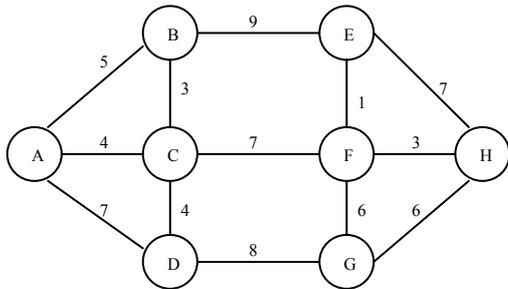


PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA 2010-2011

Ficha de exercícios nº 3

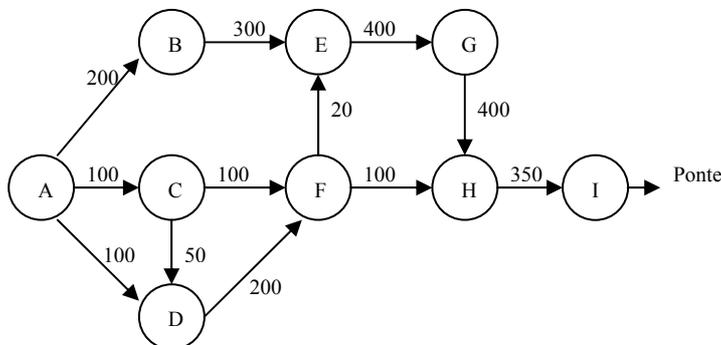
1. Os serviços municipalizados de certa região pretendem levar a energia eléctrica às localidades do concelho representadas na figura seguinte.



Os postes para suporte dos cabos eléctricos devem ser colocados ao longo das estradas à distância de 100 metros entre si. Os valores da figura acima indicam as distâncias (em Km) entre as localidades.

O fornecedor habitual dos postes oferece neste momento condições excepcionais de aquisição. Quantos postes devem ser encomendados? Justifique.

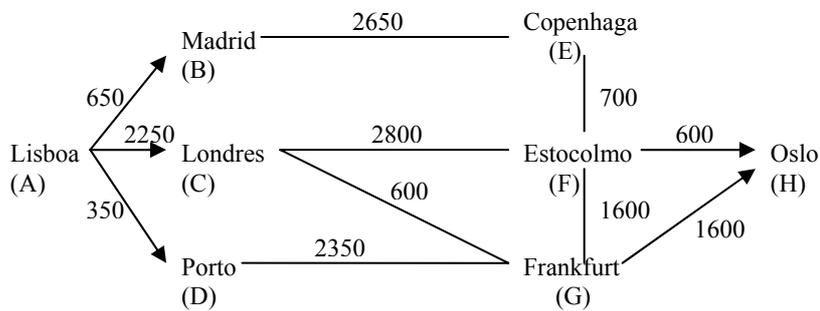
2. Numa pequena cidade situada à beira rio e servida por uma auto-estrada (que não a atravessa), vai construir-se uma ponte, pois quase todos os utilizadores da via rápida desejam atravessar o rio e retomar a auto-estrada, que recomeça do outro lado do curso de água. (Actualmente a travessia é feita de barco, o que tem vários inconvenientes). A rede das vias subsequentes à auto-estrada e que permitirão o acesso à projectada ponte, tem o seguinte aspecto:



O nodo A representa a auto-estrada. As capacidades de circulação/hora estão indicadas na rede.

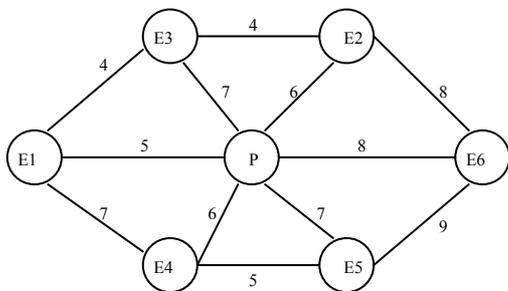
Indique, justificando, qual deverá ser a capacidade mínima de circulação/hora da ponte, de forma que o escoamento de tráfego se faça junto dela sem dificuldade.

3. O gestor de uma empresa necessita de ir de Lisboa a Oslo. Depois de consultadas as agências de viagens, as únicas ligações que interessa considerar para o momento em que terá que ser feita a viagem são as representadas no grafo seguinte, onde os valores sobre os arcos representam as distâncias entre as cidades:



Admitindo que o tempo gasto na viagem pode considerar-se proporcional aos quilómetros percorridos, indique qual o percurso que o gestor deve seguir para minimizar o tempo gasto na viagem.

