

Cap. 2 Programação por Metas

Sistemas de Apoio à Decisão
2009/10



Programação por Metas

- PL - um único objectivo:
 - minimizar custo total, ...
 - maximizar receita total, ...
- Problemas reais - frequentemente vários objectivos (contraditórios):
 - manter estáveis as margens
 - minimizar os custos totais
 - satisfazer um certo nível de emprego
 - manter preços estáveis
 - diminuir impostos e diminuir dívida



Programação por Metas

- **Programação por Metas** → uma forma de abordar mais do que um objectivo simultaneamente
- Introduzido por Charnes & Cooper, 1961 – Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, Wiley, New York
- Decisor -> identificar as metas/objectivos a atingir hierarquizando-as, tanto quanto possível, e estabelecendo penalidades
- **Metas Hierarquizadas / Metas Não Hierarquizadas**

SAD 2009/10 3



PM - Formulações

- **Metas Não Hierarquizadas**
 - Não existe uma hierarquia pré definida para posicionar o decisor face à importância das metas
 - Todas as metas têm importância semelhante, embora possam ser ponderadas de diferentes formas
 - Solver - Minimização da SOMA ponderada dos desvios!
- **Metas Hierarquizadas**
 - atribuem-se diferentes níveis de prioridade às diferentes metas
 - uma meta de prioridade mais baixa só pode ser atingida entre as soluções que minimizam os desvios das metas de prioridade mais alta (nunca se prejudica uma prioridade mais alta para tentar satisfazer uma mais baixa)
 - Solver - aplicações sucessivas
 - resolução gráfica (2 variáveis de decisão)

SAD 2009/10 4



Programação por Metas – Exemplo 1

Numa fábrica são produzidos dois produtos, **P1** e **P2**, em duas secções, **S1** e **S2**. Cada secção tem capacidade igual a 60 h-m e 40 h-h , respectivamente. A produção de uma unidade de **P1** necessita de 3 h-m de **S1** e de 1 h-h de **S2**, tendo uma margem bruta associada de 5 u.m. . Para a produção unitária de **P2** são necessárias 2 h-m de **S1** e 2 h-h de **S2**, sendo a margem bruta igual a 2 u.m. . A direcção da fábrica estabeleceu as seguintes metas:

- Atingir uma margem bruta mínima de 50 u.m. ;
- Tentar não recorrer a horas extraordinárias na secção **S2**;
- Produzir exactamente 15 unidades de **P1**.

Analise a situação e elabore um relatório a enviar à direcção com os dados e sugestões que considere úteis.

SAD 2009/10 5



PM - Formulações

- 1) Definir TODAS as **Variáveis de Decisão** e especificar TODAS as **Metas a Atingir**
- 2) **Restrições:**
 - i. Funcionais (imposições)
 - ii. Sinal
 - iii. Relativas a Metas – exprimem a relação entre as variáveis de decisão e as metas a atingir. Cada meta tem associada pelo menos uma restrição (valores desejáveis)
- 3) **Função Objectivo / Objectivo:** $\text{Min}\{\text{desvio relativamente às metas}\}$
a f.o. traduz o posicionamento do decisor face às diferentes metas, caso exista, estabelecendo-se para tal graus de prioridade e/ou penalidades (ponderações)

SAD 2009/10 6



PM - Formulações

Para cada objectivo

- i. Estabelece-se uma meta numérica específica e para cada meta i define-se
 - d_i^- = desvio por defeito relativamente à meta fixada
 - d_i^+ = desvio por excesso relativamente à meta fixada
- ii. penalizam-se os desvios, relativamente às metas estabelecidas

Pretende-se - determinar a **melhor solução de compromisso**, ou seja a solução que minimiza os desvios para as metas identificadas \neq SO

SAD 2009/10 7



PM – Resolução no Solver

Metas Não Hierarquizadas

- Escrever o modelo em que a função objectivo é a soma ponderada de desvios das metas
- Resolver no Solver como um PL

Resposta:

- Identificar a melhor solução de compromisso e especificar o grau de satisfação de cada meta

SAD 2009/10 8



PM – Resolução no Solver

Metas Hierarquizadas - Resolver 1 problema para cada grau de prioridade, começando no grau mais elevado (grau 1)

Algoritmo

- 1) Resolver o 1º problema de PL no solver incluindo:
 - Restrições funcionais
 - Restrições da meta de grau 1
 - Restrições de Sinal
 - FO da meta de grau 1 ($Z_1 =$ Soma de desvios ponderados)
 Seja Z_1^* o seu valor óptimo
- 2) Resolver o problema de PL do grau de prioridade k ($k=2, \dots, r$), considerando:
 - Todas as restrições incluídas no PL de prioridade $(k-1)$
 - A nova restrição: $Z_{k-1} = Z_{k-1}^*$

SAD 2009/10 9



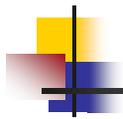
PM – Resolução no Solver

Metas Hierarquizadas

Resposta:

- Identificar a melhor solução de compromisso e especificar o grau de satisfação de cada meta

SAD 2009/10 10



PM – Resolução Gráfica

Metas Hierarquizadas

- 1) Identificar a região admissível, S_0 , tendo em conta restrições de sinal e restrições funcionais
Fazer $k=1$
- 2) Determinar em o conjunto de pontos que **minimizam** os desvios associados à k -ésima meta mais prioritária, ou seja, determinar $S_k \subseteq S_{k-1}$ tal que: $\text{Min } z_k : x \in S_{k-1}$.
- 3) Se S_k for um conjunto singular, **FIM**
c.c., incrementar k . Se $(k \leq r)$ voltar a 2, c.c., **FIM**