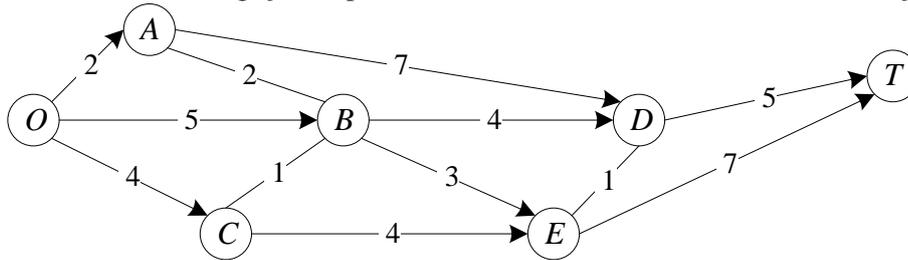


Exemplo Protótipo – SEERVADA PARK (HL¹, §9.1, pág. 359)

Os serviços directivos do SEERVADA PARK, um conhecido parque natural, viram-se recentemente confrontados com a necessidade de limitar as visitas e passeios turísticos, pedestres ou não, em especial na época alta para o turismo. Tal limitação destina-se à conservação do parque, evitando estragos na fauna e flora. Não são admitidos carros particulares no parque, havendo uma rede de estradas onde se permite a circulação de veículos próprios guiados por guardas da reserva.

O sistema de estradas é mostrado na figura seguinte (omitindo as curvas), onde:

- O representa a entrada no parque e T um miradouro;
- Em todos os pontos (O, A, B, C, D, E, T) existem estações de apoio com guardas do parque;
- os números sobre as ligações representam as distâncias entre as diferentes estações.

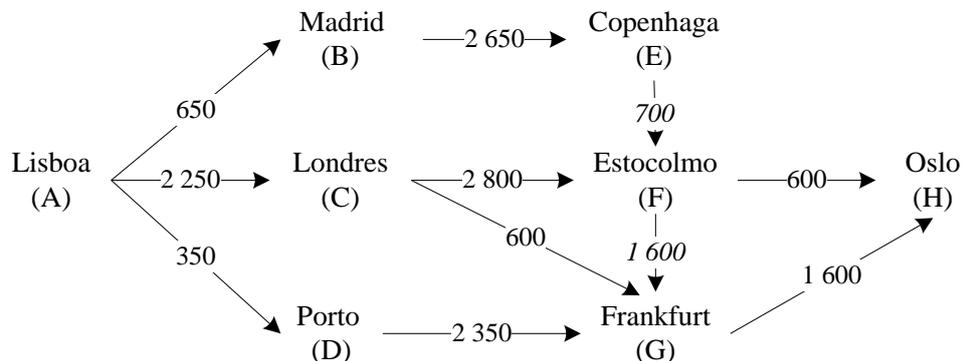


A direcção do parque enfrenta dois problemas:

- 1º) Identificar o percurso desde a entrada do parque, O, ao miradouro, T, com menor distância total;
- 2º) Instalar linhas telefónicas, ao longo da rede (sem considerar as orientações) de estradas para evitar maiores danos ambientais, que permitam o contacto telefónico entre todas as estações. Tratando-se de uma instalação quer onerosa quer nociva para o ambiente, a direcção pretende viabilizar a comunicação entre quaisquer duas das estações utilizando o menor comprimento total de cabo telefónico.

Exercícios de Optimização em Redes

38. O gestor de uma empresa necessita ir de Lisboa a Oslo. Depois de consultar a sua agência de viagens, reparou que as únicas ligações que interessa considerar, para o momento em que terá de ser feita a viagem, são as representadas no grafo seguinte, onde os valores sobre os arcos representam as distâncias (em km) entre as cidades:



Admitindo que o tempo gasto na viagem pode considerar-se proporcional aos quilómetros percorridos, indique qual o percurso que o minimiza.

¹ Hillier, Lieberman, “Introduction to Operations Research”, 9ª ed., McGraw-Hill 2010.

39. A Sara acabou o liceu com óptimas notas. Como presente, os pais ofereceram-lhe 21 000 *u.m.* para ajudar na compra e manutenção de um carro em segunda mão. Como os custos de manutenção crescem rapidamente com a idade do carro, os pais disseram-lhe que poderia trocar de carro por um idêntico, uma ou mais vezes, durante os próximos três verões, caso isso minimizasse o custo total. Também lhe disseram que, dentro de quatro verões lhe darão um carro novo, como prenda de fim de curso. Na tabela seguinte encontram-se os dados relevantes associados com os possíveis custos (em *u.m.*) das trocas de carro, por um idêntico.