4. Na construção de uma nova urbanização, com seis edifícios e uma piscina, foram elaborados estudos no sentido de identificar as possíveis localizações para os canos de água. A rede seguinte indica as distâncias entre os diversos pontos:



a) Indique, justificando, as ligações que deverão ser efectuadas de forma a garantir que chegará água a todos os edifícios e à piscina, minimizando a quantidade total de cano gasta.

b) A água da piscina pode ser usada para o combate a incêndios que deflagrem nos edifícios tendo, para esse efeito, sido construídas as ligações:

Arco	(P,E1)	(P,E2)	(P,E3)	(P,E4)	(P,E5)	(P,E6)
Capac. (10^2 m^3)	5	6	7	6	7	8
Arco	(E3,E1)	(E4,E1)	(E2,E3)	(E6,E2)	(E5,E6)	(E5,E4)
Capac. (10^2 m^3)	4	7	4	8	9	5

Suponha que deflagra um incêndio no edifício E1 no momento em que na piscina existem 1500 m^3 de água. Indique, justificando, a quantidade máxima de água que pode ser utilizada no combate a esse incêndio e as canalizações que serão utilizadas.

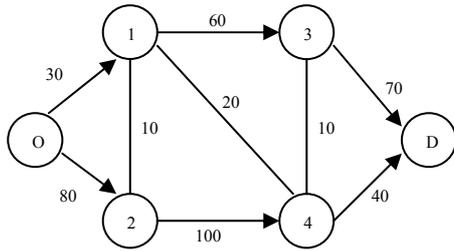
A piscina quando totalmente cheia contém 1800 m^3 de água. Se ela estivesse cheia no momento em que deflagrou o incêndio teria sido possível utilizar toda a água no seu combate? Justifique.

5. Uma agência de viagens vende bilhetes de avião de Lisboa (L) para Tóquio (T). Como não há ligações directas os seus clientes vão a Amesterdão (A), a Roma (R) ou a Frankfurt (F) tomar o avião. A viagem Amesterdão-Tóquio é directa mas a viagem via Roma ou Frankfurt passa em Bangkok. (B). Os lugares disponíveis em cada ligação são os indicados na tabela:

	A	F	R	B	T
L	112	168	230	-	-
A	-	168	-	-	285
F	168	-	180	159	-
R	-	180	-	145	-
B	-	-	-	-	262

Determine quantos bilhetes pode a agência emitir e indique qual o número máximo de passageiros por itinerário.

6. Considere a seguinte rede de estradas:



Os números sobre os arcos representam as capacidades de tráfego. Resolva o problema que consiste em orientar as arestas de modo a maximizar a capacidade de tráfego de O para D.

7. A empresa de mão de obra temporária TEMP LDA tem 276 candidatos a emprego para os meses de verão. A maioria deles, 183, tem apenas a escolaridade básica, 59 têm o 9º ano de escolaridade e os restantes têm o 12º ano. Para esses meses a TEMP LDA recebeu pedidos de cinco empresas (E1,...,E5) que pretendem contratar trabalhadores temporários e cujas necessidades são as seguintes:

	E1	E2	E3	E4	E5
Escola Básica	35	-	-	-	37
9º ano	10	29	-	25	15
12º ano	-	14	18	-	3

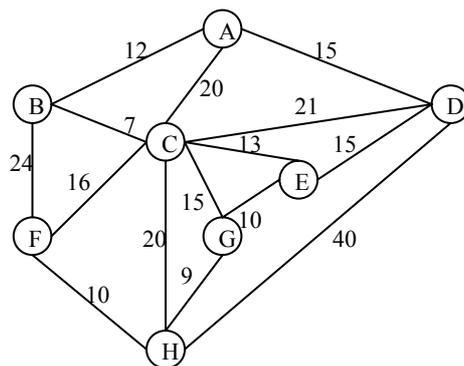
Por cada pessoa colocada numa empresa a TEMP LDA recebe 100 u.m. A TEMP LDA pretende maximizar a receita. Mostre que os técnicos da TEMP LDA podem determinar os contratos que devem ser firmados resolvendo um problema de optimização em redes.

8. Pretende-se construir uma linha de caminho de ferro entre as cidades A e D. Em A apenas se admite uma localização para a estação enquanto que em D há três alternativas para o terminal da referida linha. Os troços possíveis e os respectivos custos (em milhões de u.m.) são dados na tabela:

	A	E1	E2	E3	D1	D2	D3
A	-	6	5	4	-	-	-
E1		-	-	-	2	3	-
E2			-	-	5	6	6
E3				-	-	9	9
D1					-	-	-
D2						-	-
D3							-

Qual o traçado da linha que minimiza os custos? Justifique.

