

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO – INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

2009/6/24

Duração: 2horas

(Nota: Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efectuados)

1. Considere o seguinte problema de Programação Linear

$$(P) \quad \min \quad z = 6x_1 + 2x_2 + 4x_3$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Ao resolver o problema pelo Solver, obtiveram-se os relatórios que se encontram no fim da página.

- (2 val) Escreva o seu dual e resolva-o graficamente.
- (2 val) A partir da resolução do dual, obtenha a solução óptima do problema (P) – só variáveis de decisão – e confirme o resultado com o dos relatórios.
- (2 val) Se o coeficiente de x_1 na função objectivo passar a ser 9, qual o efeito no valor óptimo? E na solução óptima?
- (1,5 val) Se precisar de alterar o segundo membro da primeira restrição de (P), em que condições sabe dizer quais as consequências no valor óptimo, sem necessitar de resolver o problema novamente?
- (2 val) Modifique um dos segundos membros das restrições de (P) de modo a que o valor óptimo do problema passe a ser 7.
- (2 val) Admita que o problema (P) foi modificado e que as alterações foram as seguintes: o valor de x_2 tem de ser não inferior a metade do de x_3 e a solução tem de verificar a 1ª ou a 2ª restrição. Apresente a nova formulação.

Microsoft Excel 10.0 Answer Report

Target Cell (Min)

| Cell | Name | Original Value | Final Value |
|--------|------|----------------|-------------|
| \$F\$5 | | 0 | 10 |

Adjustable Cells

| Cell | Name | Original Value | Final Value |
|--------|------|----------------|-------------|
| \$C\$4 | x1 | 0 | 1 |
| \$D\$4 | x2 | 0 | 0 |
| \$E\$4 | x3 | 0 | 1 |

Constraints

| Cell | Name | Cell Value | Formula | Status | Slack |
|--------|------|------------|----------------|---------|-------|
| \$F\$2 | (r1) | 1 | \$F\$2>=\$H\$2 | Binding | 0 |
| \$F\$3 | (r2) | 2 | \$F\$3>=\$H\$3 | Binding | 0 |

Microsoft Excel 10.0 Sensitivity Report

Adjustable Cells

| Cell | Name | Final Value | Reduced Cost | Objective Coefficient | Allowable Increase | Allowable Decrease |
|--------|------|-------------|--------------|-----------------------|--------------------|--------------------|
| \$C\$4 | x1 | 1 | 0 | 6 | 4 | 2 |
| \$D\$4 | x2 | 0 | 4 | 2 | 1E+30 | 4 |
| \$E\$4 | x3 | 1 | 0 | 4 | 2 | 2 |

Constraints

| Cell | Name | Final Value | Shadow Price | Constraint R.H. Side | Allowable Increase | Allowable Decrease |
|--------|------|-------------|--------------|----------------------|--------------------|--------------------|
| \$F\$2 | (r1) | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| \$F\$3 | (r2) | 2 | 4 | 2 | 1E+30 | 1 |

2. (3 valores) Uma agência de viagens organizou uma semana de férias no Algarve a um grupo de 102 turistas da Croácia. Devido a problemas no aeroporto de Faro, o regresso de Portugal a Dubrovnik terá de ser feito a partir de Lisboa. Não há voo directo nem vai ser possível que todos regressem no mesmo avião. O número de lugares disponíveis nos diferentes aviões que permitem fazer as ligações necessárias para a viagem Lisboa-Dubrovnik, bem como o custo de cada percurso, por passageiro, estão na tabela seguinte

| Percurso | Nº de lugares disponíveis | Custo por passageiro |
|-----------------------|---------------------------|----------------------|
| Lisboa – Munique | 31 | 112 € |
| Lisboa – Porto | 49 | 71 € |
| Lisboa – Madrid | 45 | 23 € |
| Munique – Dubrovnik | 42 | 344 € |
| Munique – Frankfurt | 51 | 50 € |
| Porto – Frankfurt | 29 | 62 € |
| Madrid – Frankfurt | 54 | 10 € |
| Frankfurt – Dubrovnik | 78 | 462 € |

Formule um problema de optimização em redes cuja resolução permita o regresso do grupo de turistas croatas ao menor custo possível (não o resolva).

3. Considere o problema de Programação Linear que, durante a resolução com o algoritmo do simplex, originou o seguinte quadro

| <i>VB</i> | <i>z</i> | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | <i>RHS</i> |
|-----------|----------|----------|-------|----------|-------|-------|------------|
| <i>z</i> | 1 | <i>a</i> | 0 | <i>b</i> | 0 | 0 | 33 |
| x_2 | 0 | -1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| x_5 | 0 | <i>c</i> | 0 | -2 | 0 | 1 | 5 |
| x_4 | 0 | 0 | 0 | 4 | 1 | 0 | 6 |

- (1 val) Indique uma solução básica admissível do problema;
- (1,5 val) Admitindo que o quadro acima é óptimo, indique, caso existam, todos os valores de a, b, c para os quais o problema dado tem soluções óptimas alternativas;
- (1,5 val) Quais os valores de a, b, c para os quais o problema tem valor óptimo ilimitado?
- (1,5 val) Resolva o problema para $a=3$, $b=-2$ e $c=1/2$.