

1. a) Devem realizar 100 inquéritos na zona A ($x_A^* = 100$), 700 na zona B ($x_B^* = 700$) e 200 na zona C ($x_C^* = 200$). É igualado o número máximo de questionários que se podem fazer nas zonas A e B ($x_4^* = 0$), são realizados mais 700 questionários do que o mínimo exigido nas zonas B e C ($x_5^* = 700$) e todo o orçamento disponível é gasto ($x_6^* = 0$).

b) Dual $\text{Max } W = 1000y_1 + 800y_2 + 200y_3 + 3000y_4$

$$\text{s.a:} \begin{cases} y_1 + y_2 + 5y_4 \leq 20 \\ y_1 + y_2 + y_3 + 3y_4 \leq 40 \\ y_1 + y_3 + 2y_4 \leq 60 \\ y_1 \text{ livre}; y_2, y_4 \leq 0, y_3 \geq 0 \end{cases}$$

c) $y_1 = 80$: por cada família que fosse possível entrevistar a mais (menos), compatível com o IS, o tempo total aumenta (diminui) 80 minutos; $y_3 = 0$: alterar o número de famílias mínimo a entrevistar nas zonas B e C, compatível com o IS, não provoca alterações no tempo total; $y_4 = -10$: por cada u.m. de orçamento disponível a mais (menos), compatível com o IS, o valor do tempo total diminui (aumenta) 10 minutos.

d) $\bar{c}_B = 30 \Rightarrow \Delta c_B = 30 - 40 = -10$ e $IS(\Delta c_B) = [-20; 6,6(6)]$. Como $\Delta c_B \in IS(\Delta c_B)$
 $\Delta z = \Delta c_B \times x_B = -10 \times 700 = -7000$ minutos.

Mantém o número de questionários em cada zona e o tempo total é reduzido em 7000 minutos.

e) $\Delta z = -600$; $IS(\Delta b_4) = [-200; 1400]$. Se $\Delta b_4 \in IS(\Delta b_4) \Rightarrow y_4 = -10$
 $\Delta z = y_4 \times \Delta b_4 \Leftrightarrow -600 = -10 \times \Delta b_4 \Leftrightarrow \Delta b_4 = 60$ que pertence ao IS.
 É necessário aumentar o orçamento em 60 u.m

f) Seja a variável binária $y = \begin{cases} 1 & \text{se } x_B + x_C \geq 950 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$. Devem ser incluídas no modelo as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} 5x_A + 3x_B + 2x_C &\leq 3000 + 500y \text{ em substituição da quarta restrição} \\ x_B + x_C &\geq 950y \\ y &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

2. a) x_{ij} número de elementos do tipo j ($j = 1\text{-TP}; 2\text{-Aux}$) a fornecer pela equipa i ($i = 1, 2, 3, 4$)

$$\text{Min } z = 15x_{12} + 25x_{21} + 20x_{31} + 10x_{32} + 25x_{41} + 5x_{42}$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} x_{12} \leq 1 \\ x_{21} \leq 1 \\ x_{31} + x_{32} \leq 2 \\ x_{41} + x_{42} \leq 2 \\ x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1 \\ x_{12} + x_{32} + x_{42} = 2 \\ x_{12}, x_{21}, x_{ij} \geq 0 \ i = 3, 4; j = 1, 2 \end{cases}$$

b) A solução $x_{31} = 1; x_{42} = 2$; ($x_{ij} = 0$ outros ij) tem valor $30 = 20 + 5 \times 2$ e é admissível, como coincide com o valor ótimo, é também ótima.

3. SBA ótima: B; SBA não ótima: O; SNBA: D e SBNA: E.

4. a) Trata-se do problema da árvore geradora mínima.

b)

it	$\in V_T$	$\notin V_T$ mais perto	Comprimento	Juntar a E_T
1	S	I	4	(S,I)
2	S	II	5	(I,II)
	I	II	3	
3	S	IV	7	(II,IV)
	I	III	6	
	II	IV	4	
4	S	III	8	(IV,V)
	I	III	6	
	II	III	7	
	IV	V	2	
5	S	III	8	(IV,III)
	I	III	6	
	II	III	7	
	IV	III	5	
	V	III	10	

Tempo total consumido pela ONG na distribuição: 18.

Arestas da árvore $E_T = \{(S, I); (I, II); (II, IV); (IV, V); (IV, III)\}$.

c) A sede deve enviar para a equipa I todo o material que chega. A equipa I retira o seu e envia o restante para II. Esta equipa deve recolher o seu material e entregar a IV o restante. Por sua vez, IV recebe o seu material e encarrega-se de entregar a V e a III os materiais respetivos destas equipas