33. Represente os seguintes projetos de atividades através de redes com atividades nos arcos.

(a) Atividades: A, B, C, D, E, F, G, H e I.
Relações de precedência: A precede D e E; B precede F; C precede G e H; D precede F; e F e G precedem I.

(b) Atividades: A, B, C, D, E e F.
Relações de precedência: A e B precedem C; A precede D; B precede E; e D precede F.

(c) Atividades: A, B, C, D, E, F, G, H e I.
Relações de precedência: C e D sucedem a A e B; E sucede a B; F e H sucedem a D e E; G sucede a C e F; e I sucede a G e H.

(d) Atividades: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O e P.
Relações de precedência: A, B e C são as primeiras tarefas do projeto podendo iniciar-se em simultâneo; D, E e F só podem começar depois de A terminar; I e G só se podem iniciar depois de concluídas B e D; H pode começar depois do fim de C e G; K e L sucedem a I; J sucede a E e H; M e N sucedem a F mas só podem começar depois de E e H estarem concluídas; O sucede a M e I; P sucede a J, L e O; e K, N e P são as tarefas finais do projeto.

34. Represente os seguintes projetos através de uma rede com atividades nos arcos.

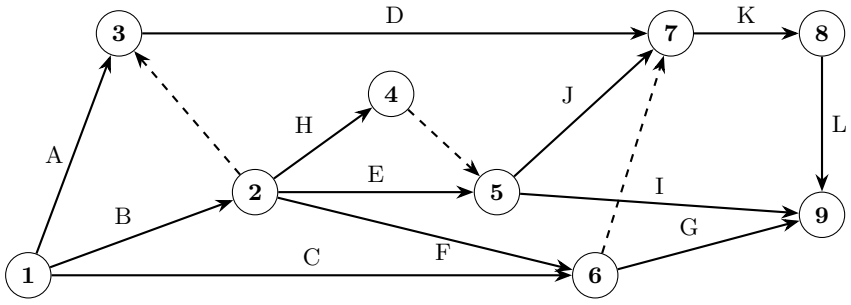
(a)

Atividade	A	B	C	D	E	F	G	H
Precedentes	-	-	-	-	A,C,D	A,C,D	A,C,D	E,F,G

(b)

Atividade	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Precedentes	-	A	A	C	C	C	D,E,F	G	H	H	I,J	K	L	L	B,M,N

35. Considere a representação de um dado projeto de atividades com nodos numerados de 1 a 9 e arcos com as atividades A a L.



(a) Para cada atividade diga quais as atividades que a precedem e que lhe sucedem.

(b) Diga quais são as novas precedências diretas resultantes de adicionar cada uma das seguintes atividades fictícias:
   i. (3,5);
   ii. (3,4);
   iii. (5,6);
   iv. (3,6);

(c) Indique como pode ser incorporada na rede a seguinte relação "D precede G".

36. Um aluno de Programação Matemática II quer fazer uma mousse de chocolate. Confrontado com a dificuldade deste trabalho, decide utilizar os seus conhecimentos sobre gestão de projetos para que tudo lhe saia da melhor forma. Assim, identificou as seguintes atividades:

P: partir ovos e separar as gemas das claras (5 minutos).

D: derreter uma barra de chocolate em banho maria (10 minutos).

B: bater as claras em castelo (6 minutos).

M: misturar as gemas com o chocolate derretido (3 minutos).

E: envolver as claras com a mistura de gemas e chocolate (4 minutos).

O chocolate deve ser derretido antes de ser misturado com as gemas. As claras devem ser batidas e as gemas devem ser misturadas com o chocolate depois de os ovos estarem partidos e antes de se envolver as claras com aquela mistura.

(a) Represente este projeto através de uma rede com atividades nos arcos.

(b) Determine o tempo mínimo necessário para confecionar a mousse.

(c) Será possível ao aluno realizar este difícil projeto naquele tempo mínimo sem recorrer à ajuda de um companheiro?

(d) Caso necessite da ajuda de um companheiro, como deverá ser repartido o trabalho de forma a não exceder o tempo mínimo determinado anteriormente?

37. Considere um projeto com 10 atividades. A duração (em dias) de cada atividade é a seguinte:

Atividade	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Duração	10	5	3	4	5	6	5	6	6	4

As relações de precedência são: A e B são as atividades iniciais; B precede C; A e C precedem D e E; E precede F; D precede G e H; H e F precedem I; G precede J; e I e J são as atividades finais do projeto.

(a) Represente o projeto através de uma rede de atividades.

(b) Determine a data mais cedo e a data mais tarde de cada vértice, bem como o caminho crítico e a duração mínima do projeto.

