



### III. AVALIAÇÃO E GESTÃO DE CARTEIRAS DE ACCÇÕES E OBRIGAÇÕES

#### **Bibliografia:**

**Bodie, Kane e Marcus**, capítulos 14, 15, 16 e 18.

**Elton, Gruber, Bown, e Goetzmann**, capítulos 18, 19, 20 e 21.

**Afonso, Barros, Calado, Borges, Garcia e Relvas**, capítulos 8 e 9.

**Pires**, capítulos 10, 11 e 12.

## TAXAS DE JURO

---

Taxa Nominal *versus* Taxa Efectiva

Considere uma aplicação financeira que paga juro semestralmente à **taxa nominal de 10%**. Qual a taxa de juro efectiva, para um investimento inicial de 100?

$$\text{final 1 semestre: } 100(1+0.05)=105$$

$$\text{final ano: } 105(1+0.05)=105(1+0.05)^2=110.25$$

$$\text{Taxa Efectiva} = (110.25-100)/100=0.1025 \quad \rightarrow \quad \mathbf{10.25\%}$$

$$100(1 + 0.10/2)^2=1+0.1025$$

## TAXAS DE JURO

---

Taxa Nominal *versus* Taxa Efectiva

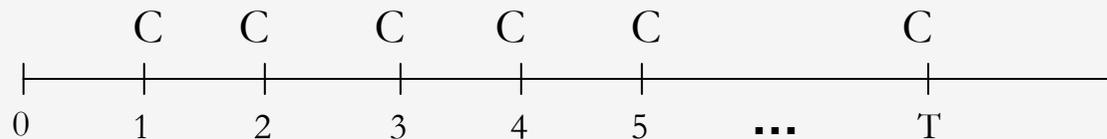
Considere uma aplicação financeira que paga juro **m** vezes ao ano à **taxa nominal r**.  
Qual a **taxa de juro efectiva ( $r_e$ )**?

$$\left( 1 + \frac{r}{m} \right)^m = 1 + r_e$$

Número pagamentos anuais ( <b>m</b> )	Taxa Efectiva
1	10%
2	10.25%
3	10.34%
4	10.38%
12	10.47%
Capitalização Contínua	$e^r - 1 = 10.52\%$

## ACTUALIZAÇÃO

Considere o seguinte fluxo anual de recebimentos.



Qual o seu **VALOR ACTUALIZADO**? Supondo taxa juro/ taxa de desconto constante

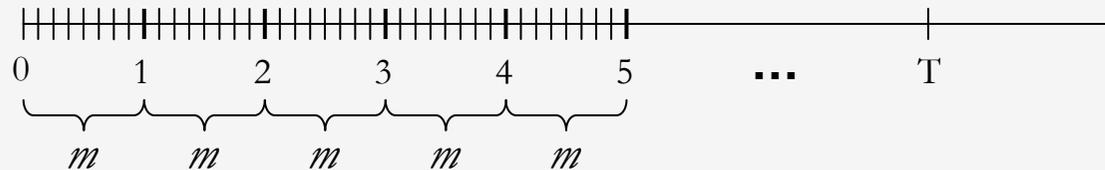
$$VA = \frac{C}{1+\hat{r}} + \frac{C}{(1+\hat{r})^2} + \dots + \frac{C}{(1+\hat{r})^T} = \frac{C}{\hat{r}} \left[ 1 - \frac{1}{(1+\hat{r})^T} \right]$$

Se o fluxo de pagamentos fosse perpétuo

$$VA = \frac{C}{1+\hat{r}} + \frac{C}{(1+\hat{r})^2} + \dots + \frac{C}{(1+\hat{r})^T} + \dots = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{C}{\hat{r}} \left[ 1 - \frac{1}{(1+\hat{r})^T} \right] = \frac{C}{\hat{r}}$$

## ACTUALIZAÇÃO

Considerando  $m$  pagamentos por ano



$$VA = \frac{C}{1+r_m} + \frac{C}{(1+r_m)^2} + \dots + \frac{C}{(1+r_m)^{mT}} = \frac{C}{r_m} \left[ 1 - \frac{1}{(1+r_m)^T} \right]$$

$r$  taxa nominal anualizada  $\rightarrow r_m = r/m$  ( taxa proporcional por período  $m$  )

$\hat{r}$  taxa anual efectiva  $\rightarrow r_m = (1+\hat{r})^{1/m} - 1$  ( taxa equivalente por período  $m$  )

### OBRIGAÇÕES

---

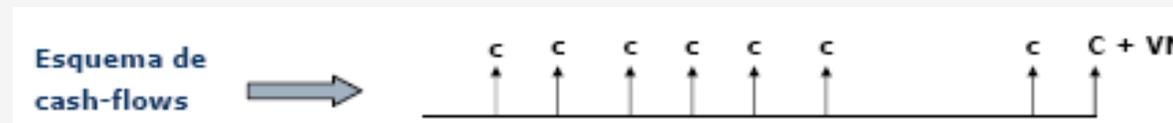
As **obrigações** são instrumentos financeiros que representam uma parte de um empréstimo contraído por uma empresa ou entidade junto dos investidores.

Elementos caracterizadores de uma obrigação:

- Valor nominal (valor que é reembolsado no final do respectivo prazo);
- Prazo do empréstimo ( maturidade/vencimento da obrigação);
- Existência e periodicidade do pagamento de juros - cupões;

## OBRIGAÇÕES

O **valor de uma obrigação** é igual ao valor actualizado de todos os cash-flows que o investidor espera receber.



onde

$$V = \sum_{n=1}^T \frac{C_n}{(1+y)^n} + \frac{VN}{(1+y)^T}$$

- $V$ : valor intrínseco da obrigação no momento inicial;
- $T$ : maturidade da obrigação;
- $C_n$ : cupão no momento  $n$ ;
- $VN$ : valor nominal;
- $y$ : a *yield* / taxa de retorno exigida.

### OBRIGAÇÕES

---

O valor intrínseco de uma obrigação pode diferir do seu preço.

Seja  $P$  o preço da obrigação no momento inicial.

- Se  $P > V$  a obrigação está sobrevalorizada;

- Se  $P < V$  a obrigação está subvalorizada;

Fontes de rendibilidade de um obrigação:

- Os cupões;

- O reinvestimento dos cupões;

- A diferença entre o preço ao qual a obrigação foi vendida (ou o valor nominal caso a obrigação seja mantida até à maturidade) e o preço ao qual a obrigação foi adquirida.

### OBRIGAÇÕES

---

- Taxa de Cupão

Taxa prometida pelas obrigações

- *Yield to Maturity* (rendimento até à maturidade)

Taxa ( $y$ ) tal que valor actualizado dos cash-flows futuros iguala o preço da obrigação

$$y : P = \sum_{n=1}^T \frac{C}{(1+y)^n} + \frac{VN}{(1+y)^T}$$

Depende de: maturidade, taxa de cupão e valor nominal.

### OBRIGAÇÕES

---

Considerações sobre a *YTM*:

- A *YTM* é a taxa interna de rendibilidade de uma obrigação;
- A *YTM* coincide com a taxa de rentabilidade da obrigação
  - se for possível reinvestir os cupões até à maturidade a uma taxa idêntica à *YTM* e
  - se o investidor detiver a obrigação até à maturidade.

Se tal não acontecer, a rendibilidade da obrigação pode divergir consideravelmente da *YTM*.

- Se o preço de uma obrigação coincidir com o seu valor nominal então a *YTM* coincide com a taxa de cupão.

## OBRIGAÇÕES

- **Taxas Spot** - Taxa de rentabilidade de uma obrigação de cupão zero

### Taxas *spot* e preço de uma obrigação

Cupão anual, vencimento em  $T$

$$P = \frac{VN}{(1 + s(T))^T} + \sum_{n=1}^T \frac{c}{(1 + s(n))^n}$$

$m$  cupões por ano

$$P = \frac{VN}{\left(1 + \frac{s(mT)}{m}\right)^{mT}} + \sum_{n=1}^{mT} \frac{c}{\left(1 + \frac{s(n)}{m}\right)^n}$$

## OBRIGAÇÕES

---

### - Taxa Forward

Taxa de juro de contratos futuros, isto é, contratos feitos no presente mas que se referem a empréstimos no futuro. Note-se que esta taxa é conhecida no momento presente.

Relação entre taxas spot e forward:

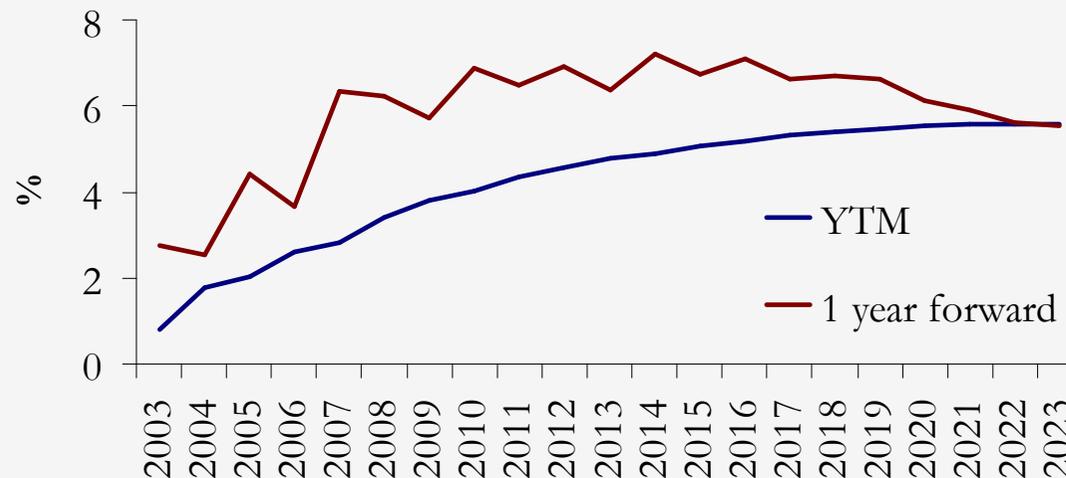
Seja  $r_1$  e  $r_2$  a taxa spot a um e dois anos, respectivamente, e  $f_{12}$  a taxa forward para um empréstimo com início em 1 e maturidade em 2. Na ausência oportunidades de arbitragem

$$(1 + r_1)(1 + f_{12}) = (1 + r_2)^2$$

## FORWARD RATES

- A taxa *forward* entre T e T+1 é dada

$$f_{T \rightarrow T+1} = \frac{(1 + r_{0 \rightarrow T+1})^{T+1}}{(1 + r_{0 \rightarrow T})^T} - 1$$



### APLICAÇÕES

---

I. Para uma taxa anual de 10%, calcular:

- a) a taxa proporcional semestral;
- b) a taxa equivalente semestral;
- c) a taxa efectiva anual para pagamentos efectuados mensalmente.

II. O António está a pensar adquirir um computador que custa 1968 euros.

Dado que, neste momento, não dispõe de muito dinheiro terá que pagar o computador a prestações ou com o seu cartão de crédito. Como, no seu entender, a taxa de juro (TAE) de 16% que paga ao utilizar o cartão de crédito é muito elevada, pondera comprar o computador a prestações. Na loja oferecem ao António a possibilidade de pagar o computador em 12 prestações, sendo cada prestação de 1968/12 euros. A primeira prestação seria paga exactamente um mês depois da compra. Além das 12 prestações mensais, o António deve pagar uma entrada no montante de 8% do valor da sua compra. O António está decidido a comprar o seu computador a prestações, pois dessa forma tem apenas um encargo de 8%. Porém, o irmão do António, aluno de IMF, avisa-o da péssima opção que ele está a tomar, dado que a taxa anual efectiva que ele vai pagar, pagando a prestações, é superior a 16%. Quem tem razão? O António ou o seu irmão? Justifique.

## APLICAÇÕES

---

III. Numa determinada economia conhecem-se as seguintes taxas spot:

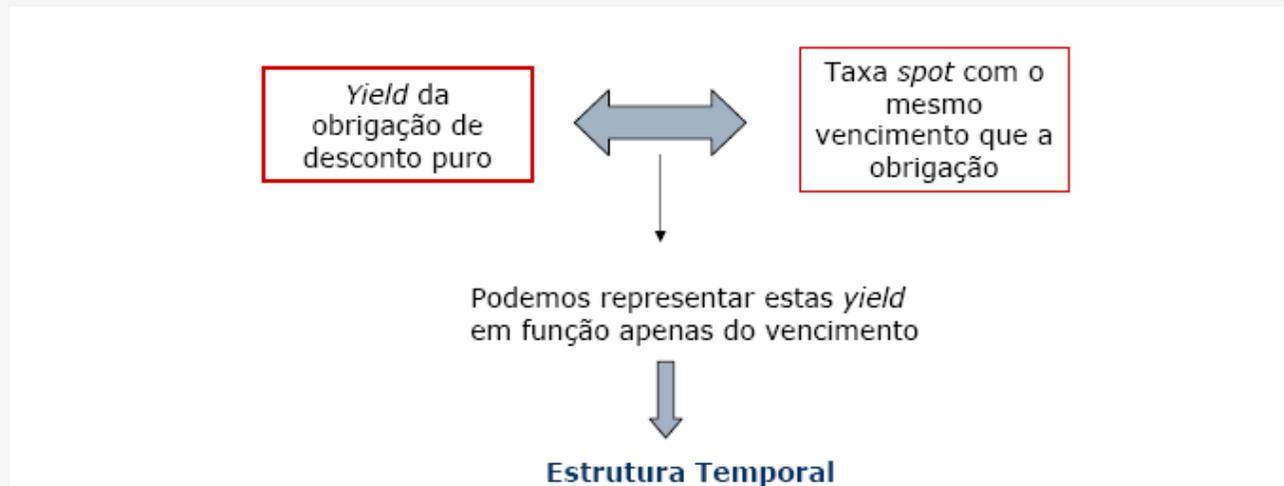
Maturidade	Taxa
3 meses	2%
6 meses	??
9 meses	4%
12 meses	5%

- a) Sabendo que existe uma obrigação de cupão zero e maturidade 6 meses que está a ser transaccionada a 98,29% do seu valor nominal, determine a taxa spot a 6 meses.
- b) Considere uma obrigação de cupão semestral à taxa anual de 10%, valor nominal de 10 e maturidade um ano. Estaria disposto a adquirir esta obrigação por 11?
- c) Se daqui a 6 meses desejar efectuar um investimento a 3 meses qual a rentabilidade, anualizada, que espera conseguir? Como se designa essa taxa de rentabilidade?
- d) Considere uma obrigação com maturidade de 1 ano que paga cupão semestral à taxa anual de 10%. Determine o valor pelo qual esta obrigação é transaccionada no mercado sabendo que a *yield to maturity* é de 6.8%.

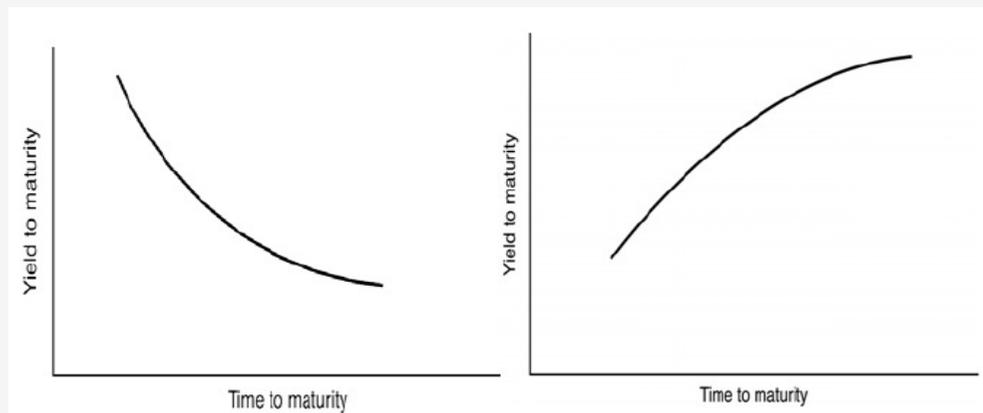
## YIELD CURVE

A **YIELD CURVE/ estrutura temporal das taxas de juro** é a representação da YTM para diferentes obrigações com diferentes maturidades.

Devem utilizar-se obrigações de qualidade semelhante no que diz respeito ao risco de crédito e em termos fiscais. O mais habitual é utilizarem-se obrigações de cupão zero, representando a curva a estrutura temporal das taxas spot.



- Qual a informação que a *yield* e as taxas de juro forward revelam sobre as taxas de juro futuras?
- Quando a estrutura temporal das taxas de juro é
  - Positivamente inclinada;
  - Negativamente inclinada?



