LABORATÓRIO DE ESTATÍSTICA



Matemática Aplicada à Economia e à Gestão
1º Ano / 1º Semestre
2026/2027

CONTACTO

Professora: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt



https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao



https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/

PROGRAMA

1. Conceitos Fundamentais de Estatística

2. Análise Exploratória de Dados

3. Redução e Sintetização de Dados

4. Associação e Relações entre Variáveis

5. Números Índices

6. Sucessões Cronológicas

AULA PRÁTICA 9: EXERCÍCIOS 4.3, 5.1 E 5.3

EXERCÍCIO 4.3

4.3 Considere a seguinte tabela relativa à situação perante o emprego, por género numa determinada região:

	Empregados	Desempregados
Mulheres	100	55
Homens	120	35

a) Avalie a existência de associação entre o género e a situação perante o emprego, a partir do cálculo de uma medida adequada.

b) Identifique, em termos estatísticos, as frequências dadas pelas expressões que se seguem:

b1) 100 / 155 **b2)** 35 / 310 **b3)** 155 / 310



EXERCÍCIO 4.3 A): SOLUÇÃO

Resposta:

Sexo	Estado Social: Empregados	Estado Social: Desempregados	Total
Mulheres	100 (110)	55 (45)	155
Homens	120 (110)	35 (45)	155
Total	220	90	310

Nota:
• Os valores entre parênteses correspondem às frequências esperada n_{jk}^*.

Cálculo da estatística do qui-quadrado de Pearson

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{l}\sum_{k=1}^{c}\frac{(n_{jk} - n_{jk}^*)^2}{n_{jk}^*}$$

→ Frequências esperadas: $n_{jk}^* = \frac{n_{j\cdot} \, n_{\cdot k}}{n}$ $(j = 1,2 \; ; \; k = 1,2)$; $n = 310$

- $n_{11}^* = \frac{155 \times 220}{310} = 110$
- $n_{12}^* = \frac{155 \times 90}{310} = 45$
- $n_{21}^* = \frac{155 \times 220}{310} = 110$
- $n_{22}^* = \frac{155 \times 90}{310} = 45$

$$\chi^2 = \frac{(100-110)^2}{110} + \frac{(55-45)^2}{45} + \frac{(120-110)^2}{110} + \frac{(35-45)^2}{45} \approx 6.263$$

EXERCÍCIO 4.3 A): SOLUÇÃO

✅ Resposta:

Medida de Associação: Coeficiente V de Cramér

Cramer's V Coefficient	$V = \sqrt{\frac{\Phi^2}{\min(l-1,\, c-1)}}$	$0 \le V \le 1$	Standardized measure of association (most used)
Contingency Square	$\Phi^2 = \frac{\chi^2}{n}$	$\phi^2 \ge 0$	Increases with the degree of association between variables

$$V = \sqrt{\frac{\Phi^2}{\min(l-1, c-1)}} = \sqrt{\frac{\Phi^2}{\min(1,1)}} = \sqrt{\Phi^2} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6.263}{310}} \approx 0.142$$

Interpretação:
O coeficiente V de Cramér é **0,142**, indicando uma **associação fraca** entre as duas variáveis categóricas. Isto sugere que a relação entre elas **não é estatisticamente forte**.

EXERCÍCIO 4.3 B): SOLUÇÃO

✅ Resposta:

	Estado Social		
Sexo	**Empregados**	**Desempregados**	**Total**
Mulheres	100 (110)	55 (45)	155
Homens	120 (110)	35 (45)	155
Total	220	90	310

- $b_1)$ $\frac{100}{155} = \frac{n_{11}}{n_{1\bullet}}$ corresponde à proporção de mulheres empregadas no conjunto das mulheres (ou homens) desta região

- $b_2)$ $\frac{35}{310} = \frac{n_{22}}{n}$ corresponde à proporção de homens desempregados no conjunto de todas as pessoas da região

- $b_3)$ $\frac{155}{310}$ corresponde à proporção de mulheres (ou homens) no conjunto de todas as pessoas da região.

EXERCÍCIO 5.1

5.1 Os preços (em u.m.) e quantidades (em kg) consumidos de duas matérias-primas, A e B, numa dada unidade fabril, estão registados no quadro que se segue:

Ano	1	2	3	4	5
P_A	3	4	4,5	4	5,25
Q_A	12	14	8	6	10
P_B	5	6	6,5	5,5	3,9
Q_B	9	11	8	10	12

a) Analise a evolução dos preços da matéria-prima A a partir do cálculo de números índice.

b) Determine para o ano de 2, com base no ano 1, o índice de quantidades de Laspeyres e comente o valor obtido.