(c) Para cada tarefa, determine:

i. a data mais cedo de início;

ii. a data mais tarde de início;

iii. a data mais cedo de conclusão;

iv. a data mais tarde de conclusão;

v. a folga.

(d) Diga quais são as tarefas que se podem atrasar sem que a data de conclusão do projeto se atrase.

(e) Diga quais são as tarefas que se podem atrasar (dentro da respetiva folga) sem que a data de início das tarefas que se seguem sofra um atraso.

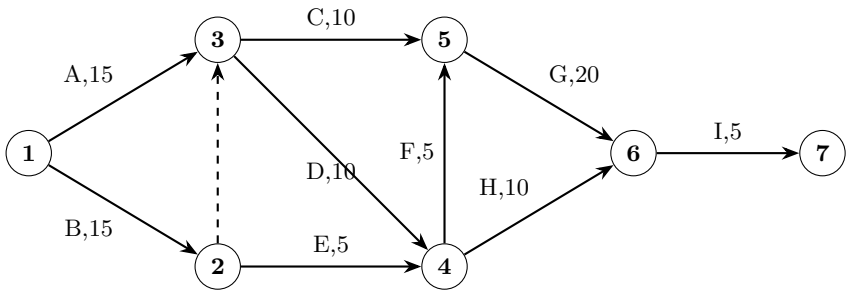
(f) Se a tarefa E demorasse 7 dias, a data de conclusão do projeto sofreria alteração?

(g) Se a tarefa B se atrasasse 1 dia, a data de conclusão do projeto sofreria alteração? E se o atraso fosse de 4 dias?

(h) Desenhe o cronograma associado ao projeto.

(i) Suponha que cada tarefa é executada por um trabalhador (não especializado). Qual é o número mínimo de trabalhadores necessários para concluir o projeto na data mais cedo possível?

38. Considere um projeto representado pela seguinte rede de atividades:



(a) Determine a duração mínima do projeto e identifique as atividades críticas assim como o(s) caminho(s) crítico(s).

(b) Verifique que todos os nodos têm folga nula.

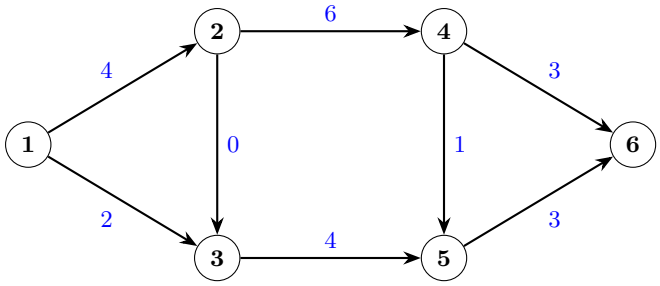
(c) Por razões que têm a ver com a dificuldade em conseguir mão de obra especializada é possível que a atividade C venha a sofrer um atraso de 5 unidades de tempo. Quais são as consequências deste atraso?

(d) Comente as seguintes afirmações:

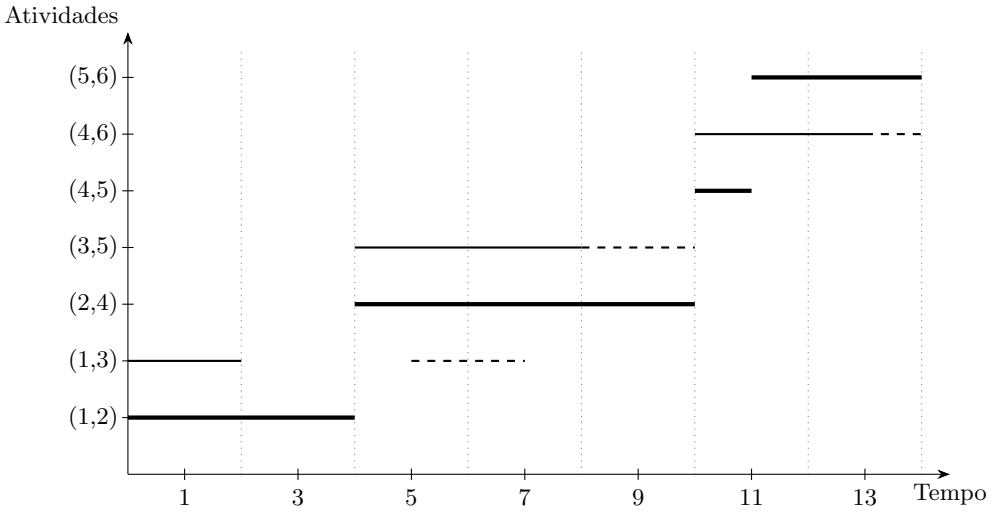
i. "Independentemente das durações das atividades, a atividade I seria sempre uma atividade crítica."

ii. "Como todos os nodos têm folga nula, era inevitável que houvesse pelo menos dois caminhos críticos."

