**Instituto Superior de Economia e Gestão**
**Análise Matemática II**
**Licenciatura em MAEG**
**Ficha de exercícios nº4**

1. Calcule as somas das seguintes séries nos respectivos intervalos de convergência:

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$;

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} nx^n$;

   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^2x^n$;

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n+1}(x-1)^{2n+1}$;

   (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1}\frac{1}{n(n+1)}(x-1)^{n+1}$;

2. Desenvolva em série de potências de $(x-1)$ a função $f(x) = \ln(3-x)$, indicando o maior intervalo em que o desenvolvimento é válido.

3. Desenvolva em série de potências de $(x+1)$ a função $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$, indicando o maior intervalo aberto em que o desenvolvimento é válido.

4. Desenvolva em série de potências de $(x-1)$ a função $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x^2 \log(x^2),$$

   indicando o maior intervalo aberto onde esse desenvolvimento é válido.

5. Considere a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (2n+1)x^{2n}$.

   (a) Mostre que a série é convergente no intervalo $]-1,1[$.

   (b) Denotando por $S(x)$ a soma da série, mostre, sem calcular $S(x)$, que $S(0)$ é um mínimo relativo de $S(x)$.

   (c) Calcule $S(x)$.