EXERCÍCIO 5.1 A): SOLUÇÃO

✅ Resposta:

Ano	1	2	3	4	5
P_A	3	4	4,5	4	5,25
Q_A	12	14	8	6	10
P_B	5	6	6,5	5,5	3,9
Q_B	9	11	8	10	12

Tendo como base o Ano 1, então:

- $i^A_{1|1} = \frac{3}{3} \times 100 = 100$
- $i^A_{2|1} = \frac{4}{3} \times 100 \approx 133.333$ → do ano 1 para o ano 2, os preços da matéria-prima A aumentaram cerca de 33.333%.
- $i^A_{3|1} = \frac{4.5}{3} \times 100 = 150$ → do Ano 1 para o Ano 3, os preços da matéria-prima A aumentaram 50%.
- $i^A_{4|1} = \frac{4}{3} \times 100 \approx 133.333$ → os preços da matéria-prima A no ano 4 foram superiores em cerca de 33.333% em relação ao Ano 1.
- $i^A_{5|1} = \frac{5.25}{3} \times 100 = 175$ → os preços da matéria-prima A no Ano 5 foram superiores em 75% em relação ao Ano 1.

EXERCÍCIO 5.1 B): SOLUÇÃO

✅ Resposta:

Ano	1	2	3	4	5
P_A	3	4	4,5	4	5,25
Q_A	12	14	8	6	10
P_B	5	6	6,5	5,5	3,9
Q_B	9	11	8	10	12

$$L_{211}^{Q} = \frac{\sum_{K=A}^{B} p_{K1}\, q_{K2}}{\sum_{K=A}^{B} p_{K1}\, q_{K1}} \times 100 = \frac{p_{A1} q_{A2} + p_{B1} q_{B2}}{p_{A1} q_{A1} + p_{B1} q_{B1}} \times 100 =$$

$$= \frac{3 \times 14 + 5 \times 11}{3 \times 12 + 5 \times 9} \times 100 \approx 119.753$$

Interpretação:
$L_{2|1}^{Q} \approx 119.75$ significa que, **avaliado aos preços do ano 1**, o volume agregado de materiais A e B no ano 2 é **cerca de 19,75% superior** ao do ano 1.
Como o índice de Laspeyres utiliza os preços do ano base $p_{k,1}$ como ponderadores, as quantidades dos bens que eram mais caros no ano 1 (neste caso, o bem B, com $p_{B,1} = 5$) têm maior influência no índice.
O aumento reflete o efeito conjunto das variações observadas nas quantidades $Q_{A,2}, Q_{B,2}$, valorizadas ao vetor de preços do período base.

EXERCÍCIO 5.3

5.3 Considere os dados que se seguem subjacentes à determinação do IPC de um dado país:

Ano	1		2	3	4
Produtos	Preço	Quantidades	Preço	Preço	Preço
I	100	120	120	150	200
II	190	120	180	170	170
III	30	220	40	45	50
IV	80	150	100	90	110

Os valores relativos à despesa pública com habitação (em u.m. correntes) são:

Ano	1	2	3	4
Despesa	74000	83600	84300	96200

a) Calcule o Índice de preços de Laspeyres com base no ano 1.

b) Determine a evolução da despesa pública em habitação a preços constantes do ano 1.



EXERCÍCIO 5.3 A): SOLUÇÃO

Resposta:

Ano	1		2	3	4
Produtos	Preço	Quantidades	Preço	Preço	Preço
I	100	120	120	150	200
II	190	120	180	170	170
III	30	220	40	45	50
IV	80	150	100	90	110

a) $L^P_{t|1} = \frac{\sum_{k=I}^{IV} q_{k1}\, p_{kt}}{\sum_{k=I}^{IV} q_{k1}\, p_{k1}} \times 100$

- $L^P_{1|1} = 100$
- $L^P_{2|1} = \frac{120\times120 + 120\times180 + 220\times40 + 150\times100}{120\times100 + 120\times190 + 220\times30 + 150\times80} \times 100 \approx 111.985$
- $L^P_{3|1} = \frac{120\times150 + 120\times170 + 220\times45 + 150\times90}{120\times100 + 120\times190 + 220\times30 + 150\times80} \times 100 \approx 115.730$
- $L^P_{4|1} = \frac{120\times200 + 120\times170 + 220\times50 + 150\times110}{120\times100 + 120\times190 + 220\times30 + 15\times80} \times 100 \approx 134.644$

EXERCÍCIO 5.3 B): SOLUÇÃO

Ano	1	2	3	4
Despesa	74000	83600	84300	96200

✅ Resposta:

Usando o índice de preços de Laspeyres obtido na alínea anterior como deflator, tem-se:

$$\text{Despesa}_{t|1} = \frac{\text{Despesa}_t}{L^P_{t|1}} \times 100 \qquad (t = 1, \ldots, 4)$$

- $\text{Despesa}_{1|1} = \text{Despesa}_1 = 74000$
- $\text{Despesa}_{2|1} = \frac{83600}{111.985} \times 100 \approx 74652.855$
- $\text{Despesa}_{3|1} = \frac{84300}{115.730} \times 100 \approx 72841.960$
- $\text{Despesa}_{4|1} = \frac{96200}{134.644} \times 100 \approx 71447.669$

DESPESA REAL

O Índice de Laspeyres mede **a evolução dos preços** ao longo do tempo, mantendo as quantidades de um ano base.

Quando fazemos:

$$\text{Despesa real}_t = \frac{\text{Despesa nominal}_t}{\text{Índice de preços Laspeyres}_t} \times 100$$

Estamos a **retirar (desinflacionar)** o efeito do aumento dos preços.

Interpretação:

Dividir a despesa pelo índice de preços serve para obter as despesas a preços constantes, ou seja, perceber:

> *A despesa aumentou porque comprámos mais ou só porque os preços subiram?*

SIMPLE INDEX NUMBERS

Definition

- A **simple index number** measures the relative change of a variable over time compared to a base period.

Formulas

1. Without multiplying by 100 (ratio form):

$$I_{t|0} = \frac{x_t}{x_0}$$

- $I_t = 1$ → no change
- $I_t > 1$ → increase
- $I_t < 1$ → decrease

2. With multiplying by 100 (percentage form):

$$I_{t|0} = \frac{x_t}{x_0} \times 100$$

- $I_t = 100$ → no change
- $I_t > 100$ → increase
- $I_t < 100$ → decrease

Notation

x_0 = Value in the base period

x_t = Value in the current period

Example:

- Base period: $x_0 = 50$
- Current period: $x_t = 60$

$$\text{Ratio form: } I_t = \frac{60}{50} = 1.2$$

$$\text{Percentage form: } I_t = \frac{60}{50} \times 100 = 120$$

→ Prices increased by **20%**.

LASPEYRES INDEX: FORMULA AND INTERPRETATION

1. Laspeyres Indices

Laspeyres Price Index

Fixed quantities from the base period:

$$L_{t|0}^{P} = \frac{\sum_{k=1}^{m} q_{k0} p_{kt}}{\sum_{k=1}^{m} q_{k0} p_{k0}} \times 100 = \frac{\mathbf{q}_0' \mathbf{p}_t}{\mathbf{q}_0' \mathbf{p}_0} \times 100$$

Laspeyres Quantity Index

Fixed prices from the base period:

$$L_{t|0}^{Q} = \frac{\sum_{k=1}^{m} p_{k0} q_{kt}}{\sum_{k=1}^{m} p_{k0} q_{k0}} \times 100 = \frac{\mathbf{p}_0' \mathbf{q}_t}{\mathbf{p}_0' \mathbf{q}_0} \times 100$$

✅ Notation

Let m be the number of products.

For each product $k = 1, \ldots, m$:

- Base period (0):
  - Price: p_{k0}
  - Quantity: q_{k0}
- Period t:
  - Price: p_{kt}
  - Quantity: q_{kt}

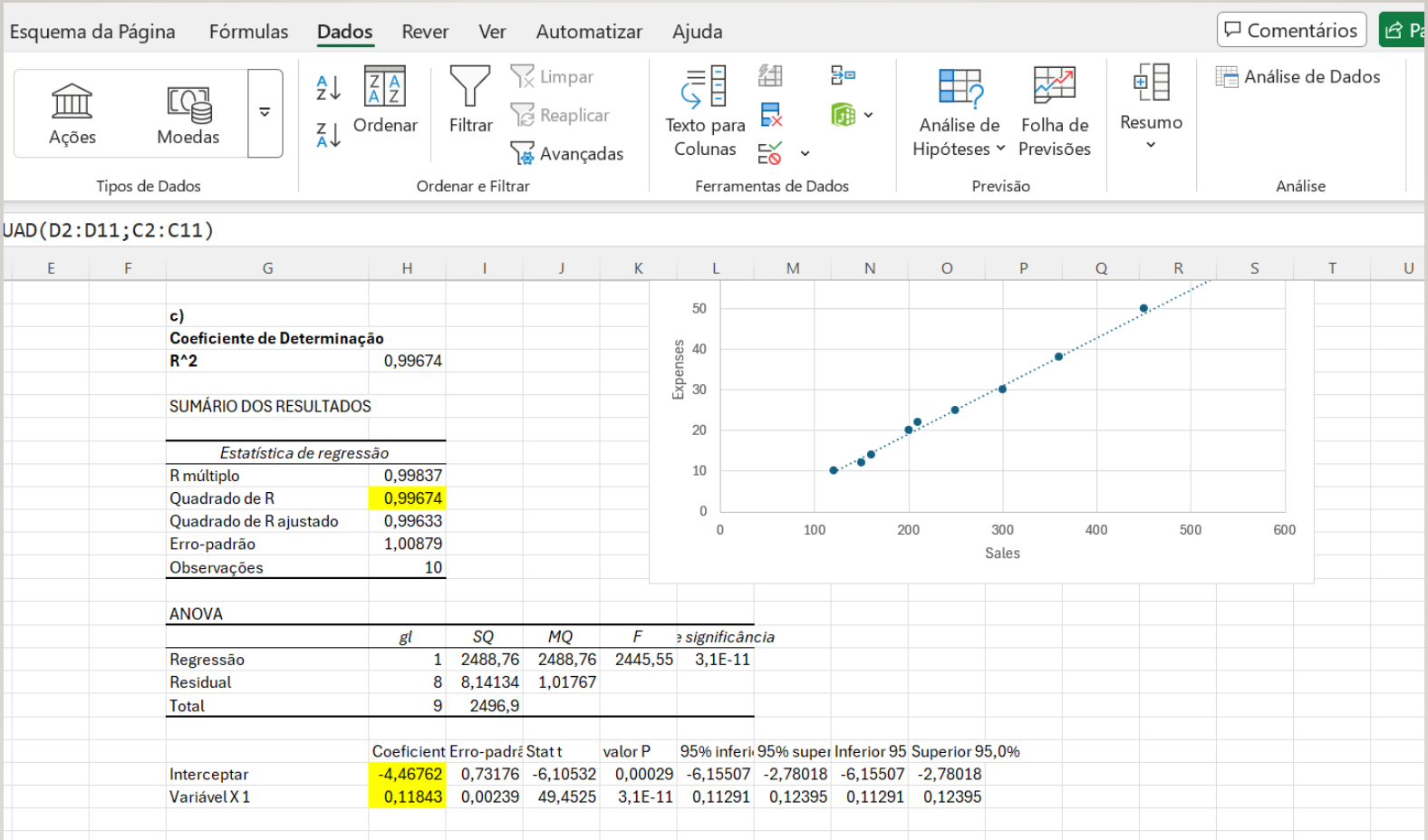
Define vectors:

$$\mathbf{p}_0 = (p_{10}, p_{20}, \ldots, p_{m0})', \quad \mathbf{p}_t = (p_{1t}, p_{2t}, \ldots, p_{mt})'$$

$$\mathbf{q}_0 = (q_{10}, q_{20}, \ldots, q_{m0})', \quad \mathbf{q}_t = (q_{1t}, q_{2t}, \ldots, q_{mt})'$$

OBRIGADA!

Questões?


Esquema da Página
Fórmulas
Dados
Rever
Ver
Automatizar
Ajuda
Comentários
Ações
Moedas
Tipos de Dados
Ordenar
Filtrar
Limpar
Reaplicar
Avançadas
Ordenar e Filtrar
Texto para Colunas
Ferramentas de Dados
Análise de Hipóteses
Folha de Previsões
Previsão
Resumo
Análise de Dados
Análise
UAD(D2:D11;C2:C11)
c)
Coeficiente de Determinação
R^2 0,99674
SUMÁRIO DOS RESULTADOS
Estatística de regressão
R múltiplo 0,99837
Quadrado de R 0,99674
Quadrado de R ajustado 0,99633
Erro-padrão 1,00879
Observações 10
ANOVA
gl SQ MQ F e significância
Regressão 1 2488,76 2488,76 2445,55 3,1E-11
Residual 8 8,14134 1,01767
Total 9 2496,9
Coeficient Erro-padrã Stat t valor P 95% inferi 95% super Inferior 95 Superior 95,0%
Interceptar -4,46762 0,73176 -6,10532 0,00029 -6,15507 -2,78018 -6,15507 -2,78018
Variável X 1 0,11843 0,00239 49,4525 3,1E-11 0,11291 0,12395 0,11291 0,12395
Expenses
Sales
0
10
20
30
40
50
0
100
200
300
400
500
600