Preço de compra	Custos de Manutenção durante o ano				Preço de venda ao fim do ano			
	1	2	3	4	1	2	3	4
12 000	2 000	3000	4 500	6 500	8 500	6 500	4 500	3 000

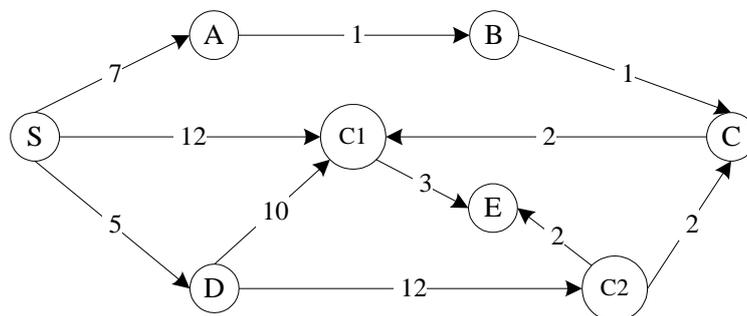
Ajuda a Sara a decidir sobre a melhor forma de proceder durante os quatro anos.

40. O IEP pretende construir uma rede rodoviária que assegure a ligação entre seis localidades de uma determinada região. Dada a escassez de recursos pretende-se minimizar o número total de *km* de estrada a construir de forma a possibilitar a ligação entre qualquer par de localidades. Na matriz seguinte estão as distâncias quilométricas entre as localidades:

	A	B	C	D	E	F
A	–	9	6	11	10	14
B	9	–	5	6	15	23
C	6	5	–	5	10	18
D	11	6	5	–	9	17
E	10	15	10	9	–	8
F	14	23	18	17	8	–

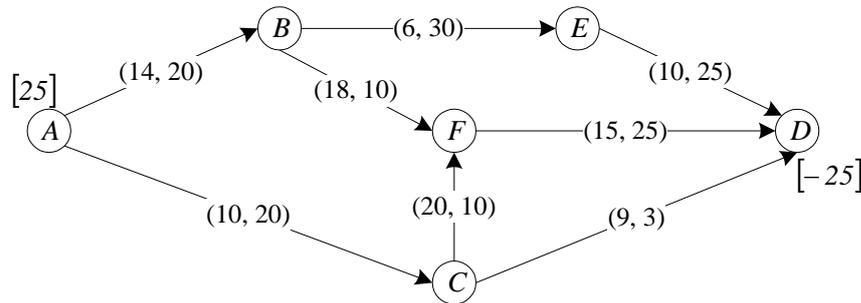
Indique quais as localidades que ficarão ligadas directamente.

41. Um indivíduo encontra-se em S e pretende deslocar-se em tempo mínimo a uma das estações de correio localizadas em C1 e C2. As alternativas de percurso estão na rede seguinte, onde os valores sobre os arcos representam os minutos necessários a cada ligação:



Determine qual a estação a que o indivíduo se deve dirigir e o percurso que deve efectuar. Justifique.

42. Resolva o Problema do Fluxo de Custo Mínimo apresentado na rede seguinte, cujos parâmetros (c_{ij}, u_{ij}) e b_i figuram, respectivamente, junto dos arcos e nodos:



43. Considere que um sistema informático tem um conjunto de 5 terminais T1, T2, ..., T5 que devem ser ligados a um equipamento central C. A ligação a C pode ser feita directamente ou por intermédio de outro terminal do conjunto.

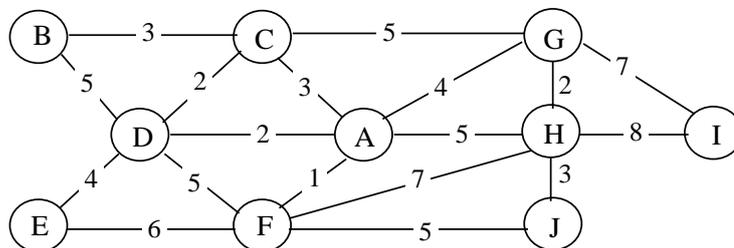
a) Formalize o problema da determinação do sistema de ligações de custo mínimo como um problema de optimização em redes.

b) Proponha um sistema de ligações se os custos (*u.m.*) forem os seguintes:

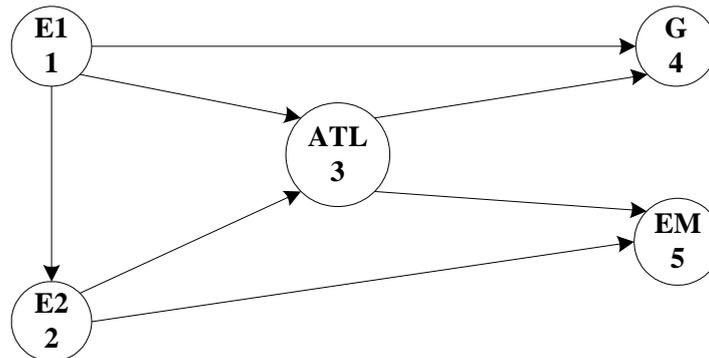
	C	T1	T2	T3	T4	T5
C	-	12	26	18	21	159
T1	12	-	400	I	I	112
T2	26	400	-	I	I	35
T3	18	I	I	-	22	23
T4	21	I	I	22	-	24
T5	159	112	35	23	24	-