- Se não existisse incerteza, as futuras *spot rates* coincidiriam com as taxas *forward*.

$$f_{T \rightarrow T+N} = r_{T \rightarrow T+N}$$

- Porém, como as taxas de juro são incertas,

$$\begin{aligned} \text{taxa } forward &= \text{taxa spot futura esperada} \\ &+ \text{prémio de risco} \end{aligned}$$

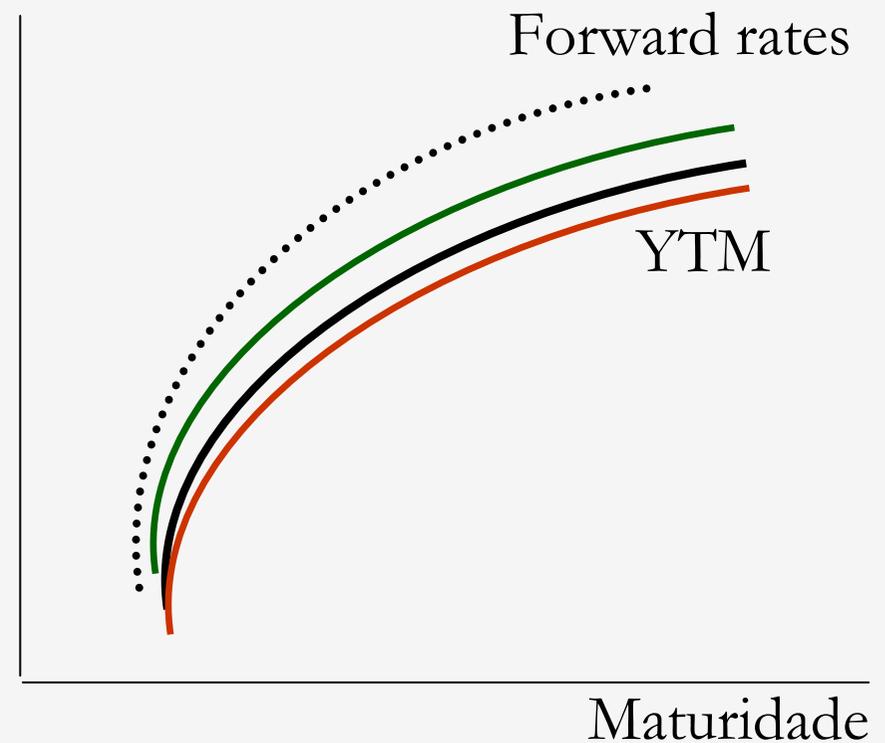
- O prémio de risco nas taxas forward depende da
  - Procura dos investidores para cada maturidade
  - Oferta de obrigações para cada maturidade
- O prémio de risco pode ser positivo ou negativo, bem como alterar-se ao longo do tempo.
- Algumas teorias...
  - Expectation theory
    - ✓ Inexistência do prémio de risco.
  - Liquidity premium (existência de um prémio de risco)
    - ✓ As obrigações com prazos maiores são mais arriscadas
  - Market segmentation (ou preferred habitat)
    - ✓ As obrigações de diferentes maturidades não são substitutas

## YIELD CURVE POSITIVAMENTE INCLINADA

- As taxas *forward* são mais elevadas do que as taxas *spot*

Duas explicações possíveis:

1. **As futuras taxas spot esperadas são mais elevadas**
2. **O prémio de risco é elevado**

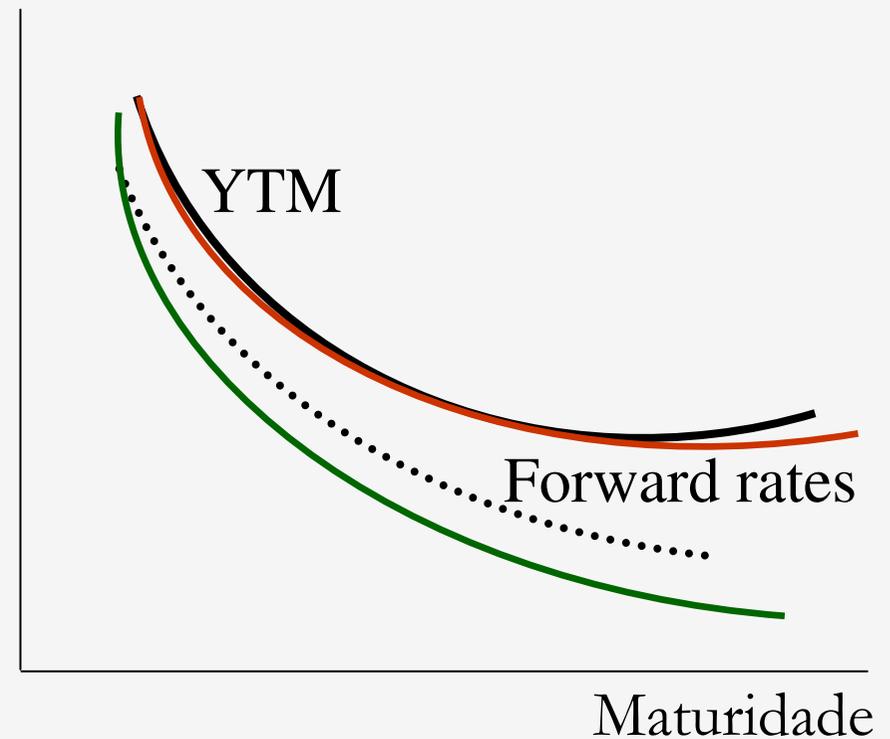


## YIELD CURVE NEGATIVAMENTE INCLINADA

- As taxas *forward* são mais baixas do que as taxas *spot*

Duas explicações possíveis:

1. **As futuras taxas spot esperadas são mais reduzidas**
2. **O prémio de risco é negativo**



