

(Nota: Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efectuados.)

1. Um empresário reparte o tempo de trabalho entre as suas duas empresas, A e B. O gerente da empresa A, ex-colega do curso de gestão do ISEG, ao planear o dia seguinte, verificou que necessitava da presença do empresário pelo menos 5 horas. De acordo com a agenda e preferências do empresário, resolveu formular o problema de PL seguinte, onde x_i representa o tempo (em horas) que o empresário deverá trabalhar na empresa $i=A,B$.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5x_A + 4x_B \\ \text{s.a } &\begin{cases} x_A + x_B \leq 15 \\ x_A \geq 5 \\ x_B \geq 3 \\ 2x_A - x_B \leq 0 \\ x_A, x_B \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

A função objectivo traduz a utilidade atribuída às horas de trabalho do empresário. Apoiando-se nos elementos do Anexo A (solução do *Solver/Excel*) responda às seguintes questões.

- a) (2,5 valores) Escreva e interprete a solução do problema primal (incluindo variáveis auxiliares) e a do problema dual.
- b) (2 valores) Da agenda do empresário para o dia seguinte consta um almoço de negócios com duração de uma hora. Admitindo que atribui uma utilidade de 6 à sua presença nesse encontro, aconselharia a desmarcação do almoço de modo a ficar com 16 horas para trabalhar nas empresas A e B, em vez das actuais 15?
- c) (2 valores) Considere que as horas de trabalho na empresa B não têm qualquer utilidade e identifique o tempo que deve então ser atribuído a cada uma das empresas, bem como a utilidade total resultante da solução.
2. O empresário insiste em trabalhar não mais do que 10 horas no dia seguinte, e assume que o trabalho previsto para a empresa A pode ser resolvido com apenas 4 horas. Lembrando-se também da disciplina de IO resolveu, numa primeira abordagem, reformular o problema do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5x_A + 4x_B \\ \text{s.a } &\begin{cases} x_A + x_B \leq 10 \\ x_A \geq 4 \\ x_B \geq 3 \\ 2x_A - x_B \leq 0 \\ x_A, x_B \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- a) (2,5 valores) Resolva graficamente o problema dado e comente o resultado obtido.
- b) (2,5 valores) Escreva o dual e verifique que $y_1 = 5, y_2 = y_3 = y_4 = 0$ é uma sua solução admissível.
- c) (1 valor) Com base nos resultados das alíneas anteriores conclua sobre a solução óptima do dual.

3. Uma sugestão para tornar razoável o plano de trabalho do empresário consiste em usar o princípio da delegação. Para estudar essa possibilidade, o empresário inventariou quatro tarefas (T1,T2,T3,T4) a desempenhar na empresa A e identificou três seus potenciais substitutos (S1,S2,S3). Assumiu que a cada indivíduo não pode ser delegada mais do que uma tarefa, e não admite a possibilidade de atribuir responsabilidades partilhadas por tarefa. Para o auxiliar na tomada de decisão avaliou o tempo necessário para cada um dos potenciais substitutos cumprir cada tarefa. Na tabela seguinte registou, o tempo que será gasto em cada combinação (onde “-” representa impossibilidade):

	T1	T2	T3	T4
S1	2	3	2	2
S2	3	2	4	-
S3	4	2	3	3

Tendo como objectivo minimizar o tempo total gasto nas tarefas delegadas:

- a) (2,5 valores) Formule o problema que ajudaria a decidir que tarefas deverão ser delegadas e que tarefa deve ficar para o empresário.
- b) (1 valor) Explique que alterações introduziria na formulação de modo a assegurar que as tarefas T1 e T2 são efectivamente delegadas.
4. Entre outros assuntos, o empresário deverá decidir sobre a aceitação de uma proposta de 10 *u.m.* para ligar em rede todos os computadores da empresa A (C1,...,C6). Por motivos de confidencialidade esta ligação deve ser física. Em alternativa à proposta apresentada podem ser usados os recursos da empresa. Para avaliar esta opção estimaram-se os custos incorridos para estabelecer as ligações directas entre pares de computadores que se encontram registados na tabela seguinte:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1		-	-	2	5	1
C2	-		3	-	-	5
C3	-	3		5	4	1
C4	2	-	5		2	3
C5	5	-	4	2		-
C6	1	5	1	3	-	

(-) ligação impossível.

- a) (1 valor) Identifique o problema de optimização em redes em causa.
- b) (3 valores) Utilize um algoritmo estudado para decidir se a proposta deve ser aceite.

Anexo A

Microsoft Excel 12.0 Answer Report

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$D\$7	utilidade total	0	65

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$B\$8	x_A	0	5
\$C\$8	x_B	0	10

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$D\$3	tempo total	15	$\$D\$3 \leq \$F\3	Binding	0
\$D\$4	requisito da empresa A	5	$\$D\$4 \geq \$F\4	Binding	0
\$D\$5	requisito da empresa B	10	$\$D\$5 \geq \$F\5	Not Binding	7
\$D\$6	relação A/B	0	$\$D\$6 \leq \$F\6	Binding	0

Microsoft Excel 12.0 Sensitivity Report

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$8	x_A	5	0	5	1E+30	1
\$C\$8	x_B	10	0	4	1	6,5

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$D\$3	tempo total	15	4,333	15	1E+30	0
\$D\$4	requisito da empresa A	5	0	5	0	1E+30
\$D\$5	requisito da empresa B	10	0	3	7	1E+30
\$D\$6	relação A/B	0	0,333	0	21	0