
Apresente todos os cálculos e justifique convenientemente todas as respostas.

Responda a todas as questões utilizando conceitos e metodologias lecionadas em PM1.

1. Considere o seguinte problema de Programação Linear:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 8x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 - x_2 \geq 0 \\ & x_1 - 4x_2 \leq 0 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Resolva o problema graficamente.
 - (b) Reescreva o problema na forma standard e indique uma solução básica admissível e uma solução básica não admissível.
 - (c) Escreva o problema dual e as relações de complementaridade primal-dual. Utilize-as para obter uma solução ótima do dual.
 - (d) Faça a análise de sensibilidade ao segundo membro da primeira restrição.
2. Considere a tabela seguinte com os dados de um **problema de transportes** com três origens e três destinos.

	1	2	3	Oferta
1	4	1	5	250
2	2	2	3	100
3	7	3	1	150
Procura	200	200	100	

- (a) Use o método de Vogel para obter uma solução admissível para o problema de transportes.
- (b) Verifique se a solução obtida é ótima, caso não seja, e, caso seja possível, determine o plano de transportes ótimo. Justifique.
- (c) Para que valores de c_{11} é que pode garantir que a solução obtida na alínea anterior é ótima?

3. Uma empresa de jardinagem recebeu uma encomenda de composto para plantas sujeita a duas especificações técnicas: A e B. O composto é produzido a partir de quatro ingredientes. Com o objetivo de minimizar o custo do composto a fornecer, foi formulado o seguinte problema de Programação Linear:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ \text{s.a.} \quad & 10x_1 + 2x_2 + 14x_3 + 10x_4 \geq 1200 \quad [A] \\ & 5x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 8x_4 \geq 800 \quad [B] \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Na resolução deste problema obteve-se o quadro final do método Simplex apresentado a seguir.

V.B.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
z							
x_1		$-\frac{2}{15}$	$\frac{6}{15}$		$-\frac{4}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{160}{3}$
x_4		$\frac{1}{3}$	1		$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{200}{3}$

- (a) Complete o quadro apresentado e indique a solução ótima do problema.
- (b) Indique a matriz da base e a sua inversa.
- (c) Um dos trabalhadores da empresa afirmou: “**Não há qualquer razão para usar dois ingredientes nessa encomenda. Eu usava três!**” Prepare uma resposta fundamentada a esta afirmação.
- (d) Se o cliente alterar as especificações técnicas da encomenda, aumentando 5% o valor para a especificação A e diminuindo 5% o valor para a especificação B, quais as consequências destas novas especificações na composição do composto e no seu custo?
- (e) Se o cliente indicar que pretende usar pelo menos um dos ingredientes que atualmente não estão a ser usados, diga qual deles sugere e explique as consequências dessa decisão.
4. Considere o problema de afetação de 4 tarefas a 4 máquinas cuja matriz dos custos (em u.m.) é a seguinte:

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Tarefa 1	2	3	1	1
Tarefa 2	5	8	3	2
Tarefa 3	4	9	5	1
Tarefa 4	8	7	8	4

- (a) Determine a afetação ótima e o respetivo custo.
- (b) Escreva a matriz de custos correspondente às seguintes alterações: a máquina 4 avariou, a máquina 1 e a máquina 2 podem fazer até duas tarefas cada uma, todas as máquinas têm de fazer pelo menos uma tarefa e, tal como no problema original, cada tarefa tem de ser executada por uma única máquina.

Questão	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	3a	3b	3c	3d	3e	4a	4b
Cotação	1,5	1,0	1,5	1,5	1,0	1,5	2,0	2,0	1,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,0