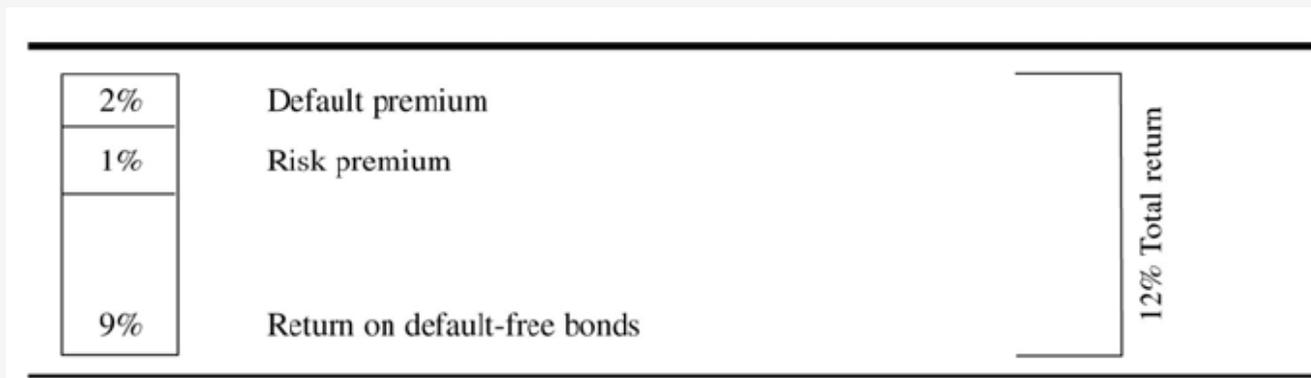
Mesmo quando uma obrigação especifica os *cash-flows* futuros, a rentabilidade da obrigação num dado período de tempo é uma variável aleatória.

Principais fontes de risco:

- *Default risk* (risco de crédito)
- Risco taxa de juro

## DEFAULT RISK

**DEFAULT RISK** Existe a possibilidade que os cash-flows futuros não sejam totalmente, ou parcialmente, pagos. A taxa de return das obrigações tem incorporada a qualidade de crédito do emitente!



Três empresas internacionais são amplamente conhecidas pelas suas classificações de obrigações segundo a sua probabilidade de incumprimento: Moody's, Standard & Poor's and Fitch.

A título  
exemplificativo...

## Moody's Corporate Rating

Aaa	Bonds which are rated Aaa are judged to be of the best quality. They carry the smallest degree of investment risk and are generally referred to as "gilt edge." Interest payments are protected by a large or by an exceptionally stable margin and principal is secure. While the various protective elements are likely to change, such changes as can be visualized are most unlikely to impair the fundamentally strong position of such issues.
Aa	Bonds which are rated Aa are judged to be of high quality by all standards. Together with the Aaa group they comprise what are generally known as high-grade bonds. They are rated lower than the best bonds because margins of protection may not be as large as in Aaa securities or fluctuation of protective elements may be of greater amplitude or there may be other elements present that make the long-term risks appear somewhat larger than in Aaa securities.
A	Bonds which are rated A possess many favorable investment attributes and are to be considered as upper medium-grade obligations. Factors giving security to principal and interest are considered adequate but elements may be present that suggest a susceptibility to impairment sometime in the future.
Baa	Bonds which are rated Baa are considered as medium-grade obligations (i.e., they are neither highly protected nor poorly secured). Interest payments and principal security appear adequate for the present, but certain protective elements may be lacking or may be characteristically unreliable over any great length of time. Such bonds lack outstanding investment characteristics and in fact have speculative characteristics as well.
Ba	Bonds which are rated Ba are judged to have speculative elements; their future cannot be considered as well assured. Often the protection of interest and principal payments may be very moderate and thereby not well safeguarded during both good and bad times over the future. Uncertainty of position characterizes bonds in this class.
B	Bonds which are rated B generally lack characteristics of the desirable investment. Assurance of interest and principal payments or of maintenance of other terms of the contract over any long period of time may be small.
Caa	Bonds which are rated Caa are of poor standing. Such issues may be in default or there may be present elements of danger with respect to principal or interest.
Ca	Bonds which are rated Ca represent obligations which are speculative in a high degree. Such issues are often in default or have other marked shortcomings.
C	Bonds which are rated C are the lowest rated class of bonds and issues so rated can be regarded as having extremely poor prospects of ever attaining any real investment standing.

#### SPREADS DE TÍTULOS EMITIDOS POR BANCOS EUROPEUS COM TAXA DE JURO FIXA

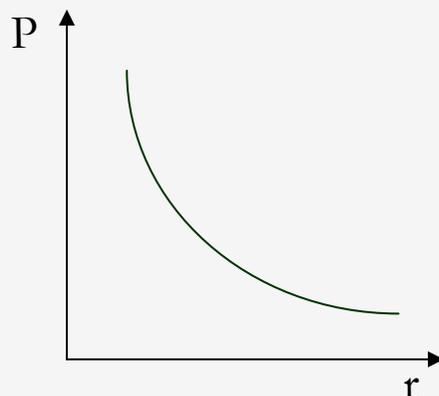
	Subor- dinado (S/N)	Maturidade	Rating <i>Bloomberg</i> <i>Composite<sup>(b)</sup></i>	Spread 31/12/06 (p.p.)	Spread 23/07/07 (p.p.)	Spread 31/12/07 (p.p.)
ING BANK NV	S	19/12/2035	AA-	0.64	<b>0.60</b>	0.88
<b>CAIXA GERAL DEPOSIT FIN</b>	<b>S</b>	<b>12/10/2009</b>	<b>A+</b>	<b>0.37</b>	<b>0.37</b>	<b>0.93</b>
BANK OF IRELAND	S	10/02/2010	A+	0.30	<b>0.34</b>	1.22
BBV INTL FINANCE LTD	S	25/02/2010	AA-	0.31	<b>0.30</b>	0.86
ABN AMRO BANK NV	S	28/06/2010	A+	0.31	<b>0.23</b>	0.61
POPULAR CAPITAL SA	S	29/10/2049	A+	1.83	<b>1.50</b>	1.63
<b>BCP FINANCE BANK LTD</b>	<b>S</b>	<b>29/03/2011</b>	<b>A</b>	<b>0.43</b>	<b>0.46</b>	<b>1.08</b>
<b>BES FINANCE LTD</b>	<b>S</b>	<b>17/05/2011</b>	<b>A</b>	<b>0.45</b>	<b>0.45</b>	<b>1.12</b>
SNS BANK NEDERLAND	S	15/04/2011	A-	0.33	<b>0.40</b>	0.59
HYPOVEREINS FINANCE NV	S	25/02/2008	NR	0.38	<b>0.35</b>	3.54
BANCO INTERCONTINENTAL	S	29/05/2008	NR	1.20	<b>1.80</b>	4.12
BANKINTER SA	S	18/12/2012	NR	0.53	<b>0.58</b>	1.16
BANCO SANTANDER SA	N	15/03/2009	AAA	0.23	<b>0.17</b>	0.57

