

Apresente todos os cálculos e justifique convenientemente todas as respostas.

1. A fábrica DoJo produz três produtos P_1 , P_2 e P_3 utilizando três tipos de matéria prima distintas $mp1$, $mp2$ e $mp3$ e pretende determinar o plano de produção que maximize o lucro total. Para o efeito resolveu o seguinte programa linear

$$(P) \begin{cases} \max & z = 10x_1 + 5x_2 + 8x_3 & (\$) \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 30 & (mp1) \\ & x_2 + x_3 \leq 14 & (mp2) \\ & 4x_1 + 2x_3 \leq 48 & (mp3) \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

em que x_j mede o nível de produção de P_j ($j = 1, 2, 3$). O quadro ótimo obtido pelo método simplex é:

$x_B \backslash$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
$z_{(max)}$	0	0	2	0	5	$\frac{5}{2}$	θ (\$)
x_4	0	0	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{4}$	4
x_2	0	1	1	0	1	0	14
x_1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{4}$	12

em que x_4 , x_5 e x_6 são as variáveis auxiliares da primeira, segunda e terceira restrições, respetivamente. Responda às seguintes questões.

- Indique e interprete a solução ótima, a solução do dual e o respetivo valor ótimo.
- Indique a matriz da base ótima e a sua inversa.
- Faça análise de sensibilidade relativamente a c_4 (coeficiente de x_4 na função objetivo do problema dado escrito na forma standard).
- Admita que cada tonelada de matéria prima $mp1$ não utilizada incorre num custo de armazenagem de 5 u.m. (\$), isto é, $c_4 = 0$ passa a $c'_4 = -5$ u.m. (\$). Verifique se é necessário realizar alterações ao plano ótimo de produção e, caso necessário, determine o novo plano de produção ótimo.
- Admita que devido a dificuldades de importação a empresa passa a dispor de 18 toneladas de matéria prima $mp1$ e de 32 toneladas de matéria prima $mp3$ não havendo alteração na quantidade de matéria prima $mp2$ disponível. Averigue as alterações que vão ocorrer e indique o plano de produção ótimo nestas condições.
- Admita que a empresa tem a possibilidade de adquirir matéria prima adicional. Acima do custo original, cada tonelada de matéria prima $mp1$ custa 0,5 u.m., cada tonelada de matéria prima $mp2$ custa 2 u.m. e cada tonelada de matéria prima $mp3$ custa 1 u.m.. A empresa apenas pode adquirir uma das matérias primas.

Sem resolver um novo problema, responda às questões seguintes.

- Deve a empresa adquirir mais matéria prima?
- De qual?
- Que quantidade?

2. Considere o seguinte problema de Programação Linear (PL):

$$(P) \left\{ \begin{array}{ll} \max & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} & -x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_2 \geq 2 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

- Resolva-o graficamente.
 - Reescreva (P) na forma standard e indique uma solução básica admissível e uma solução básica não admissível.
 - Justificando, adicione uma nova restrição a (P) por forma a que uma solução básica admissível se torne degenerada.
 - Escreva o dual (D) de (P) e, usando as relações de complementaridade primal-dual, determine a solução ótima de (D) .
3. A empresa DoJo tem quatro localizações industriais $(L_1, L_2, L_3$ e $L_4)$ para onde envia os seus técnicos de controlo de qualidade. Como existem várias secções a avaliar em cada localização, o número de técnicos necessários em cada uma difere e é de 25, 30, 15 e 10, respetivamente para L_1, L_2, L_3 e L_4 .

Os técnicos vivem em três cidades $(C_1, C_2$ e $C_3)$, de onde serão naturalmente enviados para as quatro localizações industriais. Atualmente existem 40, 20 e 25 técnicos em C_1, C_2 e C_3 , respetivamente.

As distâncias quilométricas entre as cidades e as localidades são as indicadas no quadro seguinte.

	L_1	L_2	L_3	L_4
C_1	10	13	14	3
C_2	18	5	7	16
C_3	12	16	13	4

Utilizando metodologia de Programação Matemática, proponha um plano de envio dos técnicos que minimize o total das distâncias percorridas. Justifique as suas opções.

(Sugestão: se precisar, use o método do canto superior esquerdo.)

Questão	1a	1b	1c	1d	1e	1f	2a	2b	2c	2d	3
Cotação	2	1	1,5	2	2	2	1,5	1,5	1	2	3,5