Tópicos de Solução do Exame Final de Microeconomia

Joana Pais

14 de Janeiro de 2011

Duração: 2:30

1. (3 val.) Considere vectores de preços p^t e respectivos vectores de produção y^t, com $t = 1, ..., T$. Enuncie o Axioma Fraco da Maximização do Lucro. Será que este Axioma é condição suficiente para que se verifique a Lei da Oferta? Justifique.

   Solução: Ver Varian, p. 35–36.

2. Seja $(-\infty, \infty) \times \mathbf{R}^+$ o conjunto de possibilidades de consumo e considere a função utilidade $u(x, y) = x + w(y)$.

   (a) (0.5 val.) Que nome se dá às preferências representadas por esta função utilidade? Justifique a designação.

   Solução: Trata–se de preferências quasi–lineares; esta designação deve–se ao facto de a função utilidade correspondente ser linear num dos bens (neste caso representado por x).

   (b) (3 val.) Determine as funções de procura dos dois bens.

   Solução: Suponha–se $p_x = 1$. O problema do consumidor vem: Max $x + w(y)$ s.a $x + p_y y \leq m$ e $y \geq 0$. Há dois tipos de solução:

      i. $y^* = 0$ e $x^* = m$ se $w'(0) \leq p_y$.

      ii. y^* definido implicitamente por $w'(y^*) = p_y$ e $x^* = m - p_y y^*$. É de notar que x^* pode assumir valores negativos e que a procura de y não depende do rendimento.

   (c) (1 val.) Sem efectuar cálculos, diga o que mudaria caso o domínio de x fosse $\mathbf{R}^+$.

   Solução: Neste caso, x não pode assumir valores negativos e para obter as funções procura deveríamos, em rigor, resolver o problema descrito com uma restrição adicional: $x \geq 0$. Teríamos, então, um tipo de solução adicional: $x^* = 0$ e $y^* = m/p_y$ se $w'(m/p_y) \geq p_y$. Isto é, se o benefício marginal de consumir y^* for superior ao seu custo marginal dado por p_y, a totalidade do orçamento será gasto em y.

3. Considere a seguinte economia de troca com dois agentes (A e B) e dois bens (cujas quantidades são representadas por x e y). As preferências dos agentes são idênticas e podem representar–se pela função utilidade $u(x,y) = logx + logy$. As dotações iniciais são $w_A = (5,10)$ e $w_B = (25,10)$.

   (a) (2 val.) Determine as funções procura de cada indivíduo.
   Solução: O problema dos consumidor i, $i = A, B$, é Max $logx + logy$ s.a $p_x x + p_y y \leq m_i$, $x \geq 0$ e $y \geq 0$, com $m_A = 5p_x + 10p_y$ e $m_B = 25p_x + 10p_y$. Dado que a função objectivo é logarítmica, a restrição orçamental da cada um dos problemas vai verificar–se com igualdade e não haverá soluções de canto. Logo, obtém–se $x_A^* = 2.5 + 5p_y/p_x$, $y_A^* = 2.5p_x/p_y + 5$, $x_B^* = 12.5 + 5p_y/p_x$ e $y_B^* = 12.5p_x/p_y + 5$.

   (b) (1 val.) Escreva as equações que traduzem uma situação de equilíbrio em cada um dos mercados. Mostre que as equações conduzem ao mesmo valor do preço relativo p_x/p_y.
   Solução: O equilíbrio no mercado de x é dado por $x_A^* + x_B^* - 30 = 0$ e no mercado de y por $y_A^* + y_B^* - 20 = 0$. Resolvendo cada uma das equações, obtém–se $p_x/p_y = 2/3$.

   (c) (1.5 val.) Determine o equilíbrio Walrasiano.
   Solução: Substituindo os preços relativos nas procuras de cada agente, vem: $x_A^* = 10$, $y_A^* = 20/3$, $x_B^* = 20$ e $y_B^* = 40/3$. O equilíbrio é um vector composto pelo preço relativo e pelas procuras dos dois agentes.

