

5. (HL¹, ex. 3.2-3, pág. 79) Suponha que o Sr. X deseja investir as 6 000 *u.m.* que acabou de ganhar no totoloto. Sabendo isto, dois amigos seus, o Pedro e a Joana, ofereceram-lhe oportunidade de se tornar sócio deles em negócios distintos. Em ambos os casos, é suposto investir, para além de dinheiro, algum do seu tempo nas próximas férias. Tornar-se sócio a tempo inteiro no negócio do Pedro requer um investimento de 5 000 *u.m.* e 400 horas, podendo-se estimar um lucro (ignorando o valor do seu tempo de férias) de 4 500 *u.m.*. Os valores correspondentes para o negócio com a Joana são de 4 000 *u.m.* e 500 horas, com um lucro estimado em 4 500 *u.m.*. Contudo, nem o Pedro nem a Joana exigem exclusividade, ou seja, nenhum deles se importa que o Sr. X seja sócio de ambos, sendo tanto a sua parte do lucro, como do capital investido, proporcionais ao tempo despendido em cada negócio. Estando o Sr. X interessado em despende algum do seu tempo em trabalho durante as referidas férias (nunca mais de 600 horas), formalize o problema que pretende determinar qual a combinação que fará mais sentido.
- Represente graficamente a região admissível.
 - Calcule o valor da função objectivo para cada um dos pontos extremos da região admissível. Com base nestes cálculos identifique a solução ótima.
 - No gráfico identifique as possíveis sequências de soluções que serão encontradas se resolver o problema pelo algoritmo do Simplex.
 - Identifique a solução básica admissível correspondente a cada ponto extremo da região admissível, calculando o valor das variáveis desvio. Para cada solução básica admissível, identifique quais as variáveis não básicas.
6. Uma empresa tem uma unidade fabril com capacidade de laboração semanal de 70 horas, onde pode produzir três produtos (**P1**, **P2** e **P3**). Por unidade que se produza de **P3** é utilizada uma hora desta capacidade, enquanto a produção unitária de **P1** e **P2** necessita, respectivamente, do dobro e do triplo desse tempo. Os três produtos, quando prontos, são guardados num armazém que tem disponíveis 100 m³. Cada unidade de cada um dos produtos ocupa 1 m³. As margens brutas unitárias conseguidas com cada um dos produtos são de 10, 15 e 5 *u.m.*, respectivamente.
- Formule um problema de PL que lhe permita maximizar a margem bruta total.
 - Utilize o método do Simplex para determinar as SBAs óptimas.
 - Elabore um pequeno relatório a apresentar à empresa, salientando os aspectos mais relevantes do plano de produção que pensa que deve ser seguido.
7. Resolva pelo algoritmo do Simplex os problemas das alíneas **a)**, **c)**, **d)**, **e)**, **h)** e **j)** do exercício 3.

¹ Hillier, Lieberman, "Introduction to Operations Research", 8ª edição, McGraw-Hill, 2005.

8. Considere o seguinte problema **P**:

$$\text{Max } z = x_1 - 3x_2$$

$$\text{s.a: } \begin{cases} \frac{1}{3}x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 - x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

- Resolva **P** graficamente.
- Qual a solução que satura a 1ª restrição e tem valor nulo para x_2 . Classifique-a.
- Apresente **P** na forma standard e na forma aumentada.
- Obtenha uma solução admissível para **P** aplicando uma iteração do Simplex.

9. Resolva os seguintes problemas de PL:

a) $\text{Max } Z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3$

s. a:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 30 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

b) $\text{Max } Z = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3$

s. a:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

c) $\text{Min } Z = -2x_1 + x_2 - x_3$

s. a:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

d) $\text{Max } Z = x_1 + 2x_2 + 4x_3$

s. a:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 10 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 8 \\ 2x_1 + x_3 \leq 7 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

10. Considere o seguinte quadro do Simplex referente a um problema de maximização:

variáveis básicas	coeficientes de						segundos membros
	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
z	1	c	0	2	0	0	9
x_2	0	-1	1	a_1	0	0	3
x_4	0	a_2	0	-3	1	0	1
x_5	0	a_3	0	4	0	1	2

Exprima para que valores de a_1 , a_2 , a_3 e c as seguintes proposições são verdadeiras:

- a solução corrente é ótima;
- a solução corrente é ótima e há pelo menos uma solução básica ótima alternativa;
- a função objectivo é ilimitada.