(Nota - I representa impossível)

44. Um banco pretende ligar os terminais de computador dos seus balcões ao computador principal na sede utilizando linhas de telefone especiais. As linhas de telefone de cada balcão não têm de estar ligadas directamente à sede, mas é necessário que as comunicações se possam fazer entre qualquer par de computadores. Na rede abaixo os nodos representam os balcões (B,...,J) e a sede (A), os arcos representam as ligações telefónicas possíveis e os valores sobre os arcos as distâncias em quilómetros. Sabendo que o custo das linhas de telefone é proporcional ao número de quilómetros envolvidos, determine as ligações que deverão ser escolhidas de forma a minimizar o custo total.



45. A empresa *BUSE* efectua diariamente o transporte de crianças de duas escolas (**E1** e **E2**) para três locais de actividades pré-escolares: um **ATL**; um ginásio (**G**) e uma escola de música (**EM**). Para o efeito a empresa dispõe de dois tipos de carrinhas: as maiores com uma capacidade para 20 crianças e que custam 10 *u.m.* por criança; e as que levam até 10 crianças a um custo de 25 *u.m.* por criança. Por razões logísticas qualquer das ligações é feita por uma só carrinha e as ligações directas entre as escolas e as actividades no ginásio e na escola de música só podem ser efectuadas pelas carrinhas menores. As restantes ligações possíveis são efectuadas com as carrinhas de maiores dimensões. Na figura seguinte apresentam-se todas as ligações possíveis, representando cada estabelecimento por um vértice numerado de 1 a 5.



Sabe-se que o número de crianças que esperam ser transportadas a partir de **E1** e de **E2** é igual a 20 e 10, respectivamente. No **ATL** existem ainda 15 crianças. Destas, 10 devem ser transportadas para o ginásio ou para a escola de música e as restantes 5 devem lá permanecer. Por sua vez, no ginásio são esperadas 25 crianças e à escola de música devem chegar 15.

- Formalize o problema como um problema de optimização em redes.
 - Formalize o problema em PL.
 - Obtenha a solução óptima recorrendo ao Solver.
46. Uma fábrica acaba de comprar equipamento para produzir um novo produto, para o qual se adquiriu a patente para os próximos 4 anos. Pretende determinar-se a melhor política de substituição do equipamento durante aquele período de tempo, supondo que deixa de ser necessário no fim do período.

O quadro seguinte apresenta o valor residual do equipamento em função do tempo de uso (idade), bem como os custos anuais associados à sua utilização e manutenção, a preços constantes. O custo de um equipamento novo (valor residual no ano 0) é de 100 *u.m.*

idade do equipamento (em anos)	1	2	3	4
valor residual (em <i>u.m.</i>)	50	25	10	5
custo de utilização e manutenção (em <i>u.m.</i>)	40	50	70	100

- Apresente uma solução para o problema de substituição de equipamento e o respectivo custo.
- Formule o problema em questão no contexto da optimização em redes e também em programação linear.



47. Uma empresa fabrica um produto em duas fábricas, em Lisboa e Porto, que é enviado para dois armazéns, em Coimbra e Évora, ou transportado directamente para as lojas de Beja e Guarda. No quadro seguinte apresentam-se os dados relativos ao problema, incluindo as quantidades oferecidas e procuradas (em toneladas), bem como as distâncias (em *km*) das ligações que se admitem (admite-se, por exemplo, a ligação Porto-Coimbra mas não se admite a ligação Coimbra-Porto).

Distâncias (*km*)

	Porto	Coimbra	Évora	Guarda	Beja	Oferta (<i>ton</i>)
Lisboa	310	200	130		180	1000
Porto		110		200		1500
Coimbra			290	150	340	
Évora					80	
Guarda					360	
Procura (<i>ton</i>)				1100	1300	

Assumindo que o custo de transporte é proporcional à distância, formule o problema que deve ser resolvido para otimizar a distribuição do produto:

- em termos de PL.
- na folha de *Excel* seguinte, especificando as fórmulas do *Excel* e preenchendo a janela do *Solver*.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														

Solver Parameters ✕

Set Target Cell:

Equal To: Max Min Value of:

By Changing Cells:

Subject to the Constraints: