

## Análise Matemática IV

### LISTA 5

*EDO's lineares, transformada de Laplace*

(1) Encontre as soluções dos PVI seguintes:

(a)

$$y' = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} y, \quad y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(b)

$$y' = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} t \\ 3e^t \end{bmatrix}, \quad y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(c)  $y''' + 3y'' + 3y' + y = e^t$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ,  $y''(0) = 0$ .

(d)  $y^{(6)} + y'' = t^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y^{(i)}(0) = 0$ ,  $i = 1, \dots, 5$ .

(2) Calcule a transformada de Laplace das seguintes funções:

(a)  $f(t) = 1$ .

(b)  $f(t) = t^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

(c)  $f(t) = e^{at} \cos(bt)$

(d)  $f(t) = t^2 \sin t$ .

(e)  $f(t) = \cosh(at)$ .

(f)  $f(t) = \cosh(at) \cos(bt)$ .

(g)  $f(t) = \int_0^t g(s) ds$ .

(3) Calcule a transformada de Laplace inversa de  $F(s) = \frac{1}{s^4+1}$ .

(4) Encontre as soluções dos PVI seguintes usando a transformada de Laplace:

(a)  $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = e^{4t}$ ,  $y^{(i)}(0) = 0$ ,  $i = 0, 1, 2$ .

(b)  $y^{(6)} + y'' = t^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y^{(i)}(0) = 0$ ,  $i = 1, \dots, 5$ .

(c)

$$y' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix}, \quad y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(d)

$$y' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \cos(2t) \end{bmatrix}, \quad y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$