39. Assuma que um grafo é uma rede de atividades correspondente a um projeto, sendo a atividade (2,3) uma atividade fictícia (duração 0) e as restantes com durações especificadas.



Considere a execução baseada no cronograma de atividades.

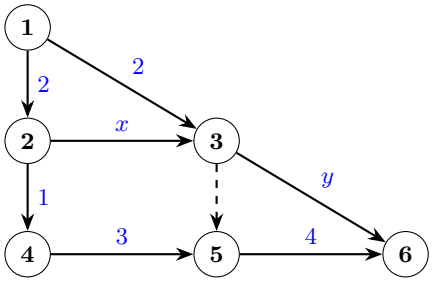


(a) Baseando-se apenas no cronograma, responda às seguintes questões, justificando:
   i. Qual o tempo mínimo necessário para executar o projeto?
   ii. Qual o caminho crítico?
   iii. O atraso de um dia na tarefa (2,4) tem algum efeito na duração mínima do projeto?
   iv. O atraso de 2 dias na tarefa (3,5) tem algum impacto na data mais cedo de conclusão do projeto?

(b) Considere agora também a rede associada ao projeto.
   i. Que impacto terá um atraso de 3 dias na tarefa (1,3)?
   ii. Indique as precedências diretas da atividade (3,5).
   iii. Chegou-se à conclusão que a tarefa (3,5) tem que ser efetuada após a realização da tarefa (2,4). Como introduziria esta nova precedência na rede apresentada?
   iv. E como alteraria a rede caso a tarefa (3,5) tivesse de ser realizada antes da tarefa (2,4)?

40. Construa um exemplo que mostre que numa rede de atividades, um caminho que utiliza apenas nodos com folga nula não é necessariamente um caminho crítico.

41. Considere a seguinte rede associada a um projeto.

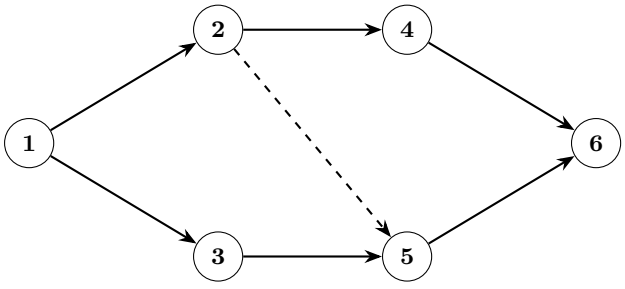


As durações das atividades $(2,3)$ e $(3,6)$ são desconhecidas, sendo o seu valor representado pelas variáveis x e y, respetivamente.

(a) Indique as atividades que precedem diretamente a atividade (5,6).

(b) Determine os valores de x e de y para os quais o caminho $((1,2),(2,3),(3,6))$ é crítico.

42. Considere a seguinte rede de atividades associada a um projeto que tem de estar concluído dentro de 13 semanas:

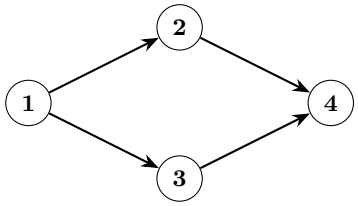


Pretende-se fazer uma análise de custos para determinar a duração a atribuir a cada atividade de forma que o projeto possa estar concluído dentro do prazo. A informação relevante consta da seguinte tabela:

	Duração (em semanas)		Custo (u.m.)	
Atividade	normal	acelerada	normal	acelerado
(1,2)	6	4	42	62
(1,3)	2	1	18	33
(2,4)	4	2	54	80
(3,5)	5	3	36	58
(4,6)	7	4	59	95
(5,6)	9	6	63	87

Formule o problema em programação linear.

43. Considere um projeto representado pela rede de atividades seguinte, que tem de estar concluído dentro de 12 unidades de tempo.



A informação relativa à duração normal e acelerada das atividades, bem como os respetivos custos consta da seguinte tabela:

	Duração (em u.t.)		Custo (em u.m.)	
Atividade	normal	acelerada	normal	acelerado
(1,2)	8	5	25	40
(1,3)	9	7	20	30
(2,4)	6	4	16	24
(3,4)	7	4	27	45

(a) Considere apenas a sequência de atividades, $\{(1,2),(2,4)\}$.

i. Formule em programação linear o problema que consiste em determinar a duração a atribuir a cada uma daquelas atividades de forma que seja mínimo o custo de realizar aquela sequência dentro das 12 unidades de tempo.

ii. Resolva graficamente o problema que obteve.