Fonte: Relatório Estabilidade Financeira 2007, Banco de Portugal

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

*Risco de taxa de juro* – decorre da incerteza face às taxas de juro futuras:

- variabilidade dos preços dos produtos financeiros que resulta de variações não antecipadas nas taxas de juro futuras. – alterações nas condições de mercado, não resultando das características do emitente.
- Incerteza quanto à taxa a que será possível reinvestir os cash flows obtidos ao longo da vida da obrigação – risco de reinvestimento



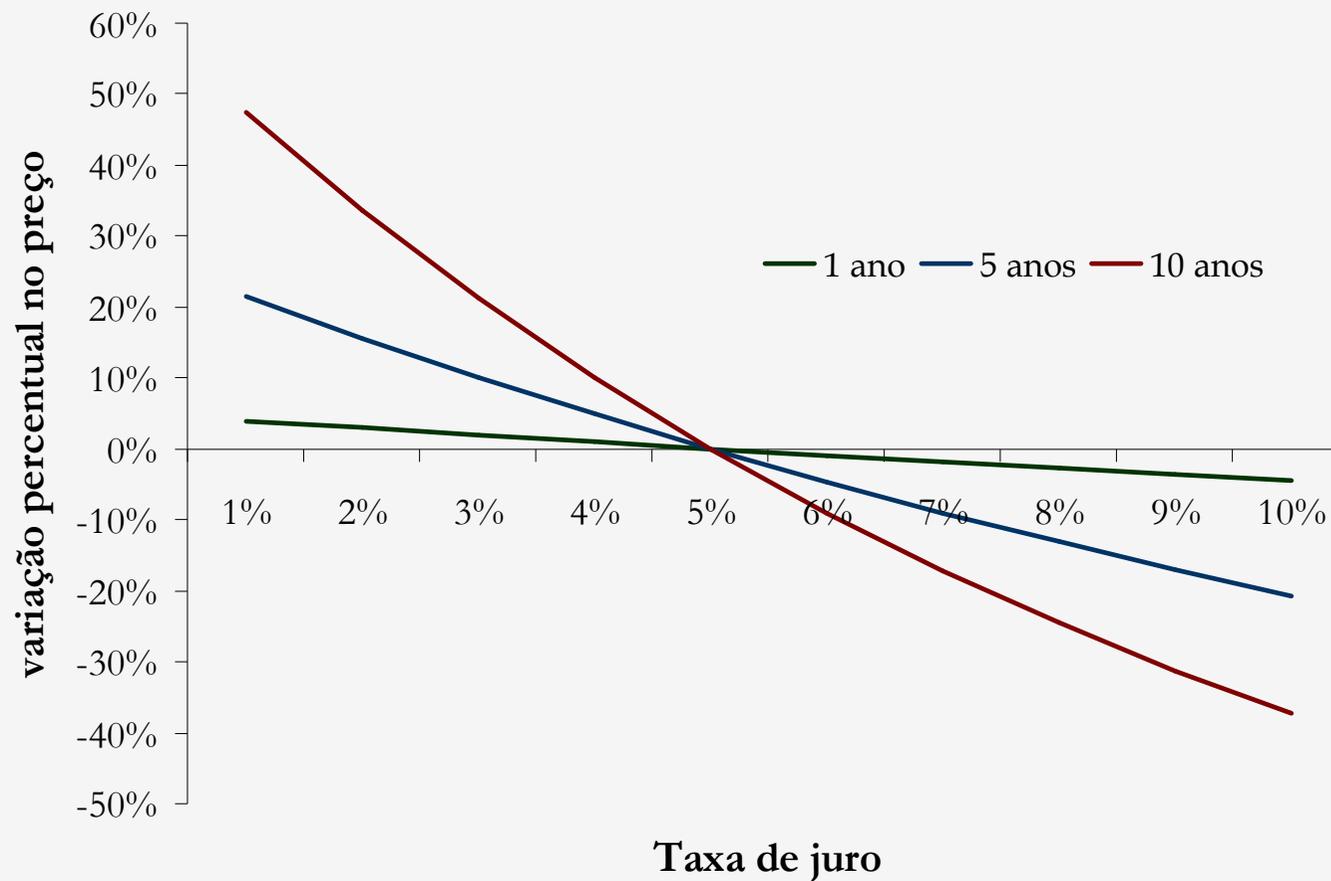
Medidas permitem medir o risco da taxa de juro:

