

Cap. 1 – Exemplos

1. Considere o seguinte problema de PL em que se pretendeu determinar as unidades a produzir de dois artigos (**P1** e **P2**), maximizando o lucro mensal total (em *u.m.*).

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.a: } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 & \text{capacidade da secção de fabrico (em h.m.)} \\ 2x_1 + 8x_2 \leq 32 & \text{capacidade da secção de embalagem (em h.m.)} \\ x_1 - x_2 \geq 2 & \text{imposição de mercado} \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Mostre que esta formulação verifica as hipóteses da PL.
- b) Com base na resolução gráfica do problema:
- b.1) Interprete economicamente a solução óptima primal (variáveis principais e desvio).
- b.2) Estude a sensibilidade da solução óptima perante alterações na imposição de mercado.
- c) Escreva o problema aumentado do dual do problema dado e escreva as relações de complementaridade para o par de problemas duais.
- d) Resolva o problema dado pelo *Excel/Solver*
- d.1) Escreva e interprete economicamente a solução óptima do problema dual.
- d.2) Justifique por que valor seria vantajoso o contrato da h.m. extra na secção de fabrico, e quantas h.m. contrataria, no máximo.
- d.3) Indique, justificando, um valor para o lucro unitário do segundo produto (**P2**) que provocaria alterações no actual plano óptimo.
2. Um indivíduo, entre muitos, investiu fortemente em fundos com base em produtos imobiliários e conseguiu, finalmente, resgatar 25 mil *u.m.* (unidades monetárias) que pretende investir durante um certo período de tempo. Depois da experiência passada, o seu objectivo consiste em minimizar o risco, contudo gostaria de atingir uma remuneração mínima de 2 mil *u.m.* no final do período. As características dos produtos financeiros que pondera para constituir a sua carteira levaram-no a formular o problema de PL seguinte, onde x_i representa o montante (em 10^3 *u.m.*) a investir no produto $i=1,2$:

$$\text{Min } z = x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.a: } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 25 & \text{(restrição orçamental)} \\ 0,5x_1 + 0,8x_2 \geq 2 & \text{(restrição de remuneração)} \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Resolva graficamente o problema dado. Apresente e interprete o valor óptimo das variáveis de decisão e de desvio (ou auxiliares).
- b) Escreva o dual e determine a sua solução óptima (apenas as variáveis de decisão). Note que pode tirar partido da solução e resolução da alínea anterior.
- c) Resolva pelo *Solver/Excel* e interprete as soluções do par de problemas duais.
- d) Determine e interprete os intervalos de sensibilidades de cada um dos termos independentes.
- e) Determine e interprete os intervalos de sensibilidade de cada um dos coeficientes da função objectivo.

3. Um gestor de conta criticou a abordagem do problema exposta na questão anterior (ex. 2), argumentando que deste modo o rendimento obtido nunca seria superior ao mínimo exigido. Segundo ele, a função objectivo deve traduzir a maximização do rendimento e o risco pode ser controlado através de restrições impostas sobre a composição da carteira. Além disso, sugeriu mais 2 produtos financeiros a considerar. Usando os conhecimentos de IO formulou o problema seguinte, que resolveu pelo *Solver/Excel*.

	X1	X2	X3	X4	total		2ºs membros (mil u.m.)
Orçamento	1	1	1	1	25	<=	25
Risco 1	1	1	0	0	10	<=	15
Risco 2	0	0	1	1	15	<=	15
Risco 3	1	0	1	0	15	>=	15
Rendimento	0,50	0,80	0,75	0,90	19,25		
Solução	0	10	15	0			

Apoiando-se nos elementos do output do *Solver* ajude a esclarecer as seguintes dúvidas.

- Qual o montante a investir em cada produto e qual o rendimento total associado?
- Determine e interprete os intervalos de sensibilidades de cada um dos termos independentes.
- Determine e interprete os intervalos de sensibilidade de cada um dos coeficientes da função objectivo.
- De quanto varia o rendimento total se alterar o montante de segurança do Risco 2 das actuais 15 mil u.m para 14 mil u.m.?
- Poderá quantificar a alteração no rendimento total, se exigir que o total dos investimentos 3 e 4 (2º membro da restrição Risco 2) não ultrapasse as 9 mil u.m.?
- Quanto se altera o rendimento total, se aumentar o rendimento do produto 1 para 0,6? Identifique a solução óptima nesta situação.