Tópicos de Solução do Exame Final de Microeconomia

Joana Pais

31 de Janeiro de 2011

1. Considere–se a função de produção $f(x, y) = 2x + y$.

   (a) Função procura de factores.

   Solução: Construindo o Lagrangeano, o problema de maximização do lucro vem Max $p(2x+y) - w_x.x - w_y.y$ s.a $x, y \geq 0$. Há quatro tipos de solução:

   i. $y^* = 0$ e $x^* = 0$ se $w_x \geq 2p$ e $w_y \geq p$;
   ii. $y^* = 0$ e $x^* > 0$ se $w_x = 2p$ e $w_y \geq p$;
   iii. $y^* > 0$ e $x^* = 0$ se $w_x \geq 2p$ e $w_y = p$;
   iv. $y^* > 0$ e $x^* > 0$ se $w_x = 2p$ e $w_y = p$.

   (b) Função lucro.

   Solução: Em todos os casos temos $\pi(p, w_x, w_y) = 0$.

   (c) Funções procura condicionada de factores.

   Solução: Construindo o Lagrangeano, o problema de minimização de custos vem Min $w_x.x + w_y.y + \lambda(K - 2x - y)$ s.a $x, y \geq 0$, onde K é o volume de produção mínimo. Há três tipos de solução:

   i. $y^* = 0$ e $x^* = K/2$ se $2w_y \geq w_x$;
   ii. $y^* = K$ e $x^* = 0$ se $w_x \geq 2w_y$;
   iii. $y^* > 0$ e $x^* > 0$ com $x^* + y^* = K$ se $w_x/2 = w_y$.

   (d) Função custo.

   Solução: $c(K, w_x, w_y) = Kmin\{w_y, w_x/2\}$.

2. Mostre que as preferências de um agente económico podem satisfazer não saciedade local e, simultaneamente, não satisfazer a propriedade da monotonia.

Solução: Apresentar um contra–exemplo desenhando, por exemplo, um mapa de curvas de indiferença em que a utilidade cresça no sentido da origem.

3. Comente, justificando brevemente, a seguinte afirmação: A continuidade das preferências é uma propriedade necessária, mas não suficiente, para que estas preferências sejam representáveis através de uma função de utilidade.

   Solução: Se as preferências forem completas e transitivas, a continuidade é condição suficiente para que sejam representáveis por uma função utilidade (função esta que será, também, contínua). (Uma versão mais fraca deste resultado é a seguinte: Se as preferências forem refelexivas, completas, transitivas, fortemente monótonas e contínuas, então são representáveis por uma função utilidade.) Assim, a afirmação é falsa: A continuidade das preferências não é necessária; antes, o facto de serem completas, transitivas e contínuas é condição suficiente para que sejam representáveis poruma função utilidade.

4. Considere a seguinte economia de troca com dois agentes (1 e 2) e dois bens (cujas quantidades são representadas por x e y). As preferências do consumidor 1 podem representar–se pela função utilidade $u_1(x,y) = x.y$ e as preferências do consumidor 2 representam-se por $u_2(x,y) = min\{x,y\}$. As dotações iniciais são $w_1 = (5,1)$ e $w_2 = (1,5)$. Normalize o vector de preços de tal forma que $p_y = 1$.

   (a) Desenhe a caixa de Edgeworth (incluindo curvas de indiferença e dotação inicial).

   Solução: A caixa tem dimensões (6,6); as curvas de indiferença do jogador 1 são regulares e as do consumidor 2 têm ângulos rectos; a dotação inicial tem como coordenadas (5,1) relativamente à origem correspondente ao jogador 1.

   (b) Determine as funções procura de cada indivíduo.

   Solução: Resolvendo o problema de maximização de utilidade de cada consumidor, obtém–se $x_1^* = 5/2 + 1/(2p_x)$, $y_1^* = (5/2)p_x + 1/2$ e $x_2^* = y_2^* = 1 + 4/(p_x + 1)$.

   (c) Determine o equilíbrio Walrasiano.

   Solução: $p_x = 1$ e $x_1^* = y_1^* = x_2^* = y_2^* = 3$.

5. Jogo a Guerra dos Sexos.

(a) Solução: O conjunto de equilíbrios de Nash é: $\{(1,1),(0,0),(1/3,2/3)\}$, onde $p(q)$ em (p,q) representa a probabilidade de 1(2) jogar A.

(b) Solução: Seguindo a sugestão, suponha–se que o jogador (1)2 opta por jogar (A)B se $t_1(t_2)$ exceder $c_1(c_2)$ e a outra estratégia caso contrário. Assim, dada a função de densidade de probabilidade da distribuição uniforme, o jogador 1(2) escolherá A(B) com probabilidade $(x-c_1)/x((x-c_2)/x)$ e a outra estratégia com a probabilidade remanescente $c_1/x(c_2/x)$.

A melhor resposta do jogador 1 é A sse: $H_1(A) \geq H_2(B)$; resolvendo vem $(2+t_1).c_2/x \geq (x-c_2)/x \leftrightarrow t_1 \geq x/c_2-3$, concluindo–se que $c_1 = x/c_2 - 3$. Seguindo um raciocínio idêntico, temos $c_2 = x/c_1 - 3$. Resolvendo o sistema de duas equações, obtém–se $c_1 = c_2 = -3 + \sqrt{9+4x}/2$. A probabilidade de 1 escolher A e de 2 escolher B é, então, $1 - (-3 + \sqrt{9+4x})/2x$, o que tende para $2/3$ quando $x \to 0$.

6. Jogo de sinalização.

(a) Solução: O conjunto de estratégias do jogador 1 é $\{LL, RL, LR, RR\}$ e o conjunto de estratégias de 2 é $\{aa, ab, ba, bb\}$.

(b) Solução: Este jogo tem um único equilíbrio separador onde 1 escolhe R se fôr do primeiro tipo e L se fôr do segundo tipo; 2 escolhe a se observar R ou L; as crenças são consistentes: o jogador 1 é do primeiro tipo com probabilidade 1 se se observar R e do segundo tipo com probabilidade 1 se se observar L.