1.

a) Solução primal: $x_A = 5; x_B = 10; x_1 = 0; x_2 = 0; x_3 = 7; x_4 = 0$. Interpretação: o empresário deverá trabalhar 5 horas na empresa A e 10 na empresa B, conseguindo desse modo maximizar a sua utilidade que atingirá o valor 65. As horas de trabalho na empresa B excedem em 7 ($x_3 = 7$) o mínimo imposto, todos os restantes requisitos são respeitados exactamente no montante exigido ($x_1 = x_2 = x_4 = 0$).

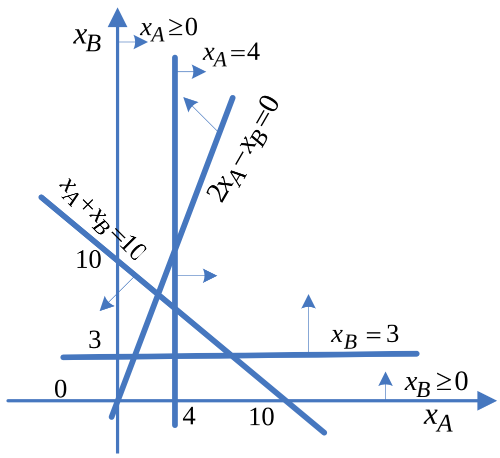
Solução dual:($y_1 = 4{,}333;\ y_2 = y_3 = 0;\ y_4 = 0{,}333;$). Interpretação: Caso a base óptima se mantenha, a utilidade total atingida aumentaria em 4.333 unidades se fosse possível dispor de mais 1 hora para trabalhar nas empresas, e poderia igualmente melhorar 0.333 se a actual relação estabelecida para as horas das empresas fosse aumentada em 1 unidade ($\Delta b_4 = +1$). Alterações marginais nas restantes restrições não têm repercussão no valor da utilidade total pois os respectivos preços sombra são nulos.

b) Não, o conselho seria de manter o almoço que tem uma utilidade de 6. Uma hora a mais nas empresas proporcionaria um aumento de apenas $y_1 = 4{,}333 (< 6)$ na utilidade. Esta conclusão é permitida pois tendo em conta o IS ($\Delta b_1 \geq 0$), pois o preço sombra é válido se $b_1 \geq 15$.

c) Como $Novoc_B = 0$ pertence ao intervalo de sensibilidade: $\Delta c_B \in [-6{,}5; 1] \Longrightarrow Novoc_B = 0 \in [-2{,}5; 5]$, a solução corrente não se altera, apenas o valor da utilidade total vem reduzido para 25 ($\Delta Z = \Delta c_B \times x_B = -4 \times 10 \Rightarrow NovoZ = 65 - 40$).

2.

a) $RA = \phi$, logo o problema é impossível.



b) Dual:

$$Min\, w = 10y_1 + 4y_2 + 3y_3$$

$$s.a \begin{cases} y_1 + y_2 + 2y_4 \geq 5 \\ y_1 + y_3 - y_4 \geq 4 \\ y_1,\ y_4 \geq 0;\ y_2,\ y_3 \leq 0 \end{cases}$$

A solução é admissível porque verifica todas as restrições de sinal ($y_1 = 5 > 0;\ y_2 = y_3 = y_4 = 0$) e funcionais $(5 + 0 + 2 \times 0 \geq 5,\ 5 + 0 - 0 \geq 4)$.

c) Uma vez que o problema primal é impossível o dual também não tem solução, podendo ser impossível ou ter valor óptimo ilimitado. Dado que se conhece uma solução admissível do dual podemos concluir que o dual tem valor óptimo ilimitado.

3. a) Sejam $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o substituto } S_i \text{ desempenhar a tarefa } T_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$ para i=1,2,3 e j=1,2,3,4.

$$\begin{aligned}
Min\ z = {} & 2x_{11} + 3x_{12} + 2x_{13} + 2x_{14} + 3x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} + Mx_{24} + 4x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 3x_{34} \\
& x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1 \\
& x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1 \\
& x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1 \\
& x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 1 \\
& x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 1 \\
& x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 1 \\
& x_{14} + x_{24} + x_{34} \leq 1 \\
& x_{24} = 0 \\
& x_{ij} \in \{0,1\} \qquad i = 1,2,3; j = 1,2,3,4.
\end{aligned}$$

b) Substituíam-se as desigualdades correspondentes por igualdades, isto é, a 4ª e a 5ª restrição seriam igualdades.

4. a) Trata-se do problema da árvore geradora mínima.

b) Algoritmo de Prim

Iteração	Nodo na árvore	Nodo adjacente fora da árvore + perto	Custo da ligação	Custo mínimo	Ligação a juntar
1	C1	C6	**1**	**1**	(C1,C6)
2	C1	C4	2		
	C6	C3	**1**	**1**	(C6,C3)
3	C1	C4	**2**	**2**	(C1,C4)
	C6	C4	3		
	C3	C2	3		
4	C1	C5	5		
	C6	C2	5		
	C3	C2	3		
	C4	C5	**2**	**2**	(C4,C5)
5	C1	–			
	C6	C2	5		
	C3	C2	**3**	**3**	(C3,C2)
	C4	–			
	C5	–			
			Total	9	

O custo total é de 9 (=1+1+2+2+3), logo a proposta não deve ser aceite, pois tem um custo superior (igual a 10 u.m.).