4. A divisão de 2 Euros entre dois jogadores é feita da seguinte forma: o jogador 1 oferece o montante $x \in \{0, 1, 2\}$ ao jogador 2. O jogador 2 pode aceitar ou rejeitar. Se aceitar recebe x, deixando $2 - x$ ao jogador 1. Caso rejeite, cada jogador recebe 0. O jogador 1 só valoriza o dinheiro que ele próprio recebe, pelo que a sua função utilidade é $u_1(x) = 2 - x$.

   (a) (1.25 val.) Suponha que o jogador 2 também só valoriza o dinheiro recebido, de tal forma que $u_2(x) = x$. Desenhe a árvore do jogo e determine os dois equilíbrios perfeitos nos subjogos.

Solução: Há dois ENPS: (0,AAA) e (1,RAA).(Nota: uma estratégia para o jogador 2 é composta por 3 ações, correspondentes ao que 2 fará caso o jogador 1 jogue $0, 1$ ou 2.)

(b) (1.25 val.) Agora suponha que o jogador 2 também valoriza a equidade da distribuição: Nomeadamente, se o jogador 2 rejeitar, o seu payoff é 0, mas se o jogador 2 aceitar uma oferta de x, então $u_2(x) = x - 1/2|(2-x)-x|$. Desenhe a árvore do jogo e determine os equilíbrios de Nash perfeitos nos subjogos.

Solução: Há um ENPS: (1,RAA).

(c) (2 val.) Suponha que há informação incompleta: quando o jogador 1 escolhe x, acredita que há uma probabilidade de 75% que o jogador 2 valorize a equidade da distribuição e uma probabilidade de 25% que 2 valorize a penas o montante por ele recebido. Mostre que há um equilíbrio Bayesiano no qual $x = 2$. Especifique–o descrevendo as estratégias que o compõem.

Solução: O equilíbrio que suporta $x = 2$ é (2, RRARRA). (Nota: uma estratégia para o jogador 2 é um vector com 6 entradas, correspondentes ao que o jogador 2 faz perante cada uma das 3 escolhas possíveis do jogador 1 se tiver uma ou outra função utilidade.)

5. Considere um problema de risco moral onde existem dois níveis de esforço e dois resultados possíveis.

(a) (1 val.) Descreva o contrato óptimo a realizar entre o Delegante (também designado por Principal) e o Agente no caso de ambos serem neutros ao risco. A implementação do contrato ótimo trará perdas de eficiência?

Solução: Caso o Delegante (D) queira implementar o nível de esforço baixo, deverá oferecer um salário (constante) que dá ao Agente (A) a utilidade de reserva quando exerce esforço baixo; caso queira implementar um esforço alto, deve oferecer um salário que depende do resultado obtido, satisfazendo a restrição de participação para esforço alto, bem como a restrição de compatibilidade de incentivos. O nível de esforço escolhido pelo D é aquele que lhe dá um maior lucro esperado. Neste caso, se o contrato ótimo for implementado, não há perda de eficiência.

(b) (1 val.) Descreva o contrato óptimo a realizar entre o Delegante e o Agente, agora no caso de o Delegante ser neutro ao risco e de o Agente ser avesso ao risco. A implementação do contrato ótimo trará perdas de eficiência?

Solução: O contrato ótimo é idêntico. No entanto, o facto do A ser avesso ao risco, fará com que o salário médio que lhe é pago no caso do D querer implementar esforço elevado ter de ser mais elevado, incluindo um prémio de risco. Este facto conduz a perdas de eficiência.

(c) (1.5 val.) O que mudará relativamente à alínea anterior se também o Delegante for avesso ao risco?

Solução. Mais uma vez, o contrato ótimo tem as mesmas características e a assimetria de informação traz perdas de eficiência.