

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Ficha N°6

1. Para cada uma das seguintes funções, indique o domínio e o contra domínio. Quais delas são majoradas ou minoradas?

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x^3+x}$;

(b) $f(x) = \frac{x+1}{x^4+3x^3+2x^2}$;

(c) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x^2+1}$;

(d) $f(x) = \cos \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

(e) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{tg}2x - \operatorname{cotg}2x}$;

(f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}}$;

(g) $f(x) = \frac{|x^2-1|}{x^2-1}$.

2. Calcule os seguintes limites, caso existam:

(a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x|}{x}$, para $a = -1, 0, -\infty, +\infty$;

(b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4-1}{x^3-1}$, com $a \in \overline{\mathbb{R}}$;

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}$;

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}4x}{\sin 2x}$.

3. Determine o conjunto de pontos de continuidade das seguintes funções:

(a) $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-a}{1-x}, & \text{se } x \in]-\infty, 0]; \\ \frac{x-a}{x+1}, & \text{se } x \in]0, +\infty[. \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \in \mathbb{Q}; \\ x^3, & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$

4. Considere a função $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}.$$

É possível atribuir algum valor a $f(2)$ de modo que f se torne contínua em \mathbb{R} ?

5. Seja f , uma função não definida no ponto 0. Escolha um valor para $f(0)$ que torne a função f contínua em cada um dos seguintes casos:

- (a) $f(x) = \frac{(1+x)^n - 1}{x}$;
- (b) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$;
- (c) $f(x) = \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}$;
- (d) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$.

6. Prove que qualquer polinómio de grau ímpar tem pelo menos uma raíz real.

7. Quais das seguintes funções admitem máximo e mínimo?

- (a) $f(x) = \arctg^2 x$;
- (b) $f(x) = x \sin x$;
- (c) $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 1}$;
- (d) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x-1)^2}$.