- ∴ Duração
- ∴ Convexidade

### III. OBRIGAÇÕES



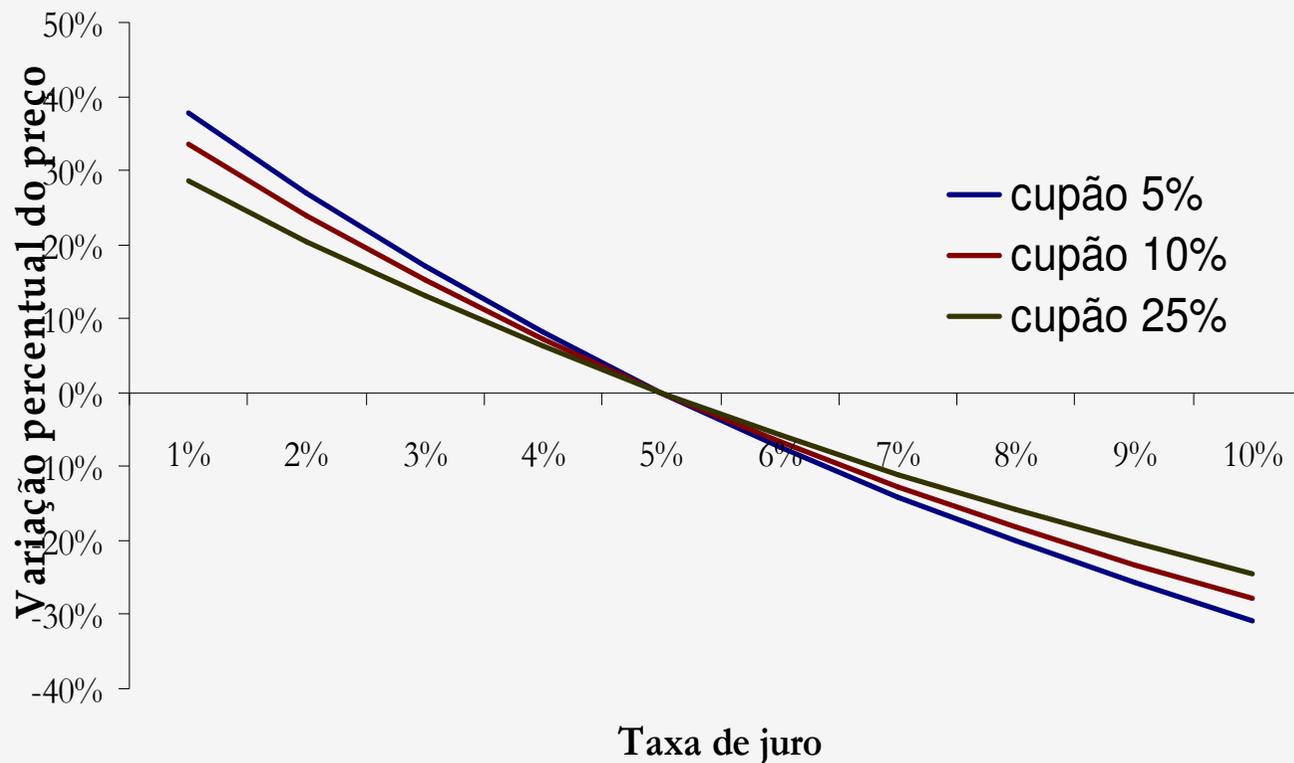
- As obrigações de longo prazo são mais sensíveis a alterações da taxa de juro do que as obrigações de curto prazo



### III. OBRIGAÇÕES



- As obrigações de cupão mais elevado são menos sensíveis a alterações na taxa de juro do que as obrigações de cupão mais reduzido. Na figura obrigações a 10 anos.



## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

### :: DURAÇÃO MACAULAY

Medida do tempo que o investidor tem que esperar, em média, pelo recebimento dos *cash-flows* associados a uma obrigação

Considere-se uma obrigação com maturidade  $T$  e com pagamento cupão anual. O preço vem dado por:

$$P = \frac{VN}{(1+y)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_i}{(1+y)^t}$$

Para esta obrigação a duração Macaulay é:

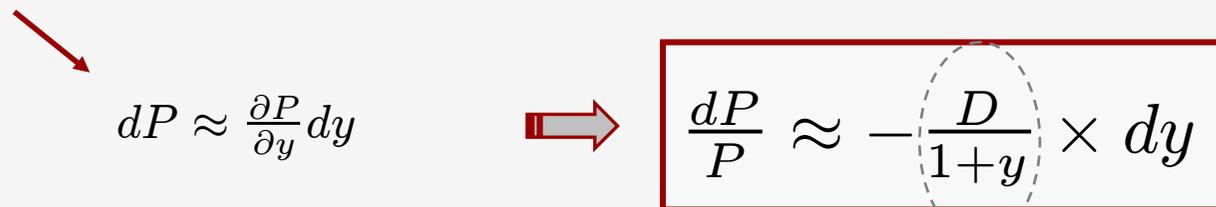
$$D = \frac{\frac{VN}{(1+y)^T} T + \sum_{t=1}^T \frac{C_i}{(1+y)^t} t}{P}$$

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

### Propriedades Duração Macaulay

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{\partial \left[ \frac{VN}{(1+y)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_i}{(1+y)^t} \right]}{\partial y} \\ &= -\frac{1}{1+y} \times \left[ \frac{T \times VN}{(1+y)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{t \times C_i}{(1+y)^t} \right] \\ &= -\frac{D}{1+y} \times P\end{aligned}$$

Aproximação de primeira ordem para alterações preço da obrigação face a alterações da *yield*:


$$dP \approx \frac{\partial P}{\partial y} dy \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dP}{P} \approx -\frac{D}{1+y} \times dy}$$

**Duração Modificada**

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

---

### Limitações da duração Macaulay como medida de risco

1. Só adequada se a *yield curve* for uma recta horizontal (constante) e os deslocamentos da *yield curve* forem paralelos;
2. A duração é apenas um dos factores que influenciam a variabilidade na rentabilidade não antecipada. O outro factor é a variabilidade na taxa de juro.

Exs: Obrigações de curta e longa duração.

3. Apenas mede o risco relativamente a alterações infinitesimais na taxa de juro.
4. Indica a variação percentual do preço de forma aproximada e os erros de aproximação podem ser significativos para variações discretas na taxa de juro.

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

- Obrigações de cupão zero: Duração = Maturidade
- Perpetuidades:  $Duração = (1+y)/y$
- A duração é sempre menor (ou igual) à maturidade.
- Obrigações com cupão mais elevado têm menor duração
- A duração aumenta quando a taxa de juro aumenta.

