

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO  
INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

2010/01/29

**Época Recurso**

Duração: **2h**

**(Nota:** Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efectuados.)

1. Um indivíduo, entre muitos, investiu fortemente em fundos com base em produtos imobiliários e conseguiu, finalmente, resgatar 25 mil *u.m.* (unidades monetárias) que pretende investir durante um certo período de tempo. Depois da experiência passada, o seu objectivo consiste em minimizar o risco, contudo gostaria de atingir uma remuneração mínima de 2 mil *u.m.* no final do período. As características dos produtos financeiros que pondera para constituir a sua carteira levaram-no a formular o problema de PL seguinte, onde  $x_i$  representa o montante (em  $10^3$  *u.m.*) a investir no produto  $i=1,2$ :

$$\text{Min } z = x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.a } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 25 & \text{(restrição orçamental)} \\ 0,5x_1 + 0,8x_2 \geq 2 & \text{(restrição de remuneração)} \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) (3 valores) Resolva graficamente o problema dado. Apresente e interprete o valor óptimo das variáveis de decisão e de desvio (ou auxiliares).
- b) (2 valores) Escreva o dual e determine a sua solução óptima (apenas as variáveis de decisão). Note que pode tirar partido da solução e resolução da alínea anterior.
2. Um gestor de conta criticou a abordagem do problema exposta na questão anterior, argumentando que deste modo o rendimento obtido nunca seria superior ao mínimo exigido. Segundo ele, a função objectivo deve traduzir a maximização do rendimento e o risco pode ser controlado através de restrições impostas sobre a composição da carteira. Além disso, sugeriu mais 2 produtos financeiros a considerar. Usando os conhecimentos de IO formulou o problema seguinte, que resolveu pelo *Solver Excel* (Anexo A).

	X1	X2	X3	X4	total		2 <sup>os</sup> membros (mil <i>u.m.</i> )
<b>Orçamento</b>	1	1	1	1	25	<=	25
<b>Risco 1</b>	1	1	0	0	10	<=	15
<b>Risco 2</b>	0	0	1	1	15	<=	15
<b>Risco 3</b>	1	0	1	0	15	>=	15
<b>Rendimento</b>	0,50	0,80	0,75	0,90	19,25		
<b>Solução</b>	0	10	15	0			

Apoiando-se nos elementos do Anexo A ajude a esclarecer as seguintes dúvidas.

- a) (2 valores) Qual o montante a investir em cada produto e qual o rendimento total associado?
- b) (2 valores) De quanto varia o rendimento total se alterar o montante de segurança do Risco 2 das actuais 15 mil *u.m.* para 14 mil *u.m.*?
- c) (2 valores) Poderá quantificar a alteração no rendimento total, se exigir que o total dos investimentos 3 e 4 (2<sup>o</sup> membro da restrição Risco 2) não ultrapasse as 9 mil *u.m.*?
- d) (2 valores) Quanto se altera o rendimento total, se aumentar o rendimento do produto 1 de 0,5 para 0,6? Identifique a solução óptima nesta situação.

v.s.f.f.

3. Da presente crise resultou um consenso sobre a necessidade de melhorar a supervisão bancária. Neste sentido, foi decidido reforçar a rede de comunicação dos vários serviços A, B, C, D, E e F. Com este objectivo foi recolhida informação, que consta na tabela, sobre os custos de ligação (em *u.m.*) entre os pares de serviços de modo a seleccionar um conjunto de ligações de custo total mínimo que garanta a comunicação entre os 6 serviços.

	A	B	C	D	E	F
A		-	-	3	1	6
B	-		3	-	-	3
C	-	3		5	3	4
D	3	-	5		2	5
E	1	-	3	2		-
F	6	3	4	5	-	

(-) ligação impossível.

- a) (1 valor) Identifique o problema de optimização em redes aqui em causa.
- b) (3 valores) Aplique um algoritmo estudado para identificar os serviços que devem ser ligados directamente e o custo total envolvido.
4. (3 valores) Uma família resolveu reorganizar a sua gestão orçamental, depois de concluir que os meios financeiros não chegavam para o estilo de vida que praticavam (despesas mensais no valor de 3000 *u.m.*). O pai tem um ordenado mensal líquido de 1200 *u.m.* e a mãe de 1300 *u.m.*, e o filho, habitualmente, contribui com 100 *u.m.* mensais. Nos gastos há a considerar 2000 *u.m.* de despesas imprescindíveis. As despesas que podem ser reduzidas, ou mesmo suprimidas, repartem-se em 3 categorias: refeições em restaurantes (300 *u.m.* mês), viagens aos fins-de-semana (500 *u.m.* mês) e espectáculos (200 *u.m.* mês). A cada um dos membros da família foi pedido que quantificasse, numa escala de um mínimo de 1 a um máximo de 5, qual a satisfação que conferia a 1 *u.m.* gasta em cada uma das quatro rubricas, o que resultou na tabela seguinte:

	Imprescindíveis	Restaurantes	Viagens	Espectáculos
Pai	5	3	2	1
Mãe	5	1	2	3
Filho	1	4	5	4

Pretende-se atribuir a responsabilidade do pagamento das despesas aos vários membros da família, bem como decidir quais as despesas a reduzir ou suprimir, de modo a que a satisfação total seja maximizada.

Admitindo que se trata de uma variante do problema de transportes apresente a formulação em PL.

## Anexo A

### Microsoft Excel 11.0 Answer Report

#### Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$G\$7	Rendimento total	0	19,25

#### Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$C\$8	Solução X1	0	0
\$D\$8	Solução X2	0	10
\$E\$8	Solução X3	0	15
\$F\$8	Solução X4	0	0

#### Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$G\$3	Orçamento total	25	\$G\$3<=\$I\$3	Binding	0
\$G\$4	Risco 1 total	10	\$G\$4<=\$I\$4	Not Binding	5
\$G\$5	Risco 2 total	15	\$G\$5<=\$I\$5	Binding	0
\$G\$6	Risco 3 total	15	\$G\$6>=\$I\$6	Binding	0

### Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report

#### Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$8	Solução X1	0	0	0,5	0,15	1E+30
\$D\$8	Solução X2	10	0	0,8	1E+30	0,15
\$E\$8	Solução X3	15	0	0,75	1E+30	0,15
\$F\$8	Solução X4	0	-0,15	0,9	0,15	1E+30

#### Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$G\$3	Orçamento total	25	0,8	25	5	10
\$G\$4	Risco 1 total	10	0	15	1E+30	5
\$G\$5	Risco 2 total	15	0,25	15	0	5
\$G\$6	Risco 3 total	15	-0,3	15	10	0