(b) Formule em programação linear o problema que consiste em determinar a duração a atribuir a cada uma das 4 atividades do projeto de forma que o mesmo possa estar finalizado dentro das 12 unidades de tempo.

44. Um produtor de espetáculos fez um contrato com um grupo famoso de Rock para atuar em Lisboa no próximo ano. Para a realização do concerto várias atividades têm que ser realizadas de modo a que tudo esteja pronto na data de realização do concerto. A informação sobre as atividades encontra-se na tabela seguinte.

Atividade	Descrição	Precedências	Duração (dias)
A	Verificar as condições da sala de espetáculos escolhida	—	4
B	Contratar engenheiros de som e de luz	—	3
C	Contratar grupo de abertura	A	4
D	Publicitar o espetáculo	C	3
E	Pôr bilhetes à venda	A	5
F	Preparar a sala em termos de som e luz	A, B	6
G	Preparar transporte e alojamento dos grupos	C	4
H	Ensaios de luz e som	F, G	5
I	Detalhes de última hora e ensaio	H	2

(a) Qual o prazo mínimo para a realização destas atividades?

(b) Indique as datas mais cedo e mais tarde de início e fim assim como a folga das atividades.

(c) Se algum dos engenheiros de som contratados faltar durante 3 dias a preparação da sala (atividade F) vai demorar mais dois dias do que o previsto. Qual o impacto no prazo mínimo de realização do projeto?

(d) O produtor pretende saber se é possível reduzir a duração deste projeto para 16 dias reduzindo a duração de algumas das atividades. Na tabela seguinte encontram-se os custos totais de redução das atividades bem como as durações mínimas das mesmas.

Atividade	Duração Mínima	Custo total de Redução
A	3	450
B	2	500
C	4	—
D	2	750
E	3	2000
F	4	900
G	3	200
H	5	—
I	1	400

Formule o problema em programação linear e resolva-o com o *solver*.

45. Da análise de um projeto pelo PERT resultou o seguinte quadro sobre a duração, em dias, das suas atividades:

Atividade	**Duração mais provável** (m_{ij})	**Duração otimista** (a_{ij})	**Duração pessimista** (b_{ij})
(1,2)	10	5	30
(2,3)	12	10	14
(2,4)	2	1	3
(2,5)	8	4	12
(3,6)	20	10	42
(3,4)	15	12	18
(4,6)	6	4	8
(4,7)	20	16	24
(5,7)	12	10	17
(5,9)	6	4	11
(6,8)	16	10	43
(7,8)	5	2	8
(8,10)	4	3	5
(9,10)	4	3	5
(10,11)	8	7	9

(a) Calcule a duração média do caminho crítico e a sua variância.

(b) Qual a probabilidade de que seja respeitada uma duração de 80 dias para completar o projeto?

(c) Qual a probabilidade do caminho (1,2,3,4,7,8,10,11) ter duração menor ou igual a 80 dias? Comente o resultado obtido comparando-o com o obtido na alínea b).

(d) Suponha que é diretor deste projeto. Justifique em que tempo se me comprometia a concluí-lo?

46. Bill Fredlund, presidente da *Lincoln Log Construction*, está a considerar apresentar uma proposta para um projeto de construção. O Bill determinou que seria necessário realizar cinco tarefas para executar o projeto. Utilizando o PERT, o Bill obteve as estimativas apresentadas na tabela seguinte para a duração destas tarefas. São também apresentadas as relações de precedência entre as tarefas.

	Tempo Necessário			
Tarefa	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	**Precedentes**
A	3 semanas	4 semanas	5 semanas	—
B	2 semanas	2 semanas	2 semanas	A
C	3 semanas	5 semanas	6 semanas	B
D	1 semana	3 semanas	5 semanas	A
E	2 semanas	3 semanas	5 semanas	B, D

Existe uma penalização de 500 mil dólares se o projeto não for concluído em 11 semanas. Assim, o Bill está muito interessado em saber qual a probabilidade de a sua empresa conseguir terminar o projeto a tempo.

(a) Construa a rede de atividades para este projeto.

(b) Determine a estimativa da média e da variância da duração de cada atividade.

(c) Determine o caminho crítico.

(d) Determine a probabilidade aproximada de concluir o projeto no prazo de 11 semanas.

(e) O Bill concluiu que a proposta que teria de fazer para ter uma probabilidade realista de ganhar o contrato daria à *Lincoln Log Construction* um lucro de cerca de 250 mil dólares se o projeto for concluído em 11 semanas. No entanto, devido à penalização por incumprimento desse prazo, a sua empresa perderia cerca de 250 mil dólares se o projeto demorar mais de 11 semanas. Por conseguinte, ele quer submeter a proposta apenas se tiver pelo menos 50% de probabilidade de cumprir o prazo. Como o aconselharia?