

**NOTA: Justifique todas as respostas e apresente todos os cálculos efetuados.**

1. Considere a função real de variável real definida por  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} \ln(2-x)}{x+1}$ .

a) Apresente o seu domínio,  $D_f$ , sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos;

Se não resolveu a alínea anterior, para as alíneas seguintes considere  $A = ]2,10] \setminus \{-5,5\}$  em vez de  $D_f$ .

b) i) Indique o conjunto dos majorantes e o dos minorantes de  $D_f$ , bem como os valores de  $\sup(D_f)$ ,  $\inf(D_f)$ ,  $\max(D_f)$  e  $\min(D_f)$ , caso existam;

ii)  $D_f$  é limitado?

iii) Determine o interior, a fronteira e a aderência de  $D_f$ .

2. Estude a convergência da seguinte série numérica e, se for convergente, calcule a sua soma,

$$\sum_{n=2}^{+\infty} 3 \frac{2^n}{5^n}.$$

3. Considere a função real de variável real definida por  $f(x) = (x + 1)e^x$ .

a) Determine

i) O domínio de  $f$ , os intervalos de monotonia e os extremantes da função (caso existam, classifique-os);

ii) As concavidades e os pontos de inflexão (caso existam);

b) Escreva o polinómio de Taylor de ordem 3, para a função  $f$ , em torno de  $x = 0$ ;

c) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$ .

4. Calcule uma primitiva da função  $f(x) = \frac{2}{x+3} + x \sin(3x + 2) + \frac{\ln^2 x}{5x} + \frac{4}{\sqrt{1-9x^2}}$ .

5. Calcule a área da região compacta compreendida entre as parábolas de equações  $y = x^2 + 8$  e  $y = 3x^2$ .

6. Seja  $f(x) = \begin{cases} \int_e^x \frac{\sqrt{t^2-1}}{\ln t} dt & \text{se } x > e \\ a, & \text{se } x \leq e \end{cases}$ .

Determine, caso existam, todos os valores de  $a$  que tornam a função contínua em  $x = e$ .

Cotação:

1a	1b	2	3a	3b	3c	4	5	6
1,5	3	2	3	2	1	3,5	2	2