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

### :: CONVEXIDADE

$$C = \frac{1}{2} \frac{\frac{VN}{(1+y)^T} T(T+1) + \sum_{t=1}^T \frac{C_i}{(1+y)^t} t(t+1)}{P}$$

### Duração Macauly + Convexidade

Aproximação de primeira ordem para alterações preço da obrigação face a alterações da *yield*:

$$dP \approx \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} (dy)^2$$

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

Como,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \left[ \frac{VN}{(1+y)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{C_i}{(1+y)^t} \right]}{\partial y^2} \\ &= \frac{1}{(1+y)^2} \times \left[ \frac{T \times (T+1) \times VN}{(1+y)^T} + \sum_{t=1}^T \frac{t \times (t+1) \times C_i}{(1+y)^t} \right] = \frac{C}{(1+y)^2} \times 2P\end{aligned}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{D}{1+y} \times P$$

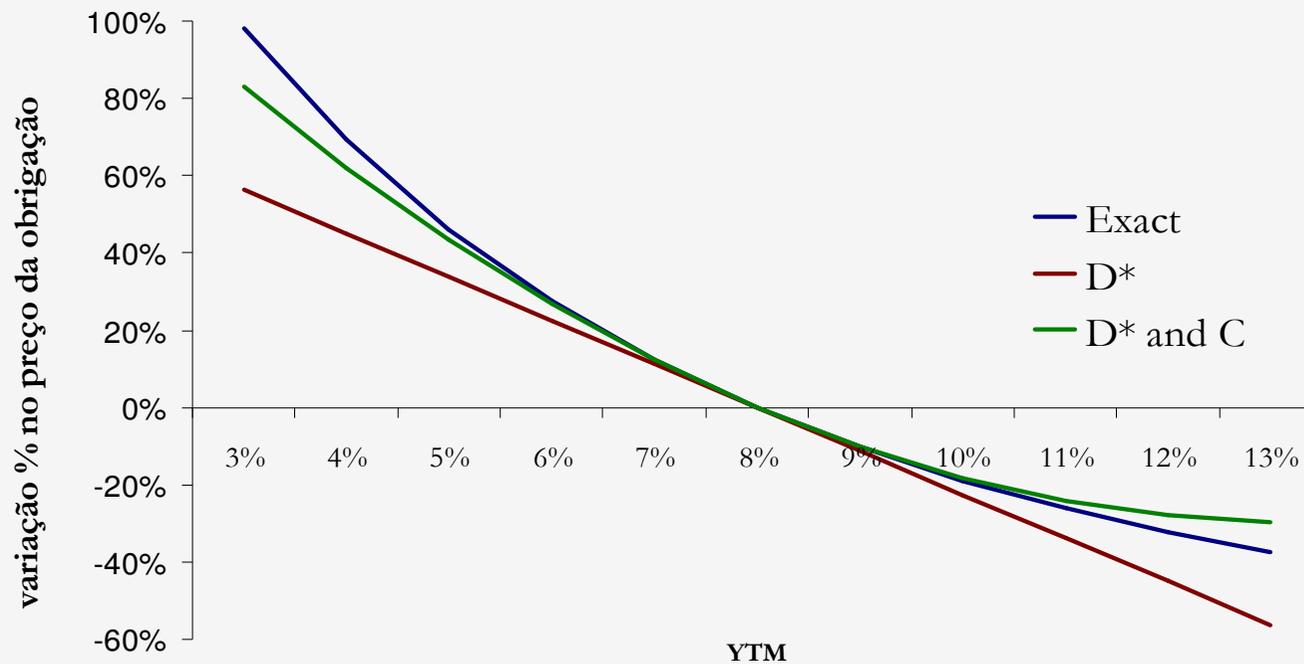
utilizando

$$dP \approx \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} (dy)^2$$



$$\frac{dP}{P} \approx -\frac{D}{(1+y)} dy + \frac{C}{(1+y)^2} (dy)^2$$

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE



## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

### ESTRATÉGIAS DE PROTECÇÃO FACE A ALTERAÇÕES NA TAXA DE JURO

A volatilidade das taxas de juro, quer por via de variações de preço, quer por via de variações no rendimento proveniente do reinvestimento dos juros vencidos – ainda que tenham efeitos opostos – impõe a necessidade de encontrar estratégias de investimento em obrigações, imunes a essa volatilidade.

#### ✓ Imunização

Quando existem responsabilidades pré-adquiridas chama-se imunização à escolha de carteiras de obrigações que permitem fazer o matching com essas responsabilidades. Consiste em igualar a duração dos activos à duração dos passivos. Se os activos e os passivos tiverem a mesma duração, e a duração for uma boa medida da sensibilidade do preço das obrigações, alterações da taxa de juro afectariam da mesma maneira o valor actualizado dos activos e dos passivos.

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

### Intuição Imunização:

Existe um pagamento que deve ser efectuado daqui a 4 anos.

Estratégias minimização risco:

- 1) Adquirir obrigação cupão zero e maturidade 4 anos → sem risco
- 2) Adquirir obrigação de maturidade superior a 4 anos mas com duração de 4 anos.

Se a taxa juro descer, por exemplo,

- i) Os cupões recebidos vão ser reinvestidos a uma taxa de juro mais baixa → O valor agregado dos juros quando chegamos ao período 4 é inferior ao esperado
- ii) A obrigação, no período 4, vai ser vendida a um preço superior ao esperado



Os dois efeitos são de sinal contrário e de magnitudes aproximadamente iguais.

Não se compensam exactamente, mas fica perto disso!

## GESTÃO DE CARTEIRA DE OBRIGAÇÕES | DURAÇÃO E CONVEXIDADE

---

### Aplicação:

Considere uma obrigação do tesouro de taxa fixa com o valor nominal de 10 000 euros, vencimento de 5 anos, taxa de cupão anual de 10% e *yield to maturity* de 12%.

- 1) Determine o preço de equilíbrio desta obrigação.
- 2) Calcule o novo preço caso a *yield to maturity* registe um aumento de um ponto percentual.
- 3) Qual deverá ser o preço de uma obrigação se a *yield to maturity* igualar a taxa de cupão? Justifique