	Contin
\$C\$8	Zona B	0	700	Contin
\$D\$8	Zona C	0	200	Contin

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$E\$3	Inquéritos	1000	\$E\$3=\$G\$3	Binding	0
\$E\$4	Máx zonas A e B	800	\$E\$4<=\$G\$4	Binding	0
\$E\$5	Mín zonas B e C	900	\$E\$5>=\$G\$5	Not Binding	700
\$E\$6	Orçamento	3000	\$E\$6<=\$G\$6	Binding	0

Microsoft Excel 16.0 Sensitivity Report

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$8	Zona A	100	0	20	20	20
\$C\$8	Zona B	700	0	40	6,667	20
\$D\$8	Zona C	200	0	60	1E+30	10

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$E\$3	Inquéritos	1000	80	1000	100	200
\$E\$4	Máx zonas A e B	800	-10	800	200	466,667
\$E\$5	Mín zonas B e C	900	0	200	700	1E+30
\$E\$6	Orçamento	3000	-10	3000	1400	200