9. Numa cidade vai ser construída uma rede de metropolitano para estabelecer a ligação entre 8 futuras estações. Na rede abaixo estão indicadas as distâncias entre estações (em centenas de metros).

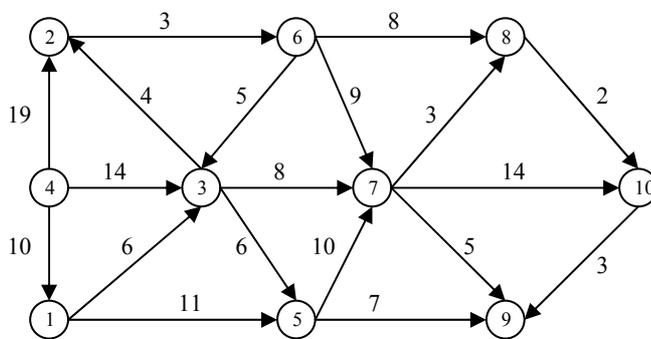


As ligações entre as estações A e F e A e G são consideradas prioritárias, devendo por isso ser o mais curtas possíveis.

- Sabendo que o custo de construção da rede é proporcional ao seu comprimento, determine o traçado da rede de metropolitano que deve ser adoptado justificando as suas opções.
- Avalie o impacte das opções prioritárias na solução.

Como devem os bombeiros proceder para restabelecer no mais curto espaço de tempo as ligações entre todas as localidades? Quanto tempo irão demorar os bombeiros a resolver o problema? Justifique.

12. Na rede abaixo o nodo 4 representa o local onde irão ser descarregadas ramas de petróleo para posteriormente refinar. As localizações potenciais para a refinaria são representadas pelos nodos 8, 9 e 10. Admitindo que os arcos orientados da rede representam as direcções possíveis de circulação no transporte rodoviário das ramas e que os valores junto a cada arco (i,j) representam o custo de transporte das ramas de i para j , determine a localização óptima da refinaria. Justifique.

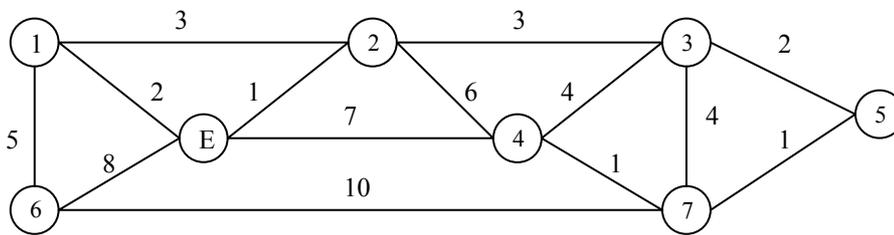


13. Uma empresa especializada em festivais de música alugou um terreno para a realização de um festival de verão. Por razões de segurança a empresa vai preparar o terreno de forma a permitir a circulação de veículos de emergência entre os palcos. O custo dessa obra é de dez euros por metro linear. A distância entre os palcos é dada, em centenas de metros, na tabela abaixo. Por razões ambientais, certas ligações não poderão ser estabelecidas.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
P1	0	2	-	4	7	-	-
P2		0	1	1	2	-	-
P3			0	-	8	-	-
P4				0	2	3	2
P5					0	3	4
P6						0	1
P7							0

- a) Quanto vai custar à empresa a obra de preparação do terreno?
- b) Suponha que, se o valor da obra for superior ou igual a dez mil euros, o empreiteiro oferece um desconto de 15% sobre o preço final. Proponha uma metodologia para determinar a melhor solução para o problema de preparação do terreno e aplique-a ao exemplo.

14. A Polícia de Segurança Pública vai instalar corredores de segurança nas ruas da cidade por onde irão passar as comitivas dos países participantes num encontro sobre questões ambientais. Na rede abaixo o nodo E representa o local do encontro e os nodos 1 a 7 representam os locais de partida das comitivas. As arestas da rede representam o conjunto de ruas possíveis para instalar os corredores de segurança. Os valores junto às arestas representam as distâncias, em centenas de metros, entre os locais.



- a) Em que ruas devem ser instalados os corredores de segurança de modo a que a distância total percorrida pelas comitivas até ao local do encontro seja a menor possível?
- b) Supondo que o número de agentes da polícia necessários para cobrir uma rua é proporcional ao seu comprimento, que implicações tem na solução anterior a instalação de corredores de segurança que minimizam o número total de agentes?